ANÁLISIS DE FACTORES COMUNES EN R

El Análisis de Factores es una técnica multivariada que tiene como propósito describir, si es posible, las relaciones de covarianza entre un conjunto de *variables observadas* en términos de un reducido número de *variables latentes*, o no observables, llamadas *factores*. Como se ha mencionado en el material de esta unidad el modelo resultante es similar al establecer un conjunto de ecuaciones de regresión. Cada una de las variables observadas es explicada mediante un conjunto de factores en común y un factor en específico.

El siguiente documento contiene algunas notas y ejemplos resueltos sobre la forma de trabajar el Análisis de Factores en el programa estadístico R.

1. Una estrategia para realizar el Análisis de Factores

Al realizar el Análisis de Factores son muchas las decisiones que deben de tomarse. Dentro de las cuales la más importante es la selección de *k* número de factores en común. Si bien existen opciones que pueden guiar esta decisión, en muchas ocasiones la decisión se basa en la combinación de (1) la porción de varianza de la muestra que debe ser explicada, (2) el conocimiento del tema que se aborda y (3) lo "razonable" o "adecuado" de los resultados.

Johnson y Wichern mencionan que la elección del método de extracción de las cargas factoriales o el tipo de rotación a efectuar son menos cruciales. Los modelos de AF más satisfactorios son aquellos en que las rotaciones se llevan a cabo con más de un método y los resultados generados presentan una estructura factorial similar.

Ambos autores confirman que esta técnica preserva una parte de arte. Proponen el siguiente procedimiento para aplicar la técnica:

1) Realizar un análisis factorial empleando la extracción por componentes principales para:
   a) Revisar descartar observaciones sospechosas al graficar las puntuaciones factoriales.
   b) Intentar una rotación VARIMAX
2) Realizar una extracción empleando el método de máxima verosimilitud, incluida la rotación VARIMAX
3) Comparar las soluciones obtenidas.
   a) ¿Las cargas factoriales se agrupan (o correlacionan) con el mismo factor?
   b) Graficar y comparar las puntuaciones factoriales obtenidas por ambos métodos.
4) Repetir los tres pasos anteriores para otros valores de *k*. ¿Esa nueva composición factorial contribuye satisfactoriamente a entender e interpretar los datos?

5) Para base de datos grandes, divida la muestra en dos grupos de observaciones aleatorizadas y realice un análisis para cada mitad. Comparar los resultados de ambos además de aquel que se obtendría de ejecutar en análisis con la muestra completa. Observe la estabilidad de la solución.

2. Imagen de un comercio minorista

Una investigación realizada por un comerciante dedicado a elaborar productos de papel ha identificado un conjunto de 7 características diferentes de otros comercios minoristas y su servicio que los consumidores mencionan influye en su elección a la hora de visitar un determinado comercio. El comerciante desea entender cómo deciden los consumidores, pero considera poco viable el valorar todas las características individualmente o desarrollar planes de acción para tantas variables. Piensa que debe existir algo más general que permita agilizar el análisis y la puesta en marcha de un plan de mejora de la imagen del comercio.

El comerciante manda a realizar un estudio de mercado solicitando la valoración de los clientes en los 7 aspectos encontrados: *Rapidez de entrega*, *Nivel de precios*, *Flexibilidad en el precio*, *Imagen del fabricante*, *Servicio en conjunto*, *Imagen del personal de ventas*, y *Calidad en el producto*. El archivo *empresa.csv* contiene los datos de 100 clientes entrevistados.

```r
library(readr)
Gorriones <- read_csv("C:/Users/CIMAT/EME/empresa.csv")
View(empresa)
```

2.1 Verificar que los datos son adecuados

Antes de aplicar el AF debe comprobarse si es pertinente aplicar esta técnica. Las variables consideradas son métricas por lo que no es necesario realizar ajustes y el tamaño de la muestra es grande. Se realiza entonces un análisis sobre la matriz de correlación con el fin de determinar la importancia del coeficiente entre pares de variables.

```r
install.packages("Hmisc")
library("Hmisc")

rcorr(as.matrix(empresa))
```

```
##                Rapidez  Precios  Flexibilidad  Img fabricante
## Rapidez           1.00    -0.35          0.51            0.05
## Precios          -0.35     1.00         -0.49            0.27
## Flexibilidad      0.51    -0.49          1.00           -0.12
## Img fabricante    0.05     0.27         -0.12            1.00
## Servicio          0.61     0.51          0.07            0.30
## Img vtas          0.08     0.19         -0.03            0.79
## Calidad          -0.48     0.47         -0.45            0.20
```

```
##                Servicio  Img vtas   Calidad
## Rapidez            0.61      0.08     -0.48
## Precios            0.51      0.19      0.47
## Flexibilidad       0.07     -0.03     -0.45
## Img fabricante     0.30      0.79      0.20
## Servicio           1.00      0.24     -0.06
## Img vtas           0.24      1.00      0.18
## Calidad           -0.06      0.18      1.00


## n= 100


## P
##                 Rapidez  Precios  Flexibilidad  Img fabricante
## Rapidez                   0.0004        0.0000          0.6184
## Precio          0.0004                  0.0000          0.0062
## Flexibilidad    0.0000   0.0000                         0.2500
## Img fabricante  0.6184   0.0062         0.2500
## Servicio        0.0000   0.0000         0.5102          0.0025
## Img vtas        0.4457   0.0636         0.7347          0.0000
## Calidad         0.0000   0.0000         0.0000          0.0461
```

Una inspección a la matriz anterior muestra que existen coeficientes de correlación con valores altos. Es necesario realizar la prueba de hipótesis de significancia para las 21 correlaciones resultantes. Se aprecia que para un nivel de significancia del 95% la gran mayoría de las correlaciones resultan significativas. El siguiente paso es valorar a la matriz de correlación con el *contraste de Barlett*.

El ***contraste de esfericidad de Barlett*** proporciona la probabilidad estadística de que la matriz de correlación de las variables observadas sea una matriz identidad, en cuyo caso no existirían correlaciones significativas entre las variables y el modelo factorial no sería pertinente. Mientras más grande sea la muestra esta prueba es más sensible a la identificación de correlación entre las variables.

Asumiendo que los datos provienen de una distribución normal multivariante, el contraste de Barlett se distribuye aproximadamente como la *distribución chi-cuadrada*. Si el nivel crítico es mayor a α no se rechaza la hipótesis nula de esfericidad, y consecuentemente no se asegura que el modelo factorial sea el adecuado.

```
install.packages("psych")
library("psych")

cortest.bartlett(cor(as.matrix(empresa)), n=100)
# se especifica el tamaño de la muestra, 100 para el ejemplo

## $chisq
## [1] 567.5407
```

```
## $p.value
## [1] 1.056073e-106

## $df
## [1] 21
```

Se observa un *valor-p* (*p–value*) muy por debajo del valor de 0.05 para α, por lo que es conveniente realizar el AF. Ahora corresponde realizar, al igual que en el caso del Análisis de Componentes Principales, la medida de suficiencia de la muestra de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO). Este índice trata de saber si podemos factorizar las variables originales de forma eficiente.

El punto de partida es la matriz de correlaciones entre las variables observadas. Las variables pueden estar más o menos correlacionadas, pero la correlación entre dos de ellas puede estar influenciada por las otras. Así pues, se utiliza la correlación parcial para medir la relación entre dos variables eliminando el efecto del resto.

El ***índice KMO*** compara los valores de las correlaciones entre las variables y sus correlaciones parciales. Si el índice KMO está próximo a 1, el AF se puede hacer. Si por el contrario, el índice es bajo (próximo a 0), el AF no será relevante.

Kaiser establece la clasificación siguiente:

$0.90 \geq$ KMO	Excelente
$0.80 \leq$ KMO < 0.90	Bueno
$0.70 \leq$ KMO < 0.80	Aceptable
$0.60 \leq$ KMO < 0.70	Mediocre
$0.50 \leq$ KMO < 0.60	Malo
KMO > 0.50	Inaceptable

Como se aprecia en la tabla, el tener un índice de KMO por arriba de 0.70 significará el análisis a realizar es adecuado. Si KMO es menor a 0.6, hay que entrar a considerar cambiar de variables o de técnica. La franja restante (0.60 – 0.70) queda a criterio del investigador si después de analizar los datos de la muestra es adecuado realizar un AF.

```
KMO(as.matrix(empresa))

## Kaiser-Meyer-Olkin factor adequacy
## Call: KMO(r = as.matrix(empresa))
## Overall MSA =  0.45
```

```
## MSA for each item =
##        Rapidez        Precios   Flexibilidad Img fabricante
##           0.34           0.33           0.91           0.56
##       Servicio       Img vtas        Calidad
##           0.29           0.55           0.93
```

El contraste global está por debajo del nivel mínimo de aceptación. Al examinar cada una de las variables bajo estudio se identifica que *Rapidez*, *Precios* y *Servicio* también tienen valores por debajo de 0.50. El paso siguiente es eliminar del estudio la variable con menor valor, en este caso *Servicio,* y se realiza nuevamente un análisis de pertinencia considerando las variables restantes.

```
rcorr(as.matrix(empresa[,c(1,2,3,4,6,7)]))

##                 Rapidez  Precios  Flexibilidad  Img fabricante
## Rapidez            1.00    -0.35          0.51            0.05
## Precios           -0.35     1.00         -0.49            0.27
## Flexibilidad       0.51    -0.49          1.00           -0.12
## Img fabricante     0.05     0.27         -0.12            1.00
## Img vtas           0.08     0.19         -0.03            0.79
## Calidad           -0.48     0.47         -0.45            0.20

##                  Img vtas   Calidad
## Rapidez              0.08     -0.48
## Precios              0.19      0.47
## Flexibilidad        -0.03     -0.45
## Img fabricante       0.79      0.20
## Img vtas             1.00      0.18
## Calidad              0.18      1.00

## n= 100

## P
##                 Rapidez  Precios  Flexibilidad  Img fabricante
## Rapidez                  0.0004         0.0000          0.6184
## Precio           0.0004                 0.0000          0.0062
## Flexibilidad     0.0000  0.0000                         0.2500
## Img fabricante   0.6184  0.0062         0.2500
## Img vtas         0.4457  0.0636         0.7347          0.0000
## Calidad          0.0000  0.0000         0.0000          0.0461

##                   Img vtas   Calidad
## Rapidez             0.4457    0.0000
## Precios             0.0636    0.0000
## Flexibilidad        0.7347    0.0000
## Img fabricante      0.0000    0.0461
## Img vtas                      0.0776
## Calidad             0.0776


cortest.bartlett(cor(as.matrix(empresa[,c(1,2,3,4,6,7)])), n=100)

## $chisq
## [1] 205.9648

## $p.value
## [1] 1.300631e-35

## $df
## [1] 15
```

```r
KMO(as.matrix(empresa[,c(1,2,3,4,6,7)]))

## Kaiser-Meyer-Olkin factor adequacy
## Call: KMO(r = as.matrix(empresa[, c(1, 2, 3, 4, 6, 7)]))
## Overall MSA =  0.66
## MSA for each item =
##        Rapidez        Precios   Flexibilidad   Img fabricante
##           0.72           0.79           0.75             0.54
##       Img vtas        Calidad
##           0.53           0.78
```

Se logró aumentar el MSA global a 0.66, para efectos del ejemplo se considerará un nivel adecuado pa ra realizar el AF. En caso de que no sea suficiente de debe eliminar la variable con el índice más bajo y comprobar el ajuste de los indicadores anteriores.

2.2 Obtención de los factores

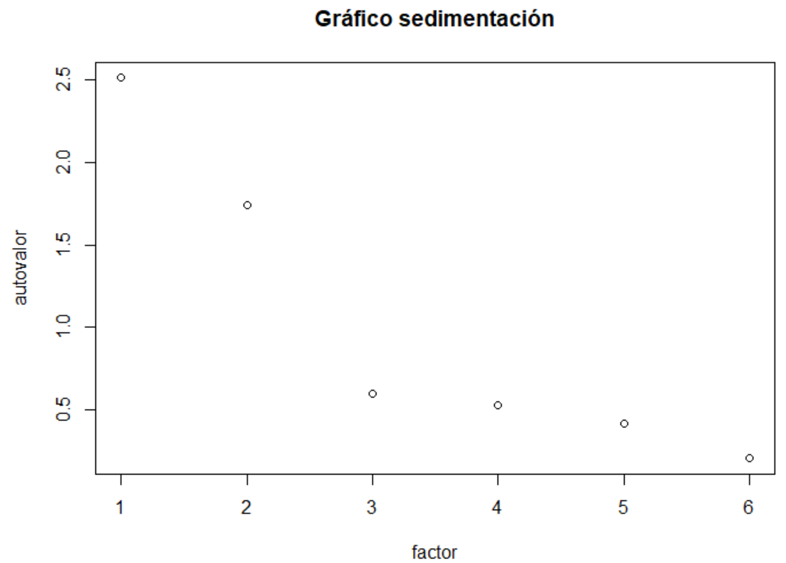
En primer lugar, es necesario determinar el número de factores a considerar en el estudio. Al igual que en componentes principales se pueden emplear los diferentes criterios descritos para determinar el número de factores a extraer:

- *Criterio del porcentaje la varianza explicada*, para asegurarse que el modelo represente un porcentaje acumulado especifico de la varianza total.
- *Criterio de Kaiser*, en el cual se consideran los factores que tengan un *eigenvalor* mayor a 1.
- *Criterio gráfico o de contraste de caída*, el cual considera en la gráfica de sedimentación (scree plot) aquellos valores anteriores al punto de inflexión más pronunciado de la curva.

Recuérdese que hay un valor máximo de factores el cual depende del número de variables observadas consideradas en el estudio, para el ejemplo el número máximo es de 3 factores.

Si se aplica *el criterio de Kaiser*, solo los dos primeros factores serían tomados en cuenta lo cuales explicarían cerca del 71% de la varianza total de los datos. Ahora bien, es momento de llevar a cabo la extracción de la matriz de cargas factoriales no rotada para estos dos factores. Para ello se utiliza el método de factor principal. En R se emplea la función `principal()` para este tipo de análisis.

```r
#Valores propios
eigenvalor <- eigen(cor(empresa[,c(1,2,3,4,6,7)]))
t(eigenvalor$values)

##          [,1]     [,2]     [,3]      [,4]      [,5]      [,6]
## [1,] 2.51349 1.739517 0.597485 0.5295611 0.4157311 0.2042156

#scree plot
plot(eigenvalor$values, main = "Gráfico sedimentación", xlab = "factor",
     ylab ="autovalor")
```




```
empresa_fa <- principal(empresa[,c(1,2,3,4,6,7)],nfactors=2, rotate ="none")
# nfactors = no. de factores a considerar en el estudio

empresa_fa$values                    #Valores propios
```

```
## [1] 2.5134900 1.7395171 0.5974850 0.5295611 0.4157311 0.2042156
```

```
empresa_fa$communality              #comunalidades
```

```
##       Rapidez        Precios    Flexibilidad   Img fabricante
##     0.6576196      0.5801483       0.6457412        0.8815351

##      Img vtas        Calidad
##     0.8723345      0.6156285
```

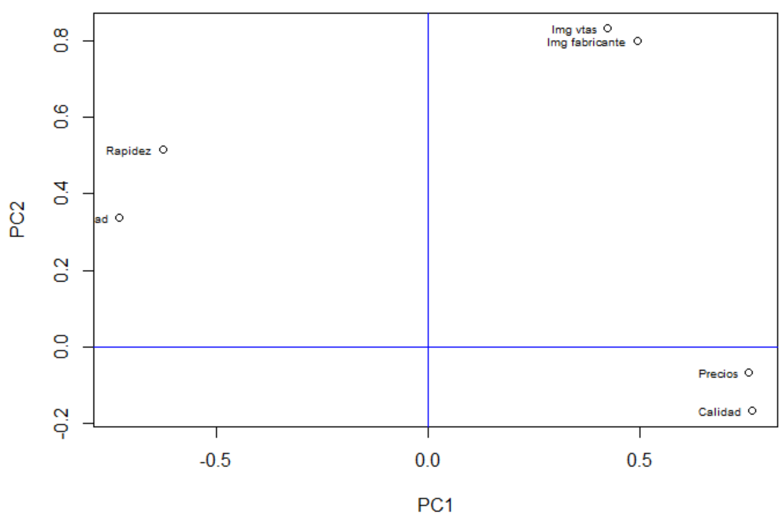
Se aprecia valores de *comunalidades* arriba de 0.50. Recuerde que la *comunalidad* indica que porcentaje de la varianza de una variable concreta es explicada por los factores extraídos. De los valores se aprecia que la variable *Nivel de precio* (0.5801) representa la variable que tiene menos en común con las variables latentes (factores). Por el contrario, *Imagen del fabricante* (0.8815) tiene una alta relación con las variables latentes estimadas. Ahora corresponde analizar la matriz de cargas factoriales.

```
empresa_fa$loadings
```

```
## Loadings:
##                   PC1    PC2
## Rapidez        -0.627  0.514
## Precios         0.759
## Flexibilidad   -0.730  0.337
## Img fabricante  0.494  0.798
## Img vtas        0.425  0.832
## Calidad         0.767 -0.168
```

```
##                    PC1   PC2
## SS loadings    2.513 1.740
## Proportion Var 0.419 0.290
## Cumulative Var 0.419 0.709
```

```
plot(empresa_fa$loadings)
text(empresa_fa$loadings, labels = colnames(empresa[1, c(1,2,3,4,6,7)]),cex= 0.6,
     pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")
```



Se observa que, al comparar los valores absolutos de ambas columnas, las variables *Rapidez de entrega*, *Nivel de precios*, *Flexibilidad de precio* y *Calidad del servicio* tienen un valor alto en el primer factor, mientras que Imagen del fabricante e Imagen del personal de ventas tienen sus valores altos en el segundo factor. Cabe hacer mención que la variable *Rapidez de entrega* también tiene una carga factorial por arriba de 0.50 lo cual si se verifica en la tabla de significancia de cargas descrita en el material de apoyo está en el límite de ser considerada significativa para el segundo factor. Si se observa el grafico de las cargas factoriales no es tan claro que variables están más relacionadas con alguno de los factores. Esta situación dificulta la interpretación del factor, por lo que se recurre a aplicar *la rotación de la matriz de cargas factoriales* para facilitar la interpretación, es decir, no es fácil definir la etiqueta del factor basado en las variables con las que se encuentra altamente relacionado. **NOTA**: observe que no aparece la carga de la variable *Nivel de precios* en el factor 2 esto se debe que el valor es inferior a 0.10.

2.3 Rotación de matriz de cargas

Se aplica en primera una rotación ortogonal VARIMAX con el propósito de apreciar si se obtienen una representación que facilite identificar la relación entre las variables observadas y los factores.

```r
empresa_fa <- principal(empresa[,c(1,2,3,4,6,7)], nfactors=2, rotate="varimax")

empresa_fa$communality      #comunalidad de las variables bajo estudio
```

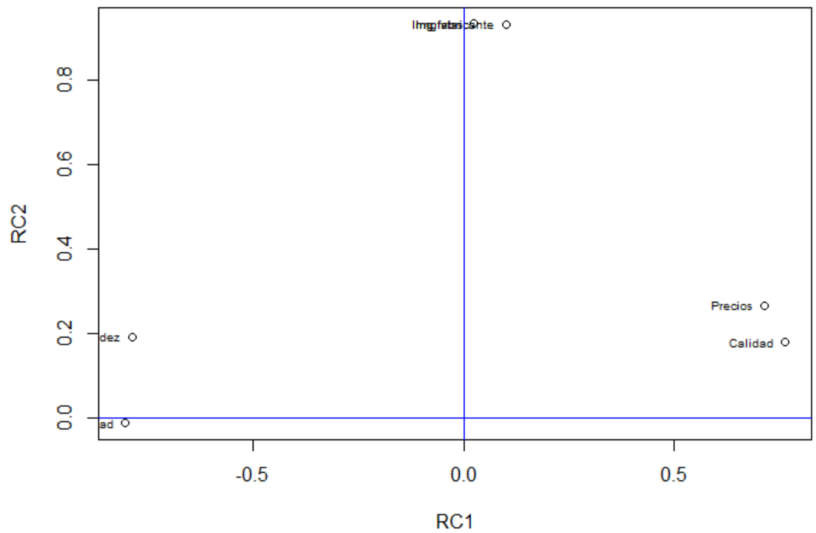
```
##   Rapidez    Precios Flexibilidad Img fabricante   Img vtas   Calidad
## 0.6576196  0.5801483    0.6457412      0.8815351  0.8723345 0.6156285
```

```r
empresa_fa$loadings         #cargas factoriales
```

```
## Loadings:
##                 RC1    RC2
## Rapidez         -0.788  0.193
## Precios          0.714  0.266
## Flexibilidad    -0.803
## Img fabricante   0.101  0.933
## Img vtas                0.934
## Calidad          0.764  0.180

##                  RC1   RC2
## SS loadings    2.369 1.884
## Proportion Var 0.395 0.314
## Cumulative Var 0.395 0.709
```

Obsérvese que los valores de las *comunalidades* no se alterar cuando la matriz de cargas factoriales es rotada. Al analizar las "*nueva*" matriz de cargas se aprecia una más clara diferencia entre las cargas de una variable particular en los factores analizados. Se puede concluir que *factor* 1 tienen 4 cargas significativas mientras que el *factor* 2 tiene 2 cargas significativas. El conjunto de variables más relacionadas al *factor* 1 se aprecia que *Rapidez de entrega* y *Flexibilidad de precios* tienen signo contrario al de las variables *Nivel de Precios* y *Calidad del producto*. Esto indica que las variables que integran cada pareja se mueven en el mismo sentido pero contrario al otro par, es decir, que cuando la calidad del producto o precio crecen, la rapidez de entrega o la flexibilidad en el precio decrecen, o viceversa. Corresponde ahora colocar una etiqueta para identificar más fácilmente a este factor. Estas variables están relacionadas con la *Estrategia del negocio*, por lo que se puede nombrar de esa manera a este factor. Respecto al *factor* 2, ambas variables están relacionadas con aspectos de percepción de la imagen que proyecta la empresa, por lo que se nombra *Imagen*. La grafica de dispersión de las "*nuevas*" se ve de la siguiente forma:

```r
plot(empresa_fa$loadings)
text(empresa_fa$loadings, labels = colnames(empresa[1, c(1,2,3,4,6,7)]),cex= 0.6,
     pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")
```



La matriz ortogonal empleada para realizar la rotación anterior es

```
empresa_fa$rot.mat

##             [,1]      [,2]
## [1,]  0.9019527 0.4318348
## [2,] -0.4318348 0.9019527
```

Ahora se aplica la rotación oblicua PROMAX

```
empresa_fa <- principal(empresa[,c(1,2,3,4,6,7)], nfactors= 2,rotate= "promax")

empresa_fa$communality     #comunalidad de las variables bajo estudio

##   Rapidez    Precios Flexibilidad Img fabricante   Img vtas   Calidad
##0.6576196  0.5801483   0.6457412      0.8815351  0.8723345 0.615628


empresa_fa$loadings         #cargas factoriales rotadas

## Loadings:
##                   RC1    RC2
## Rapidez          0.812  0.253
## Precios         -0.696  0.217
## Flexibilidad     0.810
## Img fabricante          0.936
## Img vtas                0.942
## Calidad         -0.754  0.126
```

```
##                    RC1   RC2
## SS loadings    2.373 1.892
## Proportion Var 0.396 0.315
## Cumulative Var 0.396 0.711
```

De nueva cuenta se confirma que los valores de las *comunalidades* no se ven alterados por la rotación empleada. Al analizar la matriz de cargas se llega a las mismas conclusiones que en el caso de la rotación anterior. La matriz empleada para realizar la rotación es:

```
empresa_fa$rot.mat
```

```
##            [,1]      [,2]
## [1,]  0.8709781 0.3701491
## [2,] -0.5179887 0.9433476
```

2.4 Obtención de las puntuaciones factoriales

La razón principal para utilizar el AF es poder medir variables latentes de forma indirecta por medio de un conjunto de variables observadas. En el contexto del caso solicita obtener un número menor de vari ables a medir para las preferencias del cliente. Se encontró dos factores latentes a partir de las 6 varia bles bajo estudio: *Estrategia del negocio* e *Imagen del negocio*. Debido a que en las ecuaciones de reg resión que conforman el modelo factorial las variables observadas están en función de las variables lat entes, se debe hacer una transformación de dicha expresión. El paquete R permite obtener estas puntu aciones a partir del modelo factorial que analiza. **NOTA**: Los coeficientes de las variables para obtener las puntuaciones son estimados a partir del modelo factorial con rotación PROMAX.

```
empresa_fa$weights     # Matriz de coeficientes para el cálculo de las
                       # puntuaciones
```

```
##                      RC1        RC2
## Rapidez         0.34019580 0.12668324
## Precios        -0.29523093 0.12073082
## Flexibilidad    0.34092964 0.01794127
## Img fabricante -0.01541327 0.49494325
## Img vtas        0.01716898 0.49735823
## Calidad        -0.31907851 0.07307667
```

```
empresa_fa$scores     # Matriz de las puntuaciones de las observaciones
                      # en las nuevas variables
```

```
##             RC1          RC2
##   [1,]  0.6976384 -0.691732916
##   [2,] -1.2670605  1.397752524
##   [3,] -1.5262103  0.655145512
##   [4,] -0.2522437 -0.138240432
##   [5,]  1.9267696  2.363555694
##   [6,] -1.2058670 -0.624079120
##   [7,]  0.5613366  1.932873242
```

```
##             RC1          RC2
##   [8,] -1.4344788 -0.417028863
##   [9,]  0.9585815  0.138156379
##  [10,] -0.8446890  0.897043583
##  [11,]  0.3690296 -0.335229437
##  [12,]  0.1738602 -0.292690612
##  [13,]  0.1707387 -1.629976472
##  [14,]  0.5060322  0.792661822
```

```
##               RC1          RC2
## [15,]  1.0744068  0.617549835
## [16,]  0.9272902 -0.986841928
## [17,] -0.8868390  0.168024272
## [18,]  0.6508495 -1.142352610
## [19,]  1.1922142  1.258902076
## [20,]  1.0744068  0.617549835
## [21,]  0.6125040 -1.294290899
## [22,]  0.9275703 -2.110479796
## [23,] -0.5365585  1.481667643
## [24,] -0.4111264 -0.501524407
## [25,]  1.4874036 -0.318972985
## [26,]  0.7987343  0.301382006
## [27,] -0.4357156 -0.502818402
## [28,]  1.2112759  1.234602894
## [29,]  0.7002708 -1.391170373
## [30,] -0.9531085  0.557468475
## [31,] -1.0051635  0.296833632
## [32,] -0.5493433  1.213949473
## [33,]  1.3320810  0.148006477
## [34,] -1.0042858  0.842367405
## [35,]  0.1473963 -2.100892465
## [36,] -0.8920692 -0.544288077
## [37,] -1.3769405  0.388630353
## [38,]  0.7132228 -0.045978603
## [39,] -1.4764209 -0.263197767
## [40,] -0.9329976 -0.705959927
## [41,] -0.8856768 -0.410428991
## [42,]  1.9010114  2.353963757
## [43,]  0.8532537 -1.098881670
## [44,]  1.4810111 -0.452832070
## [45,] -1.0994464 -1.368844753
## [46,]  0.8349542 -0.954925153
## [47,]  1.1858893 -0.187617218
## [48,] -1.4144172  0.131009614
## [49,]  1.4045214 -0.498297357
## [50,]  0.9357118 -1.725699965
## [51,]  0.8763177 -0.005448332
## [52,] -1.1706349  0.040752398
## [53,] -0.9275389  1.092904817
## [54,] -0.9320171 -0.171817581
## [55,]  0.9531400 -1.575043455
## [56,] -0.4141653  1.365622177
## [57,] -0.7893846  2.037255002
```

```
##               RC1          RC2
## [58,]  0.7287480  0.576603599
## [59,]  0.7809194 -0.143940809
## [60,] -1.1652229 -0.359530863
## [61,]  1.1590729 -0.253431561
## [62,]  1.3256886  0.014147392
## [63,]  0.7195125  0.099271908
## [64,] -0.8771592 -0.174311678
## [65,] -1.2931300 -0.032290768
## [66,]  0.5941187 -0.635881404
## [67,]  0.4123140  1.324787168
## [68,] -1.4184004 -0.065100975
## [69,]  1.2137796 -1.158830252
## [70,] -0.9790166 -0.134740924
## [71,] -1.5134255  0.922863683
## [72,]  0.9946789 -1.516434599
## [73,]  0.9615654 -0.767479131
## [74,]  0.9380420 -0.219675318
## [75,] -0.6259734  0.567779280
## [76,]  0.2356301  0.029659050
## [77,]  0.8827101  0.128410753
## [78,]  0.6874859 -1.658888544
## [79,] -1.2981601 -0.209895412
## [80,]  0.6712163 -0.628128170
## [81,]  1.2727467 -0.949564886
## [82,] -1.0369109  2.563634686
## [83,] -1.2798453  1.130034354
## [84,] -0.8017845 -0.180616158
## [85,] -0.2165366  0.392481340
## [86,] -1.0674844 -0.699549326
## [87,] -0.2486872  0.249030318
## [88,] -0.8145694 -0.448334328
## [89,] -0.2394589  0.129477739
## [90,]  0.4433983  1.448548822
## [91,] -0.4503657  1.578708857
## [92,]  0.6444571 -1.276211696
## [93,] -1.0367223  2.037790281
## [94,] -1.4568797 -0.360469131
## [95,]  0.6859200 -0.939761718
## [96,] -1.2264047 -0.783236329
## [97,]  1.4303870 -0.026295942
## [98,] -1.4437989 -0.156185887
## [99,] -0.6635360  0.824611519
##[100,]  0.3560562 -0.077103203
```

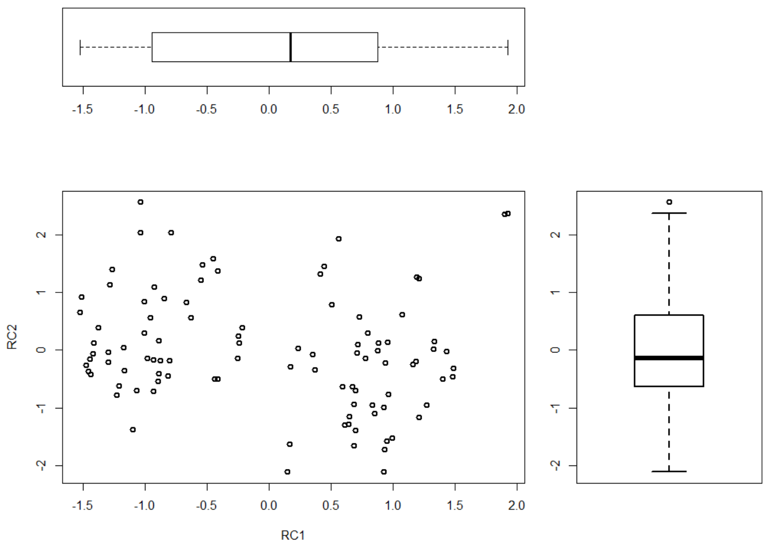
Los valores de las puntuaciones anteriores pueden ser empleados en algún otro análisis donde se requiera analizar *Estrategia del negocio* e *Imagen del negocio*.

2.5 Conclusiones del análisis

Del análisis realizado a la encuentra de preferencia de los clientes se ha logrado encontrar dos variables (factores) latentes que resumen a 6 de las 7 variables consideradas en un inicio. Se descarta la variable *calidad en el producto* debido a la poca relación con guarda con el resto. Esta última variable podría ser considerada de forma individual en conjunto con las dos nuevas variables generadas por el análisis para determinar sus políticas de mejora que pretende la empresa. También se identifica el comportamiento que guarda cada una de las variables dentro del factor con el que están más correlacionados.

A continuación, se presenta un gráfico de dispersión y los gráficos de *boxplot* de los datos de la muestra considerando las dos nuevas variables.

```
par(fig=c(0,0.7,0,0.7))
plot(empresa_fa$scores, xlab = "Estrategia del negocio",
     ylab = "Imagen del negocio", lwd=2)
par(fig=c(0,0.7,0.65,1), new=TRUE)
boxplot(empresa_fa$scores[,1], horizontal=TRUE)
par(fig=c(0.65,1,0,0.7), new=TRUE)
boxplot(empresa_fa$scores[,2], lwd=2)
par(fig=c(0,1,0,1))
```



3. Imagen de un comercio minorista

El siguiente caso se plantea ante la necesidad de poder determinar las características de lo que las personas consideran un buen profesor. En una determinada zona escolar se les aplicó un cuestionario a 120 alumnos, los cuales tuvieron que establecer el grado de importancia de nueve características mediante una escala de Likert entre 1 y 10. De acuerdo con la escala empleada, tener un valor de 10 representa que esa característica es extremadamente importante mientras que el valor 1 significa que tiene poca relevancia.

Las características evaluadas fueron: *Fija altas expectativas para sus estudiantes*, *Entretenido*, *Capaz de comunicarse efectivamente*, *Tiene experiencia en su materia*, *Capaz de motivar*, *Bondadoso*, *Carismático*, *Tiene pasión por enseñar* y, *Amigable y de fácil trato*.

El objetivo del estudio es analizar como las características anteriores están relacionadas y construir un conjunto reducido de variables que representen las 9 características anteriores.

```r
library(readr)
Gorriones <- read_csv("C:/Users/CIMAT/EME/Eval_Profesores.csv")
View(Eval_Profesores)
```

3.1 Verificar que los datos son adecuados

De acuerdo con la información que proporciona el estudio que se analiza, las variables fueron medidas utilizando una escala ordinal (Likert) con valores de 1 a 10, lo cual no cumple con el supuesto que el AF es aplicado para variables métricas continuas. Esto no supone la prohibición de aplicar esta técnica multivariada sino que habrá que hacer una adecuación a la matriz empleada para la extracción de las cargas factoriales. La adecuación consiste en sustituir a la *matriz de correlación de Pearson* (utilizada para datos continuos) por la *matriz de correlaciones policóricas* (empelado para variables dicotómicas u ordinales).

En la literatura especializada existen posturas que indican que antes de realizar el cambio de matriz de correlación es necesario analizar la estructura del cuestionario y el tamaño de la muestra. Recomiendan que cuando la variable o ítem del cuestionario sólo puede tomar menos de 5 valores es obligatorio realizar la sustitución. Por el contrario, si la escala de todas las variables o ítems emplean 10 valores o más el comportamiento de los datos se podría considerar continuo por lo que se puede emplear la matriz de correlación de Pearson. Para los valores intermedios ($5 \leq x < 10$), queda a criterio del analista si con el tamaño de la muestra se puede justificar la elección de una u otra. Mientras más grande la muestra recabada más tenderá a comportarse como una distribución normal.

En lo que respecta a los datos proporcionados, todas las variables son medidas mediante 10 valores y el tamaño de la muestra es grande, por lo que se decide emplear la *matriz de correlación de Pearson*. Antes de iniciar con la fase de extracción es necesario comprobar la idoneidad de las correlaciones existente entre las variables.

```r
# Obtener matriz de correlación de las variables estudiadas, así como su prueba de significancia
library("Hmisc")
rcorr(as.matrix(Eval_Profesores))
```

```
##                        Altas expectativas   Entretenido  Comunicacion eficiente
## Altas expectativas                   1.00         -0.18                    0.08
## Entretenido                         -0.18          1.00                    0.45
## Comunicacion eficiente               0.08          0.45                    1.00
## Experiencia                          0.12          0.05                    0.15
## Motivar                             -0.15          0.24                    0.29
## Bondadoso                           -0.11          0.12                    0.11
## Carismatico                         -0.02          0.45                    0.75
## Pasion                              -0.13          0.38                    0.37
## Amigable                            -0.34          0.40                    0.01
```

```
##                        Experiencia Motivar Bondadoso Carismatico Pasion Amigable
## Altas expectativas            0.12   -0.15     -0.11       -0.02  -0.13    -0.34
## Entretenido                   0.05    0.24      0.12        0.45   0.38     0.40
## Comunicacion eficiente        0.15    0.29      0.11        0.75   0.37     0.01
## Experiencia                   1.00    0.19      0.05        0.25   0.26     0.19
## Motivar                       0.19    1.00      0.28        0.34   0.33     0.04
## Bondadoso                     0.05    0.28      1.00        0.10   0.20    -0.06
## Carismatico                   0.25    0.34      0.10        1.00   0.44     0.10
## Pasion                        0.26    0.33      0.20        0.44   1.00     0.09
## Amigable                      0.19    0.04     -0.06        0.10   0.09     1.00
```

```
## n= 120
```

```
## P
```

```
##                         Altas expectativas  Entretenido  Comunicacion eficiente
## Altas expectativas                              0.0537                   0.3882
## Entretenido                         0.0537                               0.0000
## Comunicacion eficiente              0.3882      0.0000
## Experiencia                         0.1897      0.5992                   0.0969
## Motivar                             0.1086      0.0072                   0.0015
## Bondadoso                           0.2526      0.2044                   0.2480
## Carismatico                         0.8124      0.0000                   0.0000
## Pasion                              0.1577      0.0000                   0.0000
## Amigable                            0.0001      0.0000                   0.9401
```

```
##                        Experiencia Motivar Bondadoso Carismatico Pasion Amigable
## Altas expectativas          0.1897 0.1086     0.2526      0.8124 0.1577   0.0001
## Entretenido                 0.5992 0.0072     0.2044      0.0000 0.0000   0.0000
## Comunicacion eficiente      0.0969 0.0015     0.2480      0.0000 0.0000   0.9401
## Experiencia                        0.0335     0.6170      0.0065 0.0044   0.0421
## Motivar                     0.0335            0.0016      0.0001 0.0003   0.6855
## Bondadoso                   0.6170 0.0016                 0.2662 0.0327   0.5486
## Carismatico                 0.0065 0.0001     0.2662             0.0000   0.2623
## Pasion                      0.0044 0.0003     0.0327      0.0000          0.3366
## Amigable                    0.0421 0.6855     0.5486      0.2623 0.3366
```

```r
# Contraste de esfericida de Barlett
library("psych")
cortest.bartlett(cor(as.matrix(Eval_Profesores)), n=120)
# se especifica el tamaño de la muestra, 120 para el ejemplo
```

```
## $chisq
## [1] 263.2633

## $p.value
## [1] 2.347828e-36

## $df
## [1] 36
```

```r
# Medida de suficiencia de la muestra de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)
KMO(as.matrix(Eval_Profesores))
```

```
## Kaiser-Meyer-Olkin factor adequacy
## Call: KMO(r = as.matrix(Eval_Profesores))
## Overall MSA =  0.66
## MSA for each item =
##  Altas expectativas  Entretenido Comunicacion eficiente  Experiencia
##                0.47         0.70                   0.67         0.47
##             Motivar    Bondadoso            Carismatico       Pasion
##                0.80         0.67                   0.70         0.81
##            Amigable
##                0.44
```

Los datos son adecuados de acuerdo con el *contraste de esfericidad de Barlett* (se rechaza la hipótesis de matriz de igualdad que plantea). En cuento al índice KMO está dentro de la categoría “mediocre”, se decide eliminar la variable *Amigable* por presentar el más bajo MSA.

```
cortest.bartlett(cor(as.matrix(Eval_Profesores[,1:8])), n=120)

## $chisq
## [1] 216.2674

## $p.value
## [1] 5.500099e-31

## $df
## [1] 28


KMO(as.matrix(Eval_Profesores[,1:8]))

## Kaiser-Meyer-Olkin factor adequacy
## Call: KMO(r = as.matrix(Eval_Profesores[,1:8]))
## Overall MSA =  0.72
## MSA for each item =
##  Altas expectativas  Entretenido  Comunicacion eficiente Experiencia
##                0.44         0.83                    0.67        0.64
##             Motivar    Bondadoso             Carismatico      Pasion
##                0.81         0.70                    0.69        0.84
```

Los datos pasan la *prueba de Barlett* y el MSA global aumenta al eliminar la variable. Se aprecia que *Altas expectativas* tiene un índice MSA bajo, en este punto se puede decidir ya sea dejarla en el análisis dado que se considera de interés para analizar o se elimina de la fase de extracción de cargas. A manera de ejemplo eliminamos la variable del estudio. Se corre nuevamente las pruebas estadísticas.

```
cortest.bartlett(cor(as.matrix(Eval_Profesores[,2:8])), n=120)

## $chisq
## [1] 202.1173

## $p.value
## [1] 1.387667e-31

## $df
## [1] 21


KMO(as.matrix(Eval_Profesores[,2:8]))

## Kaiser-Meyer-Olkin factor adequacy
## Call: KMO(r = as.matrix(Eval_Profesores[, 2:8]))
## Overall MSA =  0.74
## MSA for each item =
##     Entretenido   Comunicacion eficiente    Experiencia     Motivar
##            0.85                     0.69           0.71        0.82
##       Bondadoso              Carismatico         Pasion
##            0.68                     0.69           0.83
```

De las pruebas se aprecia un incremento en el MSA global y las demás variables tienen valores por arriba del 0.60. Se procederá a realizar la extracción de las cargas factoriales.

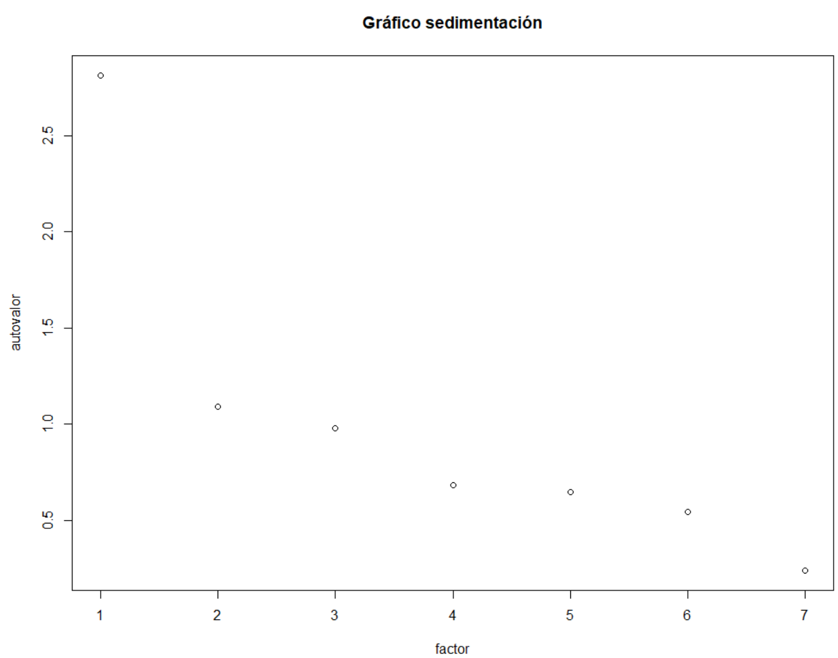
3.2 Obtención de los factores

En primera instancia se determina el número adecuado de factores a considerar.

```
eigenvalor <- eigen(cor(Eval_Profesores[,2:8]))
eigenvalor$values
```

```
## [1] 2.8117500  1.0923436  0.9802286  0.6816358  0.6473402  0.5458212
## [2] 0.2408806
```

```
#scree plot
plot(eigenvalor$values, main = "Gráfico sedimentación", xlab = "factor",
     ylab = "autovalor")
```



Se aprecia en el gráfico de sedimentación que los dos primeros eigenvalores tienen un valor por arriba de 1 y representan el 55.77%. Si se incluye un tercer factor (eigenvalue = 0.9802) la variabilidad total explicada se incrementa a 68.79%. Se establecer como criterio que el modelo represente más del 70% de la variabilidad, por lo que habría que considerar el cuarto valor. Para este primer modelo se consideran 4 factores y el método de extracción a emplear es el de *máxima verosimilitud*. El comendo en R a emplear es `fa()` de la librería *psych*.

```
Eval_Profesores_FA <- fa(Eval_Profesores[,2:8], nfactors = 4, rotate = "none",
                         fm = "ml", max.iter = 200)

Eval_Profesores_FA$communality     #comunalidad de las variables bajo estudio

##   Entretenido     Comunicacion eficiente   Experiencia      Motivar
##     0.7240248                  0.5874518     0.6377632    0.3737857
##     Bondadoso                 Carismatico       Pasion
##     0.2694083                  0.9950000     0.3623038
```

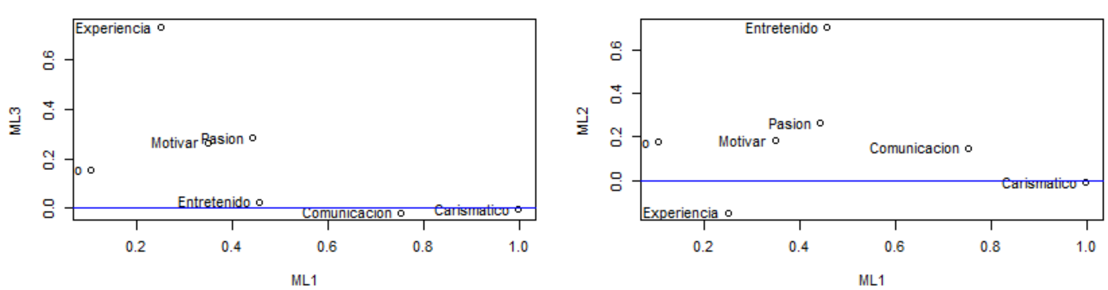
```
Eval_Profesores_FA$loadings          #cargas factoriales

## Loadings:
##                             ML1    ML3    ML2    ML4
## Entretenido                 0.458         0.704 -0.133
## Comunicacion eficiente      0.752         0.148
## Experiencia                 0.250  0.728 -0.148 -0.151
## Motivar                     0.348  0.265  0.184  0.386
## Bondadoso                   0.105  0.157  0.177  0.450
## Carismatico                 0.997
## Pasion                      0.443  0.282  0.264  0.127

##                  ML1   ML3   ML2   ML4
## SS loadings    2.161 0.706 0.675 0.408
## Proportion Var 0.309 0.101 0.096 0.058
## Cumulative Var 0.309 0.410 0.506 0.564
```

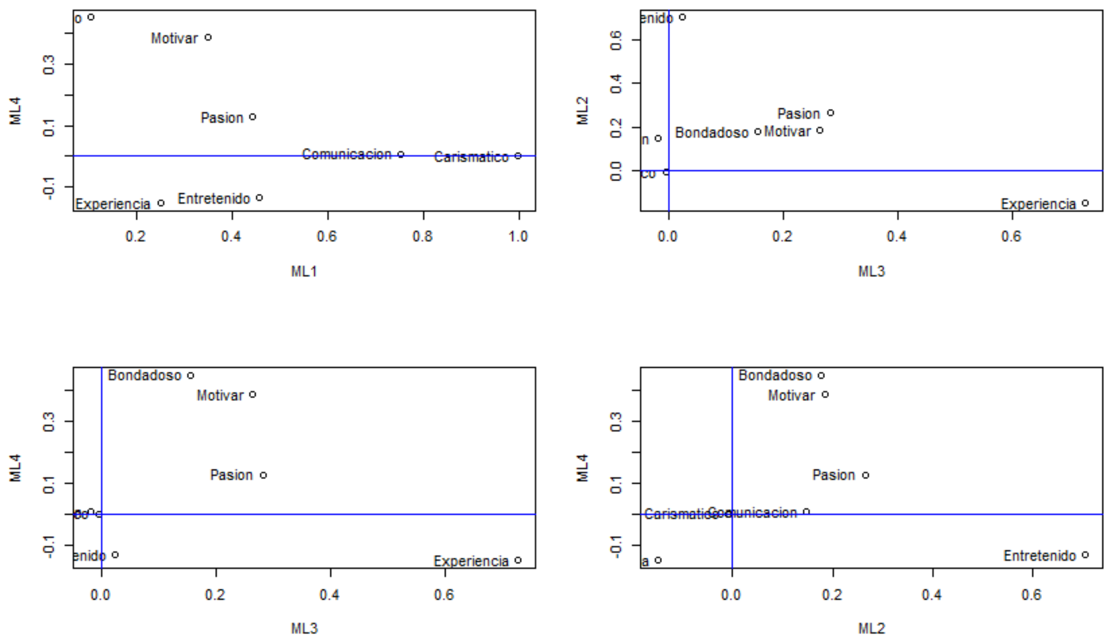
NOTA: para indicar el método de extracción en la función se emplea el argumento `fm` = seguido de la abreviación del método. Para máxima verosimilitud "*mle*" o "*pa*" para el método de ejes principales. Para otros métodos verificar en el apartado de ayuda de la función en R. A menudo el programa despliega un mensaje referente a que no encontró una convergencia en la estimación. Dado que la forma en que extrae las cargas es mediante un algoritmo el cual para si encuentra la convergencia indicada o alcanza el número máximo de iteraciones. Para corregir este error hay que aumentar este último valor mediante el argumento `max.iter` = y un valor superior a 100.

Al verificar la parte de la varianza total explicada por los factores extraídos se aprecia que cuatro variables presentan valores por arriba de 0.50 pudiéndose considerar significativo. En cuanto a la matriz de carga dado el tamaño de la muestra y el número de variables en el estudio la significancia podría establecerse para valores por cercanos o por arriba de 0.50. En el caso del primer factor (ML1) las variables *Entretenido*, *Comunicación*, *Carismatico* y *Pasion* serían los más significativos. El segundo factor (ML3) solo *Experiencia*. En el tercer factor (ML2), únicamente la variable *Entretenido* y, en el cuarto factor estaría *Bondadoso*. Los gráficos entre pares de factores son los siguientes:

```
par(mfrow=c(3,2))
plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,2)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,2)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")
```

```r
plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,3)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,3)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")


plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,4)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,4)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")


plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(2,3)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(2,3)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")


plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(2,4)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(2,4)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")


plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(3,4)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(3,4)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")

par(mfrow=c(1,1))
```





Para tener mayor claridad y facilitar la interpretación se procede a realizar una rotación VARIMAX.

3.3 Rotación de matriz de cargas

Se procede a realizar la rotación de la matriz de cargas factoriales.

```
Eval_Profesores_FA <- fa(Eval_Profesores[,2:8], nfactors= 4, Rotate= "varimax",
                         fm = "mle", max.iter = 200)

Eval_Profesores_FA$communality      # comunalidad de las variables bajo  estudio

## Entretenido    Comunicacion eficiente   Experiencia        Motivar
##   0.7240248                0.5874518     0.6377632      0.3737857

##  Bondadoso               Carismatico        Pasion
##  0.2694083                 0.9950000     0.3623038



Eval_Profesores_FA$loadings          #cargas factoriales

##  Loadings:
##                                ML1    ML2    ML4    ML3
##  Entretenido                 0.296  0.784  0.144
##  Comunicaci\xf3n eficiente   0.693  0.281  0.153
##  Experiencia                 0.113                0.786
##  Motivar                     0.229  0.128  0.530  0.154
##  Bondadoso                                 0.517
##  Carismatico                 0.956  0.188  0.145  0.159
##  Pasion                      0.307  0.307  0.339  0.242
```

```
##                   ML1   ML2   ML4   ML3
## SS loadings    1.641 0.843 0.736 0.730
## Proportion Var 0.234 0.120 0.105 0.104
## Cumulative Var 0.234 0.355 0.460 0.564
```

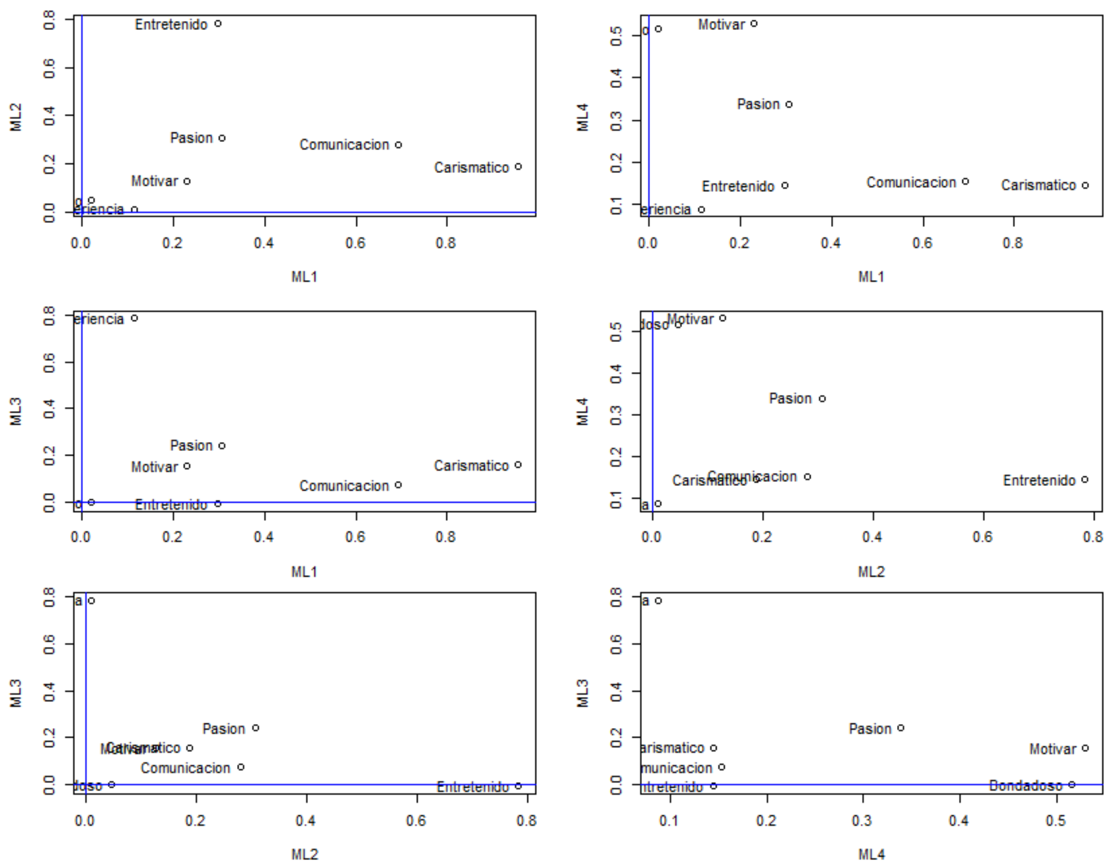
```
Eval_Profesores_FA$rot.mat          #matriz de rotacion empleada
```

```
##             [,1]        [,2]       [,3]      [,4]
## [1,]  0.95554273  0.19659555  0.1614712 0.1490481
## [2,] -0.19702804  0.92138217 -0.2023251 0.2670195
## [3,] -0.21796146  0.06625115  0.9230494 0.3099732
## [4,] -0.02471528 -0.32865767 -0.2845547 0.9002232
```

Analizando la matriz de las nuevas cargas se identifica que el *Comunicación eficiente* y *Carismático* son significativos para el factor 1 (ML1); *Entretenido* es significativo para el factor 2 (ML2); *Motivar* y *Bondadoso* son significativos en el factor 3 (ML4): y *Experiencia en el factor* 4 (ML3). La variable *Pasión* tiene valores poco significativos en los 4 factores. A continuación se muestran los gráficos para los factores rotados:

```
#Graficos
par(mfrow=c(3,2))

plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,2)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,2)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")


plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,3)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,3)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")


plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,4)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,4)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")


plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(2,3)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(2,3)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")
```

```r
plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(2,4)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(2,4)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")


plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(3,4)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(3,4)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")

par(mfrow=c(1,1))
```



En este punto es necesario preguntarse, tomando en cuenta el objetivo y contexto del caso, si las relaciones de las variables observadas con los factores tienen un significado lógico. Se puede probar reducir a 3 factores el análisis para verificar si se obtiene o no un mejor modelo que facilite la interpretación sacrificando el porcentaje de variancia total explicada en el modelo.

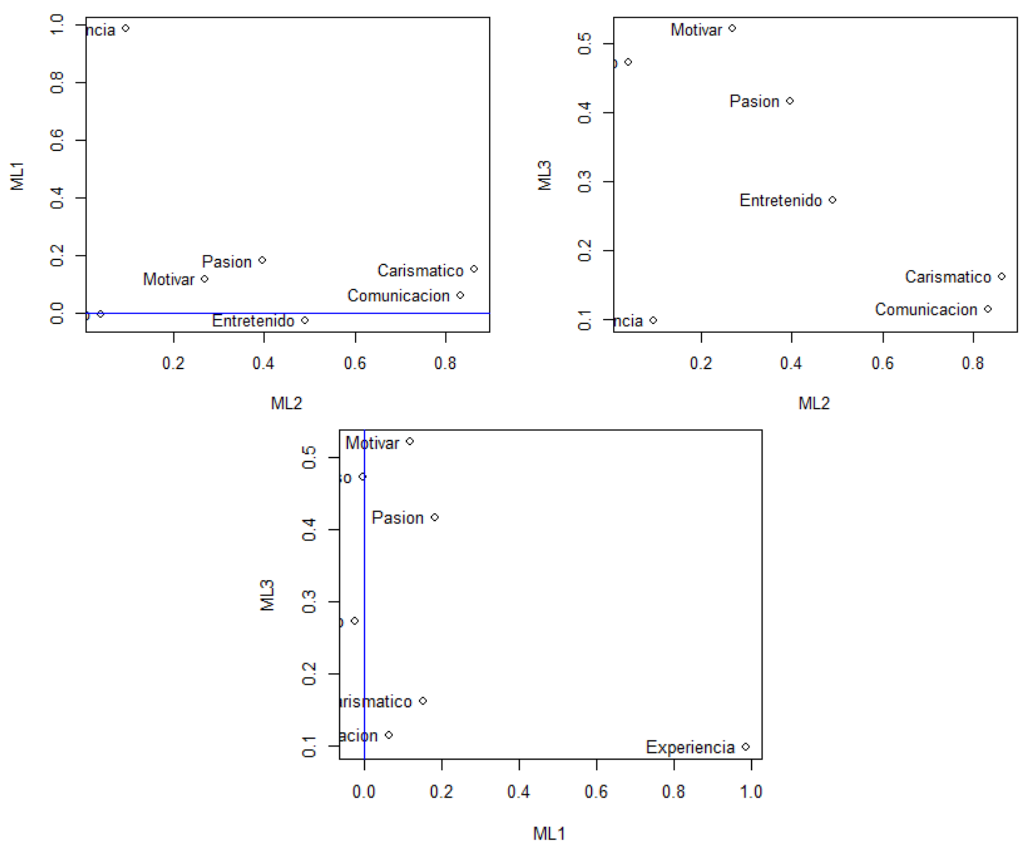
Se realiza nuevamente la extracción de la matriz de cargas factoriales pero considerando solo tres factores. Los valores desplegados son los obtenidos después de la rotación ortogonal VARIMAX.

```
Eval_Profesores_FA <- fa(Eval_Profesores[,2:8], nfactors =3, rotate ="varimax",
                         fm = "mle", max.iter = 200)

Eval_Profesores_FA$communality      # comunalidad de las variables bajo estudio

## Entretenido   Comunicacion eficiente    Experiencia         Motivar
##   0.3161372                0.7104154      0.9950000       0.3580268
##   Bondadoso               Carismatico         Pasion
##   0.2255052                0.7948379      0.3627627


Eval_Profesores_FA$loadings         #cargas factoriales

## Loadings:
##                            ML2    ML1    ML3
## Entretenido               0.491         0.273
## Comunicacion eficiente    0.833         0.115
## Experiencia                      0.988
## Motivar                   0.268  0.119  0.521
## Bondadoso                               0.473
## Carismatico               0.864  0.151  0.162
## Pasion                    0.395  0.181  0.417

##                  ML2   ML1   ML3
## SS loadings    1.919 1.050 0.793
## Proportion Var 0.274 0.150 0.113
## Cumulative Var 0.274 0.424 0.538



Eval_Profesores_FA$rot.mat          #matriz de rotacion empleada

##             [,1]       [,2]      [,3]
## [1,]  0.98929070  0.1045632 0.1018354
## [2,] -0.12731065  0.9594027 0.2516713
## [3,] -0.07138564 -0.2619408 0.9624402
```

Al revisar la matriz de las cargas se identifica que el *Entretenido, Comunicación eficiente* y *Carismático* son significativos para el factor 1 (ML2); *Experiencia* es significativo para el factor 2 (ML1); *Motivar* y *Bondadoso* son significativos en el factor 3 (ML3). La variable *Pasion* tiene valores poco significativos en demás factores. Queda en el criterio del analista evaluar cuál de los modelos, con 4 factores o 3 factores, tiene una interpretación lógica para alcanzar el objetivo del estudio e interpretar fácilmente los factores considerados, i.e. etiquetar dichos factores.

```
par(mfrow=c(2,2))


plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,2)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,2)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")
```

```r
plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,3)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(1,3)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")


plot(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(2,3)])
text(Eval_Profesores_FA$loadings[,c(2,3)],labels = c("Entretenido",
     "Comunicacion","Experiencia","Motivar","Bondadoso","Carismatico",
     "Pasion"), cex= 1, pos=2)
abline(h = 0,col="blue")
abline(v = 0,col="blue")


par(mfrow=c(1,1))
```



3.4 Rotación de matriz de cargas

Se procede a calcular las ponderaciones factoriales

```r
(round(Eval_Profesores_FA$weights,4))
# Matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones
```

```
##                              ML2     ML1     ML3
## Entretenido               0.0672 -0.0205  0.1339
## Comunicaci\xf3n eficiente  0.4024 -0.0274 -0.1195
## Experiencia              -0.1063  1.0193 -0.0264
## Motivar                  -0.0268 -0.0345  0.3783
## Bondadoso                -0.0606 -0.0263  0.3203
## Carismatico               0.5641 -0.0448 -0.0825
## Pasion                    0.0220 -0.0277  0.2669
```

```r
(round(Eval_Profesores_FA$scores,4))
# Matiz de las puntuaciones de las observaciones en las nuevas variables
```

```
##           ML2     ML1     ML3
##   [1,] -0.8457  0.7111 -0.1747
##   [2,]  0.8463 -0.5092  0.4946
##   [3,] -1.2340 -0.2319 -0.3335
##   [4,]  0.6559 -1.5048  0.7084
##   [5,]  0.6692  0.4407  1.0982
##   [6,] -1.0406 -0.2225 -0.5944
##   [7,]  0.3859 -1.3112 -1.0013
##   [8,] -0.2529 -0.3274 -0.2935
##   [9,] -1.0899 -1.2832  0.1345
##  [10,] -0.4743  0.6034  0.5440
##  [11,]  0.9331  0.4050  1.1722
##  [12,] -0.4690  1.4776  1.7496
##  [13,] -1.0014 -0.1557 -1.3021
##  [14,] -1.2128  0.7926 -0.6668
##  [15,]  1.5031  0.5681 -1.0127
##  [16,] -1.6595  3.8342 -0.8601
##  [17,] -0.1855 -1.3639  0.0852
##  [18,] -0.0138 -1.4359  0.6423
##  [19,]  0.0390 -0.2539 -1.3100
##  [20,]  1.0356  0.3806  1.3432
##  [21,] -0.3996  1.6807 -0.3818
##  [22,]  0.2841 -0.2762 -1.3482
##  [23,]  0.6971 -0.4994  0.5216
##  [24,]  0.3238  0.6620 -0.8108
##  [25,] -0.7881  1.6492  0.3134
##  [26,]  1.2883  1.4139  0.7020
##  [27,] -0.0120 -0.3738 -0.0451
##  [28,] -0.4017  1.6430  0.0100
##  [29,] -1.0766  0.6623  0.5243
##  [30,] -0.3327  0.6842 -0.3943
##  [31,] -0.1481 -2.3592  0.0649
##  [32,] -0.7831 -0.3907  0.8799
##  [33,] -1.2714  0.7634 -0.3132
##  [34,]  1.7372 -0.4928 -0.5506
##  [35,] -0.8966 -0.4354  1.4226
##  [36,] -0.6636 -0.2864 -0.3045
##  [37,]  0.2483 -1.4340  0.3765
##  [38,]  0.6952  0.5543 -0.0920
##  [39,] -0.2578 -1.4193  0.7148
##  [40,]  0.0278 -0.2846 -0.9980
##  [41,] -0.3532 -0.4188  0.7317
##  [42,] -0.2840 -0.3933  0.4230
##  [43,]  2.0171  0.3579  0.6246
##  [44,]  0.1045  0.4263  1.7900
##  [45,] -1.5877  0.7247  0.3888
##  [46,] -0.5574 -0.3130 -0.1488
##  [47,] -1.3152 -0.1990 -0.5640
##  [48,]  1.5636 -0.4563 -0.7527
```

```
##           ML2     ML1     ML3
##  [49,] -0.3335 -1.3598  0.1463
##  [50,] -0.2284  0.6222  0.1165
##  [51,] -1.4986  0.7961 -0.3829
##  [52,] -0.0234  0.7350 -1.2150
##  [53,]  1.3081 -0.5431  0.3903
##  [54,] -0.7623 -0.2482 -0.6400
##  [55,]  0.7381 -1.4943  0.5130
##  [56,] -0.4527 -0.2916 -0.4550
##  [57,] -1.4697  0.6888  0.6237
##  [58,] -0.5150 -0.3292 -0.0277
##  [59,] -0.1890  0.5761  0.5585
##  [60,]  0.2797  0.5300  0.5728
##  [61,]  0.1596 -0.3329 -0.6375
##  [62,]  0.5117  0.5731 -0.0919
##  [63,]  0.0598 -0.4644  0.7788
##  [64,]  0.0110 -0.2901 -0.9144
##  [65,]  2.0171  0.3579  0.6246
##  [66,] -0.5442 -0.3597  0.3338
##  [67,]  1.2214  0.4806  0.1709
##  [68,] -1.1597 -0.2540 -0.1685
##  [69,]  1.3489  0.3895  0.9620
##  [70,] -0.0445  0.6867 -0.7007
##  [71,]  0.5659  0.6099 -0.5281
##  [72,]  0.2334  0.5882  0.0122
##  [73,] -0.1250 -0.2726 -0.9558
##  [74,]  0.8919  0.4887  0.3904
##  [75,] -0.3327  0.6842 -0.3943
##  [76,] -0.6246 -2.2306 -0.7754
##  [77,]  1.4716  1.4454  0.1886
##  [78,]  1.2917 -1.5024  0.0477
##  [79,] -0.9885 -2.1006 -1.7324
##  [80,]  0.0142 -0.3731 -0.0856
##  [81,]  0.9573  0.5561 -0.3579
##  [82,] -0.5504  0.5886  0.7872
##  [83,] -0.9507 -0.2946  0.0361
##  [84,]  1.3143  0.4383  0.4805
##  [85,]  0.0830  0.5956  0.0904
##  [86,]  1.6046  1.4525  0.0000
##  [87,] -1.2354 -0.1215 -1.4319
##  [88,] -0.7947 -1.2928 -0.0532
##  [89,]  0.3157 -1.4440  0.4228
##  [90,] -0.9129  0.6082  0.9286
##  [91,]  0.1257 -1.2777 -1.0906
##  [92,]  0.0355  0.6595 -0.5044
##  [93,] -1.1784 -1.3216  0.6025
##  [94,] -0.2967 -1.2898 -0.5443
##  [95,] -0.8504 -0.2032 -0.9892
##  [96,] -0.3234 -0.3472 -0.0190
```

```
##             ML2     ML1     ML3
##  [97,]  0.0144 -0.4779  0.9786
##  [98,] -0.0282 -0.3569 -0.2067
##  [99,] -0.4476 -0.3392  0.0187
## [100,] -0.0911 -1.4436  0.7982
## [101,] -0.7340 -0.3063 -0.0300
## [102,] -0.2249 -0.2912 -0.6891
## [103,]  0.0205 -0.3452 -0.3581
## [104,] -0.9124  1.6573  0.3510
## [105,]  0.1714 -1.3689 -0.2261
## [106,]  0.7626  0.5443 -0.0457
## [107,]  1.8751 -1.5095 -0.4464
## [108,] -0.8800  0.7096 -0.1429
```

```
##             ML2     ML1     ML3
## [109,]  0.0647 -0.3991  0.1029
## [110,]  1.1751 -0.5503  0.5790
## [111,] -0.4001 -0.3950  0.5281
## [112,]  1.0985  1.4673  0.3382
## [113,]  2.0072  2.3325  0.7341
## [114,]  1.8322  0.4766 -0.4151
## [115,] -0.7359 -0.3417  0.3251
## [116,]  0.9873  0.5149  0.0411
## [117,]  1.5046 -0.5690  0.4180
## [118,]  1.0983  1.5177 -0.1750
## [119,] -1.1647  0.7074  0.1751
## [120,] -1.6153  1.8505 -0.9427
```