Mantıksal Tasarım ve Uygulamaları

Dr. Burcu KIR SAVAŞ

Boolean Cebiri

- Boole cebiri
- Temel Teoremler
- Boolean ifadelerinin lojik kapılarla gerçekleştirilmesi ve doğruluk tabloları

Boolean Cebiri

Elektronik devrelerin bir kısmını oluşturan anahtarlamalı sistemlerin temelini oluşturduğu Lojik devreler, ikili moda göre çalışır ve giris /çıkışları '0' veya '1' değerlerinden birisini alabilir. Böyle bir devre, cebirsel veya grafiksel yöntemlerden birisi kullanılarak sadeleştirilebilir. Lojik devrelerin sadeleştirilmesinde kullanılan yöntemlerden birisi, temel prensiplere göre doğruluğu kabul edilmiş işlemler, eşitlikler ve kanunlardan oluşan Bool kurallarıdır.

Boolean Cebiri

- **Diğer bir deyişle; 'Bool kuralları', dijital devrelerin sahip oldukları girişlerin etkilerini açıklamak ve verilen bir lojik eşitliği gerçekleştirilecek en iyi devreyi belirlemek amacıyla lojik ifadeleri sadeleştirmede kullanılabilir.4**
- **Bool Değişkeni: İki adet boolean değişkeni vardır. 0-1, D (doğru)-Y(yanlış), H(high)-L(Low), ON-OFF bool değişkenleri olarak kullanılmaktadır. Bu derste 0-1 kullanılacaktır.**

İkili mantık

- **İkili değişkenler ve mantıksal işlemlerden oluşur.**

1. **Değişkenler: A,B,C,x,y,z, ...**
2. **Mantıksal İşlemler**

   AND : x.y = z / xy=z

   OR : x+y=z

   NOT: x'=x

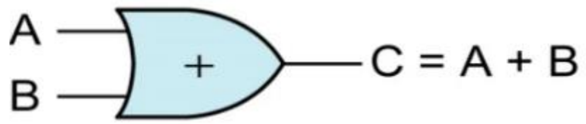
Boolean Cebiri

Bool işlemleri: Bool değişkenlerinin dönüşümünde kullanılan işlemlerdir. Bu işlemler VE (AND), VEYA (OR), DEĞİL (NOT) işlemleridir.

VEYA (OR) İşlemi: Matematikteki toplama işlemine karşılık gelmektedir. Elektrik devresi olarak birbirine paralel bağlı anahtarlar ile gösterilebilir.

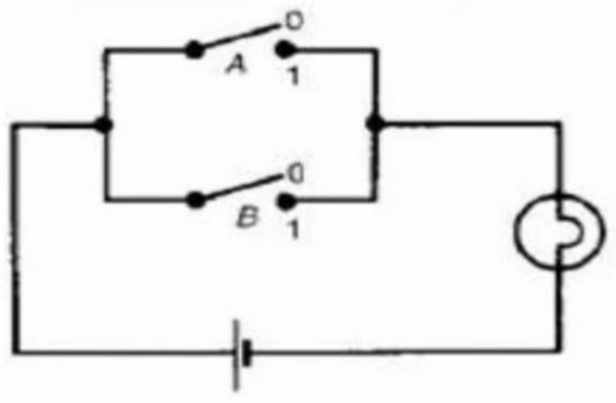
A	B	C=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

VEYA (OR) işleminin doğruluk tablosu



VEYA (OR) işleminin simgesi

Boolean Cebiri



VEYA (OR) İşlemi: Elektrik devre eşdeğeri

OR kapısı lojik toplama işlemi yapar.

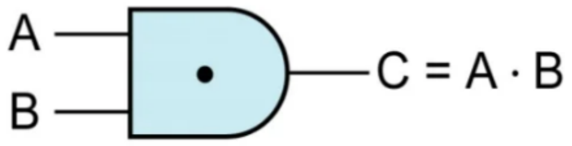
Boolean Cebiri

VE (AND) İşlemi:

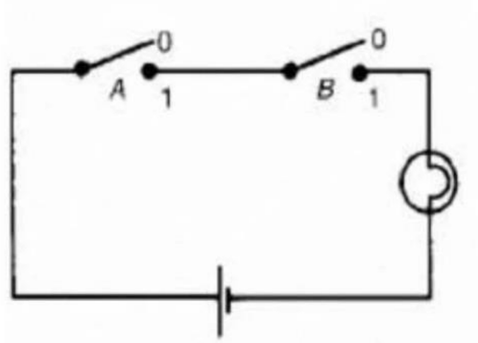
Matematikteki çarpma işlemine karşılık gelmektedir. Elektrik devresi olarak birbirine seri bağlı anahtarlar ile gösterilebilir.

A B	$C = A \bullet B$
0 0	0
0 1	0
1 0	0
1 1	1

VE (AND) işleminin doğruluk tablosu



VE (AND) işleminin simgesi



VE (AND) işleminin elektrik devre

Boolean Cebiri

Yukarıda iki değişkenli Bool işlemleri verilmiştir.
Değişken sayısı arttığında da işlemler benzer olarak yapılmaktadır.
Üç değişken için VE (AND) işleminin elektrik devresi doğruluk tablosu aşağıda verilmiştir.

Üç değişkenli VE (AND) işleminin elektrik devre eşdeğeri

Input A	Input B	Input C	Output $Z = A.B.C$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

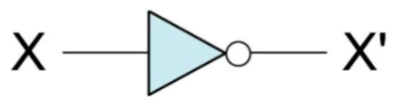
Üç değişkenli VE (AND) işleminin doğruluk tablosu

Boolean Cebiri

DEĞİL (NOT) İşlemi:

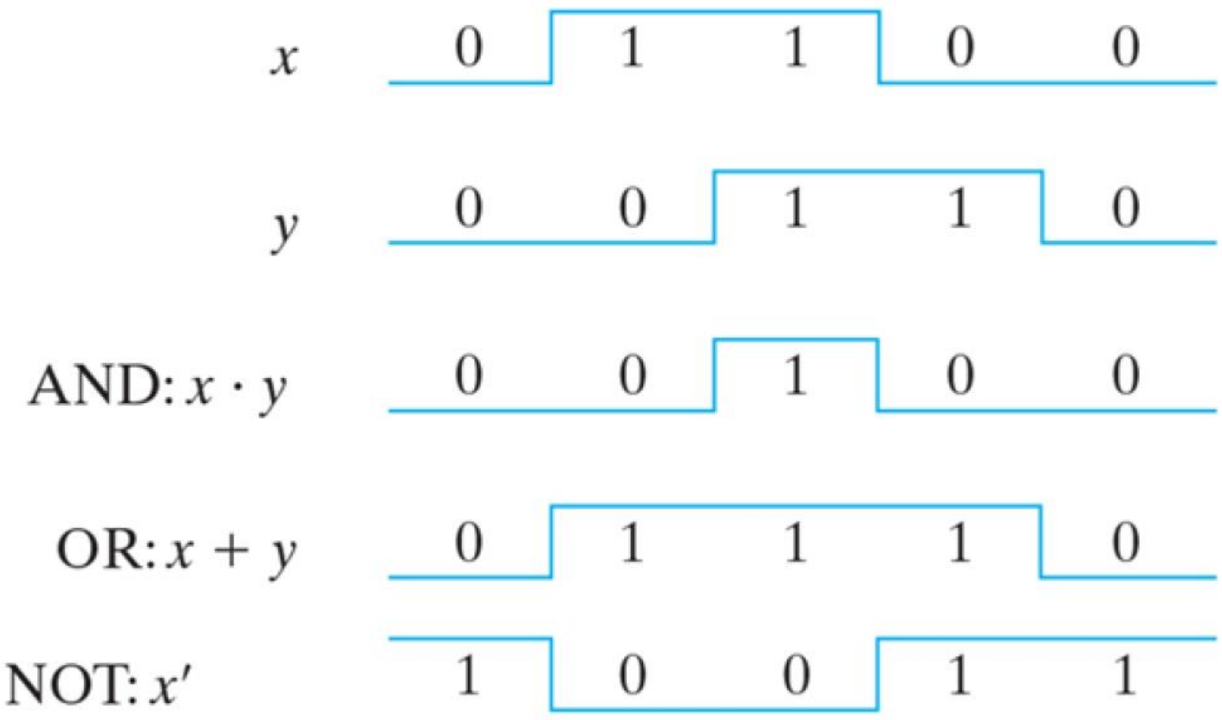
A değişkeninin DEĞİL'i A' veya $\overline{A}$ ile gösterilir.

A	A'	
0	1	(A=0 ise A'=1)
1	0	(A=1 ise A'=0)



DEĞİL (NOT) işlemleri verilmiştir

Boolean Cebiri



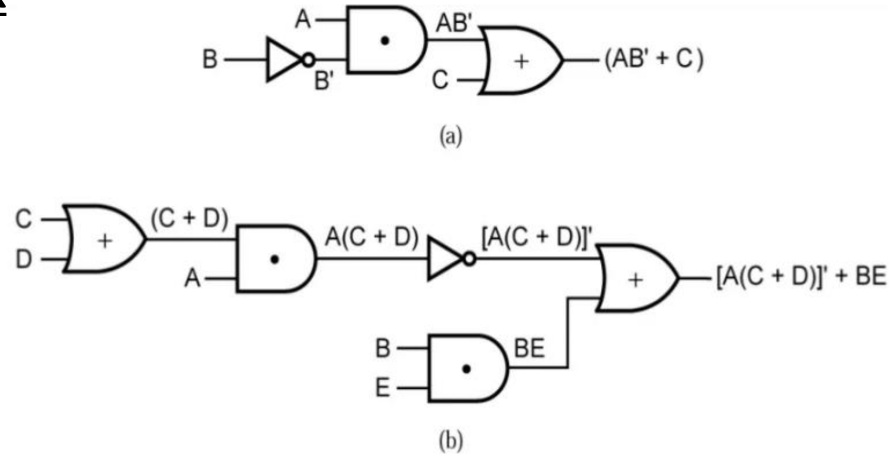
Boolean Cebiri

<u>Mantık ifadelerinin lojik kapılarla gerçeklenmesi ve doğruluk tabloları</u>

Aşağıdaki lojik bağıntılar lojik kapılarla kolayca gerçekleştirilebilir:

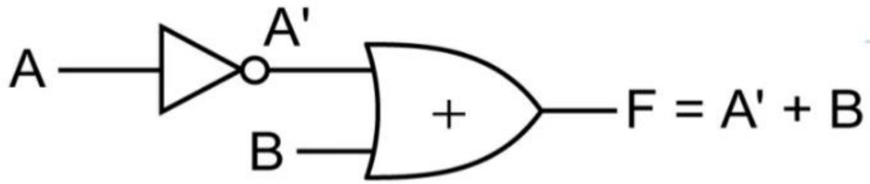
a) AB’+C (3.1)

b) [A(C+D)]’+BE (3.2)



(3.1) ve (3.2) bağıntılarını gerçekleştiren lojik devreler

Boolean Cebiri



A B	A′	F = A′ + B
0 0	1	1
0 1	1	1
1 0	0	0
1 1	0	1

(b)

A’+B bağıntısının devresi ve doğruluk tablosu

Boolean Cebiri

Çoklu Girişli Kapılar

AB'+C VE (A+C)(B'+C) lojik ifadelerinin doğruluk tablosu aşağıda verilmiştir. Elimizde 3 tane değişken olduğu için doğruluk tablosunda $2^3=8$ kombinasyon yani 8 satır bulunur. Aşağıdaki tablo aynı zamanda,

AB'+C=(A+C)(B'+C) (3.3)
Lojik eşitliğin ispatınıda vermektedir.

A B C	B'	AB'	AB'+C	A+C	B'+C	(A+C)(B'+C)
0 0 0	1	0	0	0	1	0
0 0 1	1	0	1	1	1	1
0 1 0	0	0	0	0	0	0
0 1 1	0	0	1	1	1	1
1 0 0	1	1	1	1	1	1
1 0 1	1	1	1	1	1	1
1 1 0	0	0	0	1	0	0
1 1 1	0	0	1	1	1	1

(3.3) Lojik ifadesinin (eşitliğinin) doğruluk tabloları ile ispatı

Boolean Cebiri

- **Kapalılık Kuralı:** Her x,y ε R için x+y ε R veya x*y ε R
- **Birleştirme Kuralı** :Her x,y,z ε S için (x*y)*z= x*(y*z)
- **Değişme Kuralı** : Her x,y,z ε S için x*y=y*x
- **Birim Eleman Kuralı:** Her x ε S için e*x=x*e
- **Dağılma Kuralı :** x*(y+z)=(x*y)+(x*z) (x+y)*(x+z) =x+y*z
- **Denk Güçlülük (özdeşlik) kuralı:** x+x=x x*x=x
- **İnvolüsyon Kuralı (Tersinin Tersi):** (X')'=X
- **Tümler Kuralı :** X+ X'=1 , X.X'=0
- **DeMorgan Kuralı :** (A+B+C+D+…..+K)= A'.B'.C'… . K'

  (A.B.C.D……. .K)= A'+B'+C'+… + K'

Boolean Cebiri

x	y	x · y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

x	y	x + y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

x	x'
0	1
1	0

x	y	z	$y+z$	$x \cdot (y+z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

$x \cdot y$	$x \cdot z$	$(x \cdot y) + (x \cdot z)$
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

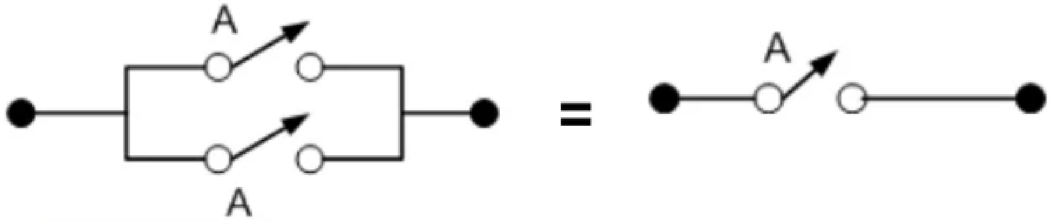
Boolean Cebiri

- **0 ve 1 ile işlem**
- **Tümler Kuralı**
- **Denk Güçlülük kuralı**
- **0 ve 1 ile işlem**
- **İnvolüsyon Kuralı (Tersinin Tersi)**
- **Değişme Kuralı**
- **Birleştirme Kuralı**
- **Dağılma Kuralı**
- **DeMorgan Kuralı**
- **Yutma Kuralı**

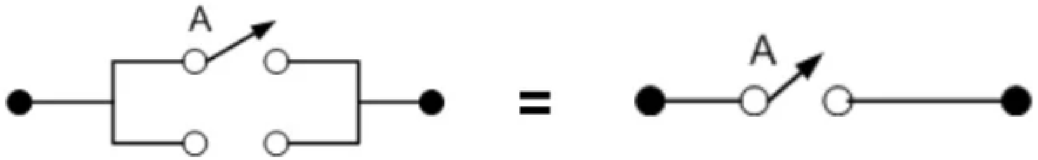
$x + 0 = x$	$x \cdot 1 = x$
$x + x' = 1$	$x \cdot x' = 0$
$x + x = x$	$x \cdot x = x$
$x + 1 = 1$	$x \cdot 0 = 0$
$(x')' = x$	
$x + y = y + x$	$xy = yx$
$x + (y + z) = (x + y) + z$	$x(yz) = (xy)z$
$x(y + z) = xy + xz$	$x + yz = (x + y)(x + z)$
$(x + y)' = x'y'$	$(xy)' = x' + y'$
$x + xy = x$	$x(x + y) = x$

Boolean Cebiri

Teorem A.A=A nın anahtarlama devresi karşılığı



Teorem A+A=A nın anahtarlama devresi karşılığı



Teorem A+0=A nın anahtarla devresi karşılığı

Boolean Cebiri

- Teorem1: $x+x=x$

$x+x=(x+x)1$	**$(x.1=x)$**
$=(x+x)(x+x')$	**$(x+x'=1)$**
$=x+xx'$	**$x+yz=(x+y)(x+z)$**
$=x+0$	**$x.x'=0$**
$=x$	**$x+0=x$**

- Teorem2 : $x.x=x$

$x.x=(x.x)1+0$	**$(x+0=x)$**
$=(x.x)+(x.x')$	**$(x.x'=0)$**
$=x.(x+x')$	**$x(y+z)=(xy+xz)$**
$=x.1$	**$x+x'=1$**
$=x$	**$x.1=x$**

- Teorem3: (Dağılma Kuralı)
- $=x+yz=(x+y)(x+z)$

$=(x+x)+xz+yx+yz$

$=x+xz+yx+yz$

$=x(1+z+y)+yz$ $\quad$ $(y+z=a)$

$=x(1+a)+yz$

$=x.1+yz$

$=x+yz$

Boolean Cebiri

- Teorem4 : $x+1=1$

$x+1=1(x+1)$	**$(x.1=x)$**
$=(x+x')(x+1)$	**$(x+x'=1)$**
$=x+x'1$	**$x+yz=(x+y)(x+z)$**
$=x+x'$	**$x.1=x$**
$=1$	**$x+x'=1$**

- Yutma Teoremi

Teorem5 : $x+x.y=x$

$x+x.y=x.1+xy$	**$(x.1=x)$**
$=x(1+y)$	**$x.(y+z)=xy+xz$**
$=x(y+1)$	**$x+y=y+z$**
$=x.1$	**$x+1=1$**
$=x$	**$x.1=1$**

x	y	xy	x + xy
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

Boolean Cebiri

- DeMorgan Teoremi

  Teorem5 : (x+y)’=x’.y’

x	y	$x+y$	$(x+y)'$	x'	y'	$x'y'$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

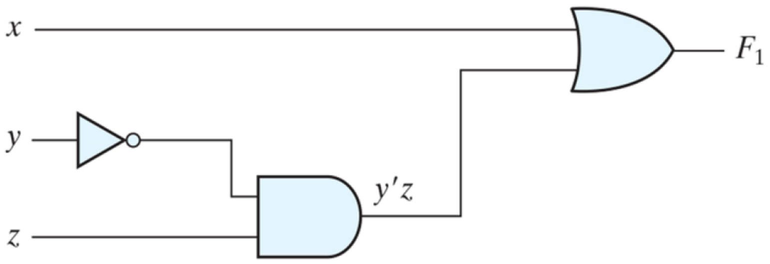
Boolean Cebiri

- **Örnek 1**

$F_1 = x+y'z$

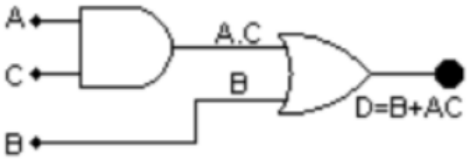
$F_2 = x'y'z + x'yz + xy'$

x	y	z	F_1	F_2
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0



- **Örnek 2**

$D_1 = B+AC$

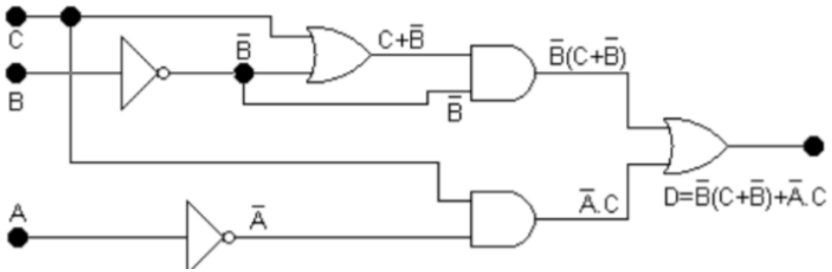


- **Örnek 3**

$D = B'+(CB')+A'.C$

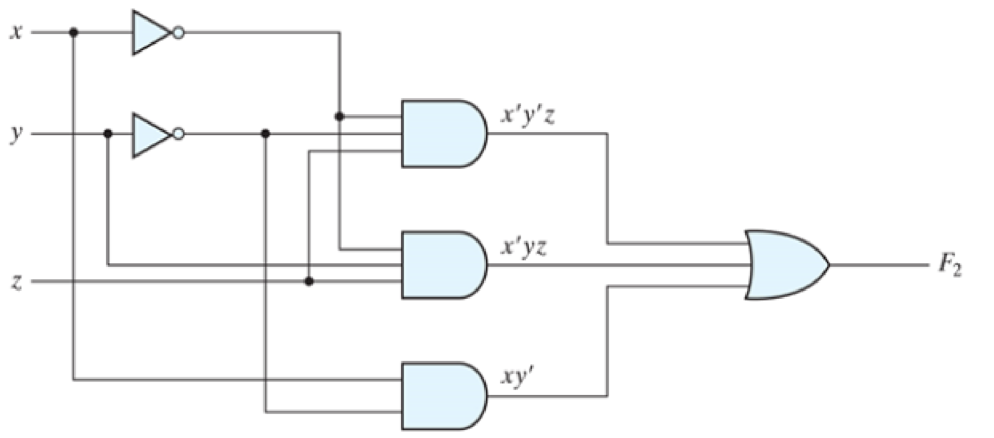
$D = (B'+C).(B'B')+A'.C$

$D = (B'+C).(B')+A'.C$

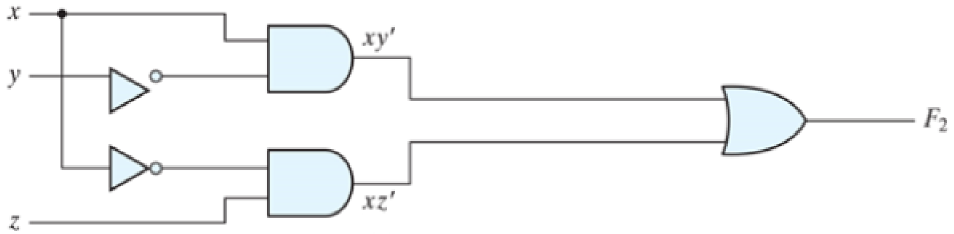


Boolean Cebiri
Denklem İndirgeme

x	y	z	F_1	F_2
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0



(a) $F_2 = x'y'z + x'yz + xy'$



(b) $F_2 = xy' + x'z$

$F_2 = x'y'z + x'yz + xy'$
$= x'z(y'+y) + xy'$
$= \mathbf{x'z + xy'}$

Boolean Cebiri
Denklem İndirgeme

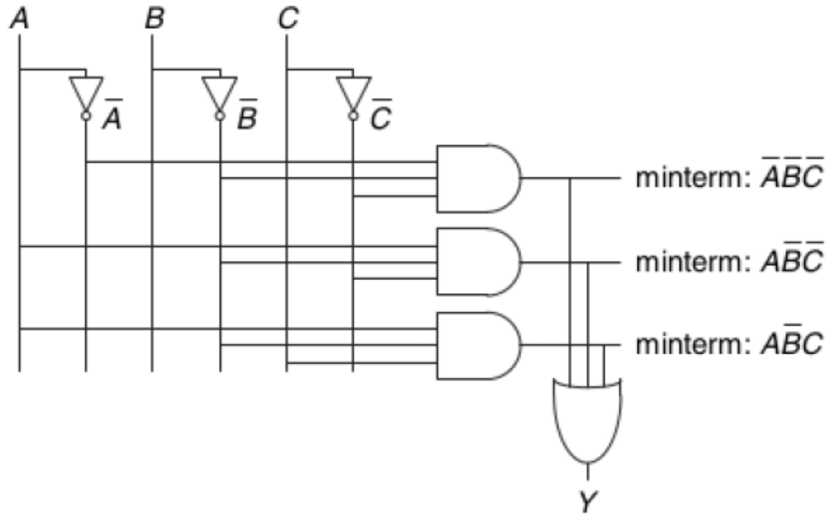
Örnek 2: A’B’C’+ AB’C’+ AB’C denklemini indirgeyin

= A’B’C’+ AB’C’+ AB’C (**AB’C’= B’C’ ve AB’**)

= B’C’(A’+A)+ AB’C (**Dağılma kuralı**)

= B’C’(1)+ AB’C **(x+x’=1)**

= B’C’+ AB’C



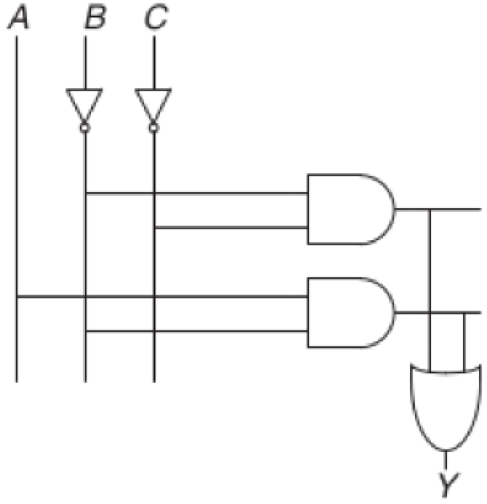
(2. yol)

= A’B’C’+ AB’C’+ AB’C (**x+x=x / B=B+B**)

= A’B’C’+ AB’C’+ AB’C’+ AB’C (**Dağılma kuralı**)

= B’C’(1)+ AB’(1) **(x+x’=1)**

= B’C’+ AB’



Boolean Cebiri

- Örnek : $D = (A+B+C)$ ise $(D)'$ nedir?

  Çözüm: $(D)' = (A+B+C)'$ ise **B+C=x olsun**

  $= (A+x)' = A' . x'$ **(DeMorgan kuralı)**

  $= A' . (B+C)'$ **(B+C=x yerine konursa**

  $= A' . (B' . C')$ **(DeMorgan kuralı)**

  $= A' . B' . C'$ **(Birleştirme)**

Boolean Cebiri

- Örnek : D =x(y'z'+yz)   ise   (D)' nedir?

  Çözüm: (D) ' = x' +(y'z'+yz)'   ise   **B+C=x olsun**

  = x' +**(y'z')'.(yz)'**

  = x' +**(y+z).(y'+z')**

D =x(y'z'+yz) ise   (D)' = x' +(y+z).(y'+z') olur

Kanonik Form: herhangi bir mantık ifadesinin ayrılmış en küçük birimlerin bileşeni halinde yazılmasıdır

Boolean Cebiri

Maxterm: Toplamların Çarpımı (Product of Sums- POS)
Bütün elemanları veya tümleyenini kapsayan çarpma terimi (VE)

(A + B')(C + D' + E)(A + C' + E')
veya
B(A+B'+C'+E)(A+D'+ E)

Minterm: Çarpımların Toplamı (Sum of Product- POS)
Bütün elemanları veya tümleyenini kapsayan toplama terimi (VEYA)

AB'C+CD+ABD
Veya
A+CDE+ACE +D

Boolean Cebiri

			Minterms		Maxterm	
x	y	z	Term	Atama	Term	Atama
0	0	0	$x'y'z'$	m_0	$x+y+z$	M_0
0	0	1	$x'y'z$	m_1	$x+y+z'$	M_1
0	1	0	$x'yz'$	m_2	$x+y'+z$	M_2
0	1	1	$x'yz$	m_3	$x+y'+z'$	M_3
1	0	0	$xy'z'$	m_4	$x'+y+z$	M_4
1	0	1	$x'y'z$	m_5	$x'+y+z'$	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	$x'+y'+z$	M_6
1	1	1	xyz	m_7	$x'+y'+z'$	M_7

- **Kanonik Form**

Boolean Cebiri

- **Kanonik Form Minterm (Çarpımların Toplamı)**

x	y	z	F_1	F_2
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$f_1 = x'y'z + xy'z' + xyz = m_1 + m_4 + m_7$

$f_2 = x'yz + xy'z + xyz' + xyz = m_3 + m_5 + m_6 + m_7$

Boolean Cebiri

- **Kanonik Form Minterm (Çarpımların Toplamı)**

x	y	z	F_1	F_2
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$f_1' = x'y'z' + x'yz' + x'yz + xy'z + xyz'$

Boolean Cebiri

- **Kanonik Form Minterm (Toplamların Çarpımı)**

x	y	z	F_1	F_2
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$f_1' = x'y'z' + x'yz' + x'yz + xy'z + xyz'$

$(f_1')' = ?$

$(f_1')' = f_1 = (x+y+z).(x+y'+z).\ (x+y'+z')\ .\ (x'+y+z').\ (x'+y'+z)$

$f_{1=}\ M_0.\ M_2.\ M_{3.}\ M_5.M_6$

$f_{2=} = (x+y+z).(x+y+z').\ (x+y'+z)\ .\ (x'+y+z)$

$f_{1=}\ M_0.\ M_1.\ M_{2.}\ M_4$

Boolean Cebiri

Minterm (Çarpımların Toplamı) & Sigma Notasyonu

			Minterms	
A	B	Y	Term	Atama
0	0	0	A'B'	m_0
0	1	1	A'B	m_1
1	0	0	AB'	m_2
1	1	0	AB	m_3

Y=A'B

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

F=A'B'

F=Σ(0)

			Minterms	
A	B	Y	Term	Atama
0	0	0	A'B'	m_0
0	1	1	A'B	m_1
1	0	0	AB'	m_2
1	1	1	AB	m_3

Y=A'B +AB

$$F(A,B) = \Sigma(m_1, m_3)$$

$$F(A,B) = \Sigma(1,3)$$

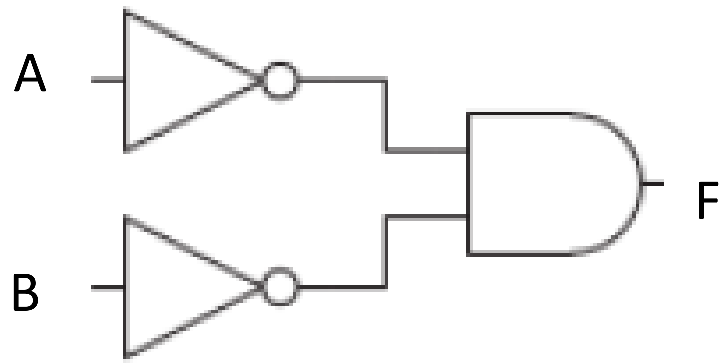
Boolean Cebiri

Minterm (Çarpımların Toplamı) & Sigma Notasyonu

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

F=A’B’

F=Σ(0)



Boolean Cebiri

Minterm (Çarpımların Toplamı) & Sigma Notasyonu

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$F = A'B'C' + AB'C' + AB'C$

$F = \Sigma(0,4,5)$

Boolean Cebiri

- **Maxterm (Toplamların Çarpımı) & Pi Notasyonu**

			Maxterm	
A	B	Y	Term	Atama
0	0	0	A+B	M_0
0	1	1	A+B’	M_1
1	0	0	A’+B	M_2
1	1	1	A’+B’	M_3

Y=(A+B)(A’+B)

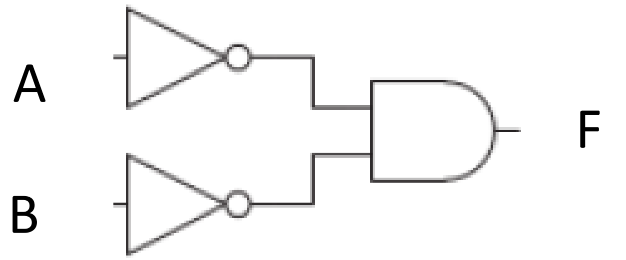
$Y=\Pi(M_0,M_2)$

$Y=\Pi(0,2)$

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

F=(A+B’)(A’+B)(A’+B’)

$F=\Pi(0,2)$



Boolean Cebiri

Minterm ve Maxterm ifadelerinin bulunması

F=A+B’C fonksiyonunu çarpımların toplamı (minterm) şeklinde elde ediniz.

Burada B ve C eksik

1) B değişkeni eksik

A=A(B+B’)

=AB+AB’

2) C değişkeni eksik

A=AB(C+C’)+AB’(C+C’)

=ABC+ABC’+AB’C+AB’C’

Burada A değişkeni eksik

1) B’C=B’C(A+A’)=AB’C+A’B’C

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Boolean Cebiri

Minterm ve Maxterm ifadelerinin bulunması

F=A+B'C fonksiyonunu çarpımların toplamı (minterm) şeklinde elde ediniz.

Burada B ve C eksik

1) B değişkeni eksik

A=A(B+B')

=AB+AB'

2) C değişkeni eksik

A=AB(C+C')+AB'(C+C')

=ABC+ABC'+AB'C+AB'C'

Burada A değişkeni eksik

1) B'C=B'C(A+A')=AB'C+A'B'C

Birleştirme; F=A+B'C=ABC+ ABC'+ AB'C+AB'C'+AB'C+A'B'C

Tekrarlı Terim bulunur: AB'C Teorem1 (x+x=x)' den

Sonuç, F=A'B'C+ AB'C+ AB'C'+ABC'+ABC =m1+m4+m5+m6+m7

F(A,B,C)= $\Sigma(1,4,5,6,7)$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Boolean Cebiri

Minterm ve Maxterm ifadelerinin bulunması

F=xy+x’z fonksiyonunu toplamların çarpımı (maxterm) şeklinde ifade ediniz.

$F=xy+x'z=(xy+x')(xy+z)$

$=(x+x')(y+x')(x+z)(y+z)$

$=(x'+y)(x+z)(y+z)$

Bu fonksiyondaki girişler x,y ve z ve her bir parçada bir değişken eksiktir.

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Maxterm

Minterm

Boolean Cebiri

Minterm ve Maxterm ifadelerinin bulunması

$F=xy+x'z=(xy+x')(xy+z)$

$=(x+x')(y+x')(x+z)(y+z) \quad =(x'+y)(x+z)(y+z)$

1) $x'+y=x'+y+zz'$

$=(x'+y+z)(x'+y+z')$

2) $x+z=x'+z+yy'$

$=(x+y+z)(x+y'+z)$

3) $y+z=y+z+xx'$

$=(x+y+z)(x'+y+z)$

Birleştirme:

$F=(x+y+z)(x+y'+z)\,(x'+y+z)(x'+y+z')= M_0\,,\ M_2\,,\ M_4\,,\ M_5$

$F(x,y,z)=\Pi(0,2,4,5)$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Maxterm

Minterm

Boolean Cebiri

Kanonik Formlar Arası Dönüşümler

$F=A+B'C$

$F(A,B,C)=\Sigma(1,4,5,6,7)$

$F'(A,B,C)=\Sigma(0,2,3)=m_0+m_2+m_3$

$F=(m_0+m_2+m_3)'=m'_0+m'_2+m'_3=M_0\,M_2\,M_3=\Pi(0,2,3)$

$F=xy+x'z$

Minterm: $F(x,y,z)=\Sigma(1,3,6,7)$

Maxterm: $F(x,y,z)=\Pi\,(0,2,4,5)$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Maxterm

Minterm

Boolean Cebiri

Örnek: Y'ye ait çarpımların toplamı formundan De Morgan Kuralını kullanarak Y için toplamların çarpımı formunu çıkarınız.

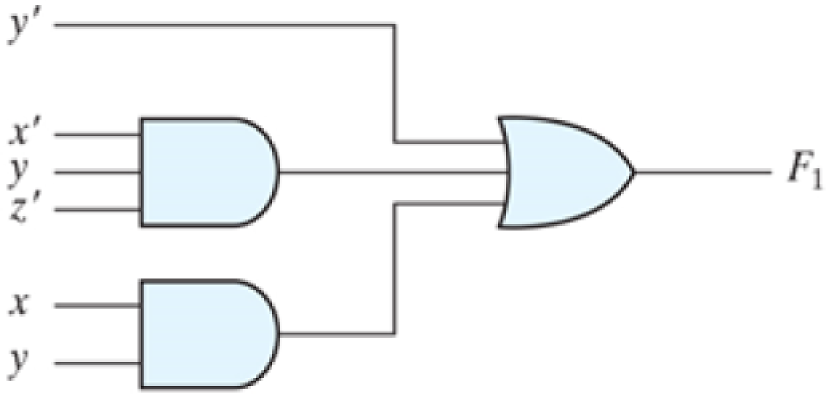
				Minterms	
A	B	Y	Y'	Term	Atama
0	0	0	1	A'B'	m_0
0	1	0	1	A'B	m_1
1	0	1	0	AB'	m_2
1	1	1	0	AB	m_3

$Y' = A'B' + A'B$

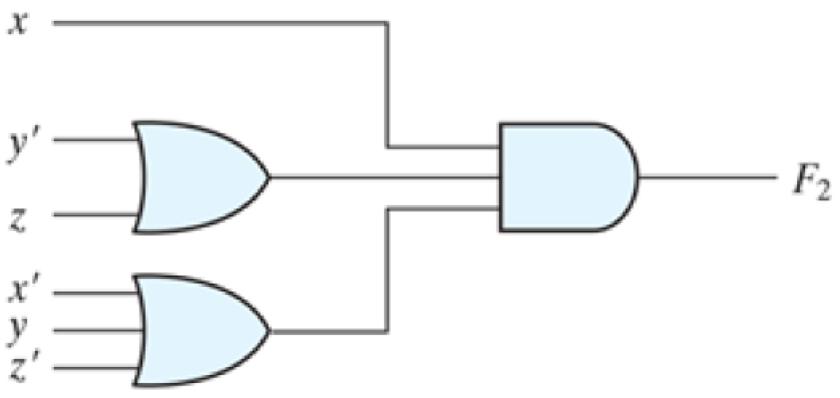
$(Y')' = Y = (A'B' + A'B)' = ((A'B')'(A'B))' = (A+B)(A+B')$

Boolean Cebiri

Standard Form



(a) Sum of Products



(b) Product of Sums

F_1=y'+xy+x'yz'

F_2=x(y'+z)+(x'+y+z')

Boolean Cebiri

Basitleştirme Teoremleri

$$XY + XY' = X \qquad (3.12)$$

$$(X + Y)(X + Y') = X \qquad (3.2D)$$

$$X + XY = X \qquad (3.13)$$

$$X + XY = X.1 + XY = X(1+Y) = X.1 = X$$

$$X(X + Y) = X \qquad (3.13D)$$

$$X(X+Y) = XX + XY = X + XY = X(1+Y) = X$$

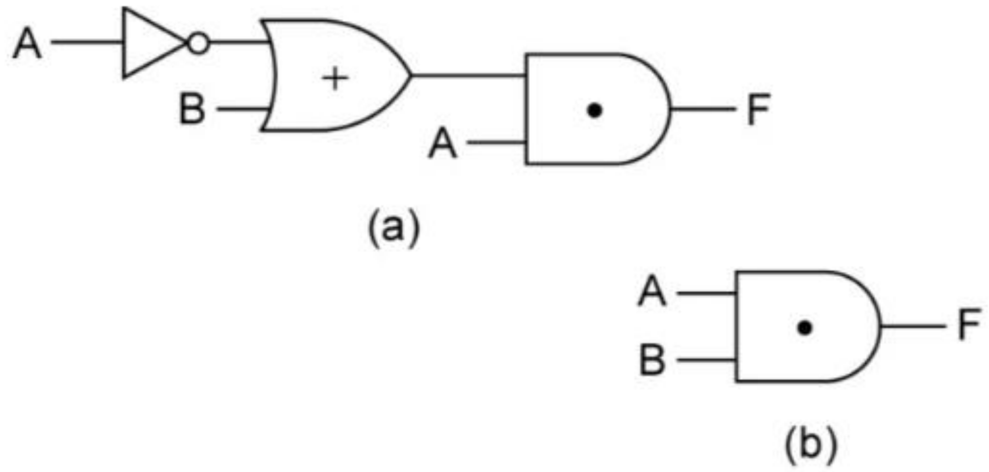
$$(X + Y')Y = XY \qquad (3.14)$$

$$XY' + Y = X + Y \qquad (3.14D)$$

$$Y + XY' = (Y+X)(Y+Y') = (Y+X).1 = Y+X$$

Boolean Cebiri

Örnek 1: **Aşağıdaki devrelerin çıkışında elde edilen lojik fonksiyonları basitleştirin**



F=A(A’+B) ifadesi
(X+Y’)Y=XY bağıntısı kullanılırsa

F=AB şeklinde elde edilir. Lojik devresi (b) de verilmiştir.

Boolean Cebiri

Örnek 2: Z=A’BC+A’ ifadesini basitleştirin.

BC=Y ve A’=X yazılırsa ifade
Z=X+XY=X(1+Y) olur
1+Y=1 olduğundan Z=X.1=X olur
Z=X şeklinde elde edilir
Z=A’ şeklinde yerine yazılır.

Örnek 3: Z=[A+B’C+D+EF][A+B’C+(D+EF)’] ifadesini basitleştirin.
X=A+B’C ve Y=D+EF yazılırsa
Z=[X+Y][X+Y’]=XX+XY’+XY+XY’+YY’=X+X(Y+Y’)+YY’
Z=(X+Y)(X+Y’) olur.   ((X+Y)(X+Y’) =X olduğundan)
Z=X veya Z=A+B’C

Boolean Cebiri

Örnek 4: $Z=(AB+C)(B'D+C'E')+(AB+C)'$ ifadesini basitleştirin.

$X=AB+C$ ve $Y=B'D+C'E'$ yazarsak

$Z=XY+X' =X'+XY=(X'+X)(X'+Y)$, $X+X'=1$

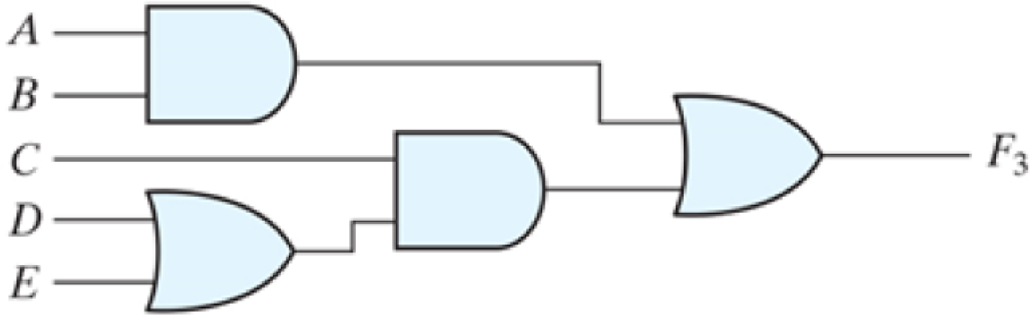
$Z=Y+X'$ elde edilir

X ve Y nin ifadeleri yerlerine yazılırsa

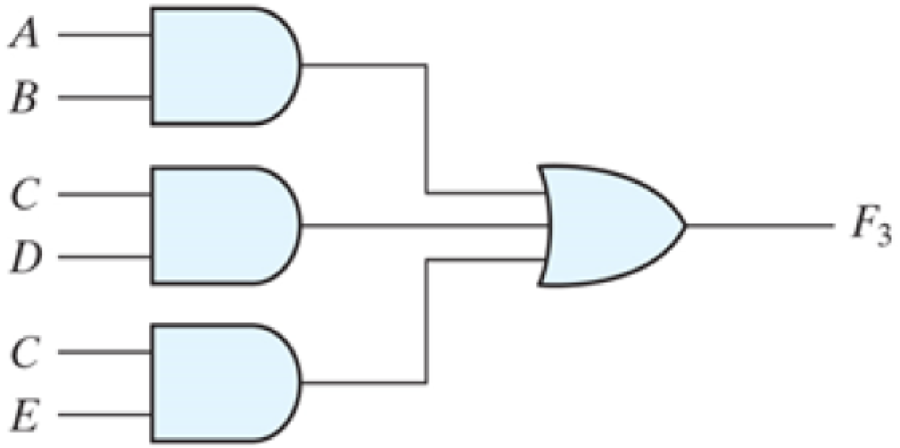
$Z=B'D+C'E'+(AB+C)'$ olur.

Boolean Cebiri

Standard Form



(a) $AB + C(D + E)$



(b) $AB + CD + CE$

Boolean Cebiri

İki değişkenli Boole İfadeleri

Boolean Functions	Operator Symbol	Name	Comments
$F_0 = 0$		Null	Binary constant 0
$F_1 = xy$	$x \cdot y$	AND	x and y
$F_2 = xy'$	x/y	Inhibition	x, but not y
$F_3 = x$		Transfer	x
$F_4 = x'y$	y/x	Inhibition	y, but not x
$F_5 = y$		Transfer	y
$F_6 = xy' + x'y$	$x \oplus y$	Exclusive-OR	x or y, but not both
$F_7 = x + y$	$x + y$	OR	x or y
$F_8 = (x + y)'$	$x \downarrow y$	NOR	Not-OR
$F_9 = xy + x'y'$	$(x \oplus y)'$	Equivalence	x equals y
$F_{10} = y'$	y'	Complement	Not y
$F_{11} = x + y'$	$x \subset y$	Implication	If y, then x
$F_{12} = x'$	x'	Complement	Not x
$F_{13} = x' + y$	$x \supset y$	Implication	If x, then y
$F_{14} = (xy)'$	$x \uparrow y$	NAND	Not-AND
$F_{15} = 1$		Identity	Binary constant 1

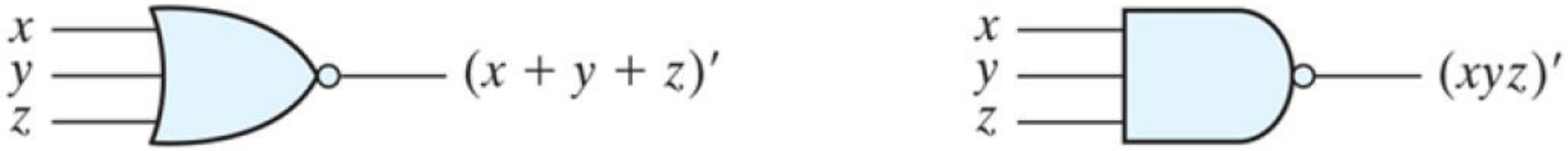
x	y	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Boolean Cebiri

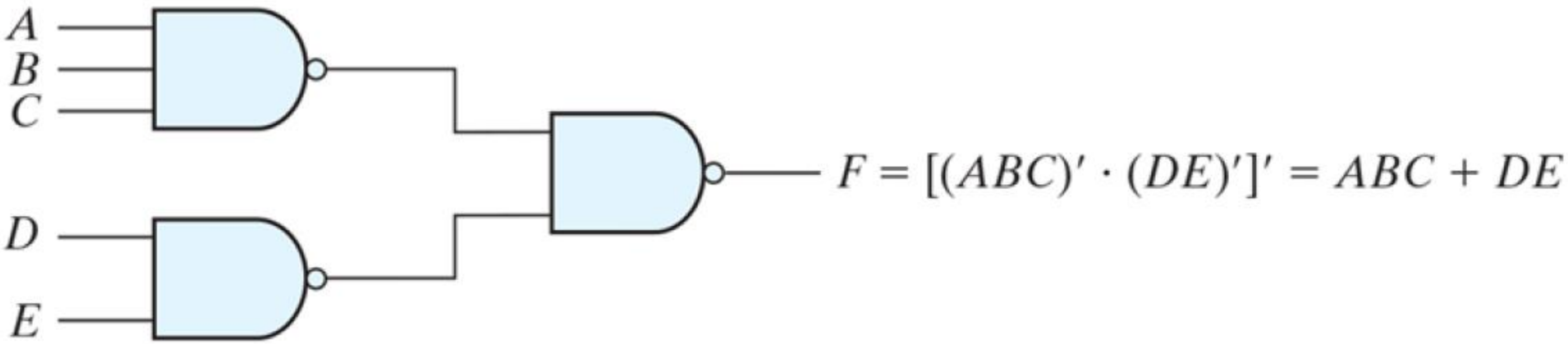
Lojik Kapılar

Name	Graphic symbol	Algebraic function	Truth table
AND		$F = x \cdot y$	X Y | F 0 0 | 0 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1
OR		$F = x + y$	X Y | F 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 1
Inverter		$F = x'$	X | F 0 | 1 1 | 0
Buffer		$F = x$	X | F 0 | 0 1 | 1
NAND		$F = (xy)'$	X Y | F 0 0 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0
NOR		$F = (x + y)'$	X Y | F 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0
Exclusive-OR (XOR)		$F = xy' + x'y$ $= x \oplus y$	X Y | F 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0
Exclusive-NOR or equivalence		$F = xy + x'y'$ $= (x \oplus y)'$	X Y | F 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1

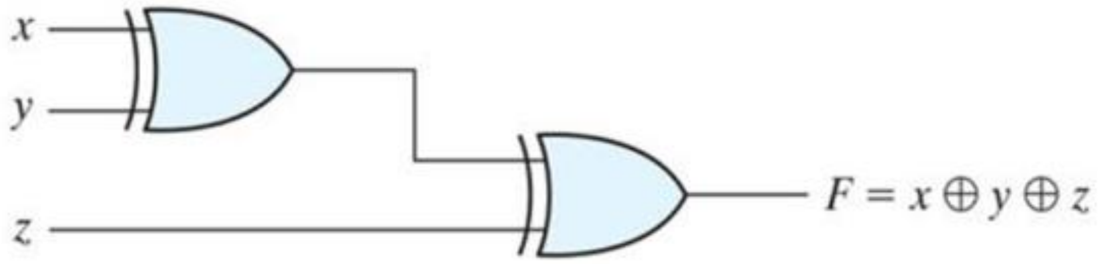
Boolean Cebiri



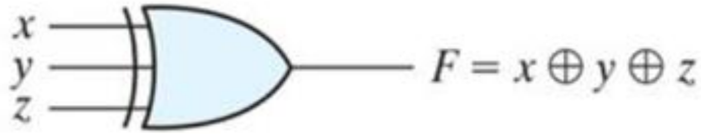
(a) 3-input NOR gate   (b) 3-input NAND gate



Boolean Cebiri



(a) Using 2-input gates



(b) 3-input gate

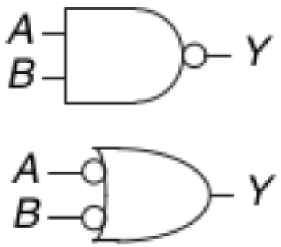
X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

(c) Truth table

Boolean Cebiri

NAND ve NOR Kapılarıyla De Morgan Kuralı

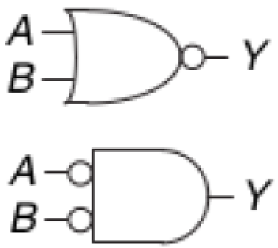
NAND



$$Y = \overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOR



$$Y = \overline{A + B} = \overline{A}\,\overline{B}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Kaynakça

- **1.Hüseyin EKİZ, Mantık Devreleri, Değişim Yayınları, 4. Baskı, 2005**
- **2.Thomas L. Floyd, Digital Fundamentals, Prentice-Hall Inc. New Jersey, 2006**
- **3.M. Morris Mano, Michael D. Ciletti, Digital Design, Prentice-Hall, Inc.,New Jersey, 1997**
- **4.Hüseyin Demirel, Dijital Elektronik, Birsen Yayınevi, İstanbul, 2012**