

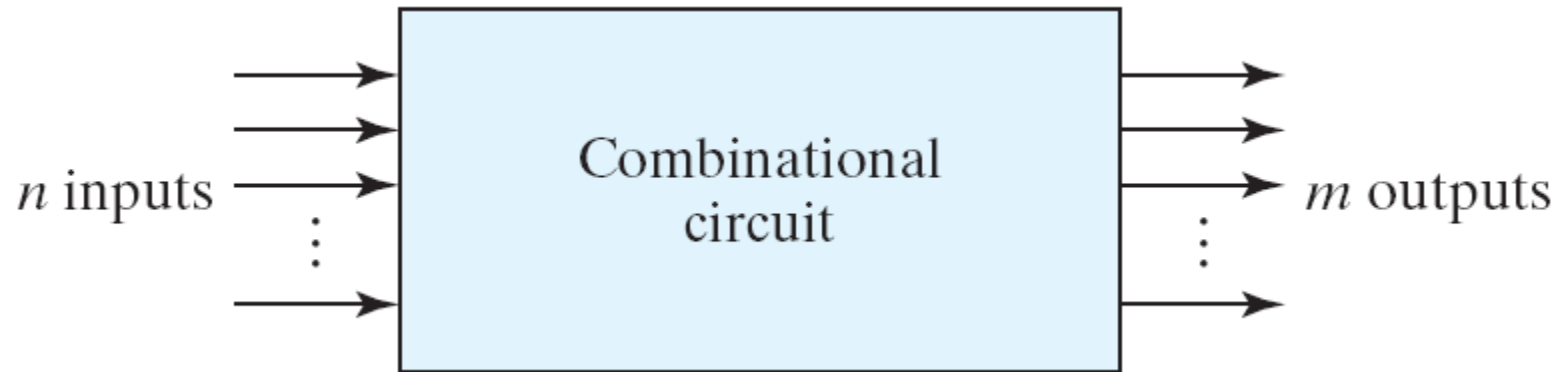
Mantıksal Tasarım ve Uygulamaları

Dr. Burcu KIR SAVAŞ



Birleşik Mantık Devreleri

- 2^n possible combinations of input values



- Specific functions
 - Toplayıcı(Adder), Çıkarıcı (subtractor), Karşılaştırıcı (comparator), Çarpıcı(Multiplier)
 - Kod Çözücü (decoder), Kodlayıcı (encoder)
 - Çoklayıcı/Veri Seçici (multiplexer), Azlayıcı/Veri Dağıtıcı (Demultiplexer)

Yarı Toplayıcı

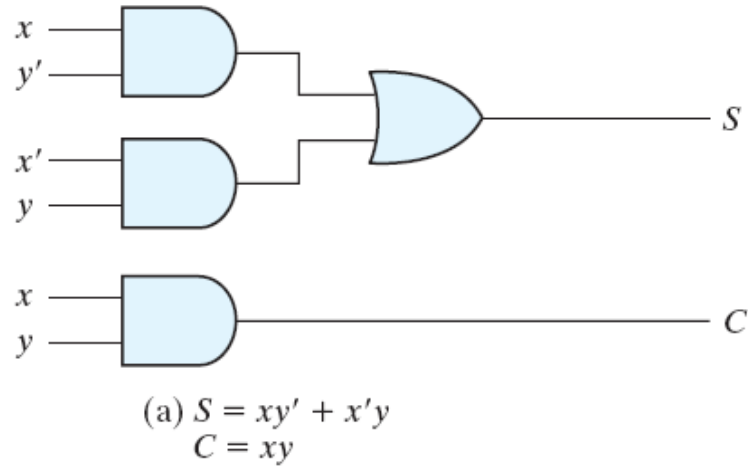
- Two inputs: x , y
- Two output: S (sum), C (carry)
- $0+0=0$; $0+1=1$;
- $1+0=1$; $1+1=10$ (buradaki 1 eldeki ifade eder)

x	y	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

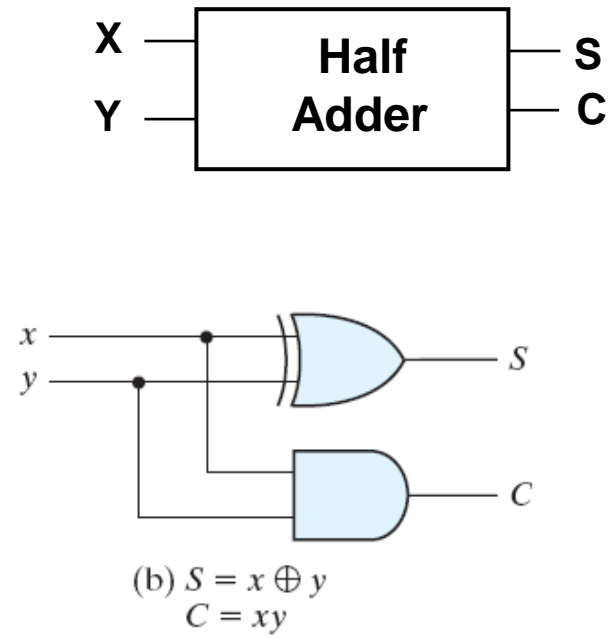
- S çıktısı, toplamın en az anlamlı bitini temsil eder.
- C çıkışı, toplamın veya (bir taşıma) en önemli bitini temsil eder.

Yarı Toplayıcı

- $S(\text{Toplam}) = x \oplus y$
- $S = xy + x'y'$
- $C(\text{elde}) = xy$

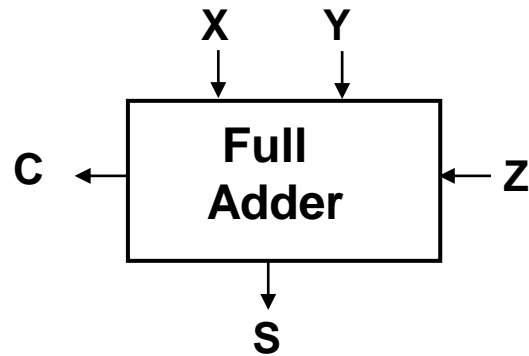


- $S = x'y + xy'$
- $C = xy$



Tam Toplayıcı

- Üç bitin aritmetik toplamını oluşturan ve bir toplam ve bir elde üreten birleşik devre
- Inputs:
 - 3 giriş: x, y, z
 - 2 çıkış: S, C
- Truth table:

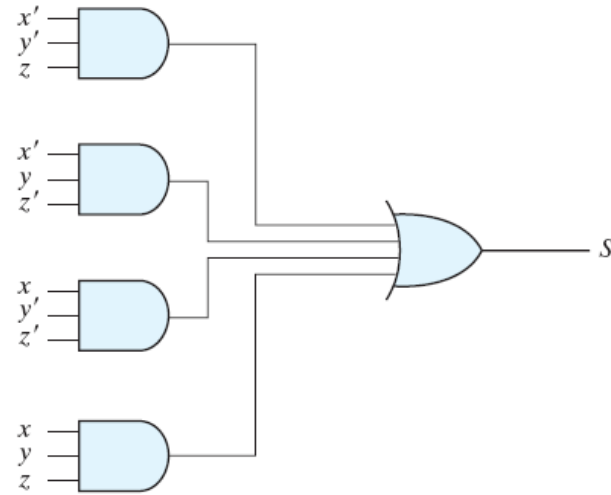


x	y	z	C	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

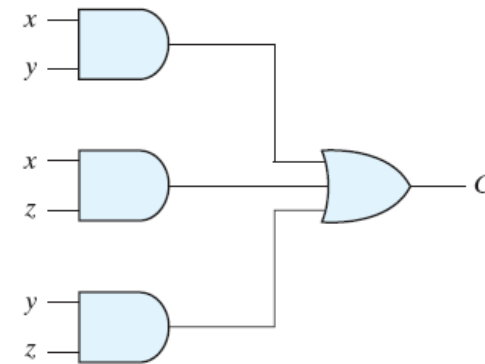
Tam Toplayıcı – Çarpımların Toplamı

		y			
		yz			
x	0	00	01	11	10
		m_0	m_1	m_3	m_2
1		m_4	m_5	m_7	m_6
		1		1	

		y			
		yz			
x	0	00	01	11	10
		m_0	m_1	m_3	m_2
1		m_4	m_5	m_7	m_6
			1	1	1



$$S = x'y'z + x'yz' + xyz' + xyz$$



$$C = xy + xz + yz$$

Paralel İkili Toplayıcı (Binary Adder)

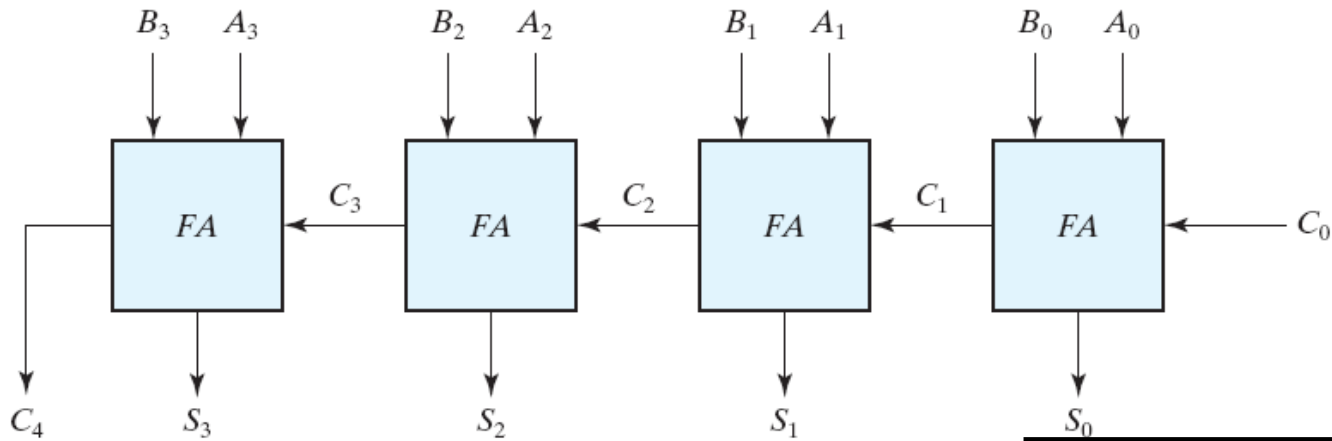
- İkili toplayıcı, iki ikili sayının aritmetik toplamını üreten dijital bir devredir. Bir ikili toplayıcı, birden çok tam toplayıcı (FA) kullanılarak uygulanabilir.

- $A = 1011$

- $B = 0011$

Subscript i:	3	2	1	0	
Input carry	0	1	1	0	C_i
Augend	1	0	1	1	A_i
Addend	0	0	1	1	B_i
Sum	1	1	1	0	S_i
Carry	0	0	1	1	C_{i+1}

4 bit İkili Toplayıcı

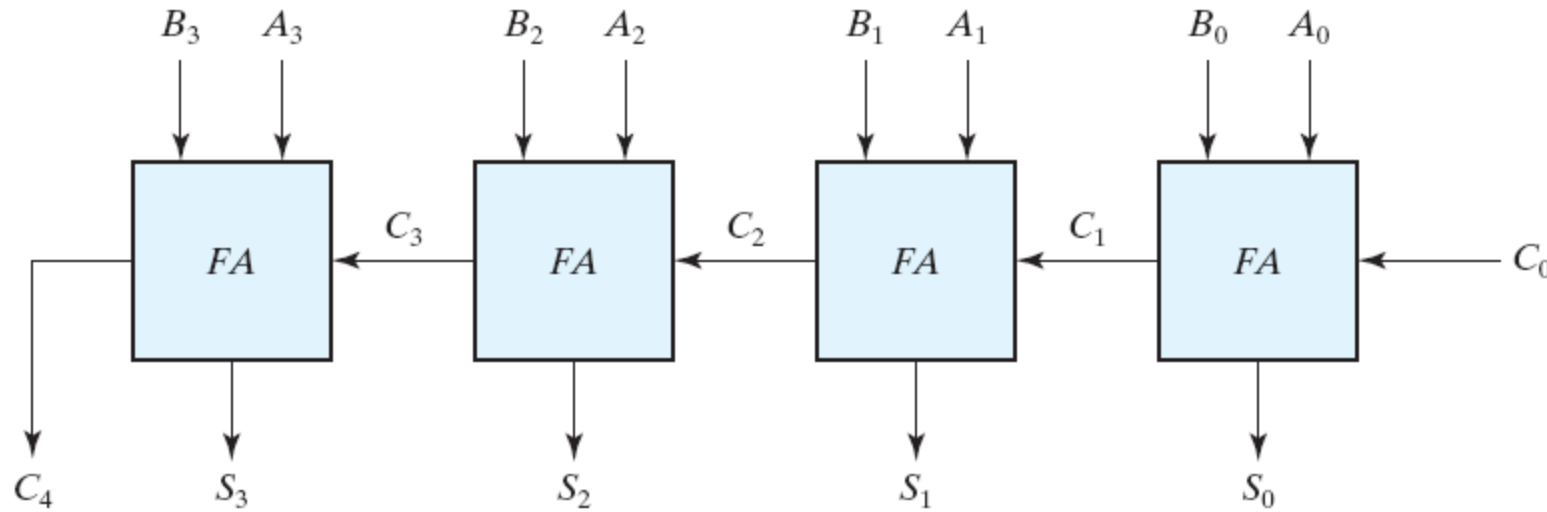


C	1	1	1	0
A	0	1	0	1
B	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
S	1	1	0	0

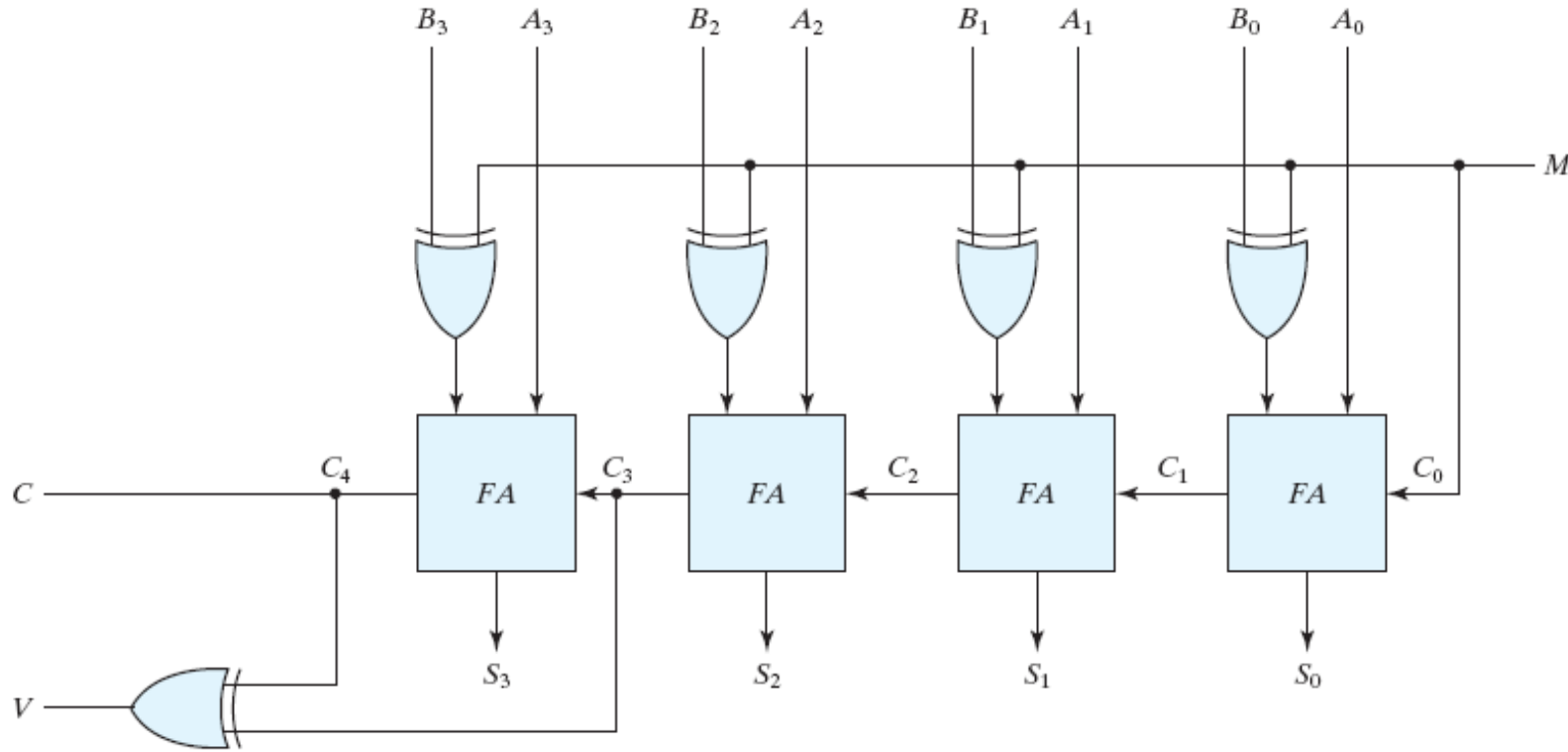
Subscript i:	3	2	1	0	
Input carry	0	1	1	0	C_i
Augend	1	0	1	1	A_i
Addend	0	0	1	1	B_i
Sum	1	1	1	0	S_i
Carry	0	0	1	1	C_{i+1}

Elde biti

- Herhangi bir kombinyonel devrede, çıkış terminallerinde doğru çıkış mevcut olmadan önce sinyal kapılardan yayılmalıdır.
- Bir ikili toplayıcıdaki en uzun yayılma gecikme süresi, taşımanın tam toplayıcılar boyunca yayılması için geçen süredir. Bunun nedeni, toplam çıktının her bir bitinin girdi taşıma değerine bağlı olmasıdır. Bu, ikili toplayıcıyı çok yavaşlatır.



4 bit Toplayıcı Çıkarıcı Devresi



M sets *mode*: $M=0$ Toplama and $M=1$ ise Çıkarma
 M control sinyalidir data değildir ve bu sinyalin değişmesi devrenin toplama mı çıkarma mı yapacağını belirtir.

If $v=0$ taşma yok
If $v=1$ Taşma var

Taşma Durumu

- İşaretler farklıysa taşma olmaz (*pos + neg*, or *neg + pos*)
- Taşma ancak her iki sayı da aynı işarete sahip olduğunda gerçekleşebilir

$$\begin{array}{rcl} +6 & 0 & 110 \\ +7 & 0 & 111 \\ \hline +13 & 0 & 1101 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} -6 & 1 & 010 \\ -7 & 1 & 001 \\ \hline -13 & 1 & 0011 \end{array}$$

- Bir sonraki toplayıcı devresi için giriş taşıma olarak kullanılabilir

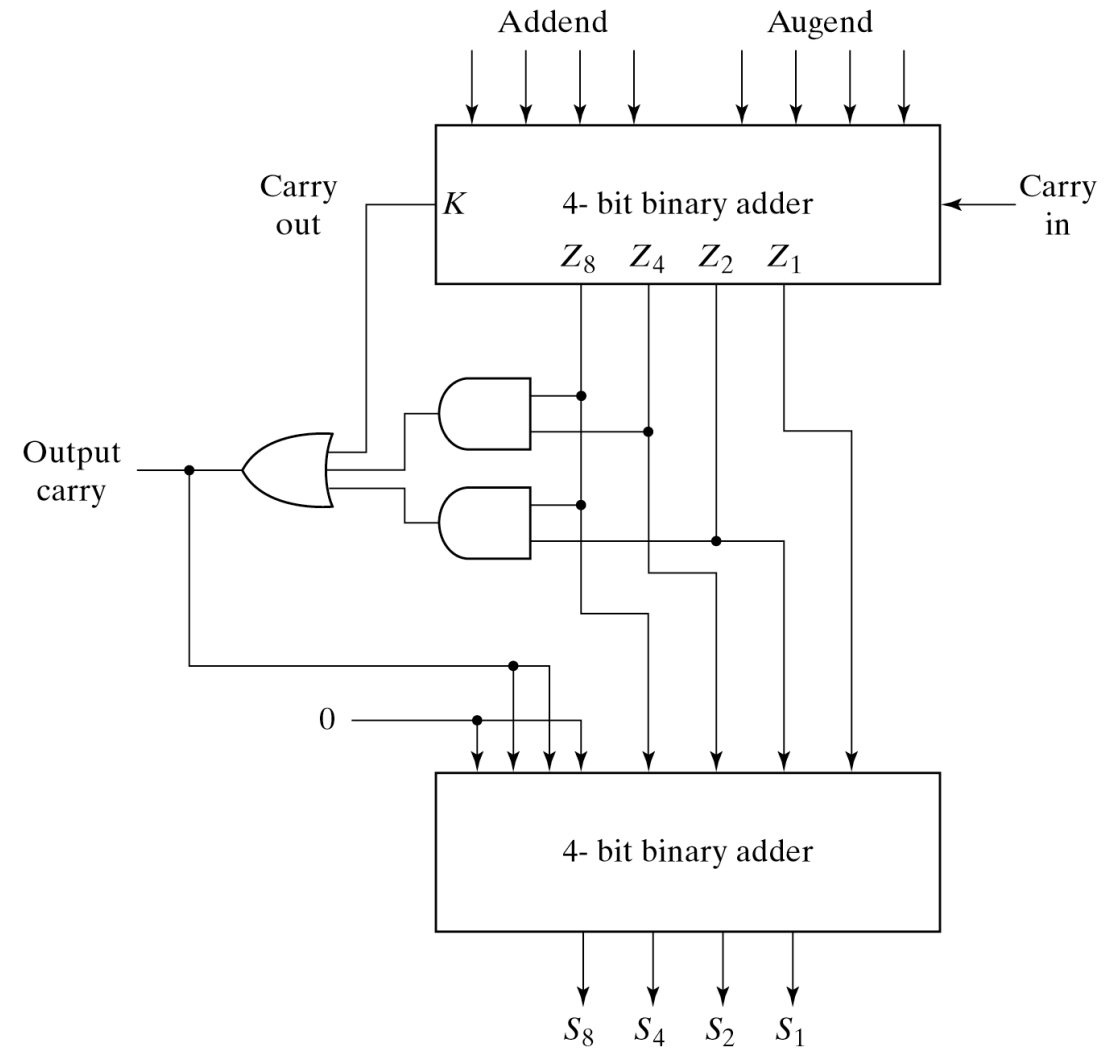
BCD (Ondalık) Toplayıcı

- Ondalık sayı 10 basamak içerir.
- BCD dört ikili basamaktan oluşan ikili sayı, verile ondalık basamak için eşdeğer kod olacaktır.
- BCD iki sayıyı yalnızca 0000-1001 arası sırasıyla 0-9 arası ondalık basamağı olan sayılar üzerinde işlem yapılır.

Binary Sum					BCD Sum					Decimal
K	Z ₈	Z ₄	Z ₂	Z ₁	C	S ₈	S ₄	S ₂	S ₁	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	2
0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	3
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	4
0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	5
0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	6
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	7
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	8
0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	9
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	10
0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	11
0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	12
0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	13
0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	14
0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	15
1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	16
1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	17
1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	18
1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	19

BCD (Ondalık) Toplayıcı

- Modifications are needed if the sum > 9
 - $C = 1$
 - $K = 1$
 - $Z_8 Z_4 = 1$
 - $Z_8 Z_2 = 1$
 - modification: $-(10)_d$ or $+6$



İkili Çarpıcı

- Ex. (unsigned)

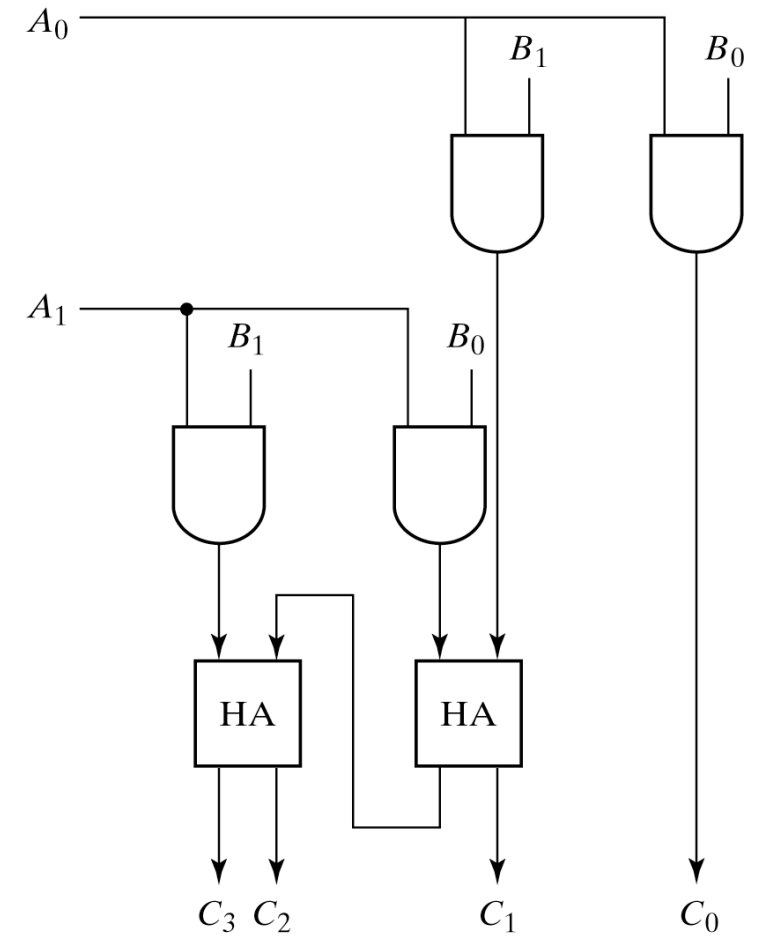
11	1 0 1 1	multiplicand (4 bits)
X 13	X 1 1 0 1	multiplier (4 bits)
-----	-----	
33	1 0 1 1	
11	0 0 0 0	
-----	1 0 1 1	
143	1 0 1 1	

	1 0 0 0 1 1 1 1	Product (8 bits)

İkili Çarpıcı

- AND operations

		B_1	B_0
		A_1	A_0
		<hr/>	
		A_0B_1	A_0B_0
	A_1B_1	A_1B_0	
<hr/>			
C_3	C_2	C_1	C_0



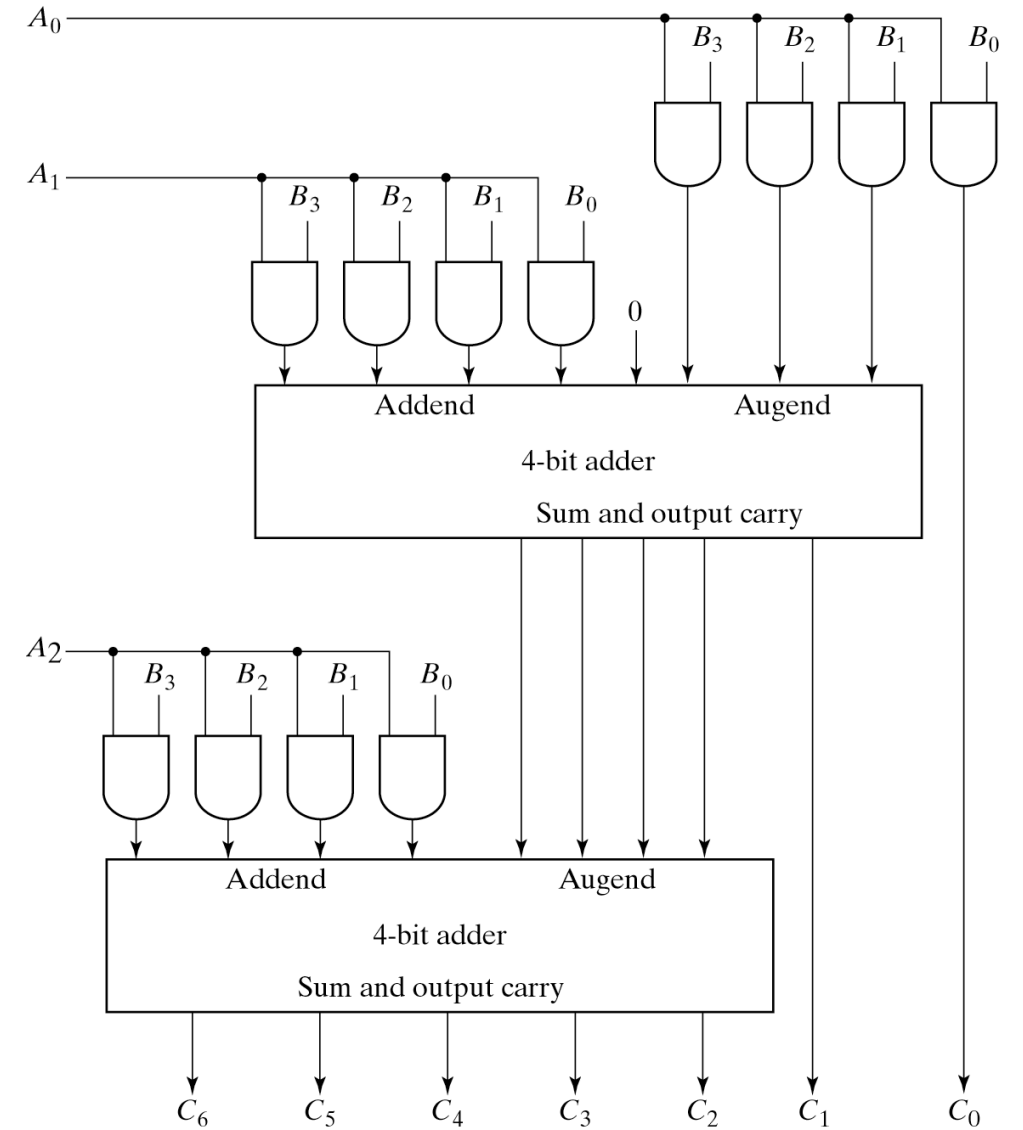
İkili Çarpıcı

- Bir n-bit X n-bit çarpanı, toplayıcının bir konum kaydırıldığı bir n-1 n-bit toplayıcı dizisi kullanılarak kombinyasyonel devrede gerçekleştirilebilir.
- Her toplayıcı için bir giriş, çarpan bitine bağlı olarak 0 veya 1 ile çarpılır (VE geçitleri kullanılarak), diğer giriş n kısmi bittir.

			x	X_3 Y_3	X_2 Y_2	X_1 Y_1	X_0 Y_0

				$X_3.Y_0$	$X_2.Y_0$	$X_1.Y_0$	$X_0.Y_0$
			$X_3.Y_1$	$X_2.Y_1$	$X_1.Y_1$	$X_0.Y_1$	
		$X_3.Y_2$	$X_2.Y_2$	$X_1.Y_2$	$X_0.Y_2$		
	$X_3.Y_3$	$X_2.Y_3$	$X_1.Y_3$	$X_0.Y_3$			
P_7	P_6	P_5	P_4	P_3	P_2	P_1	P_0

4 bit ile 3 bit ikili çarpıcı



Büyüklik Karşılaştırıcı

- Need to compare two numbers: A and B
 - $A > B$?, $A = B$?, $A < B$?
- How many truth table entries for n -bit numbers?
 - 2^{2n} entries
 - Impractical for design
- How can we determine that two numbers are equal?
 - Equal if every digit is equal
 - $A_3A_2A_1A_0 = B_3B_2B_1B_0$ iff
 $A_3 = B_3$ and $A_2 = B_2$ and $A_1 = B_1$ and $A_0 = B_0$
- New function: x_i indicates if $A_i = B_i$
 - $x_i = A_iB_i + A_i'B_i'$ (XNOR)
 - Thus, $(A = B) = x_3x_2x_1x_0$
- What about $A < B$ and $A > B$?

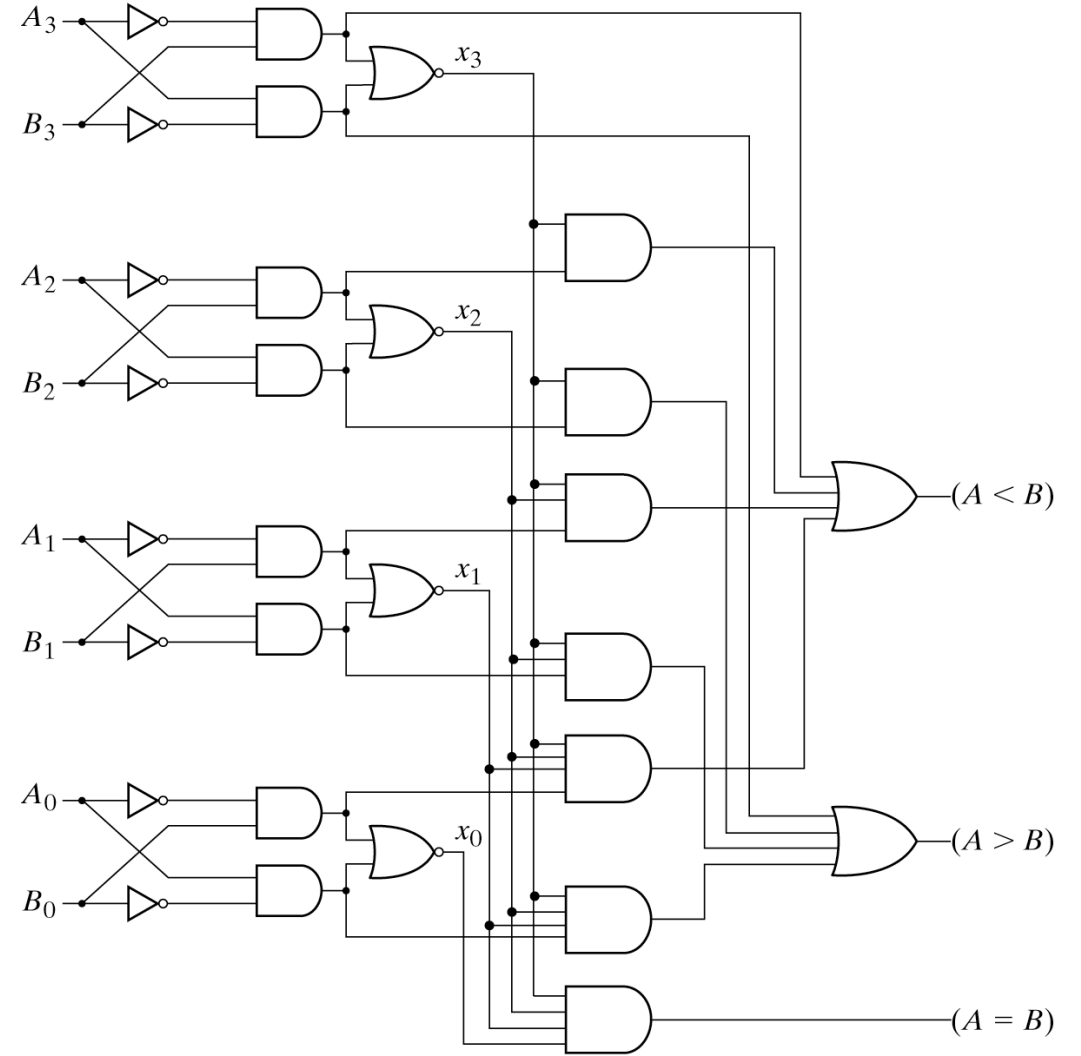
Büyüklik Karşılaştırıcı

- **Case 1: $A > B$**
 - How can we tell that $A > B$?
 - Look at most significant bit where A and B differ
 - If $A = 1$ and $B = 0$, then $A > B$
 - If not, then $A \leq B$
- **Function ($n = 4$) :**
 - If difference in first digit: $A_3 B_3'$
 - If difference in second digit: $x_3 A_2 B_2'$
 - Conditional that $A_3 = B_3$ ($x_3 = 1$ if : $A_3 = B_3$)
 - Similar for all other digits
- **Comparison function $A > B$:**
 - $(A > B) = A_3 B_3' + x_3 A_2 B_2' + x_3 x_2 A_1 B_1' + x_3 x_2 x_1 A_0 B_0'$
- **Case 2: $A < B$**
 - swap A and B for $A < B$

Büyüklik Karşılaştırıcı

- Functions:

- $(A = B) = x_3 x_2 x_1 x_0$
- $(A > B) = A_3 B_3' + x_3 A_2 B_2' + x_3 x_2 A_1 B_1' + x_3 x_2 x_1 A_0 B_0'$
- $(A < B) = A_3' B_3 + x_3 A_2' B_2 + x_3 x_2 A_1' B_1 + x_3 x_2 x_1 A_0' B_0$



Kodlayıcı- Encoder

- *Encoder: 2^n giriş ve n çıkışa sahip olan bir birleşik devredir.*
 - Output is binary coding of input that is 1
- Doğruluk tablou ($n=3$):

Inputs								Outputs		
D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	x	y	z
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

8X3 İkili Kodlayıcı

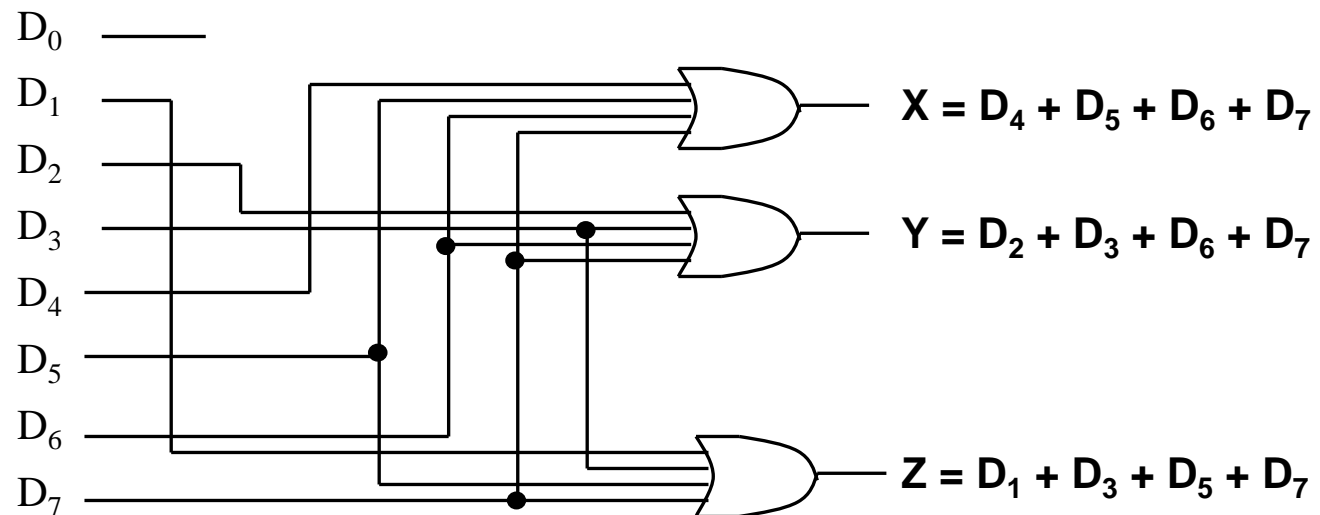
- For an 8-to-3 binary encoder with inputs D_0 - D_7 the logic expressions of the outputs X,Y,Z are:

$$Z = D_1 + D_3 + D_5 + D_7$$

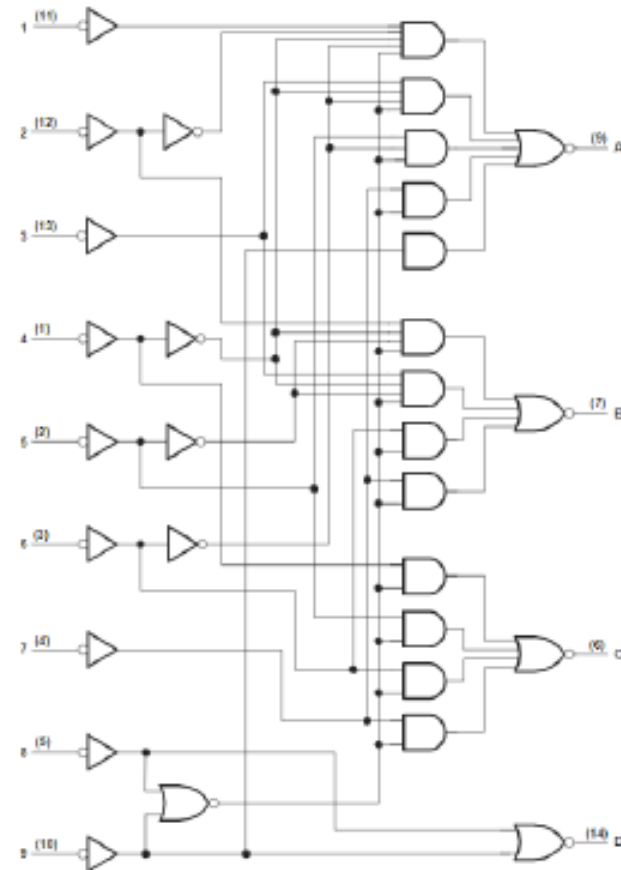
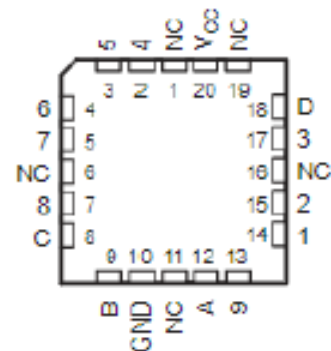
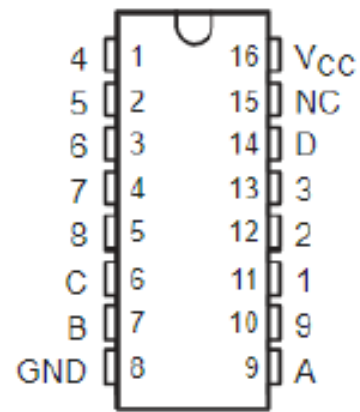
$$Y = D_2 + D_3 + D_6 + D_7$$

$$X = D_4 + D_5 + D_6 + D_7$$

- At any one time, only one input line has a value of 1.

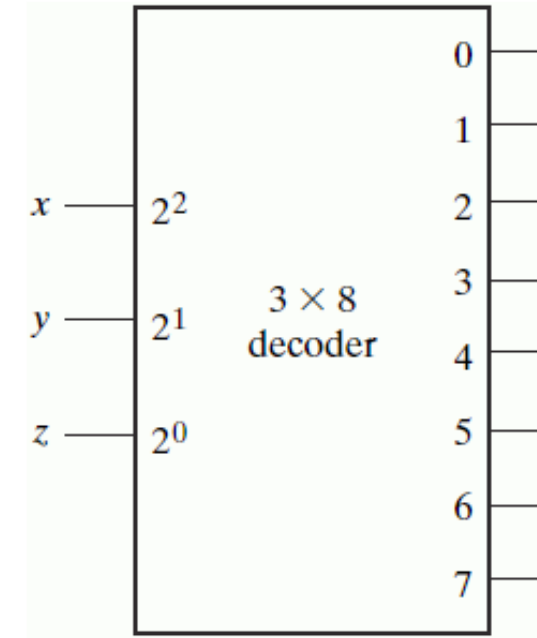


74LS147 decimal to BCD kodlayıcısı



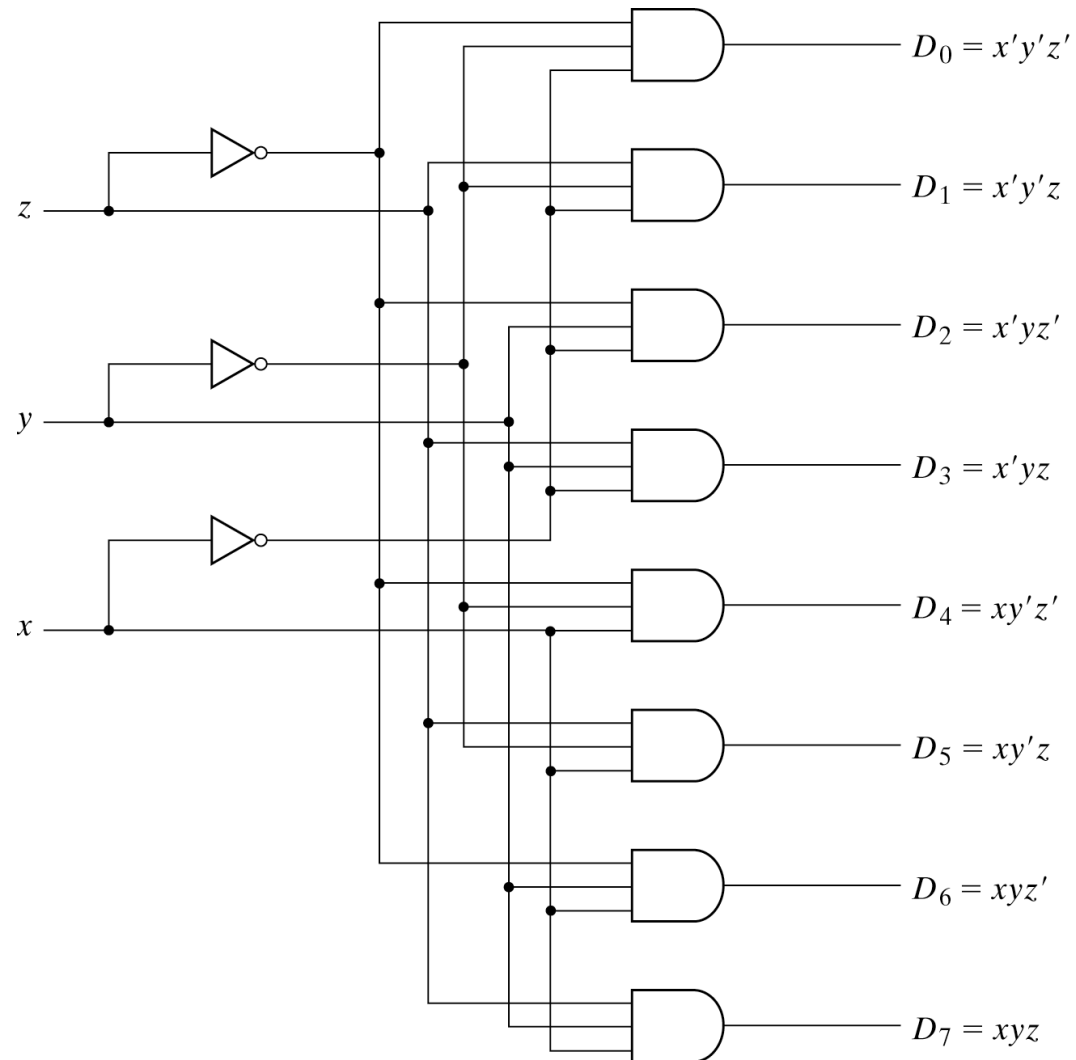
Kod çözücü -Decoder

- Kod çözücü : N giriş hattından oluşan binary giriş bilgisini 2^N çıkış hattına çevirebilen kombinasyonel devredir.
- N binary giriş hattı , M çıkış hattı olduğundan NXM yada N-M decoder olarak adlandırılır. Burada $M=2^N$ ilişkisi bulunur.

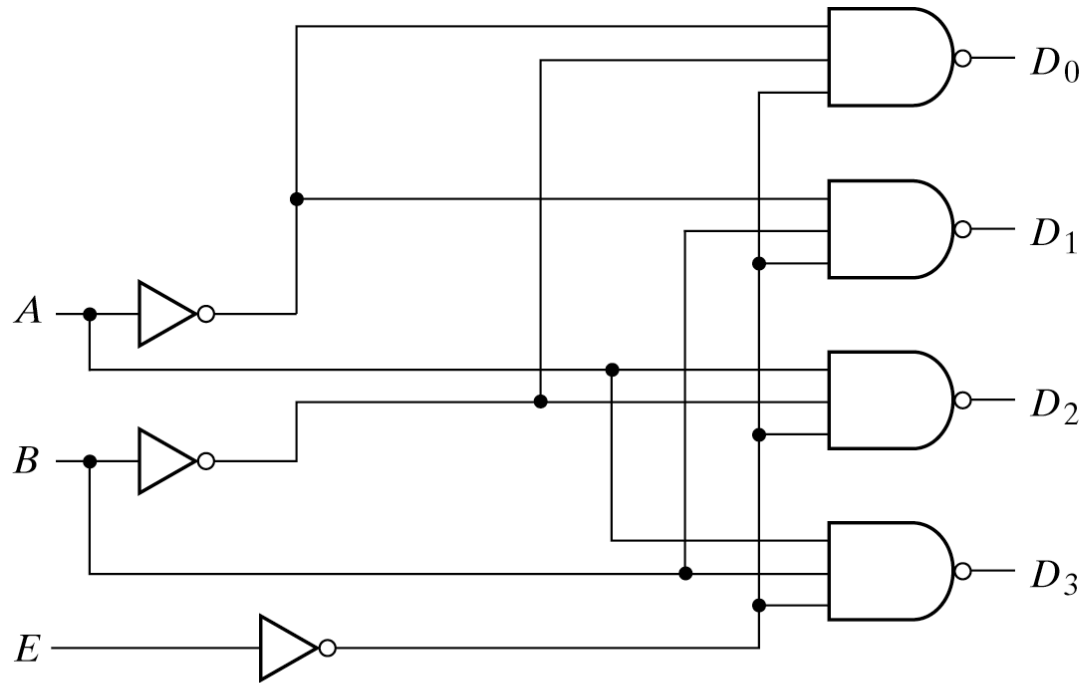


Inputs			Outputs							
x	y	z	D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1

3X8 Kod çözücü Devresi



2X4 Line Kod çözücü



(a) Logic diagram

Truth table for NAND decoder

Complemented outputs and *Enable*

<i>E</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>D</i> ₀	<i>D</i> ₁	<i>D</i> ₂	<i>D</i> ₃
1	<i>X</i>	<i>X</i>	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0

(b) Truth table

Larger Decoders

- Enable bit can be used for building larger decoders
 - $w = 0$ activates upper decoder (bits $D_7 \dots D_0$)
 - $w = 1$ activates lower decoder (bits $D_{15} \dots D_8$)
- Effect: w adds one input bit
 - $n = 3 \rightarrow 4$
- Can we use new decoder to get a 5-to-32 line decoder?

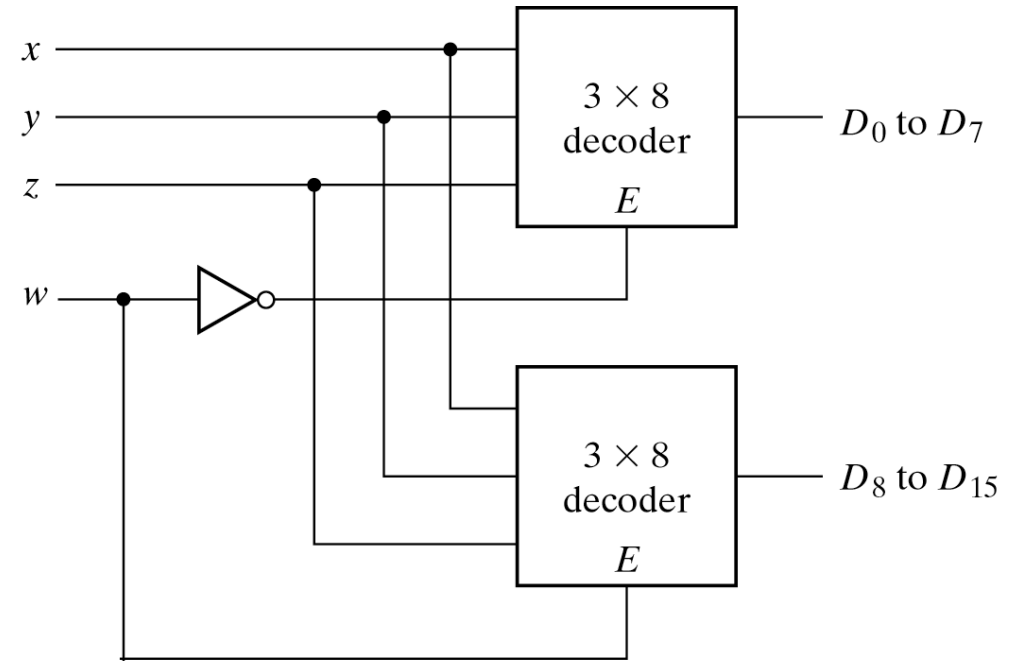
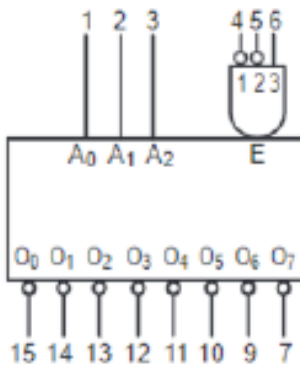
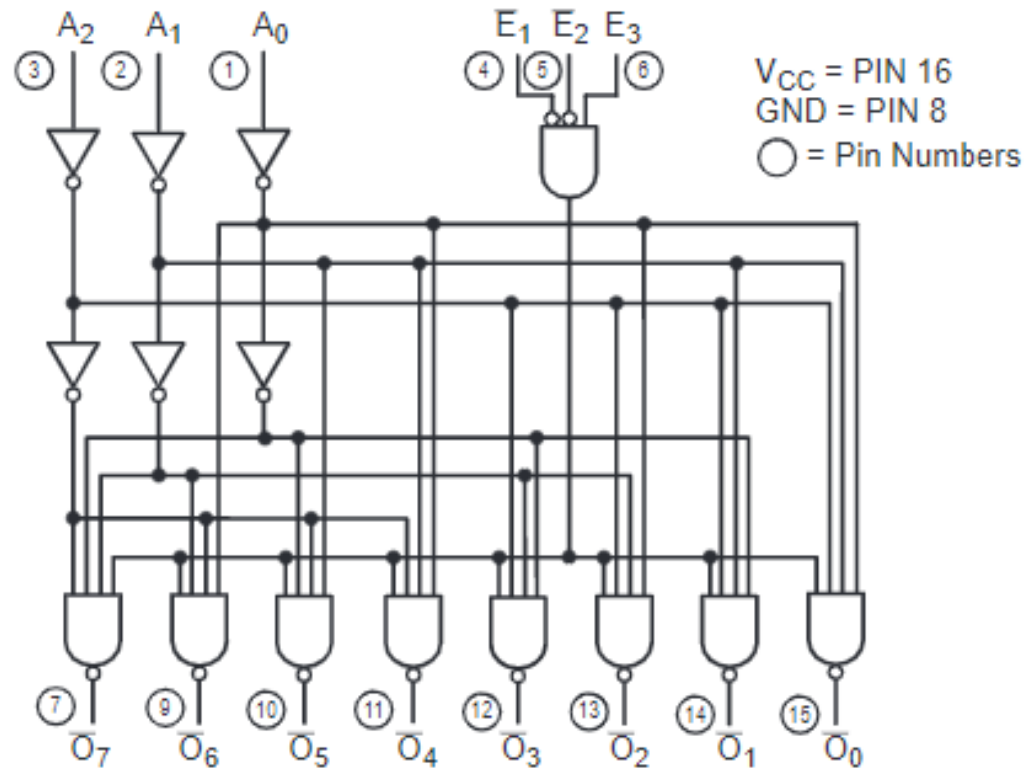


Fig. 4-20 4 \times 16 Decoder Constructed with Two 3 \times 8 Decoders

74LS138 decoder



V_{CC} = PIN 16
GND = PIN 8



Decoder Örnek

- Example: Full adder

$$S(x, y, z) = \Sigma (1,2,4,7)$$

$$C(x, y, z) = \Sigma (3,5,6,7)$$

x	y	z	C	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

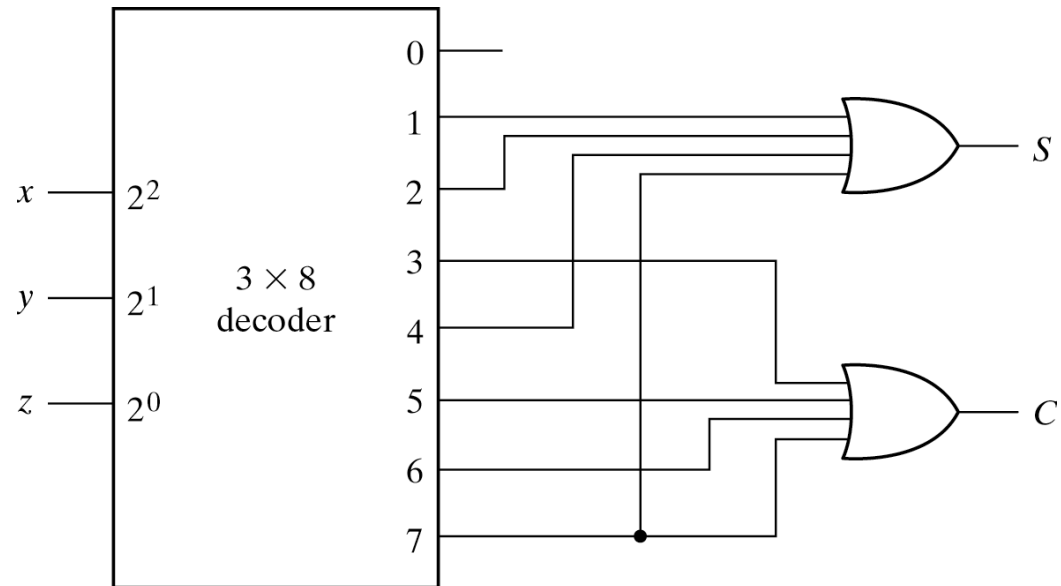
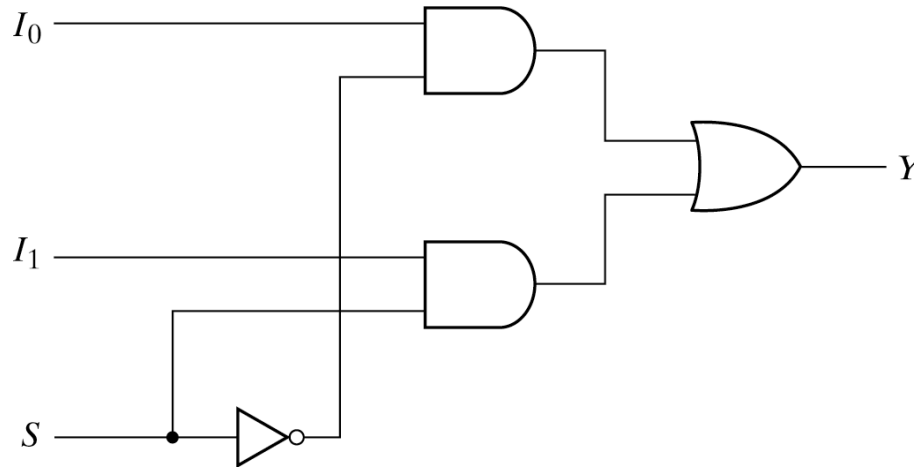


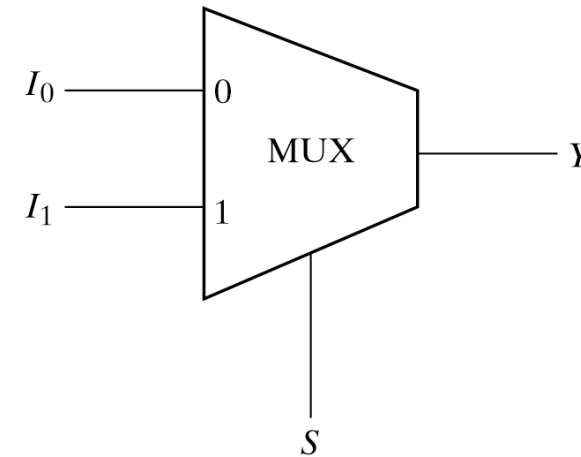
Fig. 4-21 Implementation of a Full Adder with a Decoder

Çoklayıcı - Multiplexer

- Binary bilgi 1 den çok data girişine verilir ve 1 tane çıkış bulunur
- 2^n giriş, n seçici sayısı and 1 çıkış
- Örn 2-to-1-line multiplexer (Seçici 0 ise $Y=I_0$ Seçici 1 ise $Y=I_1$ çıkar)

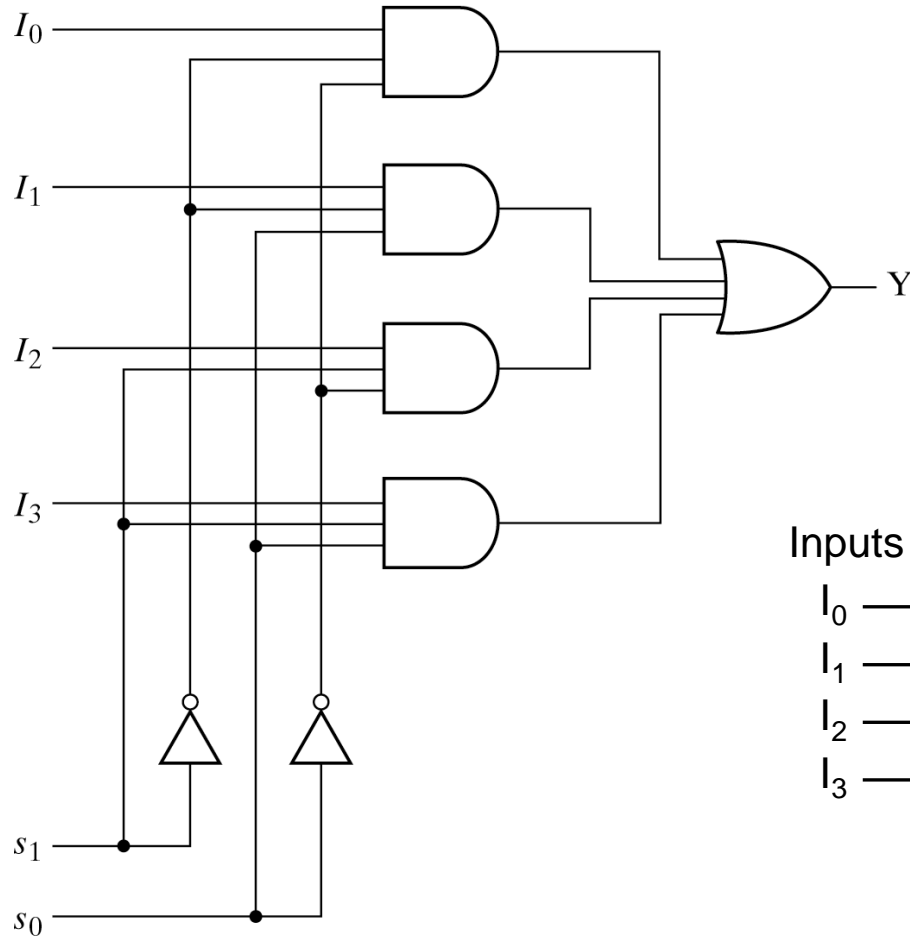


(a) Logic diagram



(b) Block diagram

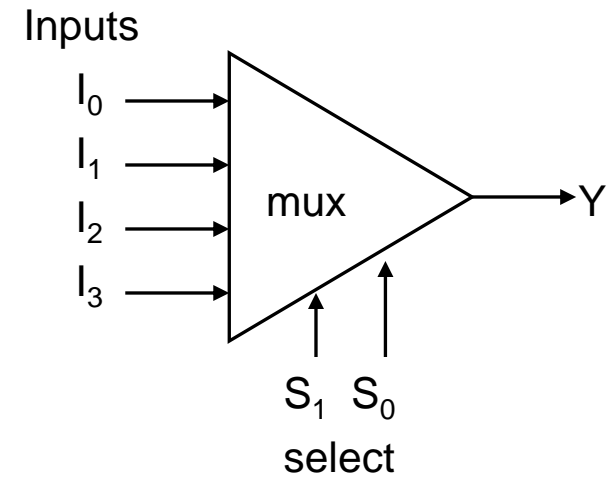
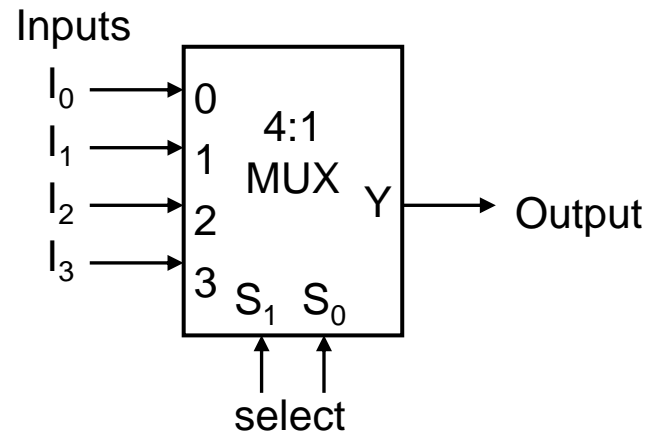
4-to-1- hatlı Çoklayıcı (multiplexer)



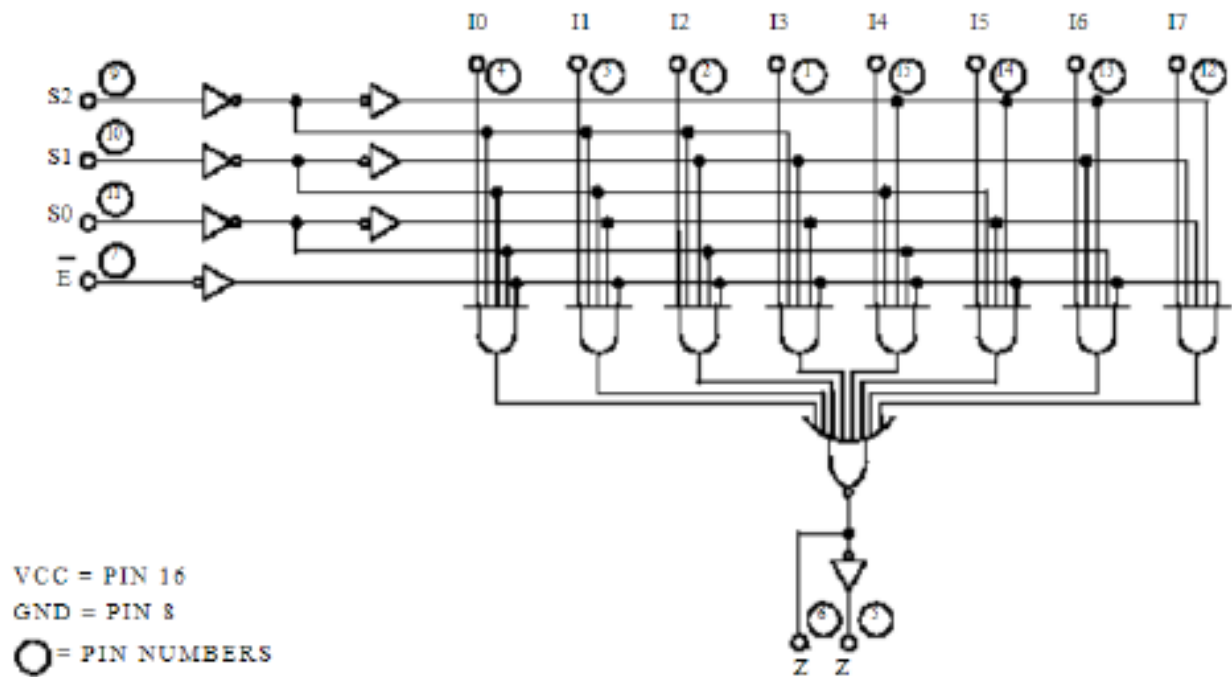
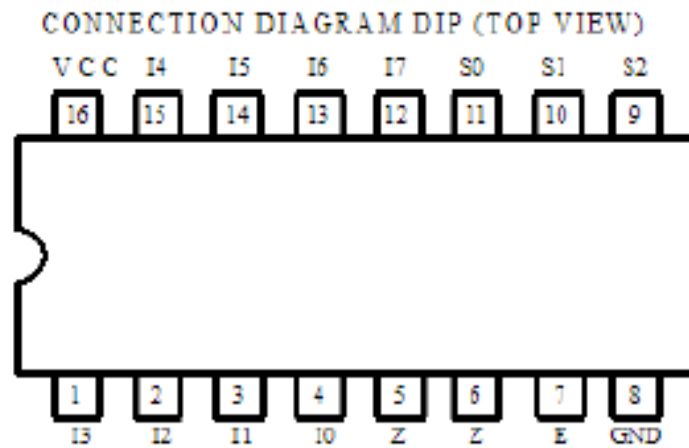
(a) Logic diagram

s_1	s_0	Y
0	0	I_0
0	1	I_1
1	0	I_2
1	1	I_3

(b) Function table

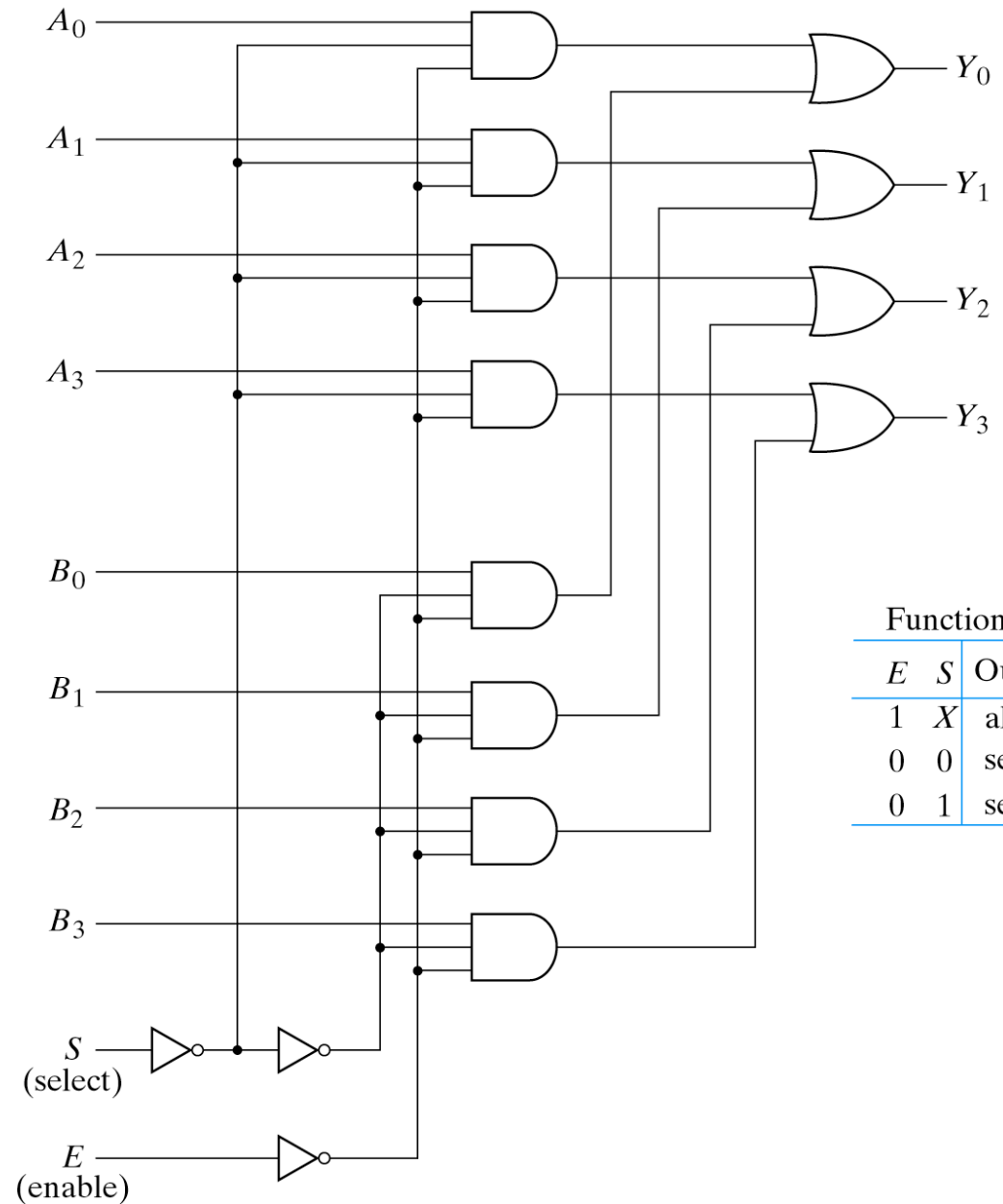


74ls151 8:1 Çoklayıcı



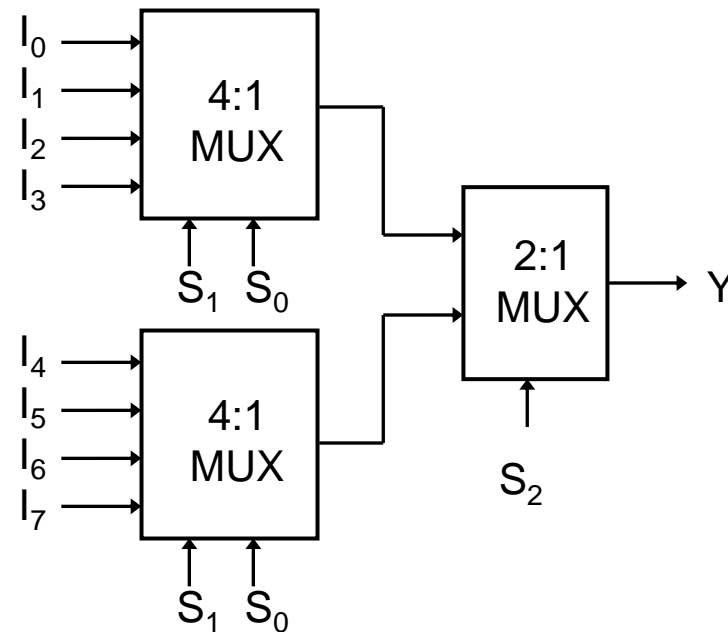
Çoklayıcı

- What if we want to select more than one bit?
- Example: choose one of two 4-bit numbers
- “Quadruple 2-to-1 line multiplexer”
- Select chooses input
- Enable bit sets output to 0 if 1



Larger Multiplexers

- Larger multiplexers can be constructed from smaller ones.
- An 8-to-1 multiplexer can be constructed from smaller multiplexers as shown:



S_2	S_1	S_0	Y
0	0	0	I_0
0	0	1	I_1
0	1	0	I_2
0	1	1	I_3
1	0	0	I_4
1	0	1	I_5
1	1	0	I_6
1	1	1	I_7

Örnek

- $F(x,y,z)=\Sigma(1,2,6,7)$

Prosedür:

giriş değişkeninin sıralama sırasını atayın
en sağdaki değişken giriş satırları için

kullanılacaktır

kalan n-1 değişkeni seçim satırlarına w.r.t.
karşılık gelen dizileri

doğruluk tablosunu oluşturun

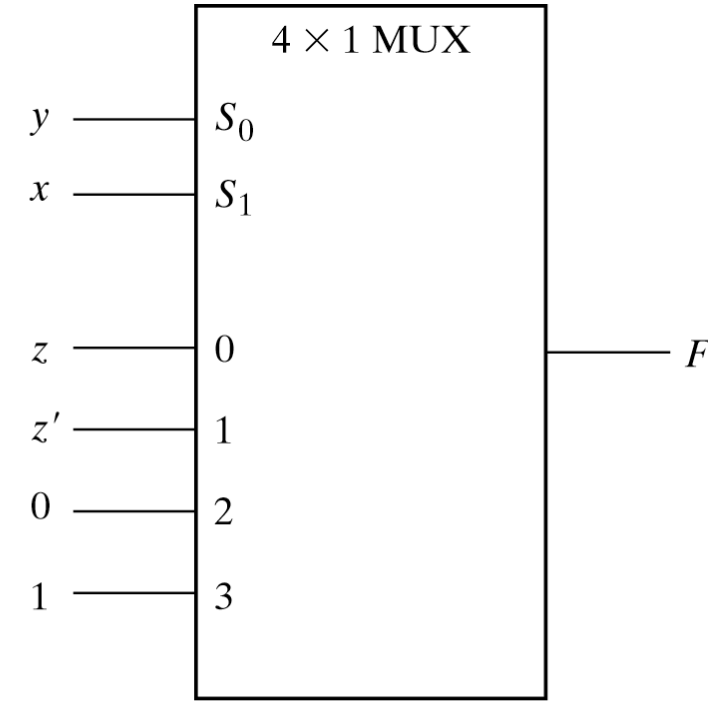
m0'dan başlayan bir çift ardışık mintermi

göz önünde bulundurun

giriş satırlarını belirleyin

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

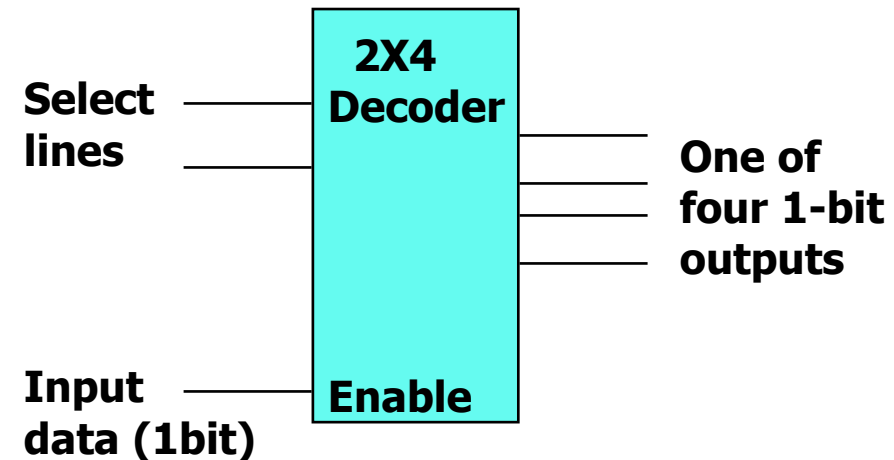
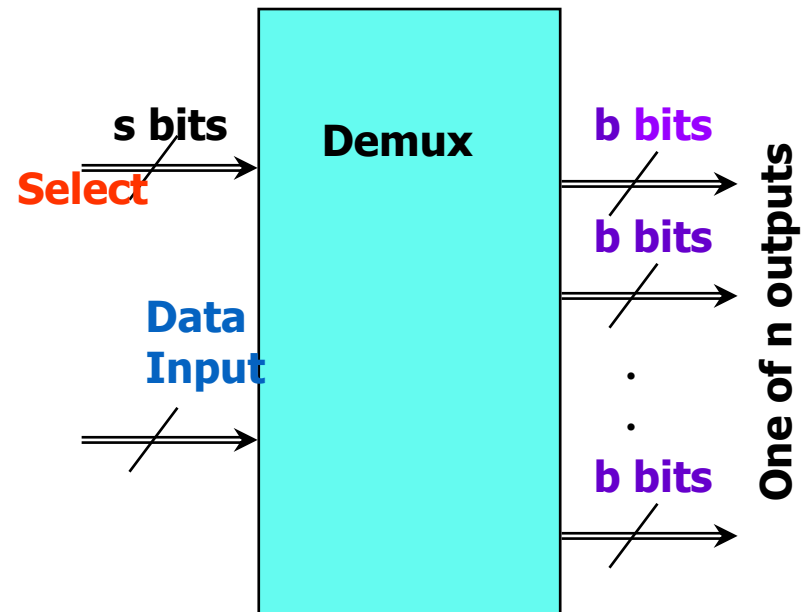
(a) Truth table



(b) Multiplexer implementation

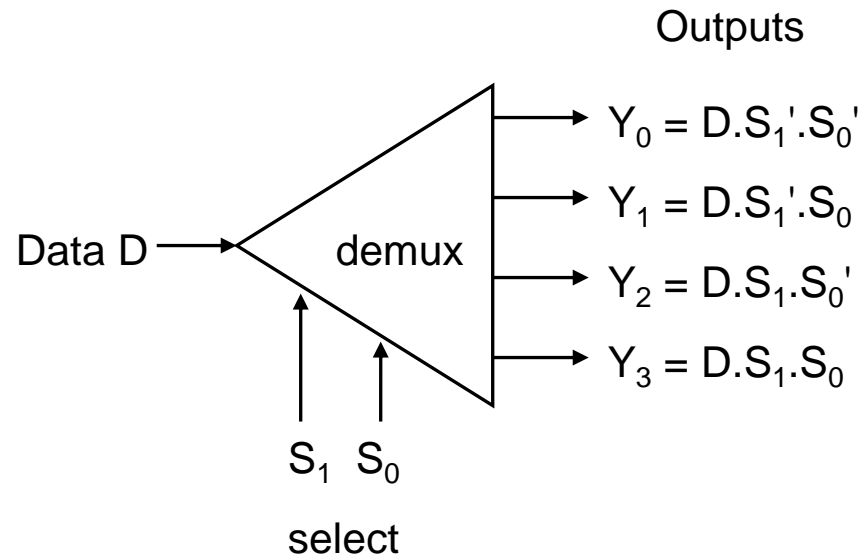
Azlayıcı (Demultiplexers)

- Verileri bir giriş kaynağından n çıkıştan birine bağlamak için dijital anahtarlardır.
- Genellikle, çoğullama çözücünün veri girişi için kod çözücünün etkinleştirme satırının kullanıldığı n'den 2^n 'ye ikili kod çözücüler kullanılarak uygulanır.

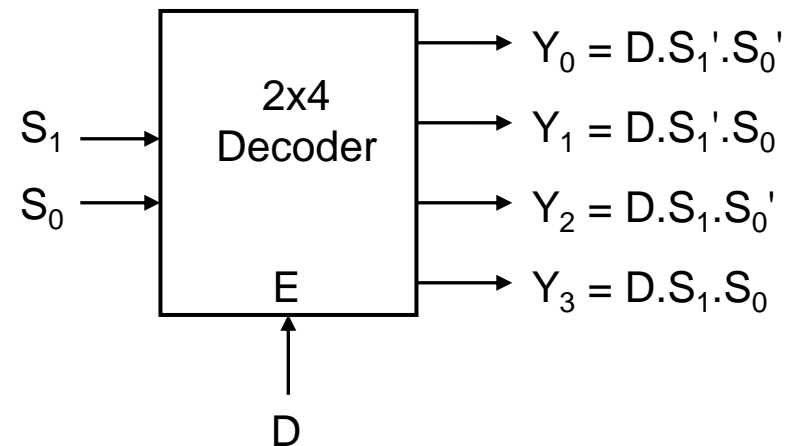


1-bit 4-output demultiplexer using a 2x4 binary decoder.

1-to-4 Azlayıcı



S_1	S_0	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3
0	0	D	0	0	0
0	1	0	D	0	0
1	0	0	0	D	0
1	1	0	0	0	D



74ls138 Demultiplexers

