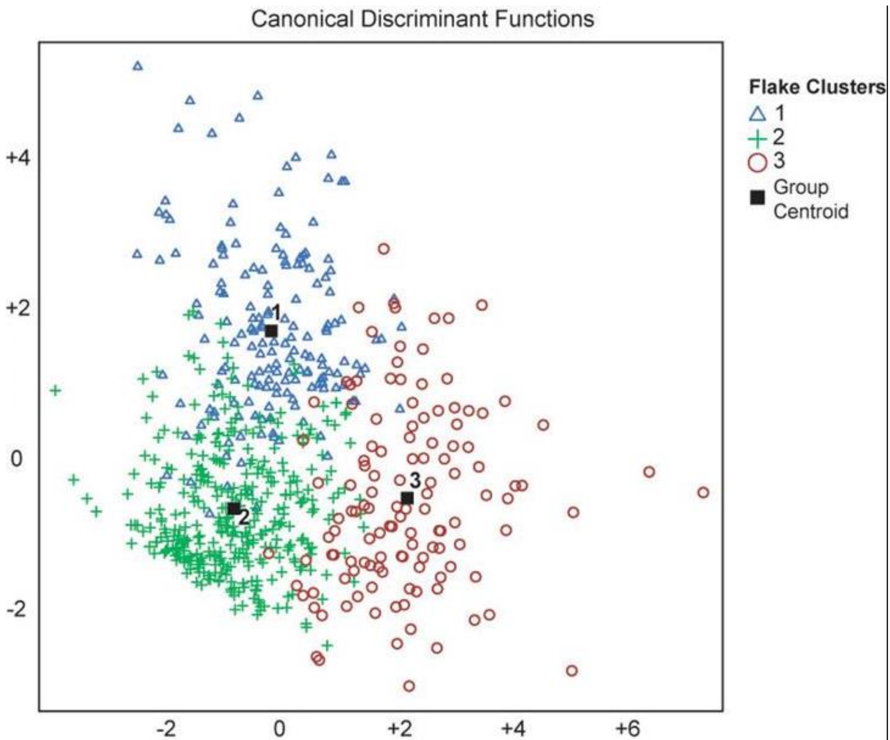
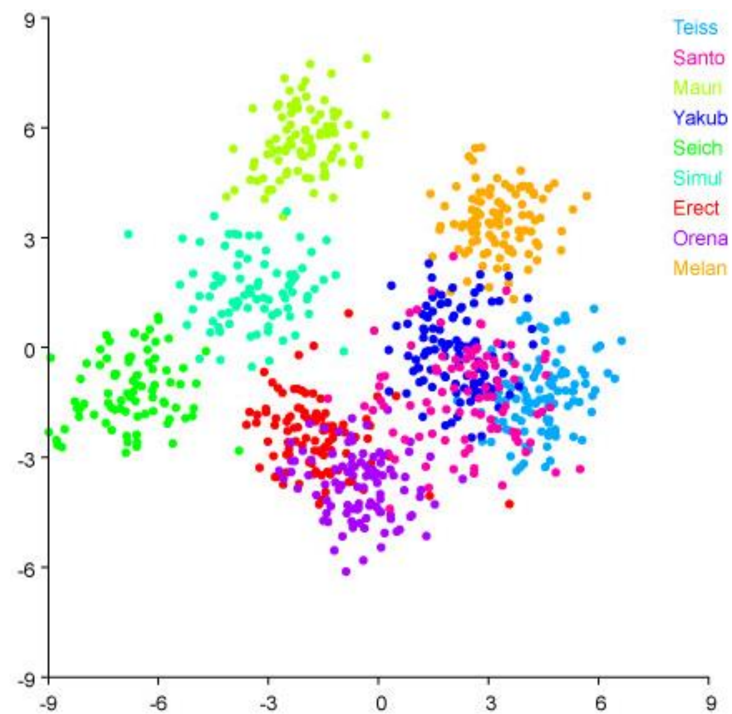
ANÁLISIS DISCRIMINANTE CANÓNICO (CDA)

ANÁLISIS DISCRIMINANTE

Descripción

El Análisis Discriminante Canónico es la generalización del Análisis Discriminante ya que busca encontrar las $k - 1$ funciones discriminantes (coordenadas canónicas) que no están correlacionadas y define el espacio que mejor separa a los grupos.





Descripción

Técnica de *reducción de dimensiones* por medio de nuevas variables a partir de *combinaciones lineales* para separar grupos de observaciones. Las variables canónicas deben de contener toda la información útil de las variables originales.

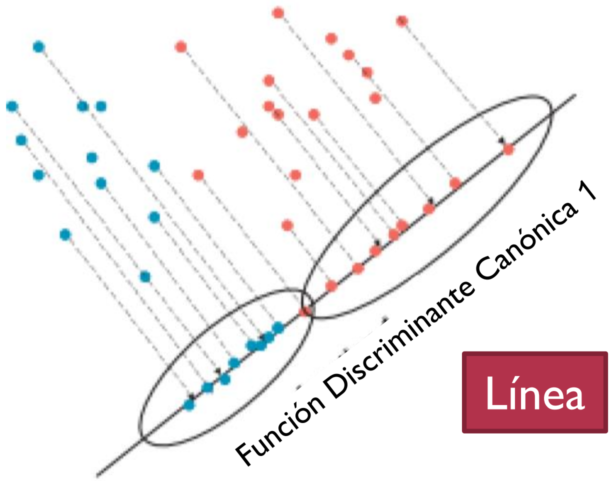
La nueva variable está representada por un eje, denominado *eje discriminante* sobre la cual se proyectan los individuos. Permite visualizar las distancias reales entre las poblaciones bajo investigación además de desarrollar reglas sencillas.

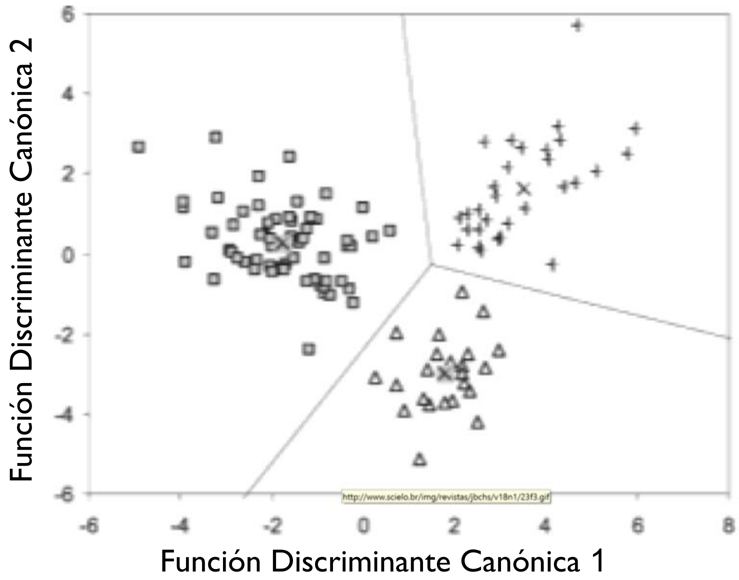
En general se pueden encontrar q combinaciones lineales (ejes discriminantes) que separen los grupos:

$$Max\ q = min\ [k - 1, p]$$

Ejemplo

Al igual que el Análisis de Componentes Principales, el Análisis Discriminante Canónico busca reducir la dimensionalidad creando nuevas variables al proyectar las observaciones en un nuevo hiperplano mediante la función discriminante canónica de las variables originales. Ejemplo:





k = 2 grupos
p = 4 variables

Max FDC = 1

k = 3 grupos
p = 4 variables

Plano

Max CDF = 2

Descripción

Técnica de *reducción de dimensiones* por medio de nuevas variables a partir de *combinaciones lineales* para separar grupos de observaciones. Las variables canónicas deben de contener toda la información útil de las variables originales.

La nueva variable está representada por un eje, denominado *eje discriminante* sobre la cual se proyectan los individuos. Permite visualizar las distancias reales entre las poblaciones bajo investigación además de desarrollar reglas sencillas.

En general se pueden encontrar q combinaciones lineales (ejes discriminantes) que separen los grupos:

$$Max\ q = min\ [k - 1, p]$$

Modelo matemático

$$Z_1 = b_{11}X_1 + b_{12}X_2 + \cdots + b_{1p}X_p$$

$$Z_2 = b_{21}X_1 + b_{22}X_2 + \cdots + b_{2p}X_p$$

$$\vdots$$

$$Z_i = b_{i1}X_1 + b_{i2}X_2 + \cdots + b_{ip}X_p \qquad i = 1, \dots, q$$

Z_i no correlacionado con i-1 anteriores.

El coeficiente b_{ip} se encuentran los vectores W^{-1} B correspondiente al eigenvalor λ_i. Además λ_1 > λ_2 >…> λ_p

Sea:

$$B = \sum_{i=1}^{k} n_i(\hat{\mu}_i - \hat{\mu})(\hat{\mu}_i - \hat{\mu})' \qquad W = \sum_{i=1}^{k} \sum_{r=1}^{n_i} (x_{ri} - \hat{\mu}_i)(x_{ri} - \hat{\mu}_i)'$$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k} n_i \hat{\mu}_i \qquad n = \sum_{i=1}^{k} n_1$$

Resumen…

- DA implica obtener una combinación lineal de dos o mas variables independientes que discriminen mejor entre los grupos definidos *a priori*.
- DA ayuda a perfilar las características de los sujetos (u observaciones) dentro del o los grupos para realizar una adecuada asignación de un nuevo miembro.
- CDA es útil para presentar los datos proyectados hacia un espacio canónico.
- CDA permite reducir la dimensionalidad de un problema buscando combinaciones lineales de las variables.