*Mario Bajo Traver**

Aplicaciones prácticas del Análisis de Componentes Principales en Gestión de Carteras de Renta Fija (I). Determinación de los principales factores de riesgo de la curva de rendimientos

Practical applications of Principal Component Analysis in Fixed Income Portfolio Management (I): Determination of the main risk factors of the yield curve

RESUMEN

El análisis de componentes principales (PCA) es una técnica estadística de análisis multivariante que se emplea para extraer información relevante de un conjunto inicial de variables correlacionadas transformándolas en variables no correlacionadas, con el objeto de identificar patrones y estructuras. El objetivo de este artículo es utilizar la técnica de PCA para determinar los principales factores de riesgo de la curva de rendimientos, con un énfasis especial en la gestión activa de carteras de renta fija, proporcionando el enfoque del gestor de carteras o *practitioner*.

Palabras claves: análisis de componentes principales / gestión activa de carteras / renta fija / tipos de interés / factor de riesgo.
Códigos JEL: G11, G12.

ABSTRACT

The principal component analysis (PCA) is a statistical technique of multivariate analysis, which is used to extract relevant information from an initial set of correlated variables transforming them into uncorrelated variables in order to identify patterns and structures. The aim of this paper is to use the technique of principal component analysis to identify the main risk factors in the yield curve, with a special emphasis on the active management of fixed income portfolios, providing the approach of a portfolio manager or practitioner.

Keywords: principal component analysis / active portfolio management / fixed income / interest rates / risk factor.
JEL Classification: G11, G12.

Recibido: 3 de febrero 2014 **Aceptado: 2 de marzo de 2014**

* **Licenciado en Ciencias Económicas por la Universidad Autónoma de Madrid. MSc en Economía por la *London School of Economics*. Profesor de Finanzas en la EFA y el Instituto BME. Actualmente trabaja en la División de Gestión de Activos del Banco de España. Contacto: mariobajo@gmail.com**

Mario Bajo Traver: Aplicaciones prácticas del Análisis de Componentes Principales en Gestión de Carteras de Renta Fija (I). Determinación de los principales factores de riesgo de la curva de rendimientos. Practical applications of Principal Component Analysis in Fixed Income Portfolio Management (I): Determination of the main risk factors of the yield curve
***Análisis Financiero,* n.º 124. 2014. Págs.: 20-36**

«*La simplicidad es lo más difícil de conseguir en este mundo, es el último límite de la experiencia y el último esfuerzo del genio*».

George Sand (Francia, 1804-1878)

1. INTRODUCTION

El análisis de componentes principales (*Principal Component Analysis o PCA*) es una técnica estadística de análisis multivariante. Esta metodología de análisis se emplea para extraer información relevante de un conjunto inicial de variables correlacionadas transformándolas en variables no correlacionadas, con el objeto de identificar patrones y estructuras, y cuantificar la importancia de cada una de ellas la hora de determinar la variabilidad en dicho conjunto de datos. Estas características hacen que el PCA haya sido empleado desde hace tiempo en el área de las finanzas dadas sus múltiples aplicaciones prácticas aunque, en la realidad, dicha técnica estadística no está muy extendida en el ámbito de la gestión de carteras.

Un elemento que hace que esta metodología de análisis sea especialmente atractiva para el análisis y la gestión de carteras de renta fija, es el hecho de que partiendo de un conjunto de rentabilidades de bonos de distintos vencimientos, el PCA permite identificar y reducir el análisis a un número relativamente pequeño de determinantes de la ETTI, es decir, permite cuantificar los principales factores de riesgo que determinan la dinámica de la curva de tipos: nivel, pendiente y curvatura.

Otro punto a favor del uso de PCA en renta fija es el enfoque que emplea para calcular y cubrir el riesgo de tipo de interés de una cartera. De manera habitual, el gestor utiliza la duración modificada como métrica representativa del riesgo de tipo de interés de su cartera, lo que implícitamente asume una correlación perfecta entre todos los puntos de la ETTI, sin una estructura de volatilidad. La mejora introducida por Ho (1992) con el concepto de duración parcial (*key rate duration*), sigue adoleciendo de un problema clave: no tiene en cuenta las varianzas y la correlación entre los distintos vértices de la curva. El PCA trata de cubrir este gap, teniendo en cuenta tanto la estructura de volatilidad de los tipos de interés como su correlación.

Sin ánimo de ser exhaustivos, además del análisis de los principales determinantes de una curva de tipos, algunas de las aplicaciones prácticas del PCA en gestión de carteras de renta fija son la cobertura o inmunización de la duración de una cartera de bonos y la detección de oportunidades de valor relativo en la ETTI, en donde el gestor trata de generar valor añadido al retorno de la cartera sin tomar una posición direccional de mercado, construyendo carteras o *trades* curva-neutral. También, en ocasiones en las cuales el gestor desea adoptar una posición determinada en curva, el PCA sirve para calcular posiciones que tienen en cuenta la dinámica de la curva de tipos y sus distintos factores de riesgo, por ejemplo mediante estrategias de pendiente o estrategias *butterfly* ponderadas por PCA, que permiten tener en cuenta los cambios de nivel y los cambios de pendiente. Asimismo, esta metodología puede aplicarse para analizar bonos con riesgo de crédito, emisiones en distintas divisas, CDS de distintos emisores, análisis de varias curvas o para llevar a cabo un ejercicio de atribución de resultados.

El objetivo de este artículo es utilizar la técnica de análisis de componentes principales para determinar los principales factores de riesgo de la curva de rendimientos, con un énfasis especial en la gestión activa de carteras de renta fija y sin entrar, más de lo estrictamente necesario, en los desarrollos matemáticos, es decir, proporcionando el enfoque del gestor de carteras o *practitioner*.

2. PCA Y ALGUNOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS

El PCA se emplea para estudiar la relación existente entre un grupo de p variables correlacionadas entre sí (como pueden ser las series históricas de las rentabilidades de los bonos que componen una curva de tipos de interés) y que contienen una información común. Para ello PCA transforma el conjunto inicial de variables en un conjunto de variables nuevas denominadas componentes o factores y que no están correlacionadas entre sí, es decir, que no aportan información redundante entre ellas.

Estas nuevas variables son combinaciones lineales de las variables iniciales y se van construyendo según el orden de importancia en cuanto a la variabilidad total que explican de los datos iniciales.

La técnica de PCA se define matemáticamente como una transformación lineal ortogonal que transforma un conjunto de variables iniciales a un nuevo sistema de coordenadas de manera que la mayor varianza[1] se sitúa en la primera coordenada (llamado el primer componente principal o PC1), la segunda mayor varianza en la segunda coordenada, y así sucesivamente.

Desde un punto de vista práctico el PCA busca generar un número menor de variables ***m*** **(*m* < *p*),** de manera que no estén correlacionadas entre sí y a su vez recojan la mayor parte de la información de los datos iniciales sujetos a análisis. Es decir, el PCA trata de solucionar dos problemas comunes en el análisis de datos:

a. La dificultad para identificar la relación entre las variables cuando empleamos un número elevado de ellas, lo cual hace necesario reducir el número de variables (lo que se denomina "reducción de dimensión").
b. Muchas veces dichas variables pueden estar correlacionadas entre sí, siendo difícil visualizar e identificar las relaciones entre ellas.

Aunque el desarrollo matemático[2] de la técnica de componentes principales no es el objeto principal del artículo, es necesario poseer algunas nociones básicas de la misma. Para ello, resulta imprescindible manejar una serie de conceptos que serán empleados posteriormente en la aplicación de la metodología de PCA.

Supongamos un conjunto inicial de ***p*** variables que queremos analizar ($x_1, x_2, \dots, x_p$), las cuales están correlacionadas entre sí[3], como pueden ser las series temporales de los distintos tipos de interés que componen una curva de rendimientos de un mismo emisor.

Una de las características del PCA es trabajar con variables que revierten a su media, por lo que como primer paso, se procede a transformar las variables originales, bien expresándolas como desviaciones respecto a su media o bien tipificándolas[4]. Dado que los tipos de interés son variables que se expresan en la misma unidad, las variables se expresan en diferencias frente a su media muestral, no siendo necesario tipificarlas.

Seguidamente, se obtiene la matriz de varianzas y covarianzas[5] (Ω), una matriz cuadrada de dimensión *pxp*, que posee en su diagonal principal las varianzas σ^2_i de cada variable inicial x_i, y en los elementos no diagonales las correspondientes covarianzas σ_{ij}.

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \cdots & \sigma_p^2 \end{bmatrix}$$

El objetivo del análisis es obtener un conjunto de ***p*** variables finales o "**componentes principales**" ($y_1, y_2, \dots, y_p$), las cuales no están correlacionadas entre sí pero reflejan la variabilidad del conjunto inicial y se definen como **combinación lineal** de todas las variables iniciales, es decir,

$$y_j = a_{j1}x_1 + a_{j2}x_2 + \dots + a_{jp}x_p \quad (j = 1,2,\dots, p)$$

para cada una de las ***p*** variables finales y_j y para cada observación muestral ***t***:

$$y_{jt} = a_{j1}x_{1t} + a_{j2}x_{2t} + \dots + a_{jp}x_{pt} \quad (t = 1,2,\dots, n)$$

De esta manera, podemos expresar matricialmente el **primer componente principal** (y_1) como:

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ \cdots \\ y_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{p1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1n} & \cdots & x_{p1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ \cdots \\ a_{1p} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{y}_1 = \mathbf{X}\,\boldsymbol{a}_1$$

$\boldsymbol{y}_1$ = Vector de dimensión (*nx1*) y primer componente principal (PC1)
X = Matriz de dimensión (*nxp*) de variables iniciales dispuestas en columnas
$\boldsymbol{a}_1$ = Vector de constantes (*px1*) para cada y_j : el autovector a_1 es pués el nexo que relaciona las variables originales con cada una de las variables transformadas o componentes principales.

Podemos expresar matricialmente las variables transformadas en función de los autovectores y de las variables iniciales:

$$\mathbf{Y' = A' X'}$$

En donde

Y' = matriz traspuesta[6] de componentes principales con dimensión (*pxn*)
A' = matriz traspuesta de autovectores con dimensión (*pxp*)
X' = matriz traspuesta de variables originales transformadas[7] con dimensión (*pxn*).

$$\begin{bmatrix} y'_1 \\ \cdots \\ y'_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'_1 \\ \cdots \\ a'_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_1 \\ \cdots \\ x'_p \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t_{11} & \cdots & t_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{p1} & \cdots & t_{pn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{p1} & \cdots & a_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{p1} & \cdots & x_{pn} \end{bmatrix}$$

Es decir, el elemento *n*-ésimo del primer componente principal Y_1 se define como:

$$y_{1n} = a_{11}x_{1n} + a_{12}x_{2n} + \ldots + a_{1p}x_{pn}$$

No obstante, podemos querer expresar la relación a la inversa, es decir, representar las variables iniciales como función de los componentes principales. Por ejemplo, como gestores de cartera, podemos querer expresar la variación de los tipos de interés en función de los tres grandes movimientos de la curva de rendimientos: movimientos de nivel, de pendiente y de curvatura (ver apartado 4).

De esta manera, partimos de la relación Y' = A' X' y premultiplicando ambos lados de la igualdad por $[A']^{-1}$

$$[A']^{-1}\,Y' = [A']^{-1}\,A'\,X' \qquad \Rightarrow \qquad X' = [A']^{-1}\,Y'$$

y sabiendo que A es una matriz ortogonal[8] $A^{-1} = A'$,

con lo que:

$$\mathbf{X' = A\ Y'}$$

En caso de que hubiéramos trabajado con los datos originales en desviaciones respecto a la media, tendríamos que añadir la media de los datos originales.

$$\mathbf{X'^{*} = (A\ Y') + \mu}$$

En donde

X'* = matriz traspuesta de variables originales, sin transformar, con dimensión (*pxn*).
μ = vector columna de *p* medias muestrales, con dimensión (*pxn*).

Recordemos que el autovalor λ_j corresponde a la varianza del componente principal y_j, la cual se define por medio del autovector a_j:

$$Var\,(y_j) = \lambda_j$$

Teniendo en cuenta que la matriz Λ de autovalores es diagonal, la variabilidad total de los componentes principales sería:

$$\textstyle\sum_{i=1}^{p} Var\,(y_i) = \sum_{i=1}^{p} \lambda_i = traza(\Lambda) = \sum_{i=1}^{p} Var\,(x_i)$$

La suma de varianzas de las variables originales (x_i) coincide con la suma de las varianzas de los componentes principales (y_i) y con la suma de los autovalores de la matriz de covarianzas muestral Ω.

De esta manera, podemos calcular el porcentaje de varianza total explicado por la componente principal i-ésima[9]:

$$\frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^{p} \lambda_i} = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^{p} Var\,(x_i)}$$

Asimismo, podemos determinar el porcentaje de la variabilidad total recogido por las *m* primeras componentes principales (*m*<*p*).

$$\frac{\sum_{i=1}^{m} \lambda_i}{\sum_{i=1}^{p} \lambda_i}$$

En las aplicaciones prácticas de PCA, seleccionamos un número menor de componentes principales, generalmente tres, de forma que recojan el porcentaje máximo de variabilidad total.

2.1. Algunas limitaciones del PCA

Algunas de las limitaciones del análisis de componentes principales son comunes a otras técnicas estadísticas o econométricas. Por ejemplo, en el estudio de los tipos de interés mediante el uso de datos históricos, se realiza el análisis de los movimientos futuros de la curva de tipos. Por lo tanto, una de las hipótesis implícitas en que se sustenta la validez de los resultados de esta técnica es que la dinámica de la curva de tipos en el futuro será similar a como ha sido en el pasado. Esta hipótesis es válida hasta que dicha dinámica de mercado cambia o se produce un cambio estructural. Un ejemplo de esto es la política monetaria expansiva seguida por la Reserva Federal de los EEUU desde 2008, momento en el cual la autoridad monetaria mantiene los tipos de interés en niveles mínimos debido a la debilidad en el crecimiento económico y el elevado desempleo, lo cual ha causado que la dinámica en los movimientos de los tipos de interés en la zona corta y la zona larga (2 y 10 años) haya cambiado en relación a como era antes. El hecho de que los tipos a corto han permanecido anclados a los tipos de intervención implica que la dirección de los tipos y los cambios de pendiente vengan determinados principalmente por el movimiento en los tipos a largo, cambiando sustancialmente la estructura de los autovectores.

De esta manera, la selección del periodo temporal se convierte en una de las principales decisiones a tomar para que los resultados puedan ser válidos. Asimismo, como técnica estadística que es, el PCA está sujeto a error de estimación, no obstante, la matemática subyacente a esta técnica multivariante pueda dar una falsa sensación de precisión.

La técnica de PCA también lleva implícita una serie de hipótesis sobre distribuciones que pueden resultar no ser del todo plausibles, como una matriz de varianzas y covarianzas fija durante todo el periodo muestral considerado (estacionariedad).

En algunas circunstancias es muy difícil, si no imposible, descubrir la verdadera interpretación económica de los componentes principales, ya que las nuevas variables generadas son combinaciones lineales de las variables originales. Es por tanto tarea del analista o gestor, desde un punto de vista subjetivo y basado en su conocimiento de las variables analizadas el asignar el “qué representa qué”.

Adicionalmente, para que la técnica de PCA funcione correctamente, hay que transformar las series de datos originales de manera que su media sea cero. Dicho proceso implica que los resultados del PCA son respecto a las variables transformadas, no respecto a las variables iniciales, lo cual hace que la interpretación y aplicación del PCA resulta más difícil.

Otro aspecto importante que puede afectar a los resultados obtenidos es la elección de los vencimientos dentro de la curva de rendimientos ya que el PCA trata a todos los vencimientos incorporados como equivalentes. Por lo tanto, la decisión de que vértices de la ETTI incorporar como *inputs* del modelo es un aspecto importante a tener en cuenta. Así, el gestor de carteras deberá incorporar aquellos tramos temporales de la curva en los cuales tiene libertad de acción para tomar posiciones, es decir, que sean representativos de su política de inversión y no incluir aquellos plazos en donde no puede posicionarse.

3. PCA Y LOS PRINCIPALES FACTORES DE RIESGO DE LA CURVA DE RENDIMIENTOS

Quizá la aplicación clásica por excelencia de la técnica de PCA en renta fija es la obtención y cuantificación de los principales determinantes de la dinámica de la curva de tipos de interés, es decir, de sus factores de riesgo. Para una curva de Tesoro considerada como libre de riesgo de *default*, los tres principales determinantes de los movimientos de la ETTI[10] son: la dirección del mercado[11] (*level*), la pendiente de la curva (*slope or steepness*) y la curvatura (*curvature*).

Como punto de partida, seleccionamos como variables iniciales a emplear en el PCA los puntos de la curva de rendimientos que mejor representan o bien el mercado

Cambios de nivel, pendiente y curvatura en la curva de tipos de interés

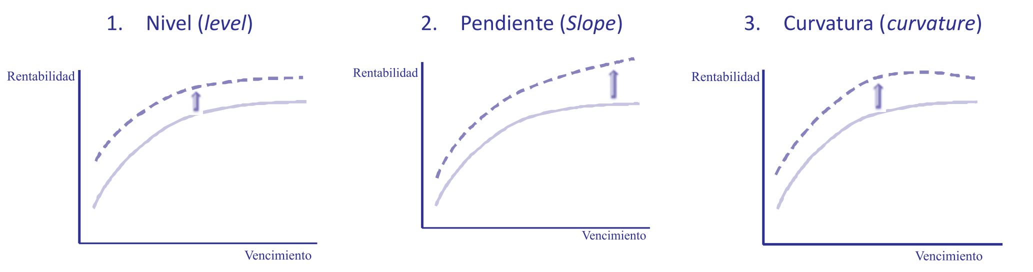


Gráfico 1

o bien nuestra cartera de renta fija y buscamos las series temporales de esos vértices. De esta manera, la matriz X inicial contiene las series históricas de los tipos de interés, ya sean en nivel, o en variación.

Generalmente en las aplicaciones de PCA en renta fija, el consenso de mercado es emplear las series de las variables:

1. En **nivel absoluto** (nivel de tipos de interés) cuando el objetivo del análisis es determinar las relaciones a largo plazo existente entre los distintos puntos de la curva, por ejemplo, a la hora de calcular los importes nominales necesarios para establecer una estrategia *butterfly* 2-5-10 ponderada por PCA.
2. En **diferencias** (variaciones de tipos de interés) cuando el objetivo es, por ejemplo, neutralizar la posición de duración de una cartera de bonos y necesitamos para ello calcular los ratios de cobertura (*hegde ratios*) correspondientes a cada vértice.

Una vez seleccionadas las variables iniciales se procede, mediante el uso de un software estadístico, al cálculo de autovectores y autovalores de la matriz de varianzas y covarianzas y la obtención de las componentes principales. Así, obtenemos un modelo factorial que relaciona variables iniciales y variables transformadas, en donde estas últimas son una combinación lineal de las primeras (ver gráfico 2). Como veremos más adelante, los tres primeros componentes principales representan los factores de riesgo de nivel, pendiente y curvatura en la ETTI.

Esta cuantificación de los distintos factores de riesgo en los tres determinantes de la curva, resulta especialmente relevante cuando queremos establecer una estrategia de inversión sobre un factor y que sea, a su vez, lo más inmune posible al resto de factores. Por ejemplo, si queremos construir una estrategia *butterfly* como pura apuesta de curvatura comprando en las alas el bono a 2 años y el bono a 10, y vendiendo el bono a 5 años (+2s/-5s/+10s), entonces nos gustaría neutralizar el resultado de dicho *trade* a cambios en la dirección del mercado así como a cambios de pendiente, de manera que sean únicamente las variaciones en el grado de concavidad/convexidad entre los tres vértices las que determinen el resultado de la estrategia.

No obstante, en la realidad, una estrategia *butterfly* puede arrojar una determinada correlación con estrategias puras de duración o con estrategias de pendiente (*steepening/ flattening*), arrojando en determinados momentos una elevada direccionalidad (positiva o negativa) tanto con el nivel de tipos de interés como con la pendiente de la curva[12], lo cual haría que la posición adoptada estuviera influida por factores no deseados. Los gráficos 3 y 4 muestran la relación entre una estrategia *butterfly* (+2s/-5s/+10s) y el nivel de tipos de interés, representado por la TIR del bono a 5 años y la pendiente 2-10 para el mercado de *Treasuries* estadounidense.

Interpretación del mercado a través del PCA

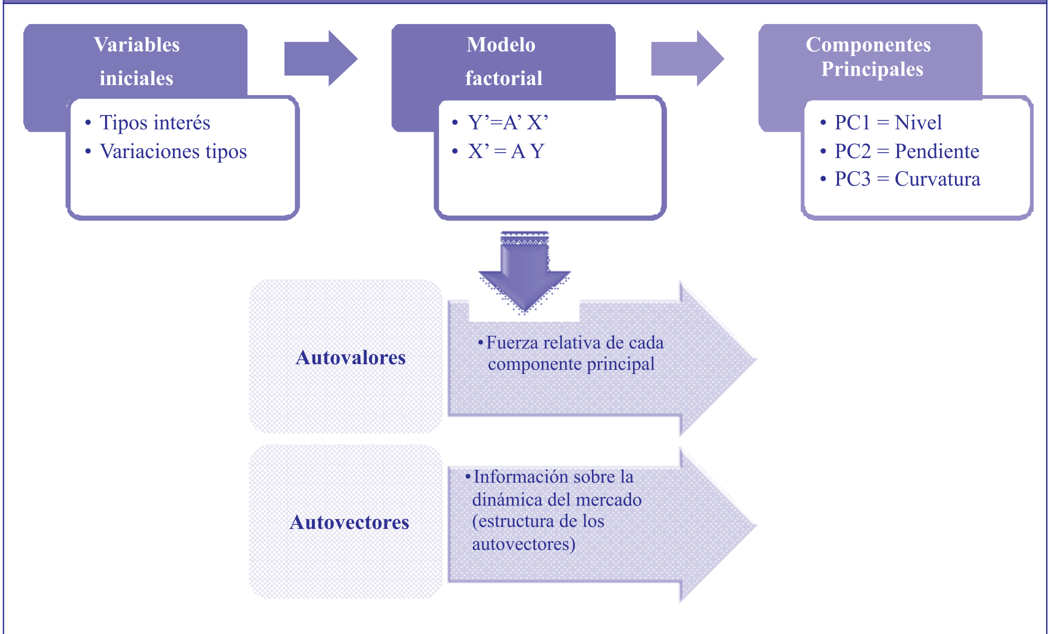


Gráfico 2

***Butterfly* 2-5-10 vs. TIR bono a 5Y**

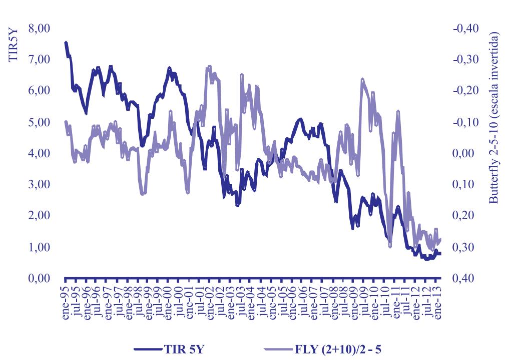


Gráfico 3

***Butterfly* 2-5-10 vs. Pendiente 2Y-10Y**

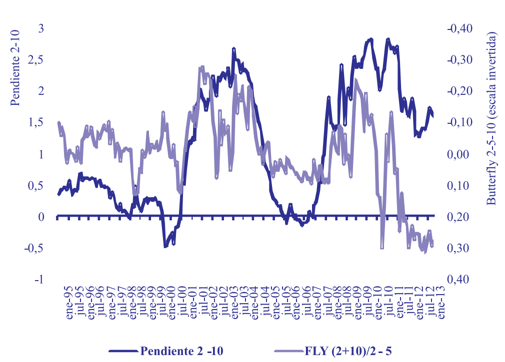


Gráfico 4

Fuente: Datos Bloomberg. Elaboración propia. Datos de 1995 a 2013.

A continuación llevamos a cabo un ejercicio de PCA sobre la curva de rendimientos del Tesoro estadounidense, tomando datos semanales de julio de 2010 a octubre de 2013. El gráfico 5 muestra la evolución de los distintos tipos de interés, tomando vencimientos de a 2 años hasta 30 años, pudiéndose apreciar la elevada correlación existente entre ellos.

Evolución de los tipos de interés en EEUU (Julio 2010 Octubre 2013)

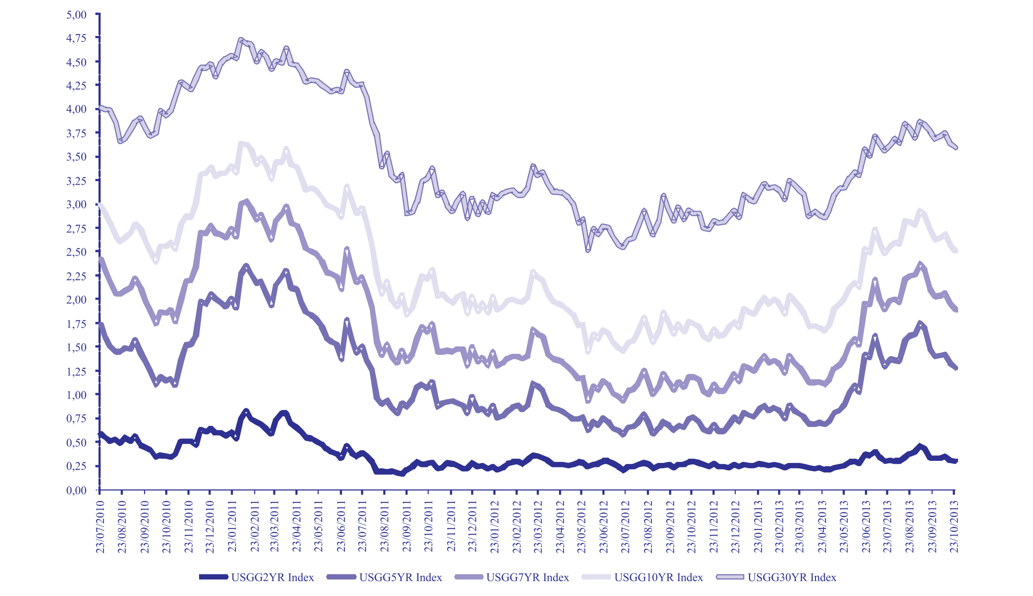


Gráfico 5

Como se ha comentado anteriormente, a través del PCA buscamos transformar un conjunto inicial de variables iniciales correlacionadas (tipos de interés) en una serie de variables finales o componentes principales no correlacionadas entre sí (factores de riesgo de la ETTI).

Los autovectores de la matriz de varianzas y covarianzas, también denominados "*factor loadings*", representan las relaciones estructurales y la dinámica del mercado, mientras que los autovalores reflejan la importancia relativa de cada componente principal a la hora de explicar la variabilidad total del conjunto inicial de variables. El gráfico 6 muestra los autovalores obtenidos en el análisis, pudiéndose apreciar como el primer componente principal explica más del 98% de la variabilidad de los movimientos de la curva estadounidense, mientras que los tres primeros factores conjuntamente, explican casi el 100%.

Esta es la situación típica que se obtiene al llevar a cabo un PCA sobre una única curva de rendimientos, lo cual significa que, independientemente del número de puntos de curva que tomemos inicialmente, toda la información del mercado de *Treasuries* puede ser reducida y expresada tan solo en función de tres variables.

Autovalores obtenidos del PCA de la curva de *Treasuries*

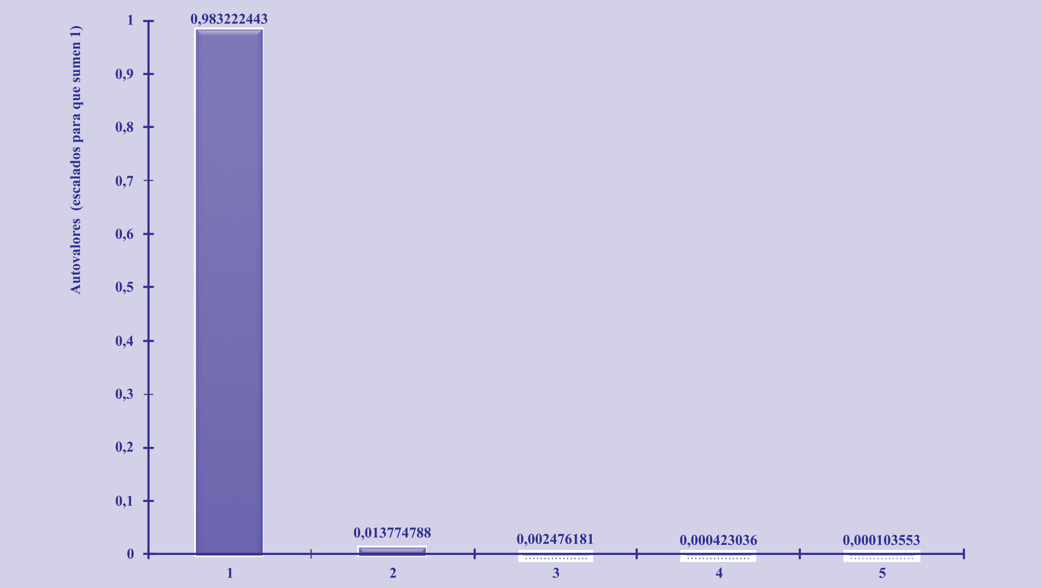


Gráfico 6

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, examinando los autovectores obtenidos, y más en concreto su forma, podemos extraer información estructural acerca del mercado de deuda pública estadounidense. El gráfico 7 muestra los 3 primeros autovectores de la curva norteamericana.

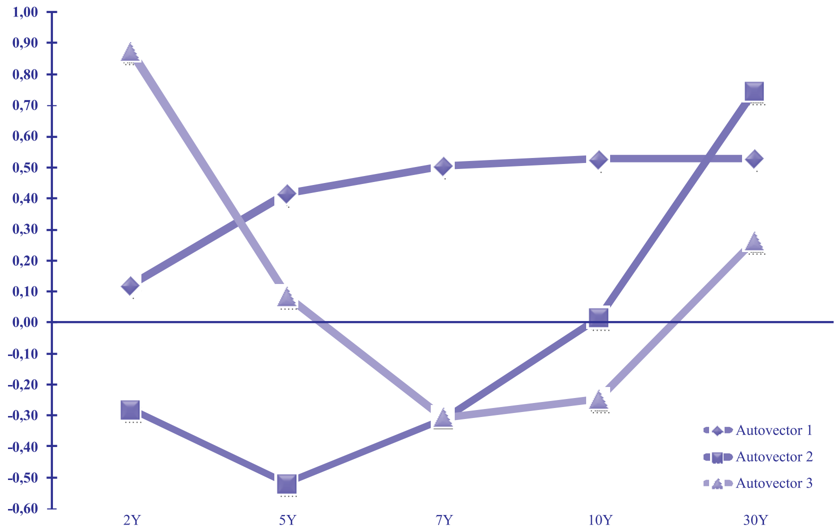
La interpretación de los autovectores se aprecia de manera más clara al hacernos la siguiente pregunta: ¿qué ocurre con los tipos de interés cuando el componente principal *i-ésimo* aumenta en 1 unidad?.

i) En el gráfico 7 podemos observar cómo un incremento de una unidad en el primer componente principal (Y_1 o PC1) se corresponde con un incremento en todos los tipos de interés en la curva dado que todos los elementos del autovector son positivos. De esta manera, **podemos interpretar el primer componente principal como el factor de riesgo de tendencia o direccionalidad de la curva de rendimientos**.

ii) Si a continuación nos fijamos en la forma de este primer autovector, podemos observar como si Y_1 aumenta en una unidad, **el aumento de rentabilidad producido en los distintos vértices de la curva no es idéntico**, sino que, para el horizonte temporal analizado, los tipos de la zona corta (2 y 5 años) aumentan en menor proporción que los de la zona larga (10 y 30 años). Es decir, **el PC1 no representa movimientos paralelos de curva** como los implícitos en la métrica de duración, sino **un desplazamiento de nivel que incorpora un cierto grado de pendiente y de curvatura**.

iii) La forma concreta en que este cambio de nivel se produce entre los distintos vértices de la curva, tiene su reflejo en los elementos del autovector. Si asumimos una variación de un punto básico en uno de los vértices, por ejemplo en la rentabilidad del bono a 5 años, calculando el ratio entre el resto de elementos del autovector y $a_{1,5}$ ($a_{1,i}/a_{1,5}$) podemos calcular cuánto varía cada tipo de interés por cada punto básico de incremento en el *belly* de la curva. Estos ratios constituyen lo que se denomina ***yield betas***[13] y son parte esencial en la cobertura de riesgo de tipo de interés mediante PCA.

Tres primeros autovectores del PCA de la curva de *Treasuries*



Autovector 1	0,120808934	0,415481544	0,504563526	0,52734274	0,529250007
Autovector 2	-0,278788834	-0,516353156	-0,310381521	0,017283951	0,747676923
Autovector 3	0,876633422	0,087156628	-0,304481067	-0,245486728	0,266355238

Gráfico 7

Fuente: Elaboración propia.

Pasando a la interpretación del segundo autovector, si Y_2 incrementa en una unidad, los tipos en la zona corta caen y en la zona larga a partir del 7 años aumentan tal y como se aprecia en los valores del autovector a_2 que cruzan el eje x una vez. Por lo tanto, el segundo componente principal **PC2 refleja el factor de riesgo de la pendiente de la curva de tipos que no está ya incorporado en el PC1**, es decir, sin tener en cuenta los cambios de pendiente inherentes a movimientos direccionales ya capturados en el primer autovector. Y de la misma manera que antes, la forma del autovector revela y cuantifica la forma de los movimientos de *steepening* y *flattening* de los distintos puntos de la curva.

Y por último, si Y_3 aumenta en 1, los tipos a corto a aumentan (2 y 5 años), los tipos en la zona media y larga caen (7 y 10 años) y los tipos a muy largo plazo (30 años) repuntan, lo cual **interpretamos como el factor de riesgo de la curvatura no recogido ya en el**

PC1 y el PC2. Este efecto se ve en los elementos del autovector a_3 que cortan el eje x dos veces.

El gráfico 8 muestra la evolución temporal de los tres primeros componentes principales, mientras que el gráfico 9 pone de manifiesto la relación existente entre los distintos componentes principales (no correlacionados entre sí) y los factores de riesgo de curva correspondientes.

Evolución temporal de los componentes principales

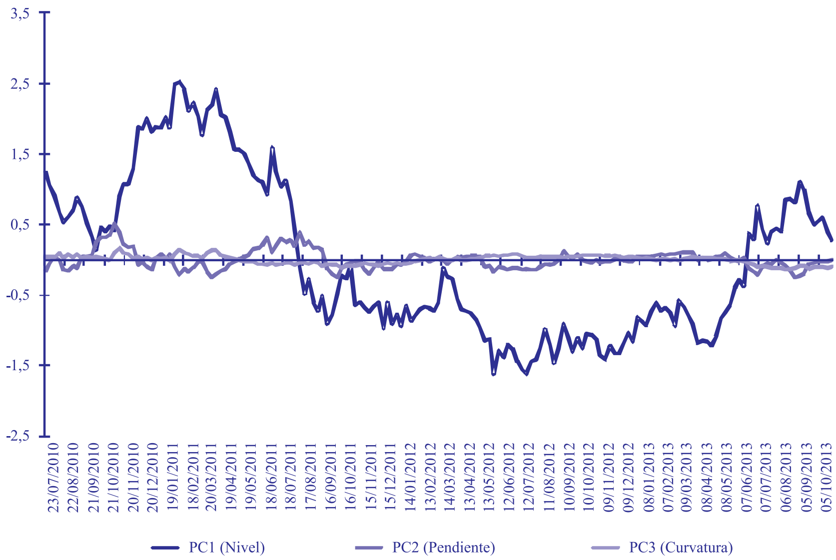


Gráfico 8

Fuente: Elaboración propia.

En primer lugar vemos la evolución del PC1, al que hemos asociado el factor de riesgo de direccionalidad, en relación a la TIR del bono a 10 años. En segundo lugar, la evolución del PC2, al que hemos asociado el factor de riesgo de pendiente, aparece junto a la pendiente 5-30, y en tercer lugar vemos la evolución del PC3, al que hemos definido como el efecto de curvatura, junto a una estrategia butterfly (+5,-7,+30). De igual manera que los autovalores van siendo cada vez menores en cada componente principal por su menor explicación de la variabilidad total, el coeficiente de determinación en una regresión lineal de cada componente y la variable correspondiente va siendo también menor.

Relación entre componentes principales y factores de riesgo

Gráfico 9

Fuente: Elaboración propia.

Finalizamos con una breve reflexión en relación al periodo muestral a emplear en el PCA, dado que al igual que ocurre en otras técnicas de análisis, éste va a determinar que el resultado obtenido sea uno u otro. Generalmente, el uso de un periodo muestral relativamente largo suele aportar mayor estabilidad a los parámetros, pero se asume el riesgo de que haya habido un cambio estructural en las variables o que la dinámica actual de mercado sea muy distinta de esas estimaciones de largo plazo. Por el contrario, un periodo de estimación excesivamente corto puede estar sesgado por la coyuntura actual, arrojando parámetros que no son estables a medio y largo plazo.

A continuación, llevamos a cabo un ejercicio empírico sobre la curva de Treasuries para ver la estabilidad del autovector a_1 del primer componente principal (por ser el más representativo), analizando para ello variaciones semanales de varios tipos de interés desde 3 meses hasta 30 años para un periodo comprendido entre 1977 y 2013.

Evolución de los tipos de interés de los *Treasuries* en EEUU (1977-2013)

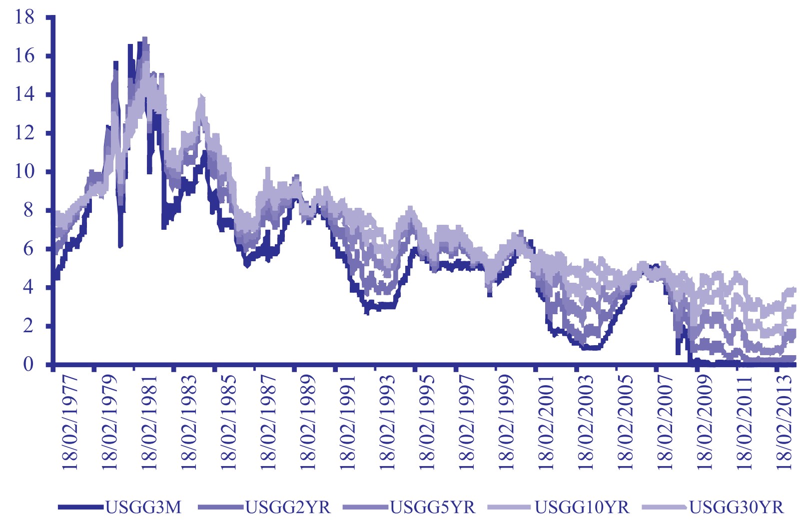


Gráfico 10

Fuente: Datos Bloomberg. Elaboración propia. Datos de 1977 a 2013.

- En primer lugar, calculamos el autovector para distintas ventanas temporales, corriendo el análisis con periodos muestrales de distinta amplitud, desde 3 años hasta el periodo muestral completo (1977-2013).
- En segundo lugar repetimos el análisis, pero esta vez en lugar de segmentar por la longitud del periodo, lo hacemos en base a si nos encontramos en un mercado alcista con bajadas de las rentabilidades, en un mercado bajista con repuntes en las Tires o si el mercado está moviéndose en rango sin una tendencia muy definida. El gráfico 11 muestra la subdivisión realizada en base a la tendencia del tipo de interés a 10 años empleado como referencia.

Mercados alcistas, bajistas y laterales en base a movimientos en la TIR del *Treasury* a 10 años

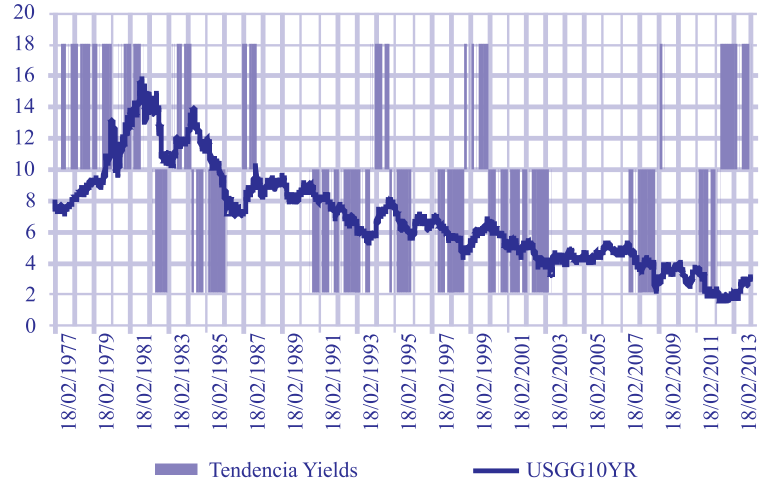


Gráfico 11

Fuente: Datos Bloomberg. Elaboración propia.

El gráfico 12 muestra la forma del autovector en los distintos horizontes temporales considerados, deduciéndose a simple vista que la decisión del periodo de análisis es muy relevante para los resultados obtenidos. Partiendo de la estructura del autovector en todo el periodo muestral (1977-2013), se puede observar como el tipo de interés a tres meses va perdiendo relevancia al igual que lo hace el tipo a 2 años. Esto es debido al proceso de reducción de los tipos de interés y los Fed Funds[14] así como un mayor "*fine tuning*" en la política monetaria llevada a cabo por la Reserva Federal. El *belly* de la curva, representado por el tipo a 5 años, permanece bastante estable, mientras que la zona larga, representada por los vencimientos a 10 y 30 años, adquiere una mayor relevancia en la explicación del movimiento de la ETTI. En el periodo más largo considerado (1977-2013), el tipo de interés a 2 años es el más relevante, mientras que tomando un periodo más corto de los tres últimos años (2011-2013), son los movimientos del tipo a 10 años los más relevantes en la curva de rendimientos, lo que está en línea con la evidencia empírica observada al comienzo del artículo sobre los tipos de interés en EE.UU.

El gráfico 13 muestra los resultados correspondientes a la segunda parte del análisis, en donde obtenemos el primer autovector en tres contextos distintos: para el periodo muestral completo, para periodos de mercado alcista y para periodos de mercado bajista. La primera impresión es que la estructura del autovector parece más estable segmentando por tendencia de mercado que cuando variamos la longitud de la muestra empleada en el PCA. Independientemente del impacto directo sobre el tipo a 3 meses, lo que si se aprecia es un comportamiento distinto entre la zona del 2 y del 5 años en función de la tendencia de mercado. Cuando este está corrigiendo con subidas de tipos, es la referencia de 2 años la que más sube, mientras que en mercados alcistas con bajadas de rentabilidades, es el tipo a 5 años el que más se beneficia. No obstante, habría que realizar un análisis conjunto combinando la dirección de mercado con distintos plazos temporales para llegar a conclusiones más sólidas.

Primer autovector (a_1) calculado para distintas ventanas temporales

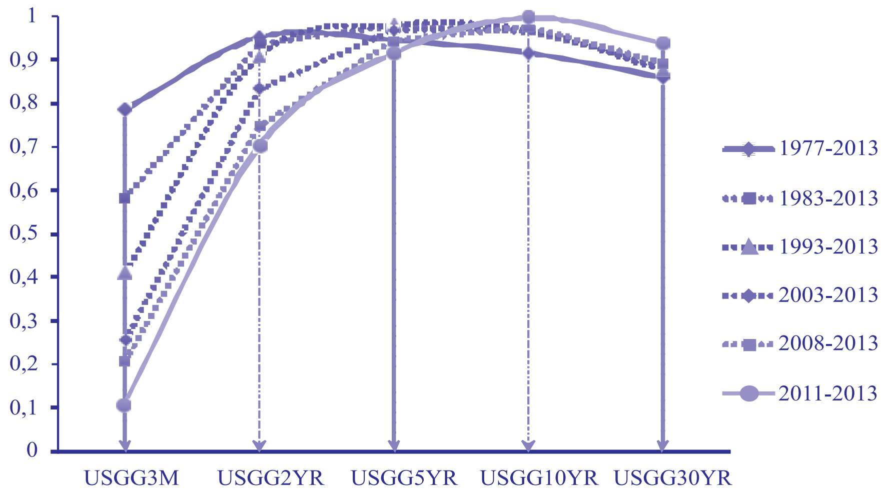


Gráfico 12

Fuente: Datos Bloomberg. Elaboración propia.

Primer autovector (a_1) calculado en función de la tendencia de mercado

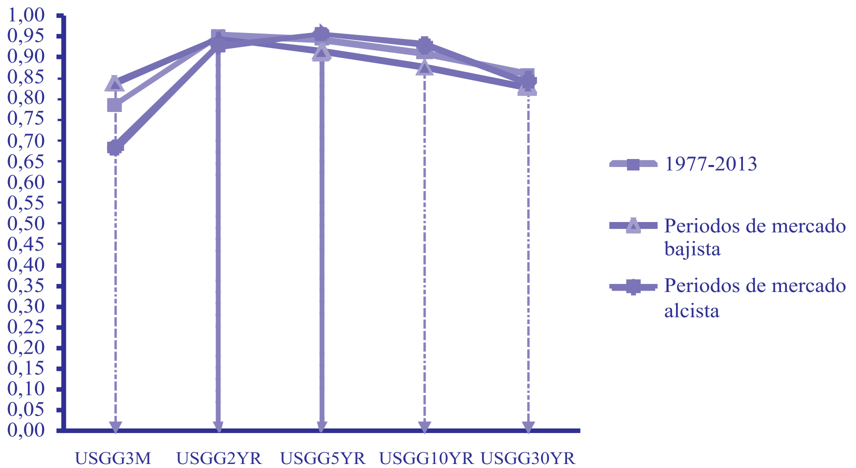


Gráfico 13

Fuente: Datos Bloomberg. Elaboración propia.

4. CONCLUSIÓN

El análisis de componentes principales (PCA) es una técnica estadística que aporta dos beneficios clave para ser empleada en el diseño de estrategias de inversión por parte de un gestor de carteras: incorpora al análisis de las variables empleadas tanto las varianzas como las correlaciones y permite reducir el estudio de un número elevado de parámetros (como son los tipos de interés) a un conjunto reducido de componentes que representan los principales factores de riesgo a los que se enfrenta el gestor. Esta simplificación ofrece al gestor una visión de la estructura del mercado muy útil a la hora de adoptar posiciones en los distintos factores de riesgo.

De la aplicación de esta técnica estadística al mercado de renta fija, ya sea mediante el análisis de los tipos de interés en nivel o en variación, podemos deducir de los resultados obtenidos que es la tendencia general del mercado o los cambios de nivel de la curva el factor de riesgo más relevante para la gestión de carteras de renta fija, es decir, la decisión que toma el gestor en términos de "duración" o exposición de la cartera a variaciones en el nivel general de la curva de rendimientos es la de mayor importancia a la hora de explicar el retorno de la cartera.

De este modo, el PCA revela que la decisión de apuesta por un mercado alcista o bajista de tipos es mucho más importante, en términos de retorno, que aquellas decisiones de valor relativo sobre distintas zonas de la ETTI como pueden ser posiciones en pendiente (*flattening* o *steepening*) o estrategias de inversión basadas en el análisis de la curvatura (*butterflies*).

No obstante, es precisamente este factor de riesgo direccional de mercado o *beta*, el que muchas veces el gestor trata de evitar ante situaciones de mucha volatilidad o cuando el mercado se encuentra cotizando en rango sin una tendencia direccional clara. En estas situaciones el gestor puede querer tomar una posición en su cartera en donde cubre el riesgo sistemático y realiza apuestas en curva con posiciones largas y cortas frente al índice de referencia en distintos tramos de la curva.

El uso de la técnica de PCA va más allá del estudio de una única curva de Deuda Pública, pudiendo aplicarse a activos con riesgo de crédito – tanto instrumentos de contado como derivados–, al análisis simultaneo de varias curvas, a distintas divisas, etc. En estas situaciones, la interpretación de los autovectores y los componentes principales puede ser mucho menos directa que para el análisis de una curva de Tesoro, lo cual también abre un campo de investigación y aplicación de la técnica mucho más rico e interesante. Aquí merece la pena recalcar que cuando este tipo de análisis se lleva a cabo para una curva de rendimientos de un emisor con riesgo de crédito, hay que controlar la dirección e intensidad de la correlación existente entre el componente de tipo de interés libre de riesgo y el componente de diferencial de crédito.

5. BIBLIOGRAFÍA

Alexander, C. 2009. Market Risk Analysis, Value at Risk Models. Wiley. com.

Alexander, C. "Market Risk Analysis. Volumen II. Practical Financial Econometrics". John Willey & Sons, Ltd. (2008).

Bajo, M. y Rodríguez, E. "Gestión Activa de Carteras de Renta Fija: Un enfoque práctico". Colección Estudios & Investigación. Ed. Bolsa y Mercados Españoles (BME), Diciembre 2013.

Barber, J.R. and Copper, M.L.,. "Immunization using principal component analysis." The Journal of Portfolio Management, 23(1), pp. 99-105. 1996.

Canabarro, E. «Where Do One-Factor Interest-Rate Models Fail?» The Journal of Fixed Income, September 1995, pp. 31-52.

Credit Suisse securities Research and Analytics. "PCA Unleashed". October 2013.

Eric Falkenstein E. and Hanweck, J. Jr., «Minimizing Basis Risk from Non-Parallel Shifts in the Yield Curve, Part II: Principal Components,» The Journal of Fixed Income, June 1997, pp. 85-90.

Golub, B.W. and Tilman, L.M., 1997. "*Measuring Yield Curve Risk Using Principal Components, Analysis, Value, At Risk, And Key Rate Durations*". *The Journal of Portfolio Management,* **23**(4), pp. 72-84.

Ho, T. (1992). " Key rate durations: Measures of interest rate risks". The Journal of Fixed Income. September 1992, Vol. 2, No. 2: pp. 29-44.

Hotelling, H. (1933). "*Analysis of a complex of statistical variables into principal components*". Journal of Educational Psychology, 24, 417-441, y 498-520.

Hotelling, H. (1936). "*Relations between two sets of variates*". Biometrika, 27, 321-77

Litterman, R. y Scheinkman, J. "*Common factors affecting bond returns*". Journal of Fixed Income, Junio 1991. pp. 54-61.

Morgan Stanley Fixed Income Research. "A Historical Context for PCA Weightings of Butterflies". August 19, 2005.

Morgan Stanley Fixed Income Research. "*PCA for interest rates*" May 20, 2005

Pearson, K. (1901). «On Lines and Planes of Closest Fit to Systems of Points in Space». Philosophical Magazine 2 (11): 559–572.

Peña, C. "Técnicas de análisis multivariante de datos. Aplicaciones con SPSS". Pearson, Prentice Hall, 2004.

Salomon Smith Barney. Fixed Income Strategies. "Principles of Principal Components. A fresh look at risk, hedging and relative value". January 31, 2000.

Schofield, N. y Bowler, T. "Trading the Fixed Income, Inflation and Credit Markets: A Relative Value Guide". Wiley Finance, October 2011.

Notas

1.- Aquí merece la pena destacar el concepto de que una mayor información se relaciona con el concepto de una mayor variabilidad. A mayor varianza se considera que existe mayor información.

2.- Ver Peña, C. (2004) para un análisis exhaustivo de la matemática del PCA.

3.- Para comprobar que las correlaciones entre las variables son distintas de cero de modo significativo se puede llevar a cabo el test de esfericidad de Barlett.

4.- Dada una variable aleatoria con media μ y desviación típica σ, se denomina valor tipificado o estandarizado z, de una observación $\boldsymbol{x}$, a la distancia con respecto a la media medido en número de desviaciones típicas, es decir, en el caso de una variable que sigue una distribución normal, la tipificación transforma una variable $\boldsymbol{x}$ distribuida $N(\mu, \sigma)$, en otra variable z que sigue una distribución N(0,1). Dicha transformación permite la comparación entre dos valores de dos distribuciones normales diferentes.

5.- Se emplea la matriz de covarianzas ($\boldsymbol{\Omega}$) cuando las variables iniciales están expresadas en desviaciones frente a su media y es la matriz de correlaciones ($\boldsymbol{\rho}$) cuando las variables están tipificadas.

6.- Las variables están dispuestas en fila, con sus correspondientes observaciones muestrales.

7.- Bien en desviaciones respecto a la media o tipificadas.

8.- Una matriz ortogonal (como es la matriz A de autovectores) es una matriz cuadrada cuya matriz inversa coincide con su matriz traspuesta. De otro modo, una matriz A se dice que es ortogonal si y solo si sus vectores fila o columna son cada uno un conjunto ortonormal de vectores, y por lo tanto, det A =+/-1.

9.- Si las variables están tipificadas en vez de estar expresadas en desviaciones respecto de la media, la matriz de covarianzas es igual a la matriz de correlaciones, por lo que , con lo que *traza* (Ω) *traza* (P) = p, la proporción de la componente principal i-ésima en la variabilidad total será de λ_i/p.

10.- Ver Litterman y Scheinkman (1991).

11.- La dirección de mercado viene definida por la dirección general de los tipos de interés, como un movimiento paralelo de la curva de rendimientos. Por otro lado, el cambio de pendiente y de curvatura representa los movimientos no paralelos de curva.

12.- Ver Bajo, M y Rodríguez, E. (2013) para una explicación en mayor profundidad sobre estrategias *butterfly* sobre la curva de rendimientos.

13.- Ver Schofield, N. y Bowler, T.

14.- *Federal funds rate* o tipo de interés de los fondos federales es el tipo al cual instituciones depositarias privadas (principalmente bancos) prestan dinero en la Reserva Federal a otras instituciones depositarias, generalmente de un día para otro, con el objeto de cubrir el nivel de reservas exigido.