

# L'effet Ramsauer-Townsend

Physique moderne  
Boumiz Abdelaziz

Pré-ing 2  
MI-4

- ✿ BRUYANT Florian
- MIKOLAJEWSKI Alex
- ATAGAN Axel
- ◆

# Sommaire

- 01.- Introduction effet Ramsauer-Townsend
- 02.- Modélisation du problème
- 03.- Etude analytique des états stationnaires
- 04.- Etude dans le cas du paquet d'onde
- 05.- Comparaison avec les observations expérimentales

# Effet Ramsauer-Townsend

Nommé après:

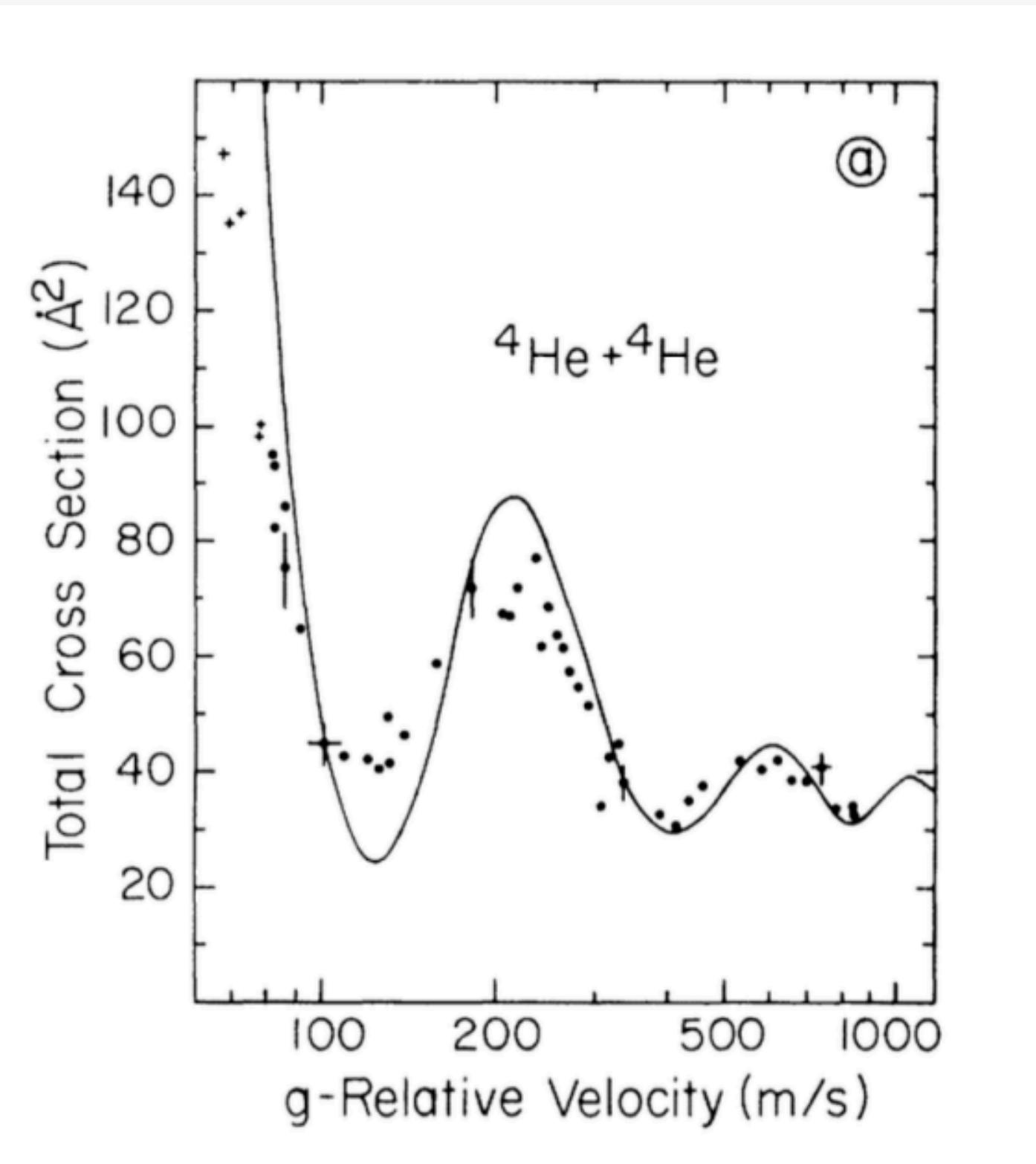


*Carl Ramsauer*

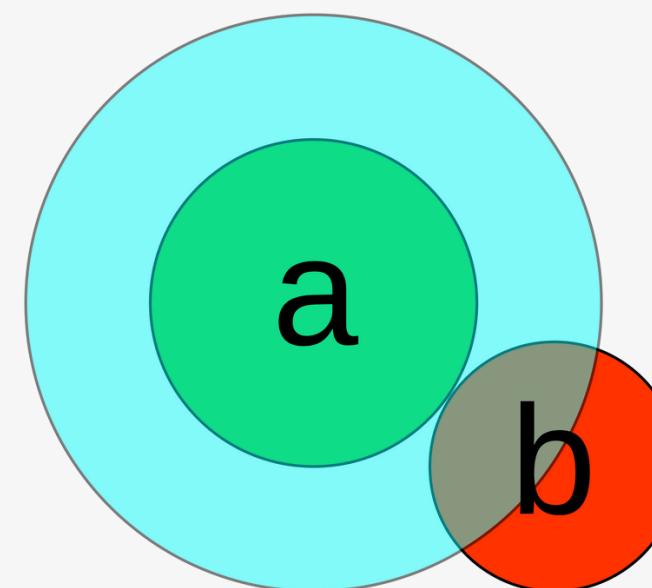


*John Townsend*

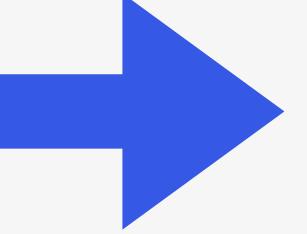
# Situation étudiée



Section efficace de diffusion

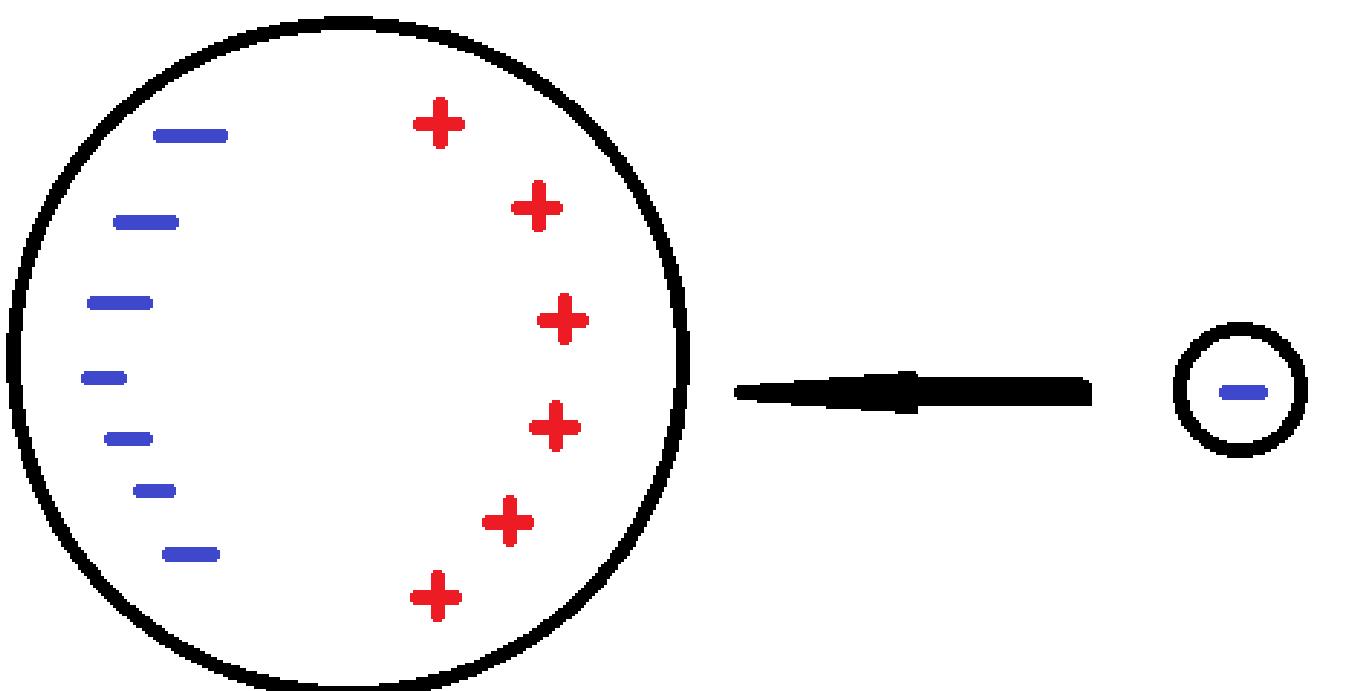


# Pourquoi peut-on modéliser cette interaction par un puits de potentiel ?

Gaz noble 

Neutre électriquement  
(dernière couche de valance remplie)

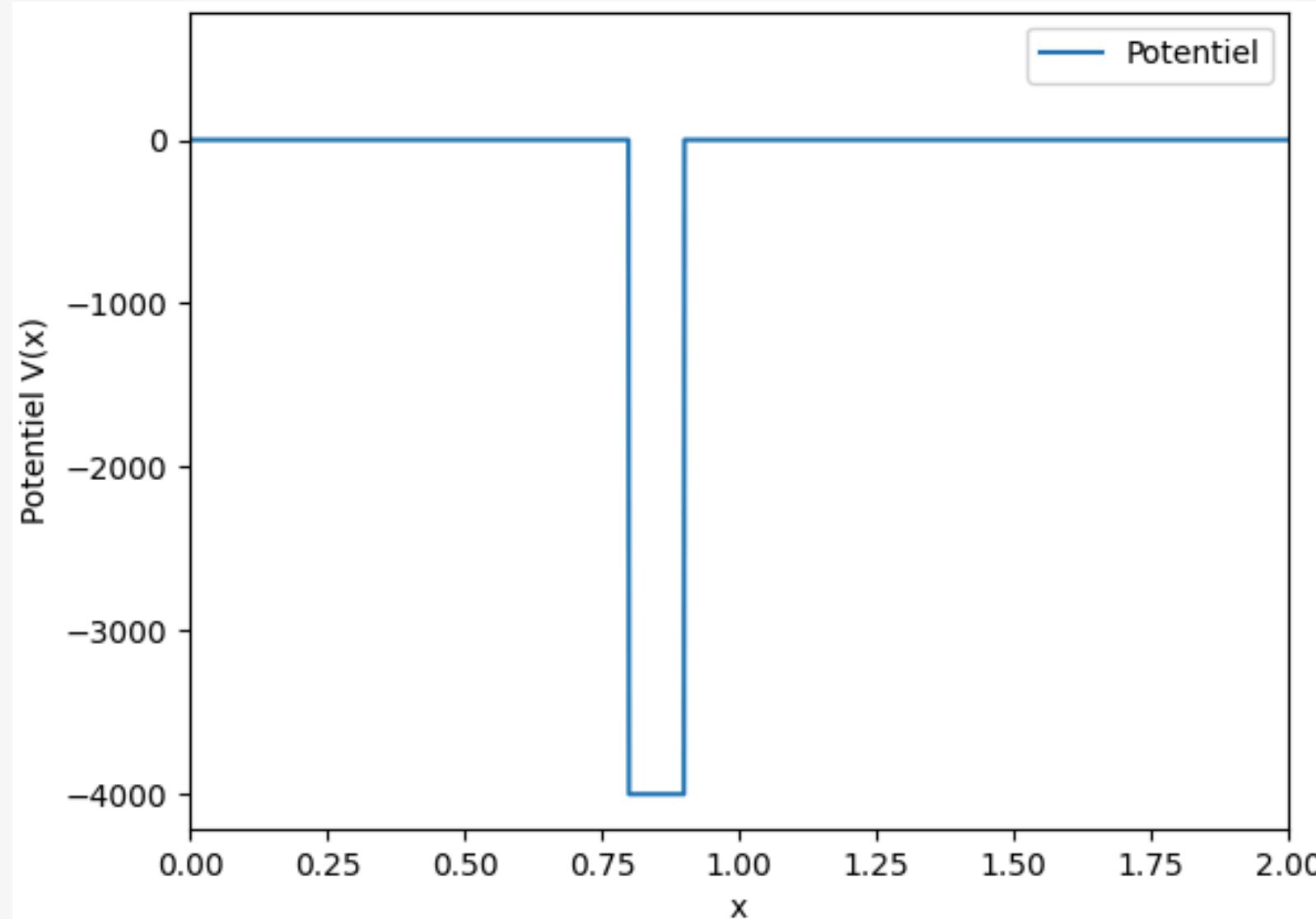
Lorsque l'électron s'approche de l'atome, il pousse les charges négatives et attire les charges positives (Dipôle)



Dipôle induit par l'électron qui l'attire et créer un puit d'énergie potentiel

# Situation étudiée

Puits de potentiel de profondeur finie  $-V_0$



$\text{Énergie} > 0$

1 Dimension

$V_0 > 0$

$V_0$  et largeur du puits variable

# Modélisation d'un paquet d'onde

$$\Psi(x, 0) = A e^{ikx} e^{-\frac{(x - x_c)^2}{2\sigma^2}}$$

avec  $A = \frac{1}{\sqrt{\sigma \sqrt{\pi}}}$  et  $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$

Le paquet est centré en  $x_c$

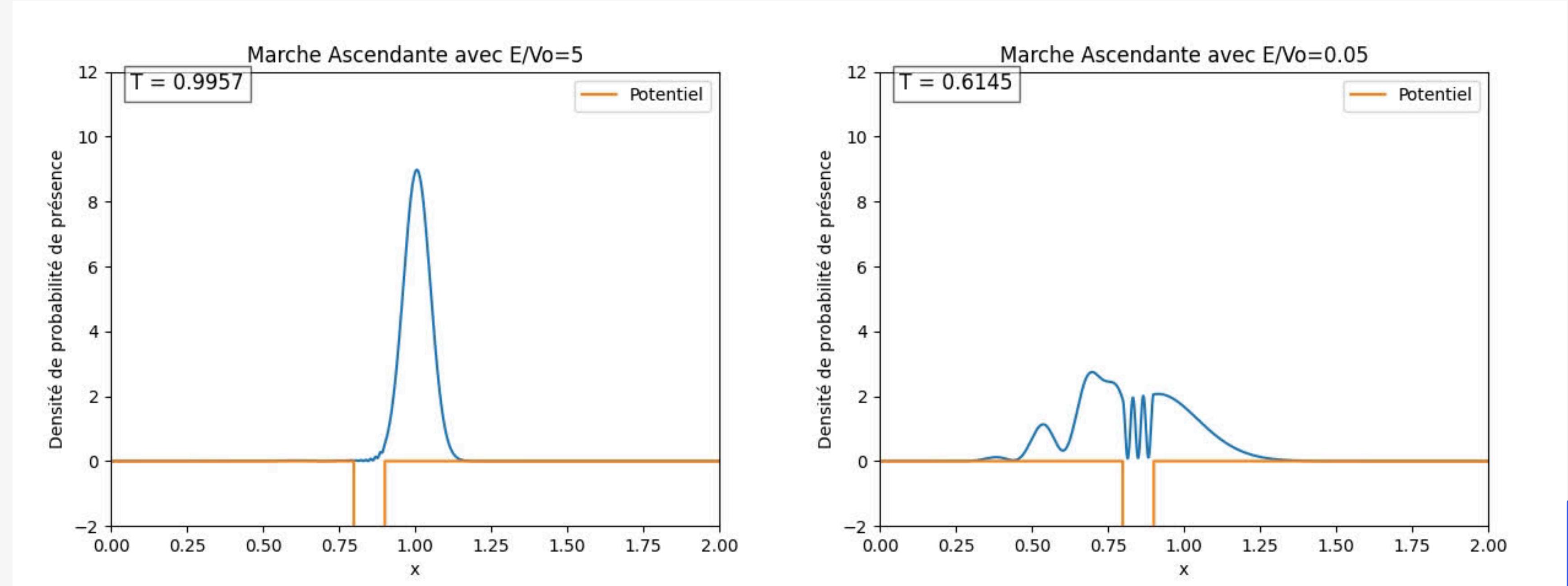
$\sigma$ : taille typique du paquet d'onde

$m$ : masse de la particule

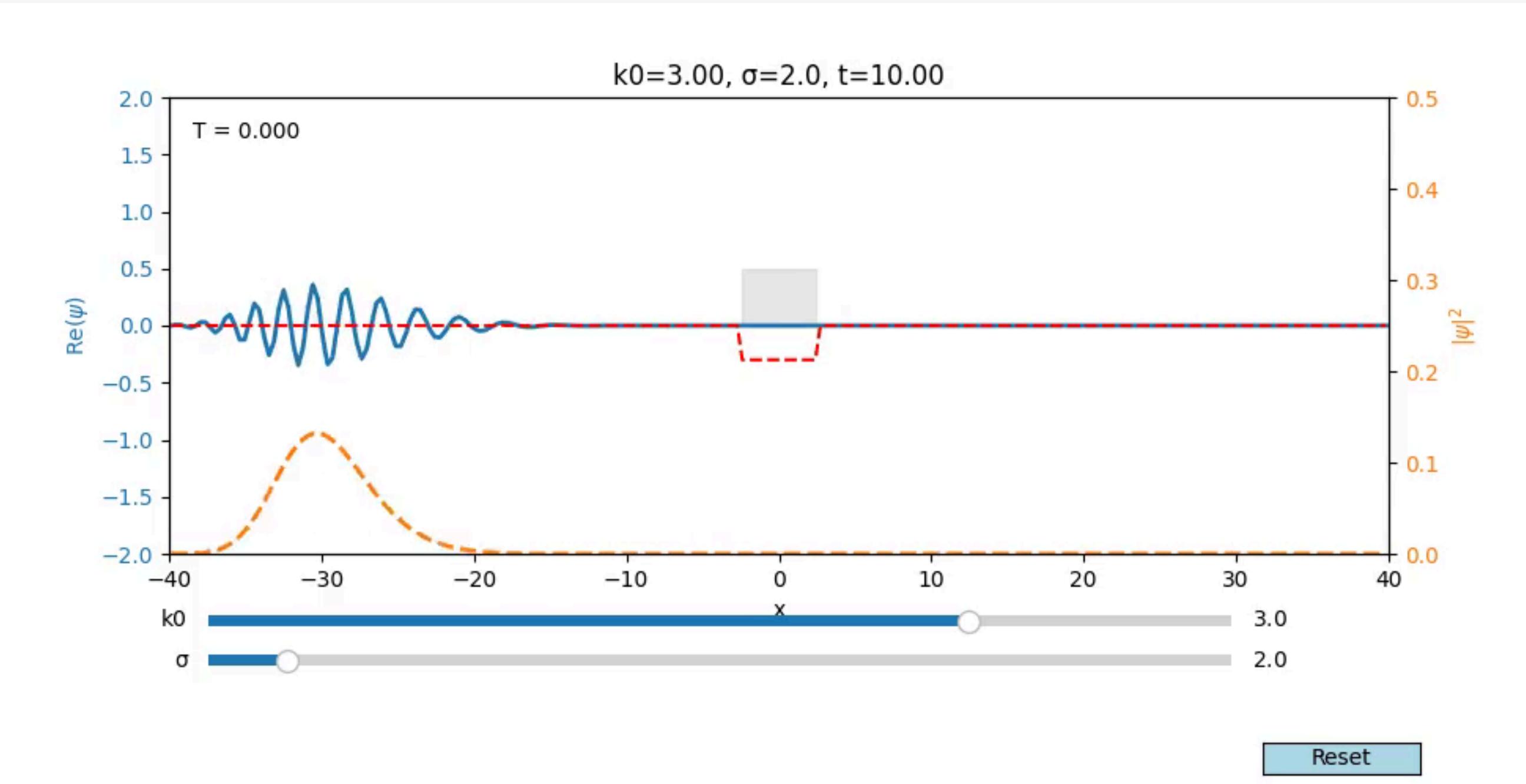
$E$ : énergie de la particule

# Modélisation d'un paquet d'onde

$$\sigma = 0.05$$



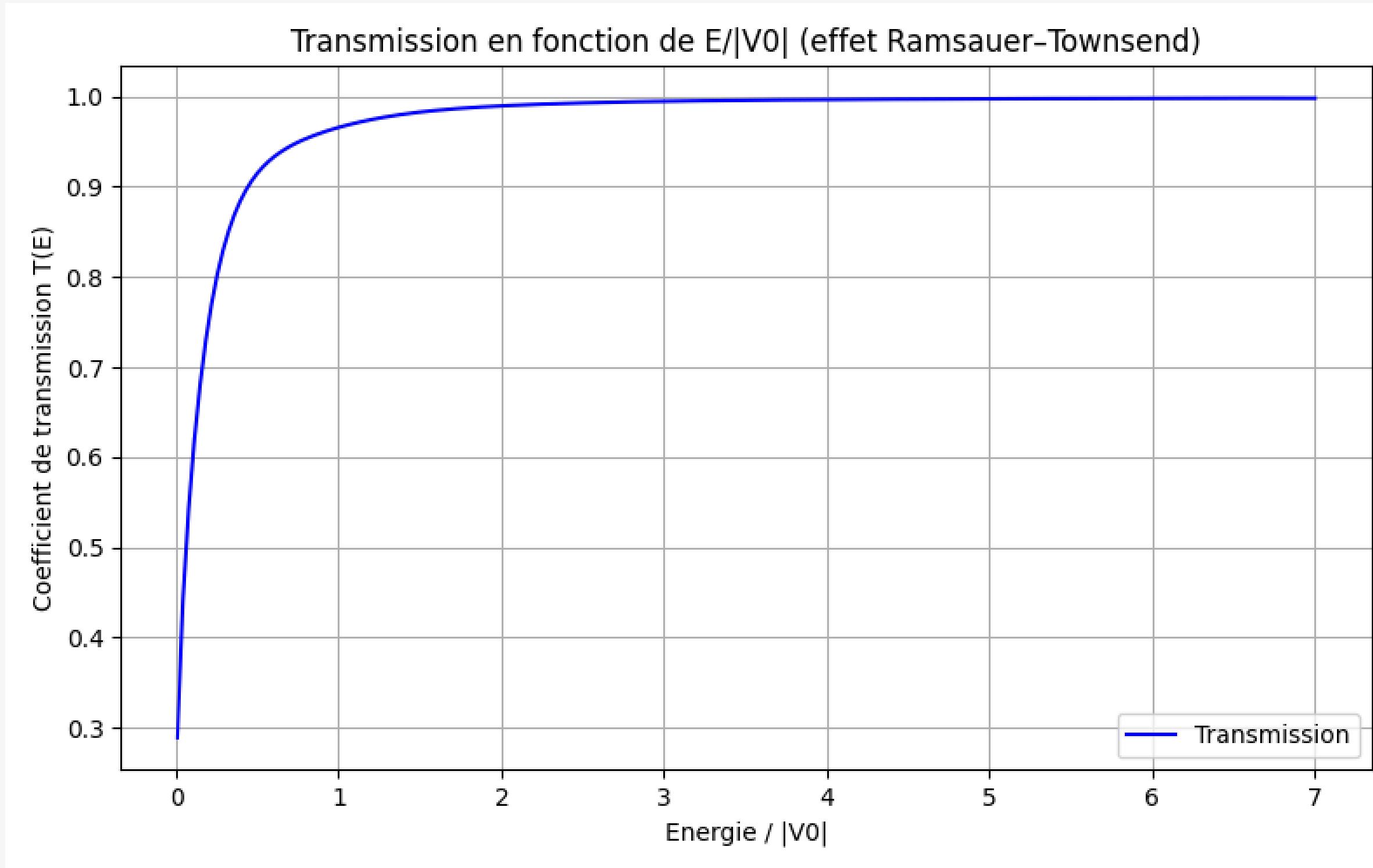
# Modélisation d'un paquet d'onde



Fonction d'onde

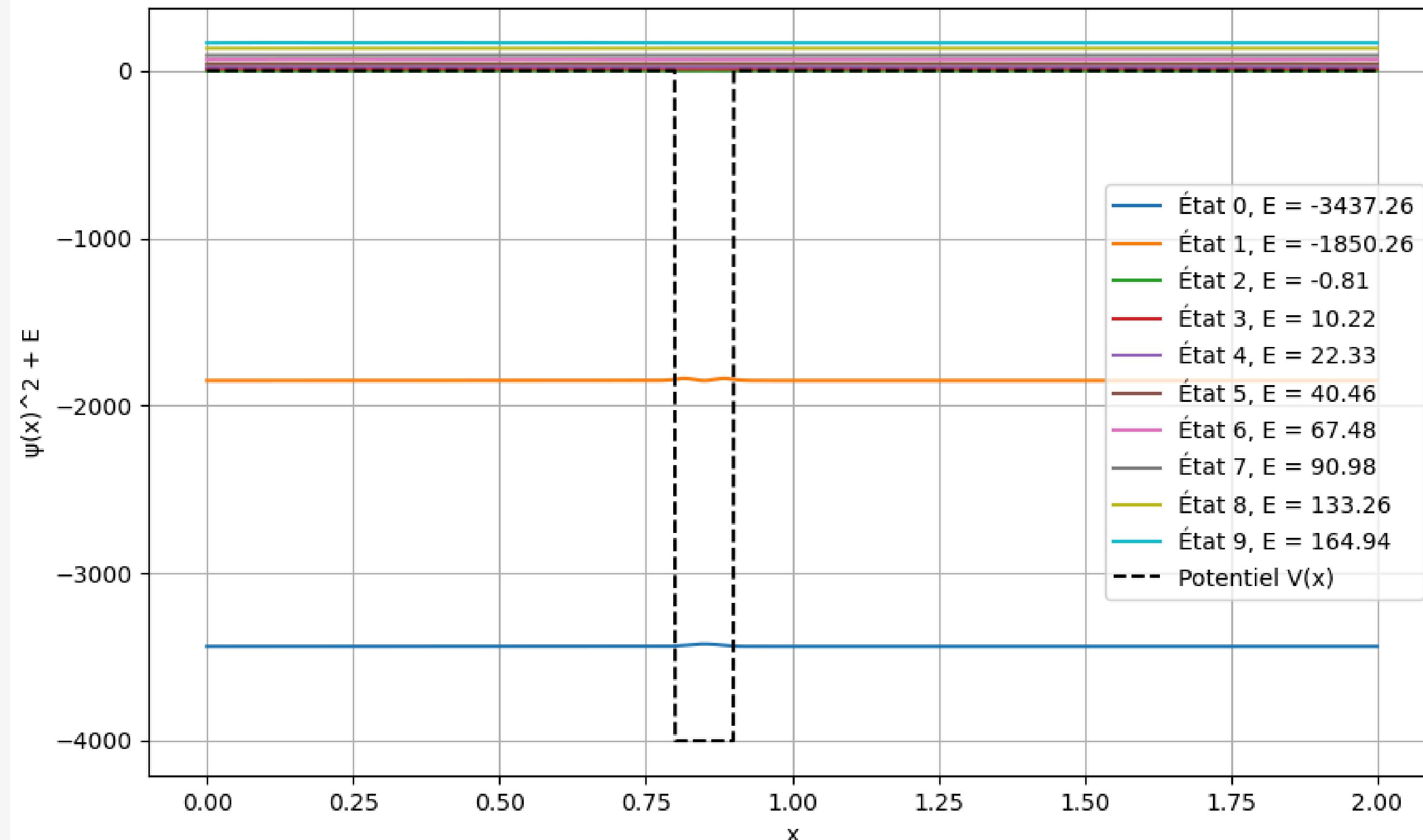
Densité de probabilité

# Modélisation d'un paquet d'onde

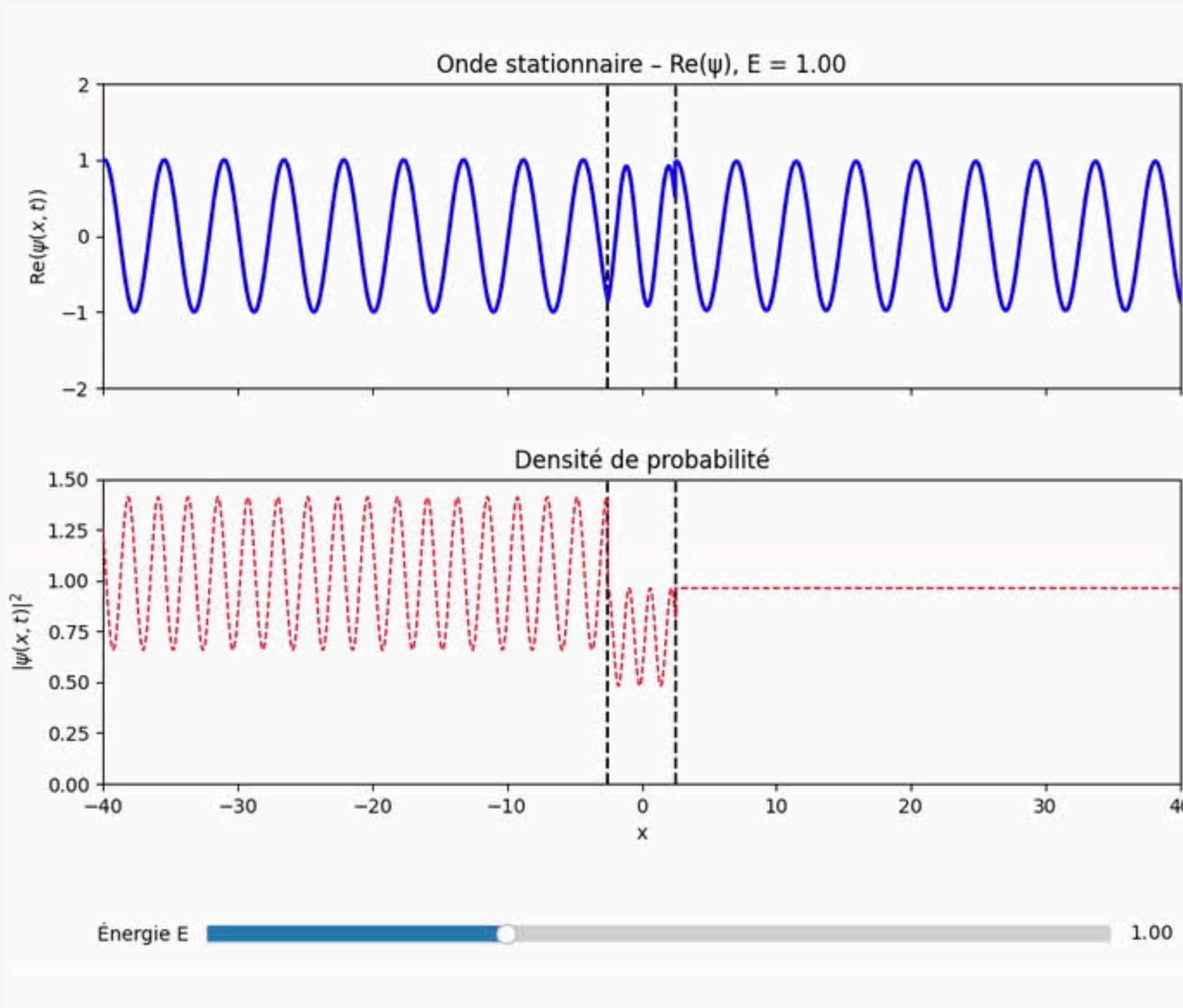


# Etats stationnaires

États stationnaires et densités de probabilité



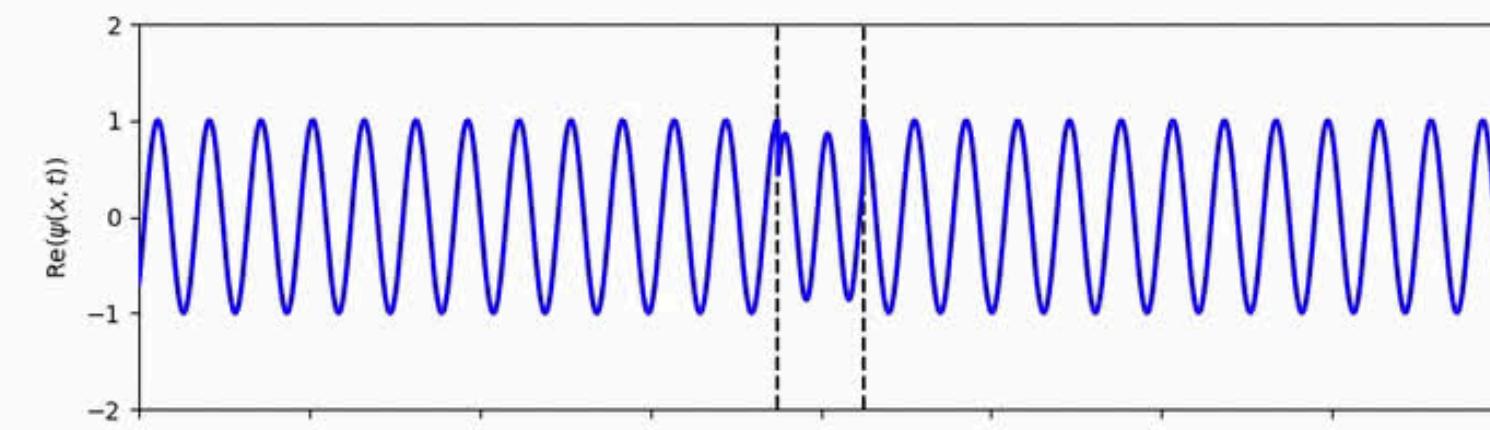
# Ondes stationnaires



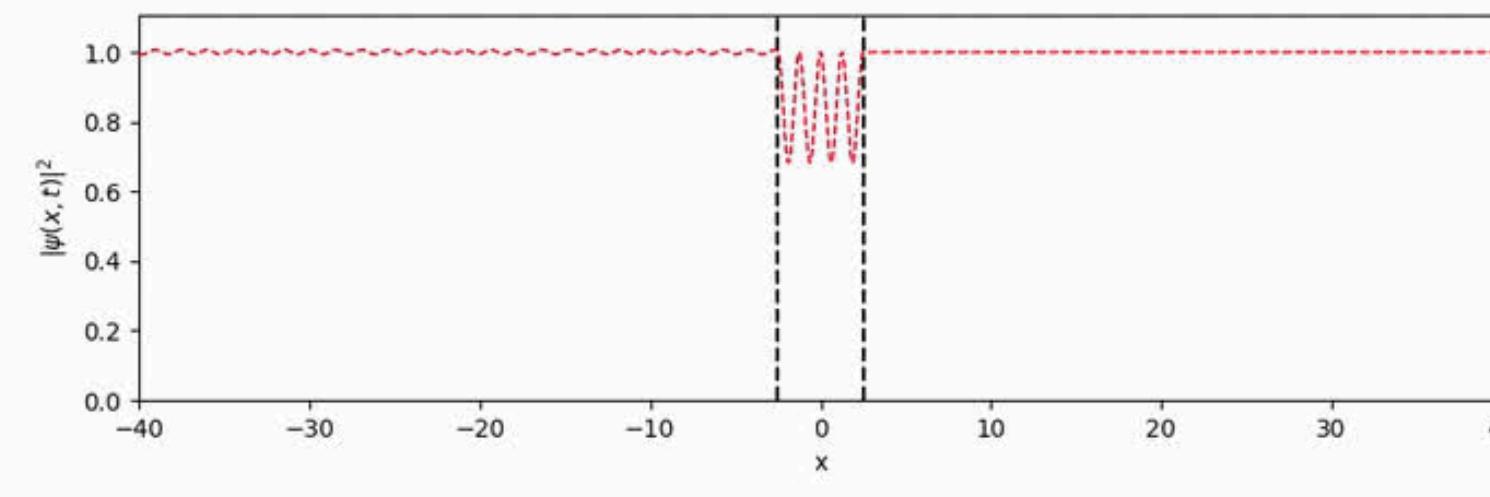
Pour  $E = 1$

Coefficient de transmission  $T = 0.9$   
L'onde incidente oscille

# Ondes stationnaires

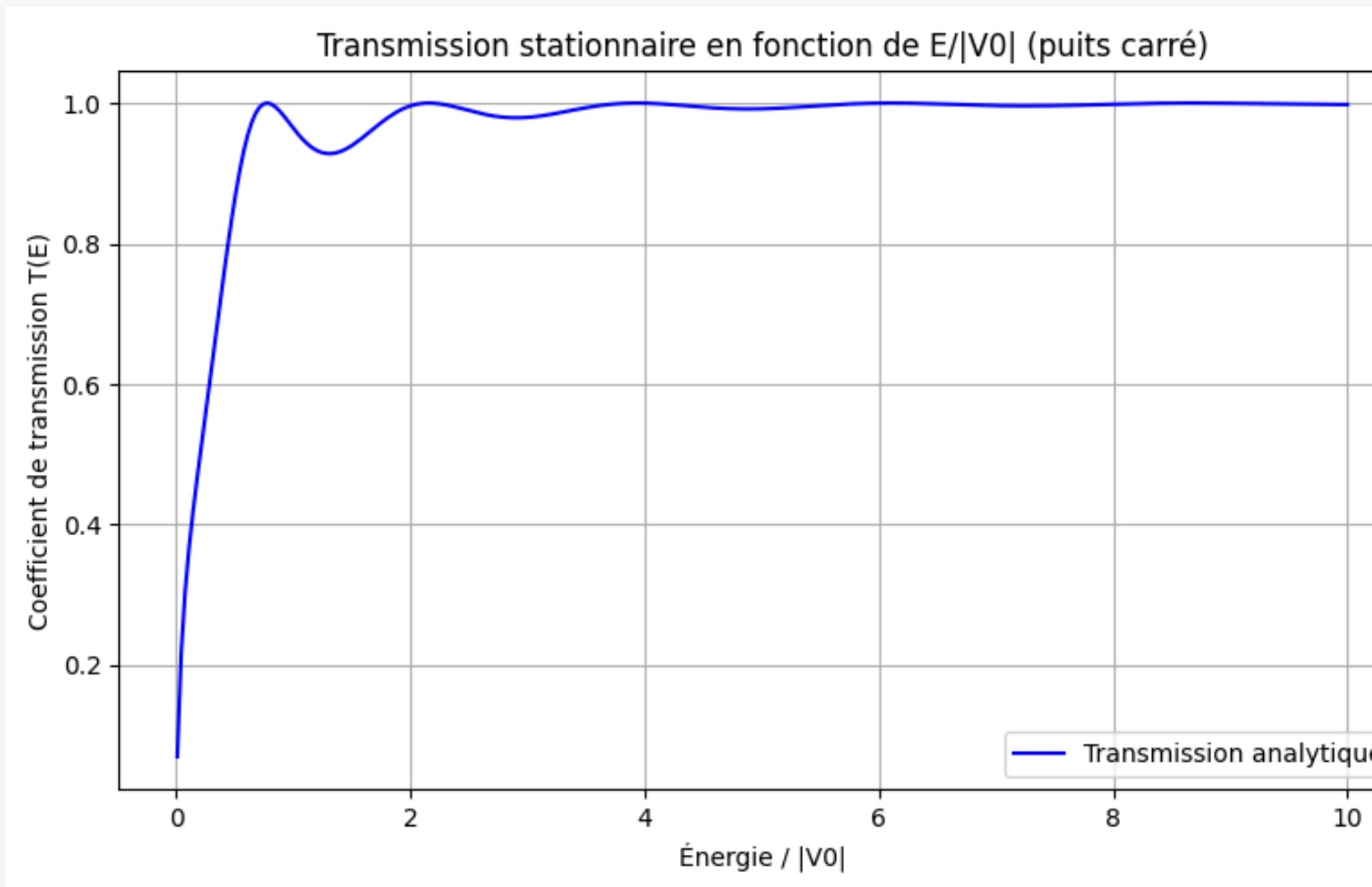


Pour  $E = 2.15$



Coefficient de transmission  $T = 1$   
L'onde incidente n'oscille pas

# États stationnaires

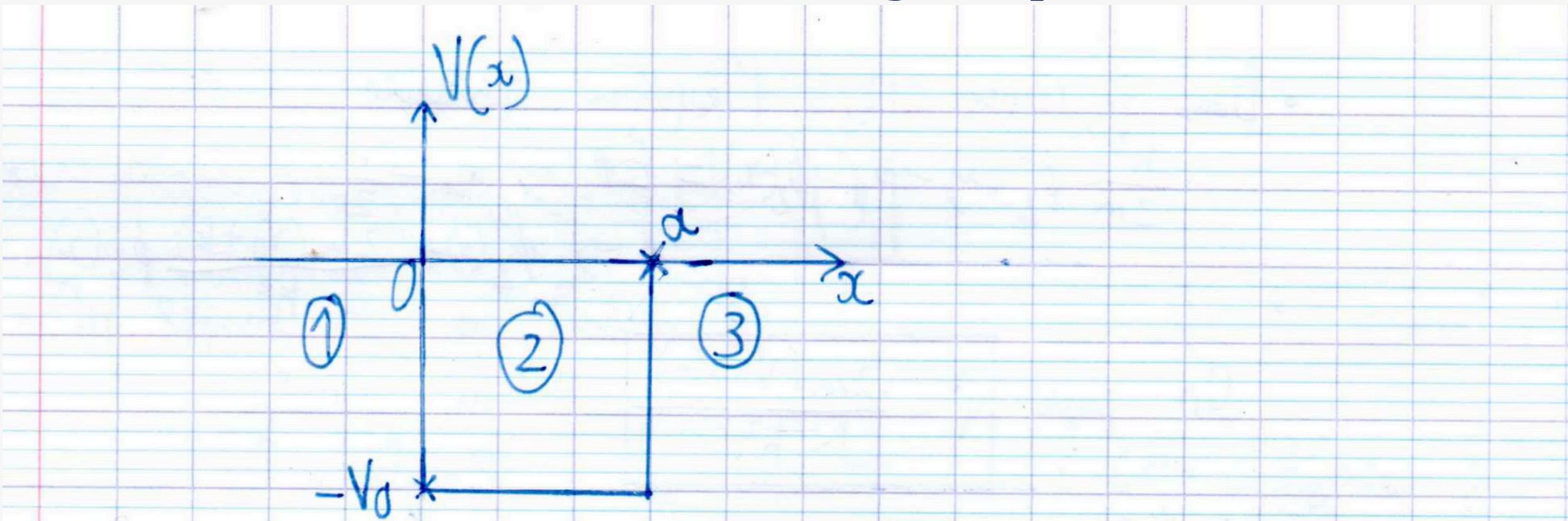


Oscillation du facteur de transmission lorsqu'il converge vers 1



Effet Ramsauer-Townsend

# Étude analytique



- Une particule de masse  $m$  et d'énergie  $E > 0$  rencontre en  $x=0$  un puits de potentiel de profondeur finie  $-V_0$  et de largeur  $a$ , avec  $a > 0, V_0 > 0$

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \text{ (région 1)} \\ -V_0 & \text{si } x \in [0, a] \text{ (région 2)} \\ 0 & \text{si } x > a \text{ (région 3)} \end{cases}$$

- L'équation de Schrödinger indépendante du temps à 1 dimension s'écrit :  
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \phi''(x) + V(x) \phi(x) = E \phi(x)$$

- Dans les régions 1 et 3 ( $x < 0$  et  $x > a$ ) on a  $V(x) = 0$ .  
D'où l'équation devient :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \phi''_{1/3}(x) = E \phi_{1/3}(x) \Rightarrow \phi''_{1/3} + \frac{2mE}{\hbar^2} \phi_{1/3}(x) = 0$$

On pose  $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \Rightarrow \boxed{k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}}$

et on obtient  $\phi''_{1/3}(x) + k^2 \phi_{1/3}(x) = 0$

Les solutions de cette équation sont de la forme :

$$\boxed{\phi_{1/3}(x) = A_{1/3} e^{ikx} + B_{1/3} e^{-ikx}}$$

De plus, la particule provient de gauche et est libre à droite du puits de potentiel. Elle ne peut pas rentrer de  $+\infty$  :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \phi(x) = 0$   
 $\Rightarrow \boxed{B_3 = 0}$

• Dans la région 2, l'équation devient :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \phi_2''(x) - V_0 \phi_2(x) = E \phi_2(x) \Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \phi_2''(x) - (V_0 + E) \phi_2(x) = 0$$
$$\Rightarrow \phi_2''(x) + \frac{2m(V_0 + E)}{\hbar^2} \phi_2(x) = 0$$

On pose  $\boxed{q^2 = \frac{2m(V_0 + E)}{\hbar^2}}$  et on obtient :

$$\phi_2''(x) + q^2 \phi_2(x) = 0$$

Les solutions de cette équation sont de la forme :

$$\boxed{\phi_2(x) = A_2 e^{iqx} + B_2 e^{-iqx}}$$

- Le puissance de potentiel est de profondeur finie  
 $\Rightarrow \phi$  et  $\phi'$  sont continues aux frontières

En  $x=0$ :

$$\begin{cases} \phi_1(0) = \phi_2(0) \\ \phi'_1(0) = \phi'_2(0) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} A_1 + B_1 = A_2 + B_2 \\ ik(A_1 - B_1) = iq(A_2 - B_2) \end{cases}}$$

En  $x=a$ :

$$\begin{cases} \phi_2(a) = \phi_3(a) \\ \phi'_2(a) = \phi'_3(a) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} A_2 e^{ika} + B_2 e^{-ika} = A_3 e^{ika} \\ iq(A_2 e^{ika} - B_2 e^{-ika}) = ika A_3 e^{ika} \end{cases}}$$

- On calcule ensuite le coefficient de transmission  $T = \left(\frac{A_3}{A_1}\right)^2$   
On exprime  $A_1$  en fonction de  $A_3$ :
- On exprime d'abord  $A_2$  et  $B_2$  en fonction de  $A_3$ :

$$\begin{cases} A_2 e^{iq\alpha} + B_2 e^{-iq\alpha} = A_3 e^{ika} \\ iq(A_2 e^{iqu} - B_2 e^{-iqu}) = ikA_3 e^{ika} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_2 = \frac{A_3}{2} e^{i(k-q)\alpha} \left(1 + \frac{k}{q}\right) \\ B_2 = \frac{A_3}{2} e^{i(k+q)\alpha} \left(1 - \frac{k}{q}\right) \end{cases}$$

- On exprime  $A_1$  en fonction de  $A_2$  et  $B_2$  à l'aide du premier système :

$$A_1 = \frac{1}{2} \left( A_2 \left( 1 + \frac{q}{k} \right) + B_2 \left( 1 - \frac{q}{k} \right) \right)$$

- Puis on insère les expressions de  $A_2$  et  $B_2$  dans l'expression de  $A_1$ :

$$A_1 = \frac{A_3}{4} \left[ e^{i(k-q)a} \left( 1 + \frac{k}{q} \right) \left( 1 + \frac{q}{k} \right) + e^{i(k+q)a} \left( 1 - \frac{k}{q} \right) \left( 1 - \frac{q}{k} \right) \right]$$

...

$$A_1 = \frac{A_3 e^{ika}}{4ka} \left[ (k^2 + q^2) (-2i \sin(qa)) + 2kq (2 \cos(qa)) \right]$$

$$|A_1|^2 = A_3^2 \left[ \frac{4k^2 q^2 + \sin^2(qa) (k^2 - q^2)^2}{4k^2 q^2} \right]$$

D'où  $T = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = \frac{4k^2q^2}{4k^2q^2 + \sin^2(qa) (k^2 - q^2)^2}$

$$= \frac{1}{1 + \sin^2(qa) \frac{(k^2 - q^2)^2}{4k^2q^2}}$$

• • •

$$T = \frac{1}{1 + \sin^2(qa) \frac{V_0^2}{4E(V_0 + E)}}$$

• Conditions pour que la transmission soit totale ( $T=1$ ) :

$$T=1 \Leftrightarrow \frac{1}{1 + \sin^2(qa) \frac{\sqrt{3}}{4E(V_0+E)}} = 1$$

...

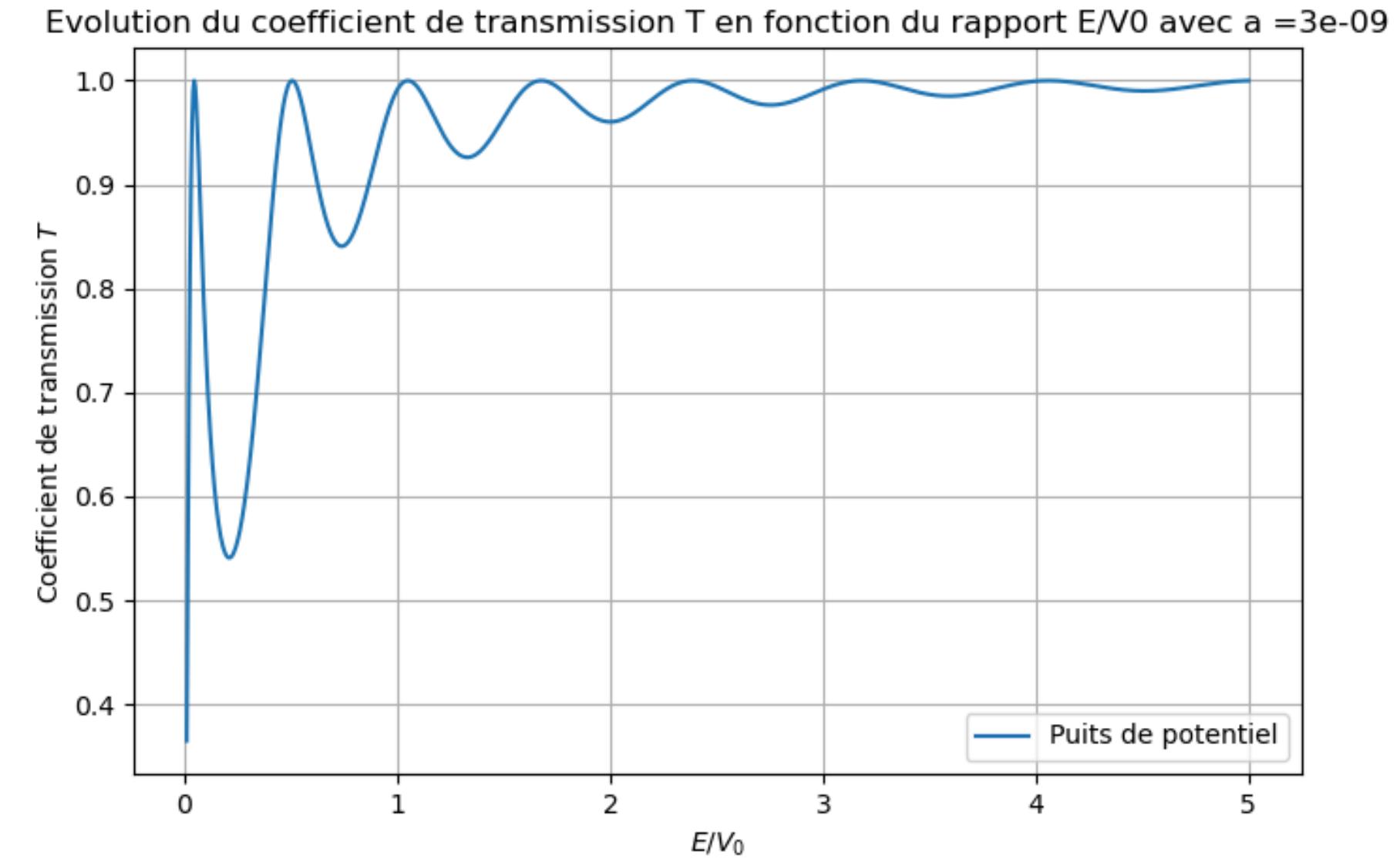
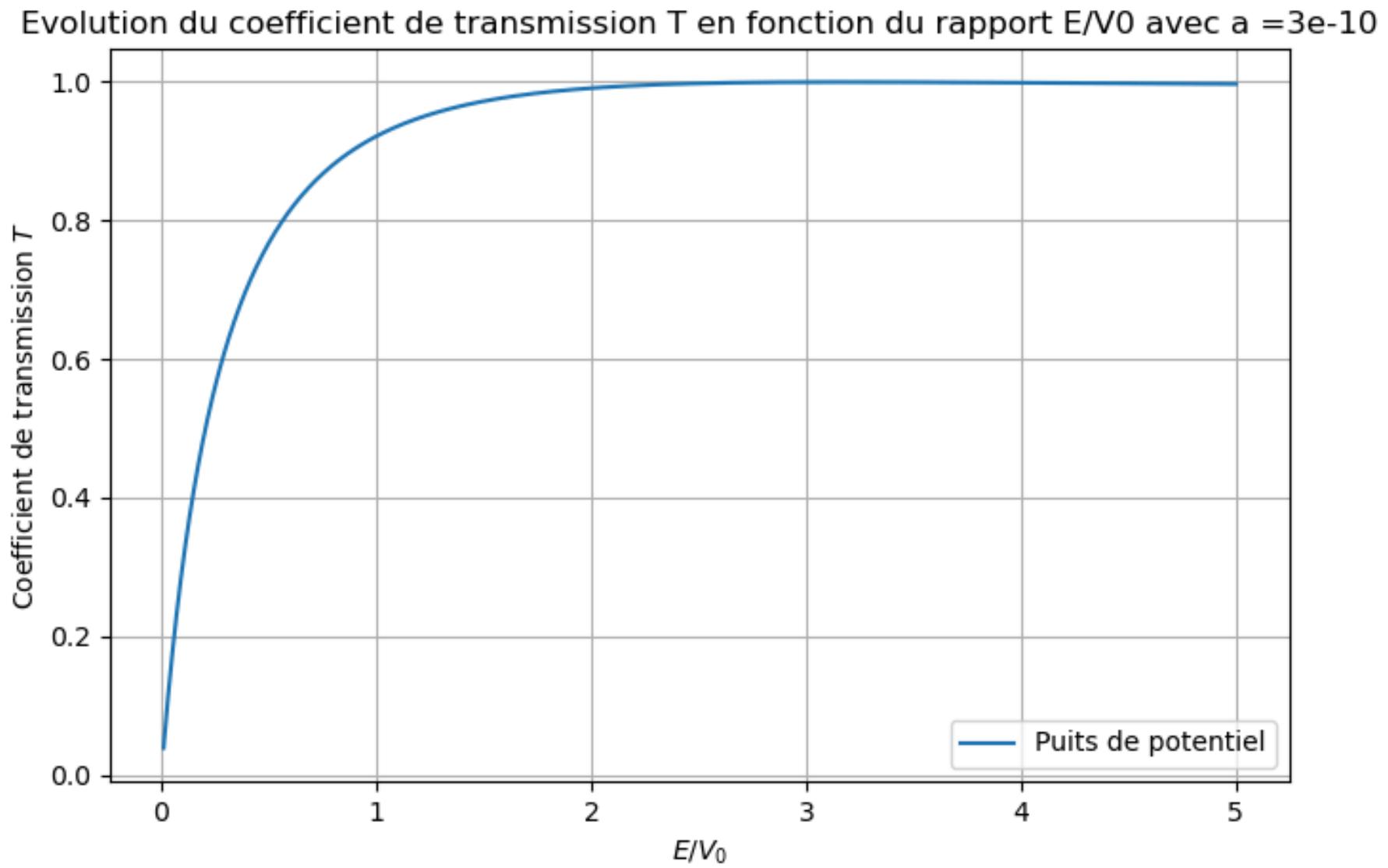
$$\Leftrightarrow \sin(qa) = 0$$

...

$$\Rightarrow E_n = \frac{(n\pi)^2 \hbar^2}{2m a^2} - V_0 , n \in \mathbb{N}$$

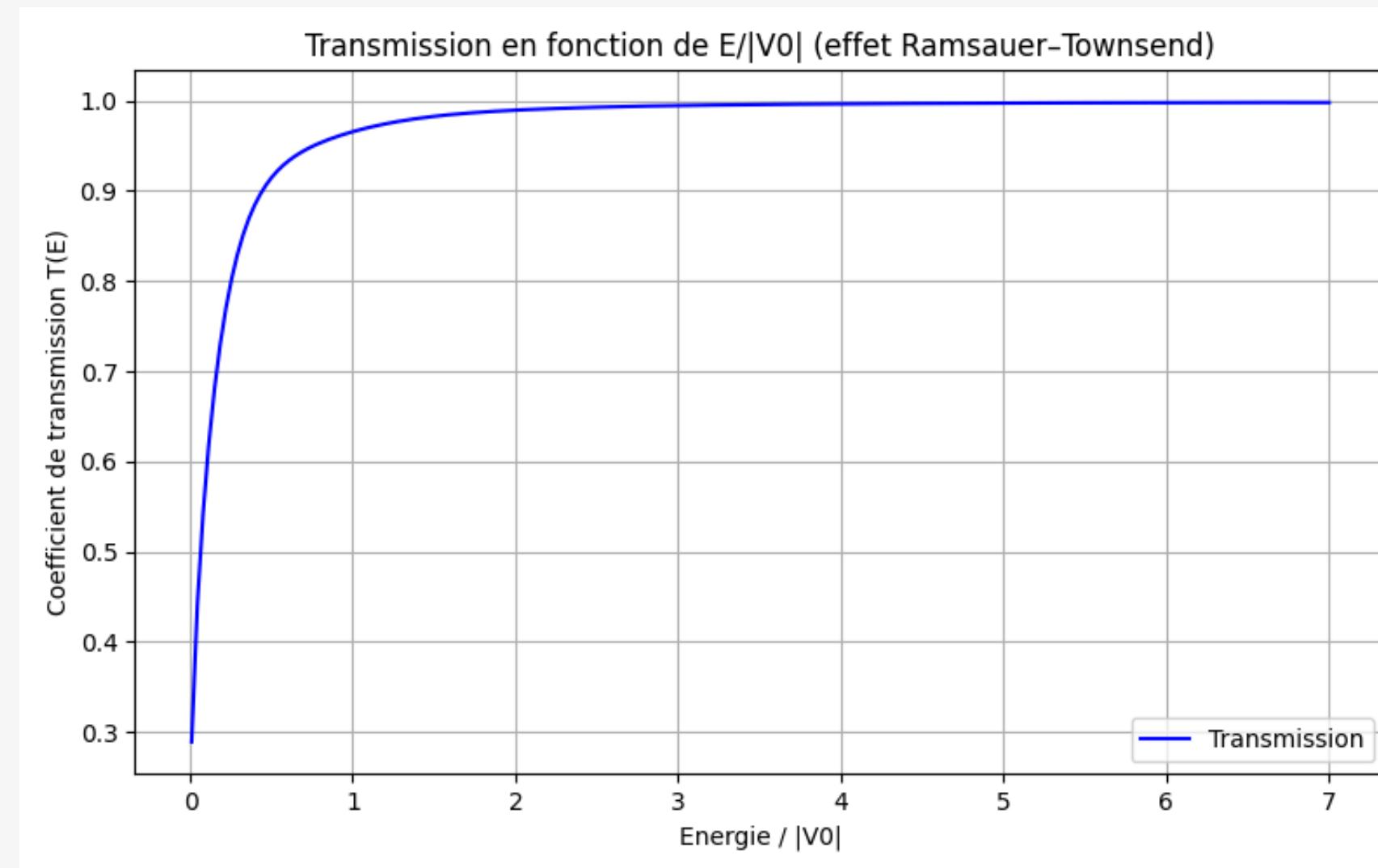
# États stationnaires

On modifie la largeur du puits



# Problème

Pourquoi n'observe t'on pas l'effet Ramsauer-Townsend pour un paquet d'onde avec  $\sigma = 0.05$  ?



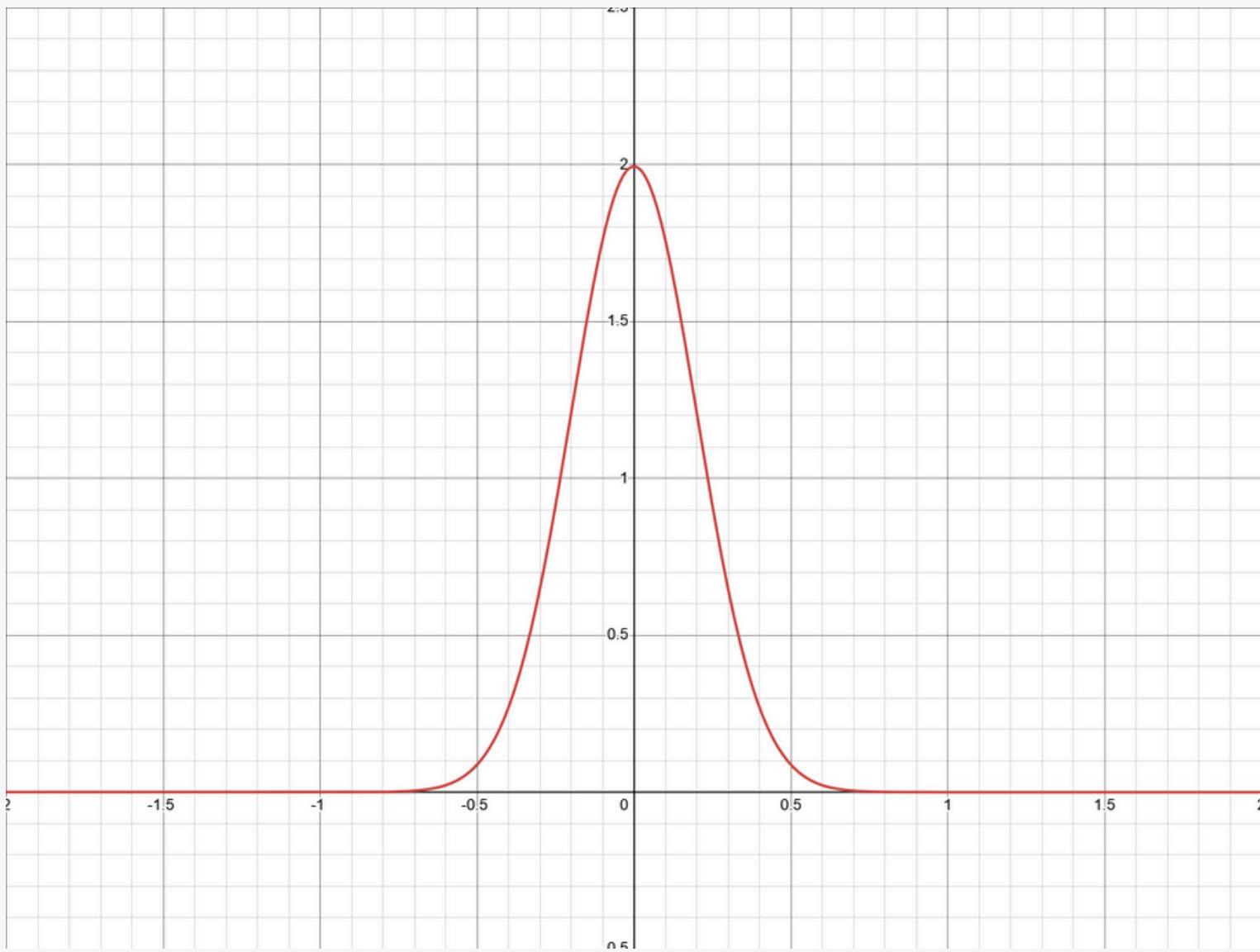
# Modélisation avec un paquet d'onde

Densité de probabilité d'un paquet d'onde

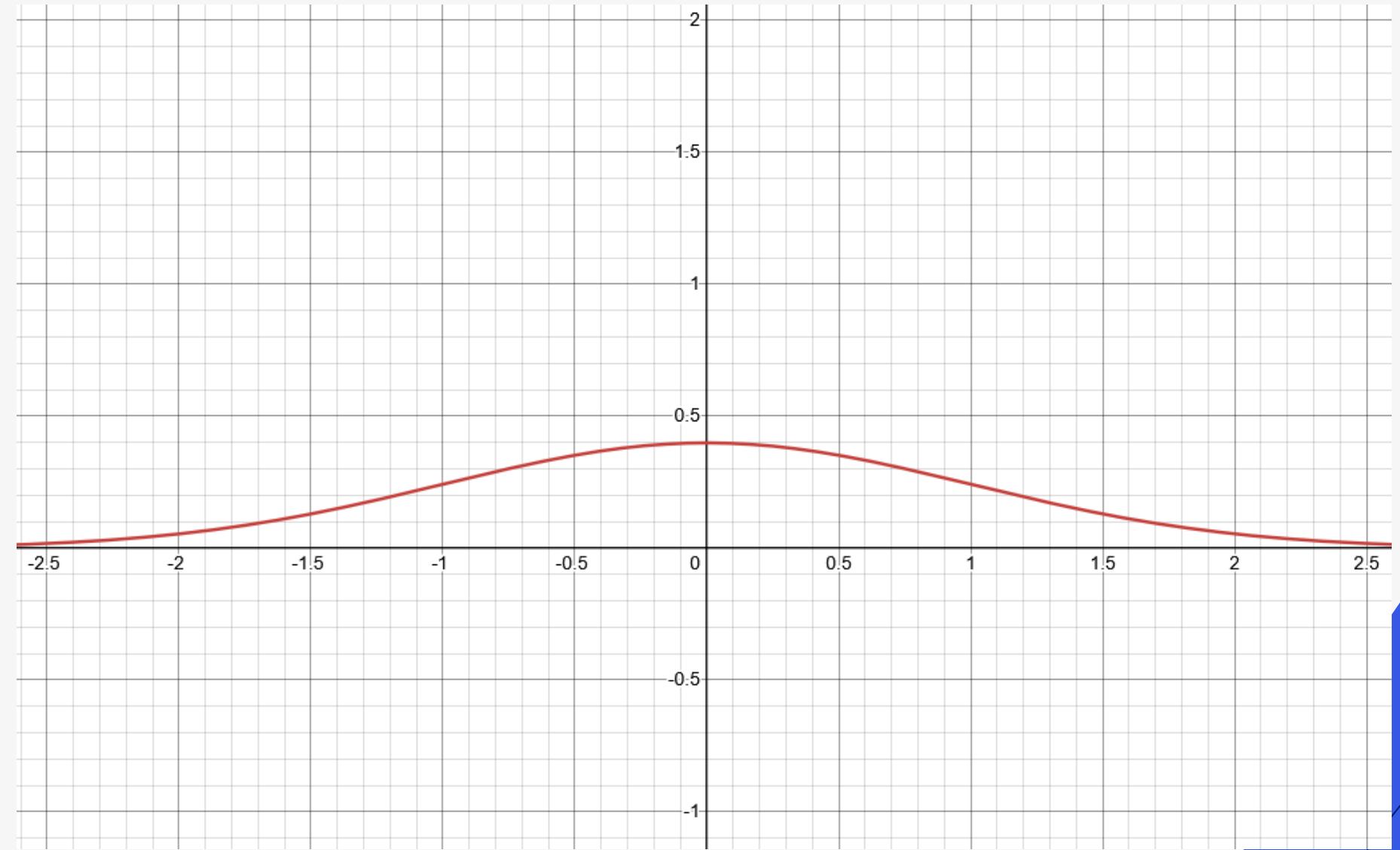
$$|\Psi(x,t)|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(x-t)^2}{2\sigma^2}}$$

# Problème avec la modélisation

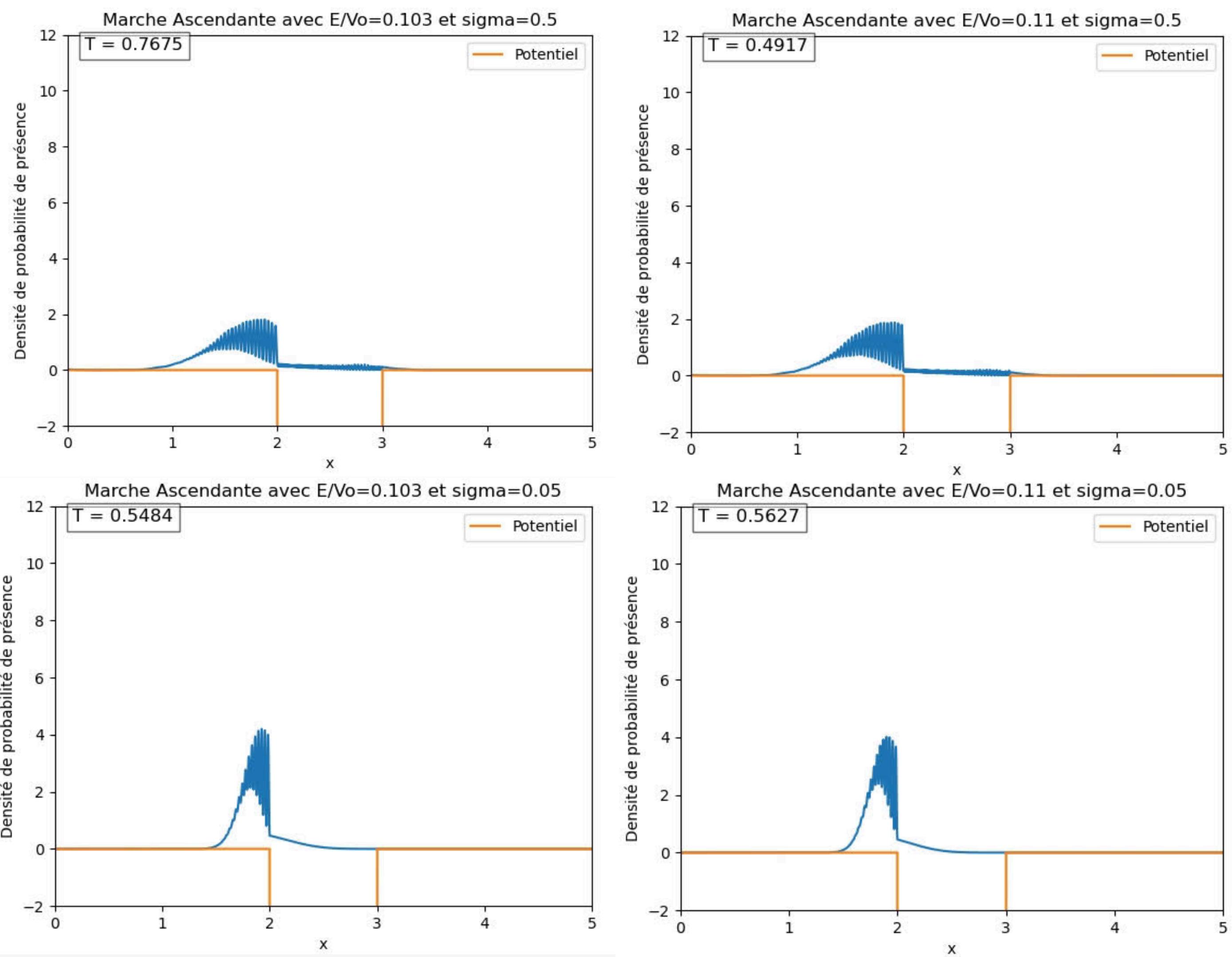
$\sigma = 0.2$



$\sigma = 1$



# Importance de $\sigma$



# Importance de $\sigma$

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}.$$

**Principe  
d'incertitude de  
Heisenberg**

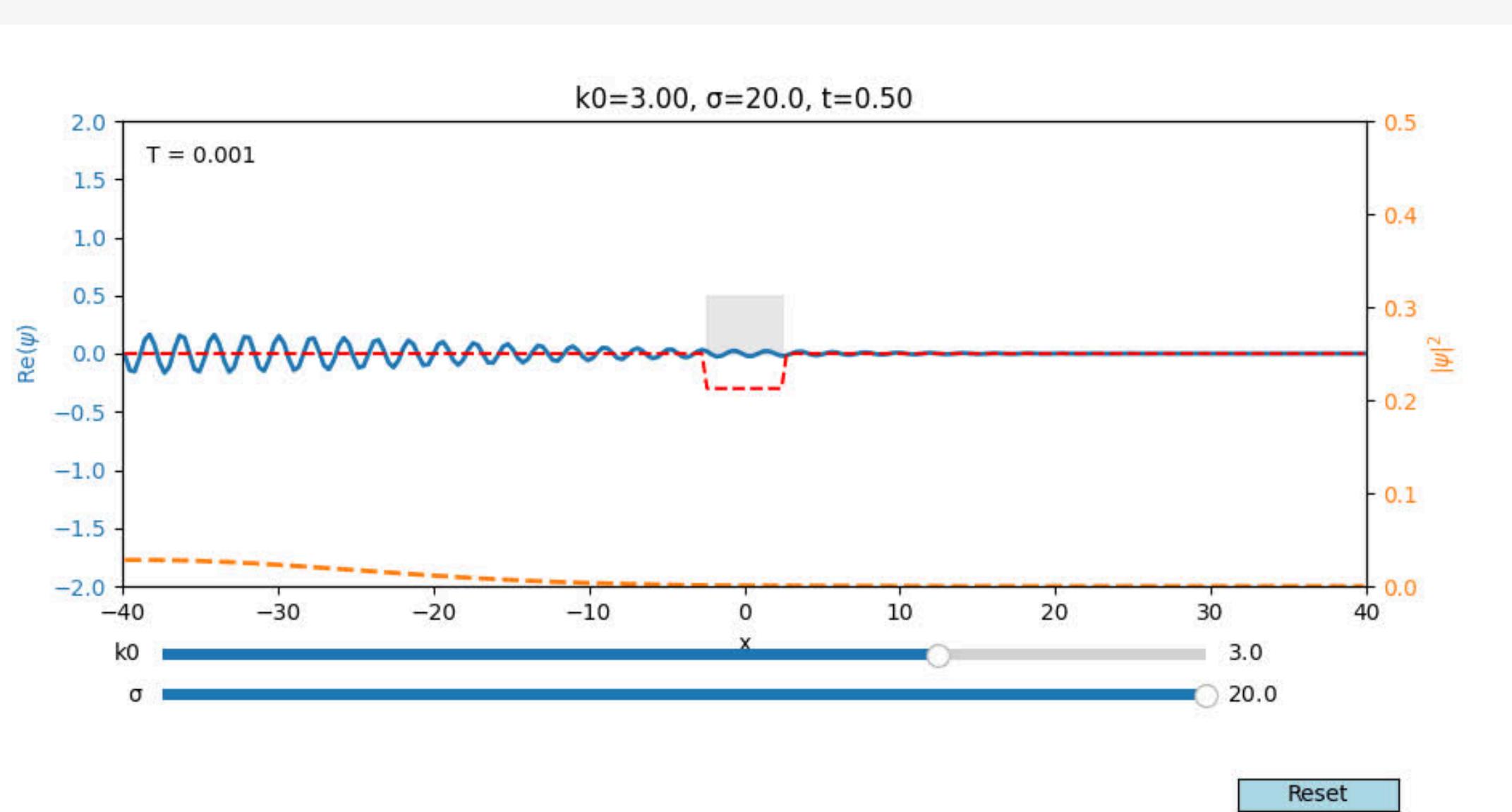
$\sigma$  grand => on ne connaît pas précisément sa position mais précisément sa quantité de mouvement et son énergie



**Le paquet d'onde se comporte comme une onde stationnaire pour  $\sigma$  grand**

# Importance de $\sigma$

Paquet d'onde avec  $\sigma = 20$



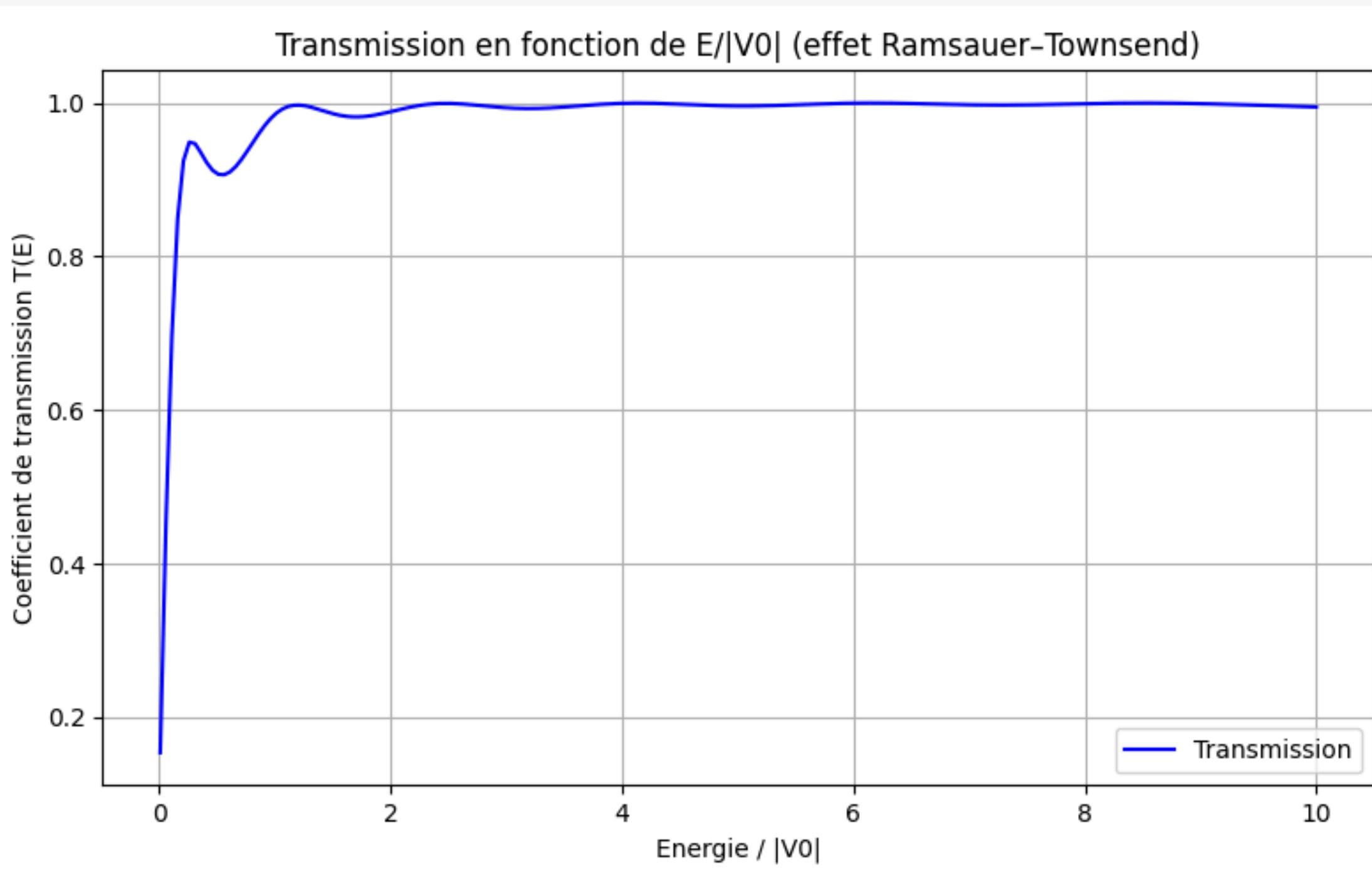
Le paquet d'onde a une énergie bien définie

Il peut entrer en résonance avec la géométrie du puit pour certains niveaux d'énergies

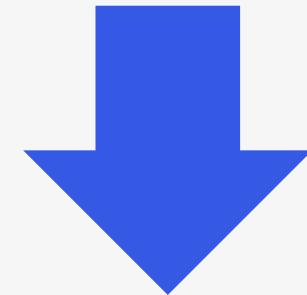
Pas de réflexion, même pour des niveaux d'énergie bas

# Importance de $\sigma$

Graphique du paquet d'onde pour  $\sigma$  grand



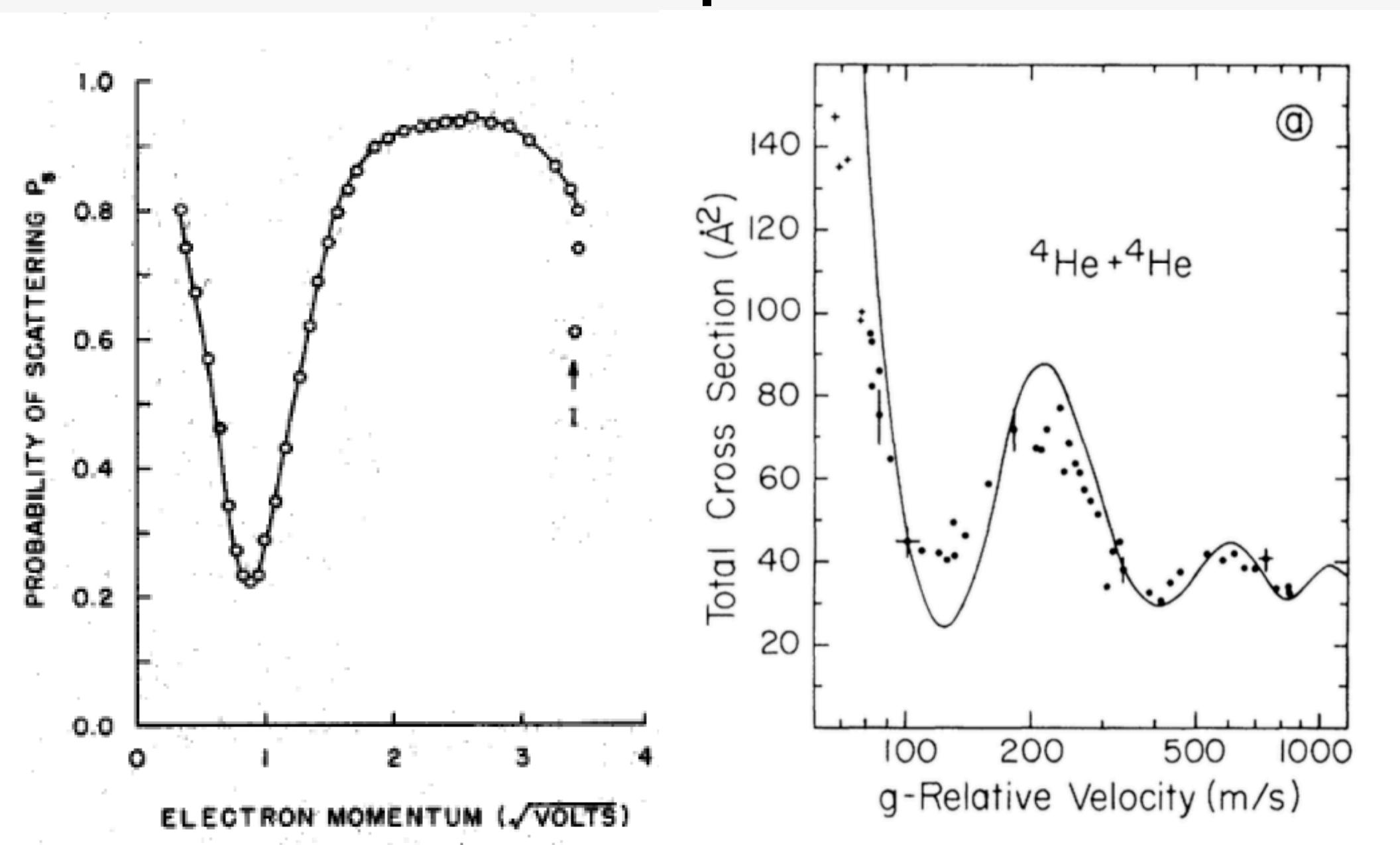
Oscillation lors de la convergence vers 1



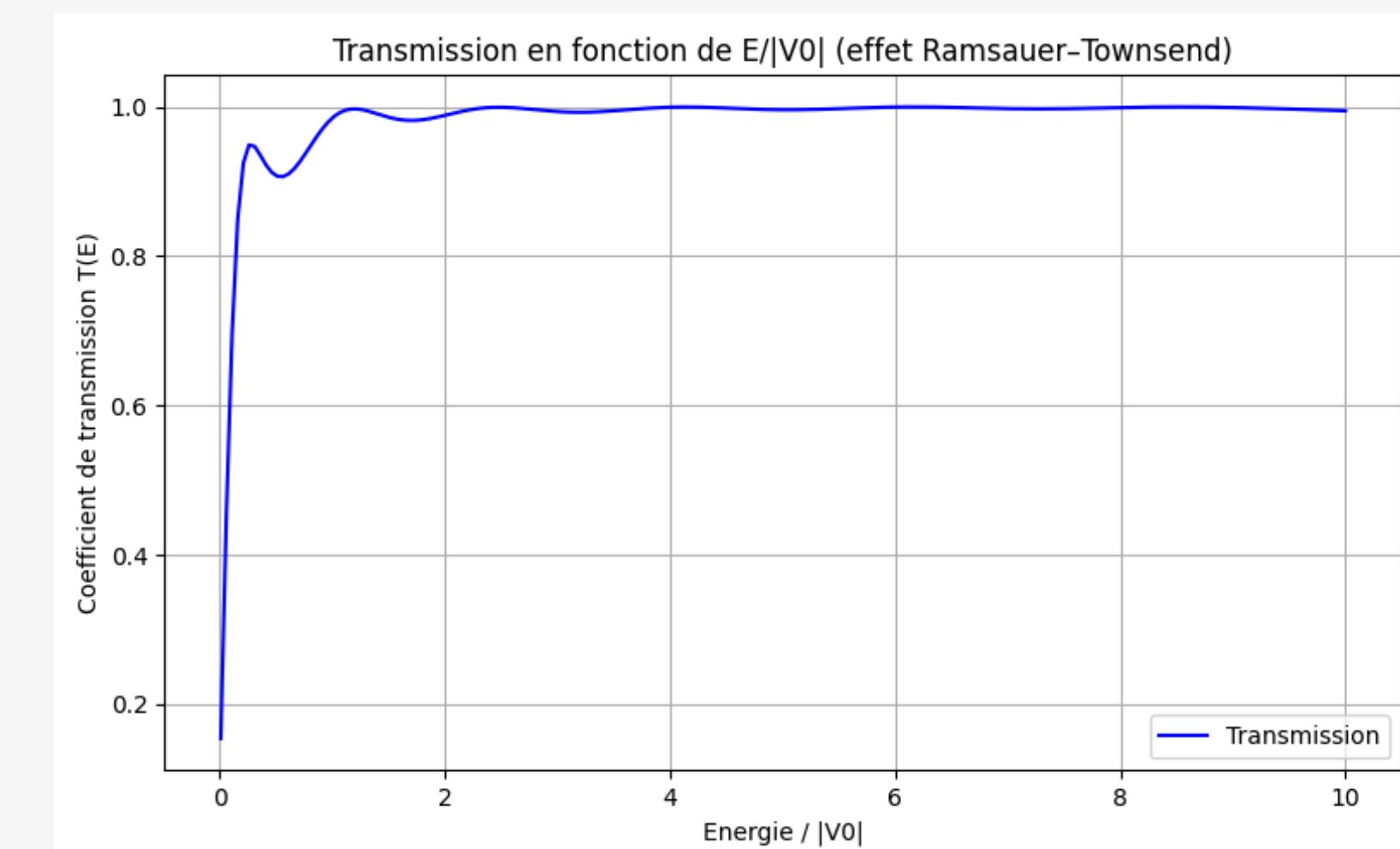
Effet Ramsauer-Townsend

# Comparaison des prédictions avec les mesures expérimentales

## Mesures expérimentales



## Prédictions



# Conclusion

**L'effet Ramsauer-Townsend est causé par la résonance de l'onde de l'électron dans un puits de potentiel créé par le dipôle pour un niveau d'énergie bien définie**

# Conclusion

## Pertinence du modèle du puits de potentiel

Permet d'observer l'effet Ramsauer–Townsend

Modélise les pics de transmission

Réflexion, transmission, interférence, résonance

## Limites du modèle expérimental

Potentiel 1D et non en 3D

Puits rectangulaire ce qui n'est pas le cas dans la réalité