3.8 Pruebas para razón de varianzas

Aunque un investigador ya debería haber contemplado en el diseño y ejecución del experimento el cumplimiento del supuesto que establece la igualdad de las varianzas poblacionales, existe una prueba para chequear su validez.

Esta prueba se conoce con el nombre de prueba de igualdad de dos varianzas poblacionales y la distribución de probabilidad que utilizaremos es la distribución ya F aprendida.

La hipótesis nula que consideramos aquí es la siguiente:

$$H_0)\quad \sigma_a^2 = \sigma_b^2 \qquad \text{ó} \qquad \frac{\sigma_a^2}{\sigma_b^2} = 1$$

Por la forma de presentación de la hipótesis nula la prueba se denomina prueba de cociente de varianzas.

La hipótesis alternativa será, en consecuencia:

$$H_1)\quad \sigma_a^2 \neq \sigma_b^2 \qquad \text{ó} \qquad \frac{\sigma_a^2}{\sigma_b^2} \neq 1$$

El estadístico para llevar a cabo este tipo de prueba de hipótesis, es el siguiente:

$$F = \frac{\dfrac{S_a^2}{\sigma_a^2}}{\dfrac{S_b^2}{\sigma_b^2}}$$

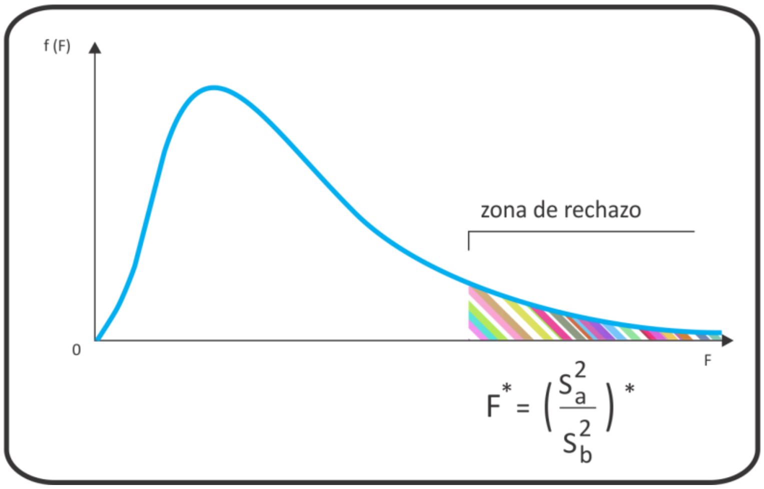
y, como bajo la hipótesis nula $\sigma_b^2 = \sigma_a^2$ entonces:

$$F = \frac{S_a^2}{S_b^2}$$

Este estadístico tiene distribución F con (n_a – 1) y (n_b - 1) grados de libertad.

En realidad la prueba debería ser una prueba bilateral ($H_0: \sigma_a^2 / \sigma_b^2 = 1$, y$H_1: \sigma_a^2 / \sigma_b^2 \neq 1$) pero generalmente se adopta el criterio de ubicar en el numerador a la varianza muestral mayor. Por ello, la prueba de igualdad de varianzas poblacionales será una prueba unilateral derecha (zona de rechazo de la hipótesis nula a la derecha de la curva de probabilidad de la distribución F).

Gráficamente, tenemos:



Si el investigador establece un nivel de significación de $\alpha = 0.05$, el valor crítico será:

$$\left(\frac{S_a^2}{S_b^2}\right)^* = F_{0,95;\,(n_a - 1);\,(n_b - 1)}$$

La evidencia muestral para tomar la decisión de rechazar o no la hipótesis nula es el cociente de varianzas muestrales:

$$S_a^2 / S_b^2$$

La regla de decisión será:

$$\text{Si } \left(\frac{S_a^2}{S_b^2}\right) \geq \left(\frac{S_a^2}{S_b^2}\right)^*$$

se decidirá rechazar la hipótesis de igualdad de varianzas poblacionales.

En cambio si:

$$\left(\frac{S_a^2}{S_b^2}\right) < \left(\frac{S_a^2}{S_b^2}\right)^*$$

se tomará la decisión de no rechazar la hipótesis nula.

Vamos a probar la igualdad de las varianzas poblacionales en nuestro ejemplo de las vacas lecheras.

$$F = \frac{S_b^2}{S_a^2} = \frac{4,1}{2,4} = 1,71$$

Como los dos grupos de vacas en estudio tienen el mismo tamaño, $n_a - 1 = n_b - 1 = 10 - 1 = 9$, debemos comparar el valor de F determinado por el cociente de varianzas muestrales con una $F_{(9;\ 9;\ 0,95)}$.

Buscando este valor en la tabla F, encontramos:

$F_{(9;\ 9;\ 0,95)} = 3,18$

El valor de F observado (1,71) es menor que el valor tabulado por lo cual tomaremos la decisión de no rechazar la hipótesis nula.

En conclusión, los dos grupos de vacas provienen de una población con varianza común σ^2_{θ} .