Άσκηση 1

1)

Εποχή	x_k	$\sum_{i=0}^{3} w_i * x_i$	$y_{(k)} - f(x_k)$	$\beta * (y_{(k)} - f(x_k)) * x_{(k)}$	Βάρη $w_{(k+1)} = w_{(k)} + \beta * (y_{(k)} - f(x_k)) * x_{(k)}$ Αρχικά: (1, 1, -1, -1)
1	(1, 0, -1, 4)	-2	1 - 0 = 1	0.2*(1, 0, -1, 4) = (0.2, 0, -0.2, 0.8)	$w_{(1)}$ = (1.2, 1, -1.2, -0.2)
1	(1, 4, 0, -1)	5.4	0 - 1 = -1	-0.2*(1, 4, 0, -1) = (-0.2, -0.8, 0, 0.2)	$w_{(2)}$ = (1, 0.2, -1.2, 0)
1	(1, 2, 2, -1)	-1	1 - 0 = 1	0.2*(1, 2, 2, -1) = (0.2, 0.4, 0.4, -0.2)	$w_{(3)}$ = (1.2, 0.6, -0.8, -0.2)
1	(1, 3, -1, 0)	3.8	0 - 1 = -1	-0.2*(1, 3, -1, 0) = (-0.2, -0.6, 0.2, 0)	$w_{(4)}$ = (1, 0, -0.6, -0.2)
1	(1, -2, 1, -3)	1	1 - 1 = 0	0	$w_{(5)}$ = (1, 0, -0.6, -0.2)
1	(1, 0, -2, -1)	2.4	0 - 1 = -1	-0.2*(1, 0, -2, -1) = (-0.2, 0, 0.4, 0.2)	$w_{(6)}$ = (0.8, 0, -0.2, 0)
2	(1, 0, -1, 4)	1	1 - 1 = 0	0	$w_{(7)}$ = (0.8, 0, -0.2, 0)
2	(1, 4, 0, -1)	0.8	0 - 1 = -1	-0.2*(1, 4, 0, -1) = (-0.2, -0.8, 0, 0.2)	$w_{(8)}$ = (0.6, -0.8, -0.2, 0.2)
2	(1, 2, 2, -1)	-1.6	1 - 0 = 1	0.2*(1, 2, 2, -1) = (0.2, 0.4, 0.4, -0.2)	$w_{(9)}$ = (0.8, -0.4, 0.2, 0)
2	(1, 3, -1, 0)	-0.6	0 - 0 = 0	0	$w_{(10)}$ = (0.8, -0.4, 0.2, 0)
2	(1, -2, 1, -3)	1.8	1 - 1 = 0	0	$w_{(11)}$ = (0.8, -0.4, 0.2, 0)
2	(1, 0, -2, -1)	0.4	0 - 1 = -1	-0.2*(1, 0, -2, -1) = (-0.2, 0, 0.4, 0.2)	$w_{(12)}$ = (0.6, -0.4, 0.6, 0.2)
3	(1, 0, -1, 4)	0.8	1 - 1 = 0	0	$w_{(13)}$ = (0.6, -0.4, 0.6, 0.2)
3	(1, 4, 0, -1)	-1.2	0 - 0 = 0	0	$w_{(14)}$ = (0.6, -0.4, 0.6, 0.2)
3	(1, 2, 2, -1)	0.8	1 - 1 = 0	0	$w_{(15)}$ = (0.6, -0.4, 0.6, 0.2)
3	(1, 3, -1, 0)	-1.2	0 - 0 = 0	0	$w_{(16)}$ = (0.6, -0.4, 0.6, 0.2)
3	(1, -2, 1, -3)	1.4	1 – 1 = 0	0	$w_{(17)}$ = (0.6, -0.4, 0.6, 0.2)
3	(1, 0, -2, -1)	-0.8	0 - 0 =0	0	$w_{(18)}$ = (0.6, -0.4, 0.6, 0.2)

Τελικό διάνυσμα βαρών: **(0.6, -0.4, 0.6, 0.2)**

Παρατηρούμε πως χρειάστηκαν 3 εποχές για να καταλήξουμε στο τελικό διάνυσμα βαρών, καθώς στην $3^{η}$ εποχή δεν είχαμε καμία αλλαγή βαρών. Το παρών το δοκιμάσαμε και σε περιβάλλον colab σε γλώσσα python από το οποίο έχουμε το παρακάτω στιγμιότυπο, στο οποίο παρατηρούμε πως στην $3^{η}$ εποχή η λίστα New_Weights δεν μεταβάλλεται.

```
epoch3 and Vector is X1
current_sum = 0.8
 y(k)- f(xk) = 0
β*( y(k)- f(xk)) *x(k) = [0, 0, 0, 0]
New_Weights = [0.6, -0.4, 0.6, 0.2]

epoch3 and Vector is X2
current_sum = -1.2
 y(k)- f(xk) = 0
β*( y(k)- f(xk)) *x(k) = [0, 0, 0, 0]
New_Weights = [0.6, -0.4, 0.6, 0.2]

epoch3 and Vector is X3
current_sum = 0.7999999999999998
 y(k)- f(xk) = 0
β*( y(k)- f(xk)) *x(k) = [0, 0, 0, 0]
New_Weights = [0.6, -0.4, 0.6, 0.2]

epoch3 and Vector is X4
current_sum = -1.2
 y(k)- f(xk) = 0
β*( y(k)- f(xk)) *x(k) = [0, 0, 0, 0]
New_Weights = [0.6, -0.4, 0.6, 0.2]

epoch3 and Vector is X5
current_sum = 1.4
 y(k)- f(xk) = 0
β*( y(k)- f(xk)) *x(k) = [0, 0, 0, 0]
New_Weights = [0.6, -0.4, 0.6, 0.2]

epoch3 and Vector is X6
current_sum = -0.8
 y(k)- f(xk) = 0
β*( y(k)- f(xk)) *x(k) = [0, 0, 0, 0]
New_Weights = [0.6, -0.4, 0.6, 0.2]
```

2) Για το διάνυσμα (-1, 2, 2) έχουμε:

$$\sum_{i=0}^{3} \mathbf{w_i} * \mathbf{x_i} = \mathbf{0.6} + (-\mathbf{1} * -\mathbf{0.4}) + \mathbf{2} * \mathbf{0.6} + \mathbf{2} * \mathbf{0.2} = \mathbf{2.6} > 0 \text{, άρα } \boldsymbol{f(x)} = \mathbf{1}$$

Άρα θα ταξινομηθεί στην κλάση Β.

Άσκηση 2

Διάνυσμα	Ευκλείδια Απόσταση Από (-1, 2, 2)	Κλάση	kNN 1	kNN 3
(0, -1, 4)	$\sqrt{14}$	**B**	**B**	**B**
(4, 0, -1)	$\sqrt{30}$	**A**	**-**	**-**
(2, 2, -1)	$\sqrt{18}$	**B**	**-**	**B**
(3, -1, 0)	$\sqrt{29}$	**A**	**-**	**-**
(-2, 1, -3)	$\sqrt{27}$	**B**	**-**	**-**
(0, -2, -1)	$\sqrt{26}$	**A**	**-**	**A**
Αποτέλεσμα		**-**	**B**	**B**

Βρίσκουμε πως και οι δύο ταξινομητές ταξινομούν το διάνυσμα (-1, 2, 2) στην κλάση B. Συγκεκριμένα με τον ταξινομητή ενός πλησιέστερου γείτονα έχουμε μικρότερη απόσταση την $\sqrt{14}$ η οποία ανήκει στην κλάση B, συνεπώς το σημείο κατατάσσεται στην κλάση B. Με τον ταξινομητή 3 πλησιέστερων γειτόνων προκύπτουν 2 αποστάσεις που ανήκουν στην κλάσση B και 1 απόσταση που ανήκει στην κλάσση A, συνεπώς το σημείο κατατάσσεται στην κλάση B.

Άσκηση 3

1)

P(άνδρας) = 0.51

P(γυναίκα) = 0.49

2) P(άνδρας|καπνιστής) $= \frac{P(καπνιστής|άνδρας)*P(άνδρας)}{P(καπνιστής)} =$

$$\frac{P(καπνιστής|άνδρας)*P(άνδρας)}{P(καπνιστής|άνδρας)*P(άνδρας)+ P(καπνιστής|γυναίκα)*P(γυναίκα)} =$$

$$\frac{0.095*0.51}{0.095*0.51+0.017*0.49} \approx 0.85$$

Άσκηση 4

Έχουμε τα ασαφή σύνολα:

$A_1 = 0.2/x_1 + 1/x_2 + 0.8/x_3$

$A_2 = 1/y_1 + 0.09/y_2$

$B = 0.7/z_1 + 1/z_2$

Δίνεται ο ασαφής κανόνας:

Αν X είναι A_1 και Y είναι σχετικά A_2 τότε η Z είναι B.

Η πρόταση ερμηνεύεται ως εξής:

το 〈X , Y, Z〉 είναι R, όπου $R(x, y, z) = J(i(A_1(x), h(A_2(x))), B(z))$

Και $h(A_2(x)) = \sqrt{A2} = 1/y_1 + 0.3/y_2$

$i(A_1(x), h(A_2(x))) = {}_{\min}(A_1(x), h(A_2(x))) = 0.2/x_1,y_1 + 0.2/x_1,y_2 + 1/x_2,y_1 + 0.3/x_2,y_2 + 0.8/x_3,y_1 + 0.3/x_3,y_2$

Από συνεπαγωγή Mamdani έχουμε:

$J(i(A_1(x), h(A_2(x))), B(z)) = {}_{\min}(A_1(x), h(A_2(x)), B(z)) =$

$0.2/x_1,y_1,z_1 + 0.2/x_1,y_1,z_2 + 0.2/x_1,y_2,z_1 + 0.2/x_1,y_2,z_2 + 0.7/x_2,y_1,z_1 + 1/x_2,y_1,z_2 + 0.3/x_2,y_2,z_1 + 0.3/x_2,y_2,z_2 + 0.7/x_3,y_1,z_1 + 0.8/x_3,y_1,z_2 + 0.3/x_3,y_2,z_1 + 0.3/x_3,y_2,z_2$

Αν $X=x_2$ και $Y=y_1$ τότε έχω έξοδο: $0.7/z_1$ και $1/z_2$