

PROBABILIDADES

Juan Espinoza B.
Facultad de Agronomía – Universidad de Concepción

Introducción

Si usted apuesta al resultado de varios partidos de fútbol, sabe que acertar a una serie de resultados es muy incierto. De forma similar, invertir en acciones de una empresa de exploración de gas natural, es una empresa arriesgada, cuyo éxito está sujeto a incertidumbre. De forma similar a apostar e invertir en acciones, hacer inferencias basadas en datos de una muestra que también está sujeta a incertidumbre. Una muestra pocas veces cuenta una historia perfectamente exacta acerca de la población de la cual se seleccionó. Siempre hay un margen de error cuando se utilizan una muestra para estimar la proporción, la media, o algún otro parámetro poblacional. Por ejemplo, para estimar la proporción de electores que prefieren a un determinado candidato o el peso medio de las manzanas que se producen en un huerto existe una medida del grado de incertidumbre asociado a una estimación (lo que llamamos la *confiabilidad de una inferencia*). ¿Cómo medimos la incertidumbre asociada a eventos? La respuesta es la **probabilidad**.

Reseña Histórica

Una disputa entre jugadores en 1654 llevó a dos famosos matemáticos franceses, Blaise Pascal y Pierre de Fermat, a la creación del cálculo de Probabilidades. Antoine Gombaud, caballero de Meré, noble francés interesado en cuestiones de juegos y apuestas, llamó la atención a Pascal respecto a una aparente contradicción en un popular juego de dados. Este y otros problemas planteados por de Meré motivaron un intercambio de cartas entre Pascal y Fermat en las que por primera vez se formularon los principios fundamentales de las probabilidades. Si bien unos pocos problemas sobre juegos de azar habían sido resueltos por matemáticos italianos en los siglos XV y XVI, no existía una teoría general antes de esa famosa correspondencia.

El científico holandés Christian Huygens, enterado de esa correspondencia publicó rápidamente en 1657 el primer libro de probabilidades; fue un tratado de problemas relacionado con los juegos. El cálculo de probabilidades llegó a ser pronto popular por sus alusiones a los juegos de azar, y se desarrolló rápidamente a lo largo del siglo XVIII. Quienes más contribuyeron a su desarrollo fueron James Bernoulli y Abraham de Moivre.

En 1812, Pierre de Laplace introdujo gran cantidad de ideas nuevas y técnicas matemáticas en su libro, Teoría Analítica de Probabilidades. Antes de Laplace, las probabilidades prácticamente consistían en un análisis matemático de los juegos del azar. Laplace demostró que esa teoría podía ser aplicada a multitud de problemas científicos y prácticos. Ejemplo de tales aplicaciones son la teoría de errores, la matemática actuarial y la mecánica estadística que se desarrollaron en el siglo XIX. Una de las dificultades que se presentaron al desarrollar una teoría matemática ha sido alcanzar una definición de probabilidad lo bastante precisa para su utilización matemática.

La búsqueda de una definición completamente aceptable duro cerca de 3 siglos y fue caracterizada por un gran número de controversias. El asunto fue definitivamente resuelto en el siglo XX al tratar la teoría de la probabilidad en forma axiomática establecida por el matemático ruso Andrei Kolmogorov, quien consideró la relación entre la frecuencia relativa de un suceso y su probabilidad cuando el número de veces que se realiza el experimento es muy grande.

Conceptos Básicos

Experimento Aleatorio: Conjunto de pruebas realizadas bajo las mismas condiciones y cuyos resultados son impredecibles. Los rasgos que distinguen a los experimentos aleatorios son:

- i. Todos los resultados del experimento son conocidos con anterioridad a su realización.
- ii. No se puede predecir el resultado del experimento.
- iii. El experimento puede repetirse en condiciones idénticas.

Espacio Muestral: Es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Se denota por Ω y se clasifica en:

- i. Cardinalidad: Finito, Infinito numerable, Infinito no numerable.
- ii. Discreto: Aquel cuyo resultado puede ponerse en una correspondencia uno a uno, con el conjunto de los números naturales.
- iii. Continuo: Aquel cuyo resultados consisten del intervalo de los números reales.

Suceso o evento aleatorio: Es cualquier subconjunto del espacio muestral. Conjunto de posibles resultados de un experimento aleatorio.

Suceso o evento seguro: Es un evento que siempre ocurre.

Suceso o evento imposible: Es aquel que indefectiblemente no ocurrirá, se denomina conjunto vacío \emptyset .

Eventos igualmente probables: Todos tienen la misma probabilidad de ocurrir (equiprobables).

Eventos dependientes: Aquellos en que la ocurrencia de uno afecta la probabilidad de ocurrencia de los demás.

Eventos independientes: La ocurrencia de uno no afecta la probabilidad de ocurrencia o no de los demás.

Álgebra de sucesos de probabilidad

Algunos conceptos de teoría de conjuntos extendidos a sucesos de probabilidad se deben recordar. La **unión** de dos sucesos A y B en un espacio S se define como:

$$A \cup B = \{x: x \in A \text{ ó } x \in B\},$$

el símbolo \in significa que el elemento x pertenece al conjunto correspondiente e indica que el resultado puntual x ha ocurrido. $A \cup B$ significa que ocurre A, ocurre B u ocurren A y B.

La **intersección** de dos sucesos A y B en un espacio S se define como:

$$A \cap B = AB = \{x: x \in A \text{ y } x \in B\},$$

$A \cap B$ significa que ocurren A y B conjunta o simultáneamente.

Las operaciones de unión e intersección gozan de las propiedades de clausura, idempotencia, conmutativa, asociativa y se vinculan mediante la propiedad distributiva de la intersección respecto a la unión, es decir, $A \cap (B \cup C) = A \cap B \cup A \cap C$.

El **complemento** del suceso A en el espacio S se define como la diferencia entre el conjunto S y el conjunto A:

$$S - A = A^c = A' = \overline{A} = \{x: x \in S \text{ y } x \notin A\} \text{ y significa que no ocurre A.}$$

$$\text{Leyes de De Morgan } (A \cap B)^c = A^c \cup B^c \text{ y } (A \cup B)^c = A^c \cap B^c.$$

Algunas reglas de conteo

Muchos experimentos tienen eventos simples con idénticas características. Las reglas de conteo nos permiten determinar el número de eventos simples en un experimento.

1. **Principio de la multiplicación.** Si se va a extraer un elemento de cada uno de k conjuntos de elementos, siendo los tamaños de los conjuntos n_1, n_2, \dots, n_k , el número de resultados distintos es $n_1 n_2 \cdot \dots \cdot n_k$

Ejemplo1: ¿Cuántas patentes de automóviles de cuatro letras y dos números se pueden crear, si pueden repetir letras o números?

Solución: Son 26 letras y 10 números

$$\# \Omega = 26 \times 26 \times 26 \times 26 \times 10 \times 10 = 26^4 \cdot 10^2 = 45.697.600 \text{ patentes}$$

#	Ω=	26	x	26	x	26	x	26	x	10	x	10	=	26 ⁴ · 10 ²	=	45.697.600	patentes
		letra		1 ^a		2 ^a		3 ^a		4 ^a		1 ^o		2 ^o		número	

2. **Permutación.** Es un arreglo ordenado de todos o parte de un conjunto de objetos; el número de permutaciones de n objetos distintos es $n!$ (factorial: se llama al producto de todos los números enteros de n hasta 1). Por medio de permutaciones (factoriales) se puede responder preguntas respecto al número de formas en que pueden ordenarse n objetos tomando k objetos a la vez, se denota por P_k^n y es igual a $P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Ejemplo2: Se contrata un servicio de calificación de computadoras para encontrar las tres mejores marcas de monitores EGA. Se incluirá un total de 10 marcas en el estudio. ¿De cuántas formas distintas puede el servicio de calificación llegar al ordenamiento final?

Solución: El servicio de calificación va a seleccionar tres marcas diferentes ($k=3$) de un conjunto de 10 elementos ($n=10$) y a acomodar los tres elementos en un orden definido, utilizamos la regla de permutaciones para determinar el número de resultados distintos:

$$P_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

4. **Combinación:** Es un arreglo de objetos sin importar el orden. El número de combinaciones de n objetos tomados en grupos de k objetos es $C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Ejemplo3: ¿Cuántas muestras distintas de tamaño 5 puede seleccionar de una población de tamaño 20?

Solución:

$${}_{20}C_5 = \frac{20!}{5!(20-5)!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 15504 \text{ muestras de tamaño 5.}$$

Definición de Probabilidad

Definición Clásica o “a priori”: Si un evento ocurre en N formas, las cuales se excluyen mutuamente y son igualmente probables, y si m de estos eventos poseen una característica E , la probabilidad de ocurrencia de E es igual a m/N .

$$P(E) = \frac{m}{N} = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}} = p$$

Para calcular esta probabilidad no es necesario realizar el experimento.

Definición Frecuencial o “a posteriori”: Si algún proceso es repetido un gran número de veces n , y si algún evento resultante, con la característica E ocurre m veces, la frecuencia relativa de la ocurrencia de E , $P(E) = \frac{m}{n}$, es decir, $\lim_{n \rightarrow \infty} P(E) = p$.

La proximidad de la frecuencia relativa a la probabilidad depende de las repeticiones de algún proceso y de la posibilidad de contar el número de repeticiones, así como el número de veces que algún evento de interés ocurre.

Nociones Básicas de Probabilidad

Definición axiomática debida a **Andrei Kolmogorov**, 1903 a 1987, probabilista ruso.

Sea Ω el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio y sean $A_i \subset \Omega$ para $i = 1, 2, \dots, n$ eventos. A cada A_i le asignaremos un número real $P(A_i)$, denominada probabilidad de A_i , que satisface las propiedades siguientes:

$$1) \quad 0 \leq P(A_i) \leq 1, \quad 2) \quad P(\Omega) = 1$$

3) Si A_1 excluye a A_2 entonces $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$

4) Si los A_i son mutuamente excluyentes, es decir $A_i \cap A_j = \emptyset$ para todo $i \neq j = 1, 2, \dots, n$

$$\text{entonces } P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

Observe que estas propiedades no dependen de cómo se calculen las probabilidades $P(A_i)$

Consecuencias de la definición de probabilidad

Proposición 1. La probabilidad de un suceso imposible \emptyset es cero.

En efecto $A \cup \emptyset = A$, así $P(A \cup \emptyset) = P(A)$ como $A \cap \emptyset = \emptyset$ A excluye a \emptyset

entonces $P(A) + P(\emptyset) = P(A)$ esto es $P(\emptyset) = 0$

Proposición 2. $P(A) = 1 - P(A^c)$

En efecto como $P(A \cup A^c) = P(\Omega) = 1$ entonces $P(A) + P(A^c) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(A^c)$

Proposición 3. Si A y B son sucesos no necesariamente excluyentes entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Sean

$A \cup B = A \cup (B \cap A^c)$ tal que A y $B \cap A^c$ son sucesos excluyentes

También en $B = (A \cap B) \cup (B \cap A^c)$, $(A \cap B)$ y $(B \cap A^c)$ son sucesos excluyentes

Por lo tanto

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B \cap A^c) \text{ y } P(B) = P(A \cap B) + P(B \cap A^c)$$

$$\Rightarrow P(B \cap A^c) = P(B) - P(A \cap B)$$

y en consecuencia, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Proposición 4.

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Probabilidad condicional e independencia

Ejemplo4. Consideremos el experimento aleatorio de elegir al azar artículos de un lote de 100 artículos donde se sabe que hay 20 defectuosos y 80 no defectuosos.

Sean $A = \{\text{el primer artículo elegido es defectuoso}\}$

$B = \{\text{el segundo artículo elegido es defectuoso}\}$

Si la selección se hace con restitución $P(A) = P(B) = \frac{20}{100}$, observe que si n es grande y no hay

restitución, de todas maneras como $(n \rightarrow \infty)$ entonces $P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0,2n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0,2(n-1)}{n} = P(B)$.

Si la selección se hace sin reposición $P(A) = \frac{20}{100}$ pero para calcular $P(B)$ es necesario saber si ocurrió A o A^c , con n fijo finito. Esta pregunta induce la siguiente definición:

Probabilidad Condicional: Sean A y B dos sucesos de un espacio Ω . La expresión $P(A/B)$ indica la probabilidad de que ocurra el evento A dado que ya ha ocurrido el evento B . Puede determinarse de la siguiente manera:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{y} \quad P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$P(A \cap B)$ se interpreta como la probabilidad de que los sucesos A y B ocurran conjuntamente.

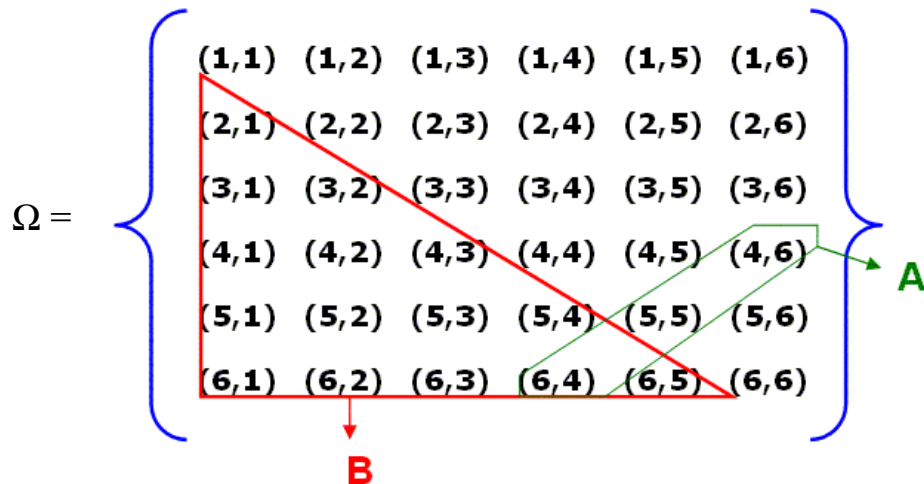
$$\text{Así } P(B/A) = \frac{19}{99} \quad \text{y} \quad P(B/A^c) = \frac{20}{99}$$

Observe que el $\# \Omega$ se reduce a 99 y el $\# B = 19$ si ocurre A o $\# B = 20$ si ocurre A^c .

$$\text{Además } P(A \cap B) = P(B/A) P(A). \quad \text{O sea } P(A \cap B) = \frac{19}{99} \cdot \frac{20}{100}$$

Ejemplo 5. “Se lanzan dos dados hexagonales normales y se anotan los pares x, y ”. Describa el espacio Ω y calcule $P(A), P(B), P(A \cap B), P(A/B)$ y $P(B/A)$. Si $A = \{(x, y): x + y = 10\}$ y $B = \{(x, y): x > y\}$

veamos el espacio muestral Ω



$$\# \Omega = 6^2 = 36$$

$$\# A = 3, \quad P(A) = \frac{3}{36}; \quad \# B = 15, \quad P(B) = \frac{15}{36} \quad \#(A \cap B) = 1$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\#(A \cap B)}{\# B} = \frac{1}{15} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\#(A \cap B)}{\# A} = \frac{1}{3}$$

Propiedades de la probabilidad condicional

- 1) $0 \leq P(B/A) \leq 1$ 2) $P(\Omega/A) = 1$
3) $P(B_1 \cup B_2/A) = P(B_1/A) + P(B_2/A)$ si $B_1 \cap B_2 = \phi$.

Proposición 5 ó Teorema de la multiplicación de probabilidades

$$P(A \cap B) = P(A/B)P(B) \text{ ó } P(A \cap B) = P(B/A)P(A)$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) P(A_2/A_1) P(A_3/A_1 \cap A_2)$$

Para cuatro sucesos omitiendo el símbolo \cap tenemos:

$$P(A_1 A_2 A_3 A_4) = P(A_1) P(A_2/A_1) P(A_3/A_1 A_2) P(A_4/A_1 A_2 A_3)$$

Ejemplo6. Observe que si A_i es el suceso : seleccionar el i-ésimo artículo defectuoso en el

ejemplo 4, entonces $P(A_1 A_2 A_3 A_4) = \frac{20}{100} \cdot \frac{19}{99} \cdot \frac{18}{98} \cdot \frac{17}{97}$

Sucesos independientes

Consideremos dos eventos A y B no vacíos en Ω . las siguientes proposiciones son equivalentes

A es independiente de B $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$$\Leftrightarrow P(A/B) = P(A)$$

$$\Leftrightarrow P(B/A) = P(B)$$

Ejemplo7. Las probabilidades conjuntas y marginales se suelen representar en una tabla de doble entrada denominada tabla de contingencia, así:

Supóngase que una oficina tiene 100 máquinas algunas son eléctricas (E) mientras otras son manuales. Además algunas son nuevas (N) y otras usadas (U). Las probabilidades marginales son $P(N)=7/10$, $P(U) = 3/10$, $P(E) = 6/10$, $P(M)= 4/10$ y las probabilidades conjuntas son por ejemplo $P(UM)=1/10$ o $P(NM)= 3/10$.

La tabla siguiente resume el número de máquinas de cada categoría y a su vez resume dichas probabilidades

	E	M	
N	40	30	70
U	20	10	30
	60	40	100

Una persona entra en la oficina, escoge una máquina al azar y descubre que es nueva. ¿Cuál es la probabilidad de que sea eléctrica?

$$P(E/N) = \frac{P(E \cap N)}{P(N)} = \frac{40/100}{70/100} = \frac{4}{7}$$

Partición del espacio muestral Ω

Decimos que los sucesos B_1, B_2, \dots, B_k , representan una partición de Ω si

- a) $B_i \cap B_j = \emptyset$ para $i \neq j$, b) $\bigcup_{i=1}^k B_i = S$ c) $P(B_i) > 0$, para todo i .

Esto significa que Ω es cubierto por todas las partes B_i que son mutuamente excluyentes, es decir que el experimento aleatorio asociado a Ω ocurre cuando sucede alguno de los B_i .

Proposición 6 ó Teorema de la probabilidad total

Sea A un suceso y B_1, B_2, \dots, B_k una partición de Ω . Entonces $P(A) = \sum_{j=1}^k P(A/B_j) P(B_j)$

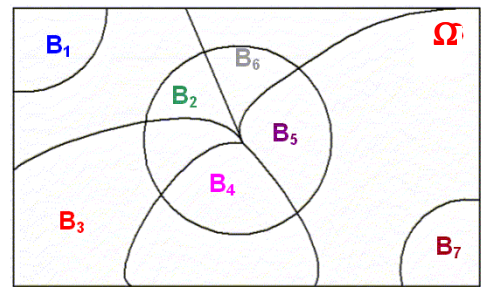
En efecto

$$A = AB_1 \cup AB_2 \cup \dots \cup AB_k$$

omitimos el símbolo \cap así

$$P(A) = \sum_{j=1}^k P(AB_j); \quad P(AB_j) = P(A/B_j)P(B_j)$$

entonces
$$P(A) = \sum_{k=1}^k P(A/B_j)P(B_j)$$



Ejemplo 8. Un sistema de monitoreo automático emplea equipo de vídeo de alta tecnología y microprocesadores para detectar intrusos. Se ha creado un prototipo del sistema y se está utilizando en exteriores en una planta de municiones para armamento. El sistema se diseñó de modo que detectara intrusos con una probabilidad de 0,90. Sin embargo, los ingenieros de diseño esperan que esta probabilidad varíe con las condiciones del clima. El sistema registra automáticamente las condiciones del clima cada vez que detecta un intruso. Con base en una serie de pruebas controladas, en las que se liberó un intruso en la planta en diversas condiciones climáticas, se cuenta con la siguiente información. En los casos en que el intruso sí fue detectado por el sistema, el clima estuvo despejado 75% del tiempo, nublado 20% del tiempo y lluvioso 5% del tiempo. Cuando el sistema no detectó intrusos, 60% de los días estuvieron despejados, 30% nublados y 10% lluviosos. Utilice esta información para calcular la probabilidad de detectar un intruso cuando el clima está lluvioso. Suponga que se liberó un intruso en la planta.

Sea D el evento de que el sistema detecta al intruso. Entonces D^c es el evento de que el sistema copudo detectar al intruso. Debemos calcular la probabilidad $P(D/\text{Lluvioso})$.

Del enunciado se obtiene la siguiente información:

$P(D) = 0,90$	$P(D^c) = 0,10$
$P(\text{Despejado}/D) = 0,75$	$P(\text{Despejado}/D^c) = 0,60$
$P(\text{Nublado}/D) = 0,20$	$P(\text{Nublado}/D^c) = 0,30$
$P(\text{Lluvioso}/D) = 0,05$	$P(\text{Lluvioso}/D^c) = 0,10$

Entonces

$$P(\text{Lluvioso} \cap D) = P(D)P(\text{Lluvioso}/D) = (0,90)(0,05) = 0,045 \quad \text{y}$$

$$P(\text{Lluvioso} \cap D^c) = P(D^c)P(\text{Lluvioso}/D^c) = (0,10)(0,10) = 0,01$$

El evento lluvioso es la unión de dos eventos mutuamente excluyentes, $(\text{Lluvioso} \cap D)$ y $(\text{Lluvioso} \cap D^c)$. Por tanto,

$$P(\text{Lluvioso}) = P(\text{Lluvioso} \cap D) + P(\text{Lluvioso} \cap D^c) = 0,045 + 0,01 = 0,055$$

Ahora aplicamos la fórmula de la probabilidad condicional para obtener:

$$P(D/\text{Lluvioso}) = \frac{P(\text{Lluvioso} \cap D)}{P(\text{Lluvioso})} = \frac{P(\text{Lluvioso} \cap D)}{P(\text{Lluvioso} \cap D) + P(\text{Lluvioso} \cap D^c)} = \frac{0,045}{0,055} = 0,818$$

Por tanto, en condiciones de clima lluvioso, el prototipo del sistema puede detectar al intruso con una probabilidad de 0,818, un valor menor que la probabilidad diseñada,

La técnica que utilizó para resolver el ejemplo 8, se llama Regla de Bayes

Proposición 7 o Teorema de Bayes.

Debida a Thomas Bayes, 1702 a 1761, matemático inglés que estableció el primer método de inferencia estadística.

Regla de Bayes

Para medir la probabilidad de que un A_i sea la causa de un evento observado E.

$$\text{“fácil”} \quad P(A_i / E) = \frac{P(A_i \cap E)}{P(E)} = \frac{P(A_i) P(E / A_i)}{\sum_{j=1}^k P(A_j) P(E / A_j)} \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots, k$$

Proposición 8. Independencia de sucesos complementarios

Si A y B son sucesos independientes en un espacio muestral S entonces A^c y B^c también lo son.

Ejercicios

1. Un sistema de alarma de seguridad se activa y desactiva introduciendo el código numérico de tres dígitos apropiado en el orden correcto en un tablero digital. (a) Calcule el número total de posibles combinaciones del código si los dígitos se pueden utilizar dos veces. (b) calcule el número total de posibles combinaciones del código si los dígitos se pueden utilizar más de una vez.
2. Un centro de investigación realizó un estudio para identificar las condiciones óptimas para la preparación del catalizador en la conversión de monoetanolamina (MEA) a etilendiamina (EDA), una sustancia que se utiliza comercialmente en jabones. Se escogió el plan experimental inicial a modo de examinar cuatro metales (Fe, Co, Ni y Cu) y cuatro clases de soporte para el catalizador (baja acidez, alta acidez, poroso y alta área superficial). (a) ¿Cuántas combinaciones de metal – soporte posibles hay en este experimento? (b) Los cuatro soportes del catalizador se prueban en orden aleatorio con uno de los metales. ¿Cuántos ordenamientos distintos de los cuatro soportes son posibles con cada metal?

3. Suponga que necesita reemplazar 5 empaques en un dispositivo que funciona con energía nuclear. Si tiene una caja con 20 empaques de entre los cuales escoger, ¿cuántas elecciones diferentes son posibles? Es decir, ¿cuántas muestras distintas de 5 empaques se pueden seleccionar de los 20?
4. Una tarjeta de circuito tiene 12 posiciones en las que puede colocarse un chip. Si se colocan 4 chips distintos sobre la tarjeta. ¿cuál es el número de diseños diferentes posibles? Y si los chips son iguales? **R:11880,495**
5. Un estudiante posee cinco libros de matemáticas, tres libros de química y dos de biología. Sólo tiene una repisa que puede contener cinco libros.
 - a) ¿De cuántas maneras pueden colocarlos en la repisa? **R:30240**
 - b) De cuántas maneras se pueden ubicar en la repisa si 2 de ellos deben ser de matemáticas, 2 de química y 1 de biología? **R:30**
6. Un experimentador investiga el efecto de las variables presión, temperatura y tipo de catalítico sobre el rendimiento en un proceso de refinado. Si el experimentador intenta usar 3 niveles para la temperatura, 3 niveles para la presión y 2 tipos de catalíticos, ¿cuántos ensayos experimentales tendrá que realizar si quiere considerar todas las combinaciones posibles de presión, temperatura y tipos de catalíticos? **R:18 ensayos**
7. En Chillán, la probabilidad que llueva el primero de julio es 0.5. Si llueve el primero de julio, la probabilidad que llueva el día siguiente es 0.8. ¿Cuál es la probabilidad que llueva los dos primeros días de julio? **R:0.4**
8. El inspector de calidad de una gran empresa tiene un plan de muestreo de forma que cuando el pedido es de buena calidad lo acepta el 98% de las veces. Por otra parte, el inspector acepta el 94% de los pedidos y sabe que el 5% de los pedidos son de mala calidad. Calcule la probabilidad que un pedido:
 - a) De buena calidad se acepte **R:0.98**
 - b) Malo se acepte **R:0.18**
 - c) Se rechace dado que es de mala calidad **R:0.14**

Bibliografía

1. William Mendenhall/ Terry Sincich. Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. Editorial Prentice Hall, 1997. Cuarta Edición.
2. Murray R. Spiegel. Estadística. Editorial McGrawHill. 1995.
3. Webster, Allen. Estadística Aplicada. Editorial McGrawHill. 2001.
4. Mora/ Cid/Valenzuela. Probabilidades y Estadística. Universidad de Concepción. 1996.