

# OTOMATA TEORİSİ

Sonlu Özdevinir Kuramı:  
Deterministik Sonlu Durum  
Makinesi

## 1.1. SONLU ÖZDEVİNİR (FA) MODELİ

- Sonlu özdevinir (**finite automata : FA**) modeli, kesikli giriş ve çıkışları olan matematiksel bir modeldir. Bu model birçok donanım ve yazılım sisteminin modellenmesinde kullanılır.
- Sonlu özdevinir modelinin birçok türü vardır. Sonlu özdevinirleri öncelikle:
  - Sonlu durumlu tanıyıcı (finite state recognizer)
  - Çıkış üreten özdevinir

modelleri olarak sınıflandırmak mümkündür.

Bu sınıfların her birinin de kendi içinde altsınıfları vardır.

Ancak kısaca “sonlu özdevinir” ya da FA denilince, temel model olan “deterministik sonlu durumlu tanıyıcı” modeli anlaşılır.

# Deterministik Sonlu Özdevinir (DFA) Modeli

- Temel modelde, deterministik sonlu özdevinir bir beşli olarak tanımlanır:
  - $Q$  : Sonlu sayıda tüm durumları içeren sonlu bir kümedir,
  - $\Sigma$  : Sonlu sayıda giriş simgesinden oluşan Giriş Alfabeti
  - $\delta: Q \times E \rightarrow Q$  geçiş fonksiyonudur
  - $q_0 \in Q$  başlangıç durumudur
  - $F \subseteq Q$  Uç durumlar kümesi(Çıkış)

### 1.1.1. Deterministik Sonlu Özdevinir (DFA) Modeli

Temel modelde geçiş işlevi ile her (durum, giriş simgesi) çiftine bir (durum) eşlenmektedir. Bu durumlardan ilki “şimdiki durum”, ikincisi ise “sonraki durum” olarak adlandırılırsa, durum geçiş işlevi ile her (şimdiki durum, giriş simgesi) çiftine bir (sonraki durum) eşlendiği söylenebilir. Matematiksel olarak geçiş işlevi:

$$\delta(q_i, a) = q_j \quad \forall q_i \in Q, a \in \Sigma \Rightarrow q_j \in Q$$

olarak tanımlanır.

Bu modele göre, FA  $q_0$  durumundan başlar ve uygulanan her giriş simgesi ile yeni bir duruma geçer. Her an FA'nın bulunduğu durum kesin olarak bellidir.

### 1.1.1. Deterministik Sonlu Özdevinir (DFA) Modeli

Geçiş Çizelgesi: Örnek 1.1

$$M.1.1 = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$$

- $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$
- $\Sigma = \{0, 1\}$
- $F = \{q_2\}$
- Geçiş fonksiyonları:

$\delta$ :

$$\delta(q_0, 0) = q_0$$

$$\delta(q_0, 1) = q_1$$

$$\delta(q_1, 0) = q_0$$

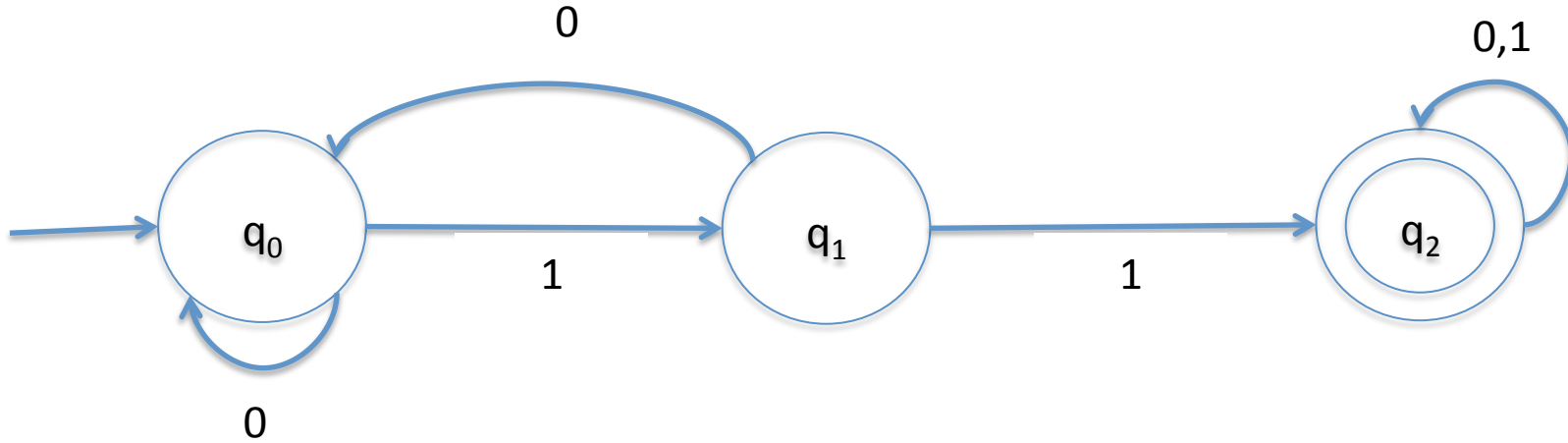
$$\delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_2$$

$$\delta(q_2, 1) = q_2$$

### 1.1.1.1. Geçiş Çizeneği

- Örnek M.1.1’de görüldüğü gibi, geçiş işlevinin matematiksel tanımı hem uzun, hem de anlaşılabilirliği zor olan bir tanımdır. Bu nedenle, geçiş işlevinin tanımı için genellikle **“geçiş çizeneği (transition diagram)”** olarak adlandırılan bir çizenek kullanılır.
- Yönlü bir çizge olan geçiş çizeneğinde her durum için bir düğüm bulunur. Durum geçişleri ise yönlü yaylar ile gösterilir ve yayların üzerine geçişe neden olan giriş simgesi yazılır. Geçiş çizeneğinde başlangıç durumu “ $\rightarrow$ ” ile, uç durumlar ise **çift çember** ile gösterilir.



$Q$  : Sonlu sayıda tüm durumları içeren sonlu bir kümedir

$\Sigma$  : Sonlu sayıda giriş simgesinden oluşan Giriş Alfabeti

$\delta: Q \times E \rightarrow Q$  geçiş fonksiyonudur

$q_0 \in Q$  başlangıç durumudur

$F \subseteq Q$  Uç durumlar kümesi(Çıkış)

### 1.1.1.2. DFA'nın Tanıdığı Dizgiler Kümesi

- Tanımlanan modele göre, DFA'nın girişine her seferinde bir giriş simgesi uygulanır. Her giriş simgesi DFA'nın bir sonraki duruma geçmesine neden olur. DFA, bulunduğu durumu yeni bir giriş simgesi uygulanana kadar korur. Uygulanan giriş simgelerinin sayısı ne kadar çok olursa olsun, deterministik olduğu için model çalışır.
- Başlangıçta  $q_0$  durumunda bulunan DFA, belirli sayıda giriş simgesinden oluşan bir dizginin (string) uygulanmasından sonra belli bir duruma ulaşır.
- Uygulanan giriş dizgisini  $w$ , bu dizgi uygulandıktan sonra DFA'nın ulaştığı durumu da  $q_i$  ile gösterelim:
- $q_0$ ,  $w$  ve  $q_i$  arasındaki ilişkiyi, durum geçiş işlevini kullanarak ve bu işlevin anlamını biraz genişleterek aşağıdaki gibi gösterebiliriz:
- $\delta(q_0, w) = q_i$



### 1.1.1.2. DFA'nın Tanıdığı Dizgiler Kümesi

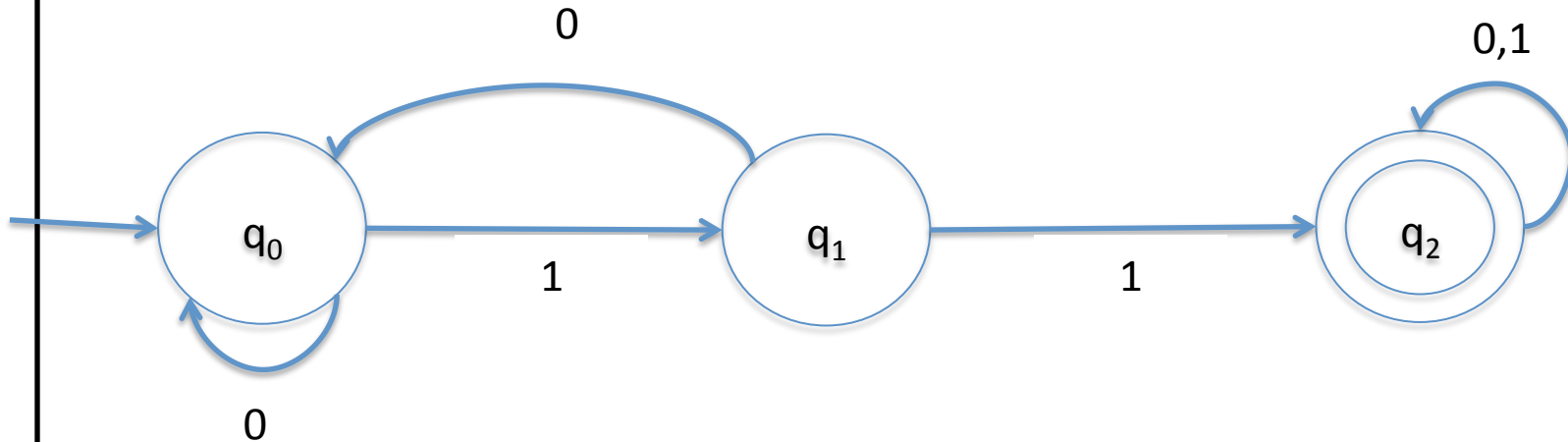
- $q_0$  durumundan başlayan ve  $w$  giriş dizgisinin uygulanmasından sonra  $q_i$  durumuna ulaşan DFA, eğer  $q_i$  bir uç durum ise  $w$  giriş dizgisini tanır.
- Giriş alfabesi  $\Sigma=\{I_1, I_2, \dots, I_k\}$  olan bir DFA'ya uygulanabilecek giriş dizgileri kümesi sonsuz bir kümedir. Giriş alfabesindeki simgelerden oluşan sonlu ya da sonsuz uzunluktaki her dizgi bu kümede yer alır. Giriş alfabesindeki simgelerden oluşan dizgilerin bir kısmı DFA tarafından tanınan, diğer bir kısmı ise tanınmayan dizgilerdir. Bu aşamada, bir sonlu özdevinir (**M**) tarafından tanınan dizgiler kümesini aşağıdaki gibi tanımlamak mümkündür:

$$T(M)=\{w \mid \delta(q_0, w)=q_i \in F\}$$



### 1.1.1.2. DFA'nın Tanıdığı Dizgiler Kümesi

- Buna göre DFA'ya uygulanabilecek dizgiler kümesi, DFA tarafından tanınan ve tanınmayan olmak üzere, iki altkümeye ayrılmaktadır. DFA'nın tanıdığı küme, DFA'yı başlangıç durumundan bir uç duruma götüren dizgilerin kümesidir.
- Örnek 1.1'de tanımlanan DFA'yı ( $M_{1.1}$ ) incelersek, örneğin **0101** dizgisinin  $M_{1.1}$  tarafından tanınmadığını; buna karşılık **0110** dizgisinin  $M_{1.1}$  tarafından tanındığını görürüz.



- $q_0$  durumundan başlayan  $M_{1.1}$ , **0101** uygulandıktan sonra  $q_1$  durumuna ulaşır ve  $q_1$  bir uç durum değildir.
- **0110** dizgisi  $M_{1.1}$ 'i başlangıç durumundan  $q_2$  durumuna götürür ve  $q_2$  bir uç durumdur.  $M_{1.1}$ 'in tanıdığı dizgiler kümesi sonsuz bir kümedir. Bu kümedeki dizgilerden birkaç örnek aşağıda gösterilmiştir.
- $T(M_1) = \{ \mathbf{11}, \mathbf{011}, \mathbf{110}, \mathbf{0110}, \mathbf{0110}, \mathbf{01011}, \dots \}$
- Çizim 1.1'deki geçiş çizeneği incelendiğinde, bir dizginin  $M_{1.1}$  tarafından tanınabilmesi için, dizgide ardarda iki tane **1** bulunmasının gerekli ve yeterli olduğu görülür.
- Buna göre,  $T(M_{1.1})$  sözlü olarak,  $\{ \mathbf{0}, \mathbf{1} \}$  alfabesinde, içinde **11** altdizgisi bulunan dizgiler kümesi olarak tanımlanabilir.

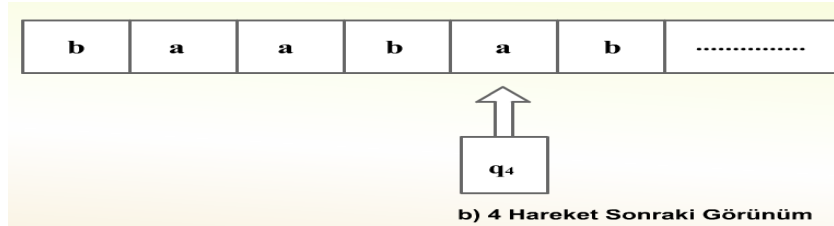
### 1.1.1.3. DFA'nın Şeritli Makine Modeli

- Tanımlandığı biçimiyle deterministik sonlu özdevinir modeli matematiksel bir modeldir. Deterministik bir sonlu özdevinir oluşturmak için:
  - bir durumlar kümesi ile bir giriş alfabesi oluşturmak,
  - durumlardan birini başlangıç durumu olarak seçmek,
  - durumların bir kesimini uç (taniyan) durumlar olarak nitelemek
  - bir geçiş işlevi tanımlamak yeterlidir.

Oluşturulan DFA soyut bir makine olarak görülebilir ve kısaca “makine” olarak adlandırılır. Ancak “makine” adlandırmasının tamamen simgesel olduğu, oluşturulan sonlu özdevinirin makine ile hiç benzerliği olmayan bir şey de olabileceği unutulmamalıdır.

- Soyut bir makine olan deterministik sonlu özdevinirin daha kolay anlaşılması için, somut bir **şeritli makine modeli** düşünülebilir. Bu amaçla, DFA için kullanılan somut makine modeli, bilinen bileşenlerden oluşan ve Çizim 1.2’de görülen bir modeldir.

### 1.1.1.3. DFA'nın Şeritli Makine Modeli



Çizim 1.2. DFA'nın Şeritli Makine Modeli

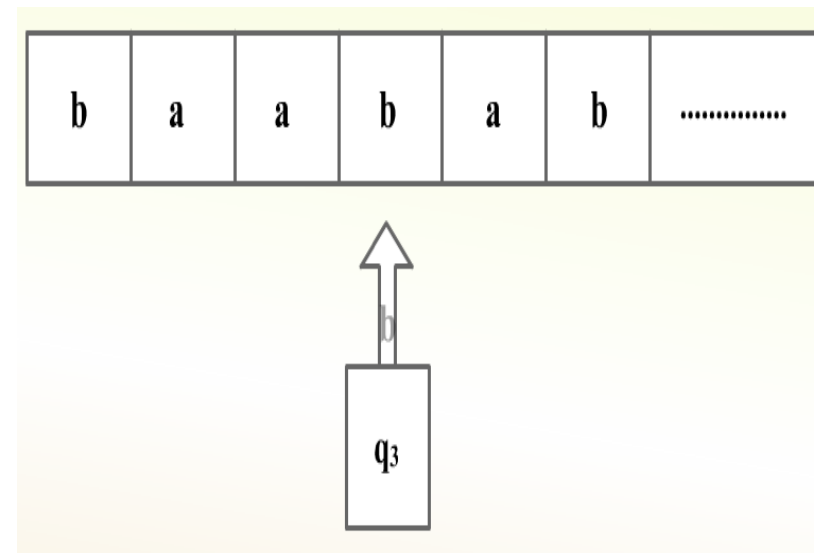
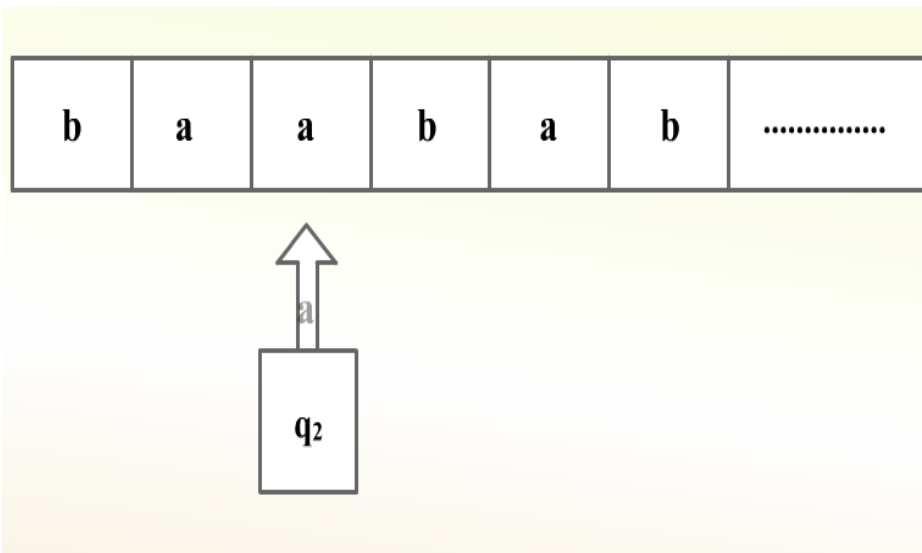
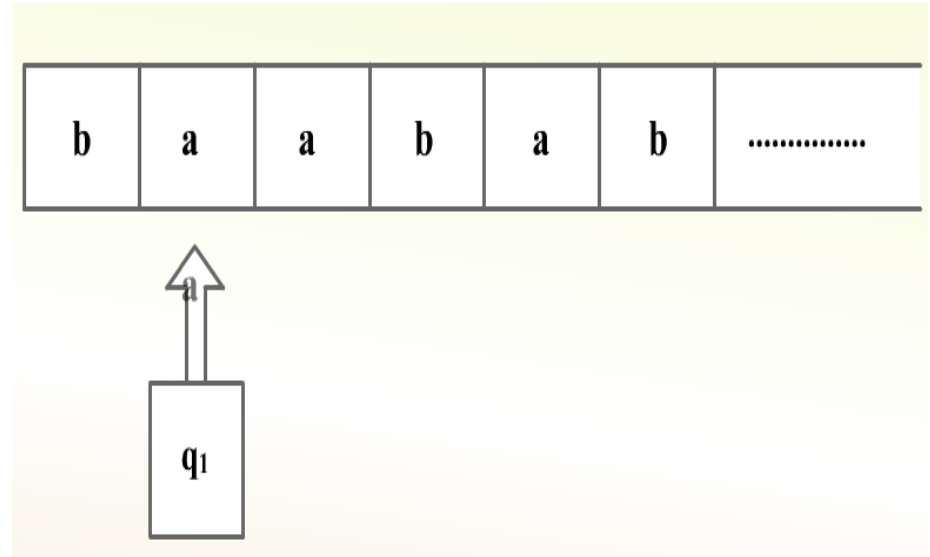
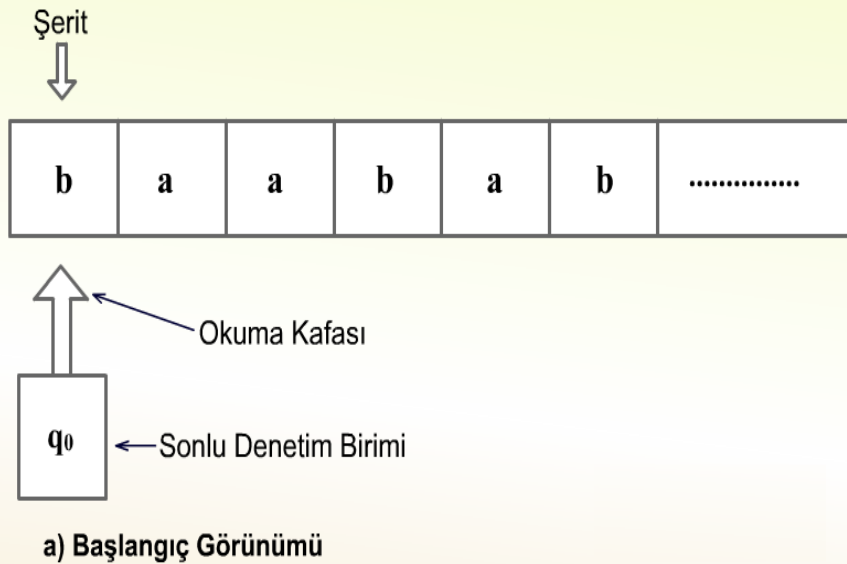
DFA'nın makine modeli 3 elemandan oluşmaktadır.

Mıknatıslı Şerit:Hücrelerden oluşan ve her hücresinde bir giriş simgesi bulunan bir mıknatıslı şerit. Yalnız okunabilen şeridin sağ ucu sonsuzdur. Başlangıçta şerit üzerinde giriş simgelerinden oluşan bir dizgi kayıtlıdır.

Sonlu denetim birim (SDB): SDB'nin sonlu sayıda durumu vardır. Bu durumlardan biri başlangıç durumudur ve SDB başlangıçta bu durumda bulunur.

Bir okuma kafası: Şeridin okunması soldan sağa doğru, tek yönlü gerçekleşir. Belirli bir anda okuma kafası şeridin hücrelerinden biri üzerinde bulunur ve üzerinde bulunduğu hücrede kayıtlı simgeyi okuyabilir.

### 1.1.1.3. DFA'nın Şeritli Makine Modeli



### 1.1.1.3. DFA'nın Şeritli Makine Modeli

- Çizim 1.2'deki modele göre, DFA (makine) aşağıda açıklanan biçimde çalışır:
- Başlangıçta şerit üzerinde bir giriş dizgisi kayıtlıdır ve okuma kafası şeridin ilk (en soldaki) hücresi üzerindedir.
- Makinenin her hareketinde aşağıdaki işlemler yapılır:
  - Şeritten bir simge okunur.
  - Okuma kafası bir sağdaki hücreye geçer.
  - Sonlu denetim birimi bir sonraki duruma geçer.
- Belirli sayıda hareket sonunda okuma kafası belirli bir hücrenin üzerinde, sonlu denetim birimi ise belirli bir durumda ( $q_i$ ) bulunur.
- Okuma kafasının üzerinde bulunduğu hücrenin solundaki hücrelerde yer alan dizgiyi  $w$  olarak adlandıralım:
  - Eğer  $q_i$  bir uç durumsa, makine  $w'$ 'yi tanır .

# Soru1:

- L dili  $\{a,b,c\}$  alfabesinde, içinde **abc** alt dizgisi bulunan dizgiler kümesi olarak tanımlanıyor.
  - L dilini tanıyan geçiş çizeneğini oluşturunuz.
  - L dilini türeten düzgün bir dilbilgisi tanımlayınız.



## Soru 2:

- . L dili  $\{a,b,c\}$  alfabesi içinde **b**' lerin sayısı üçün katı olan dizgiler kümesi için deterministik(DFA) geçiş çizelge ve çizeneğini oluşturunuz.
- Örnl: **ac, ababab, cbacbab, bcbb, bbbbabbb,....**