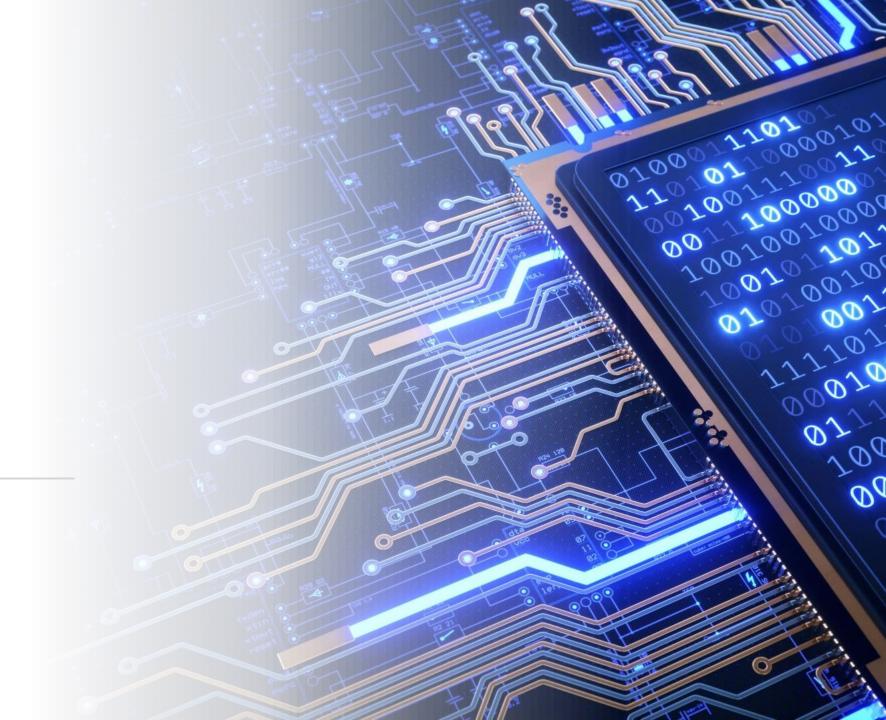
Mantıksal Tasarım ve Uygulamaları

GİRİŞ





DERS DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ

- Ara Sınav %40
- Laboratuvar %60
- Yarıyıl İçi Çalışmalarının Başarıya Oranı %40
- Yarıyıl Sonu Sınavının Başarıya Oranı %60

Haftalık Plan

Haftalar													
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
19.09.2022	26.09.2022	03.10.2022	10.10.2022	17.10.2022	24.10.2022	31.10.2022	07.11.2022	14.11.2022	21.11.2022	28.11.2022	05.12.2022	12.12.2022	19.12.2022
Giriş	Sayı Sistemleri	Tümleyen Aritmetiği	Boolean Cebri	Karno Haritası	Karno Haritası	Laboratuvar Deney (1-2-3)	Laboratuvar Deney (4-5-6-7)	Vize Haftası	Birleşik Mantık Devreleri	Laboratuvar Deney (-8-9-10)	Sıralı Devreler	Laboratuvar Deney (11-12-13)	Yazaçlar – Örnek Soru Çözümü

NOT: Vize Haftası 7., 8. ve 9. haftalardan biri olabilir!

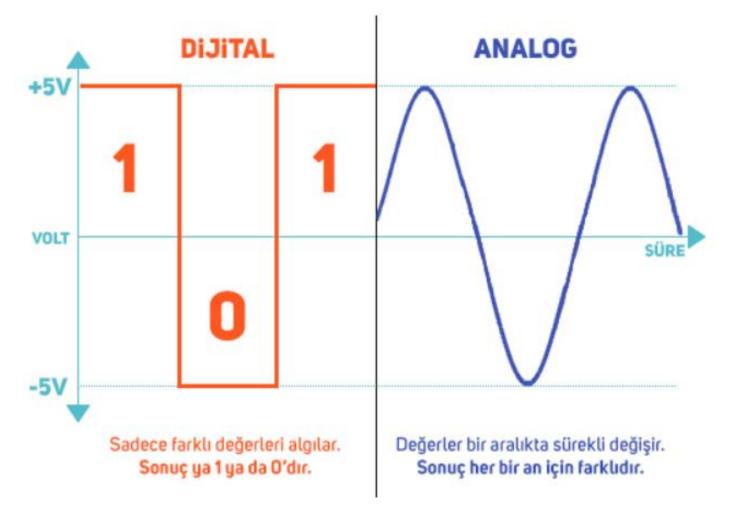
Haftalık Plan

- Sayı Sistemleri→"Sayı Sistemleri, Sayı Sistemlerinin Dönüşümleri, Sayı Sistemlerinde Hesaplama"
- Mantık Kapıları ve Boolean Matematiği→"Entegre Yapıları, Lojik Kapılar, Lojik Devreler ve İfadeler, Boolean Matematiği "
- Karnaugh Haritaları ve Lojik Kapıların Sadeleştirilmesi
- Veri Seçici ve Veri Dağıtıcı Devreler→"Birleşik Devre Tasarım Esasları, Kodlayıcılar, Kod Çözücüler, Kod Çeviriciler"
- Kodlayıcı ve Kod Çözücü Devreler→"Veri Seçiciler (Multiplexer)Veri Dağıtıcılar (Demultiplexer) "
- Aritmetik İşlem Devreleri→ "Aritmetik İşlem Devreleri, Toplayıcılar, Çıkarıcılar, Karşılaştırıcılar, Aritmetik Mantık Devresi"
- Multivibratörler ve Flip-Flop Devreleri
- Sayıcı Devreleri→ "Ardışıl Devre Tasarımları, Asenkron Sayıcılar, Senkron Sayıcılar"
- Kaydedici Devreler→"Kaydediciler, Halka Sayıcı, Johnson Sayıcı"
- ADC ve DAC Devreleri→"Dijital Analog Çevirici Devreleri, Analog Dijital Çevirici Devreleri"

Temel Kavramlar

Sayı sistemlerinin incelenmesi Sayı sistemlerinin dönüştürülmesi Sayı sistemlerinde hesaplama





Digital Logic

Sayısal Sistem (digital system) iki gerilim seviyesine göre çalışır. Her Sayısal Sistemin bu iki gerilim seviyesine karşılık gelen bir biçimi olmalıdır. Bu nedenle Sayısal Devreler Binary (İkilik) Sayı sisteminde kullanılan **1 ve 0** ile tanımlanmak zorundadır.

Bu Sayısal Sistemin girdilerinin ikilik koda dönüşmesini sağlar

Dijital Sistem Pozitif Mantık

Pozitif Mantık

Yüksek	Alçak
1	0
Doğru	Yanlış
+5V	0V
Kapalı	Açık

Yukarıdaki Pozitif Mantık ifadelerini kullanarak sayısal kavramları tanımlanabilir. Örneğin bir anahtarın kapalı olması sayısal sistemde '1' veya '5V'a eşit olacaktır.

Bir kare dalganın yükseleme ve düşmesinin çok küçük zaman diliminde olduğu düşünülürse kare dalga sayısal sinyallere güzel bir örnek olabilir. Aşağıda bir kare dalga üzerindeki Lojik seviyeler gösterilmiştir.

Pozitif mantık sayısal sinyal

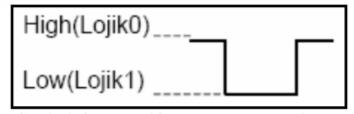
Digital Logic Negatif Mantık

Negatif Mantık

Yüksek	Alçak
0	1
Doğru	Yanlış
0V	+5V
Açık	Kapalı

Sayısal devrelerde negatif mantık kullanımı bazı uygulamalarda tasarımcıya büyük kolaylıklar sağlamaktadır.

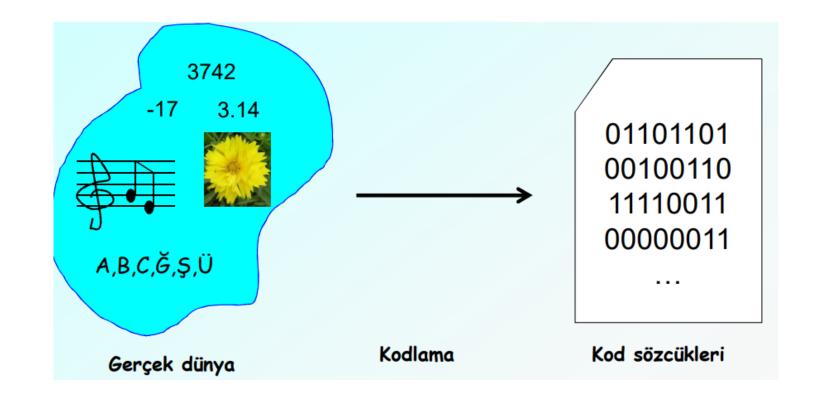
Örneğin elektriksel gürültü problemi yaşanan sistemlerin tasarımında Negatif mantık kullanımı gürültü probleminin ortadan kalkmasını sağlayabilir.



Negatif mantık sayısal sinyal

İkili Sayısal Kodlama

- Dijital sistemler ikili sayısal işaretler üzerinde işlemler yaptıklarından sadece iki farklı değeri işleyebilirler.
- Bu nedenle sayısal devreler yardımıyla üzerinde işlem yapılacak olan fiziksel büyüklüklere (gerilim, sıcaklık vs.) ve her türlü veriye (harf, sayı, renk, ses) ikili sayılar karşı düşürülür.



İkili Sayısal Kodlama

- n basamaklı (n bitlik "Binary digit") bir ikili sayı kullanarak 2ⁿ tane farklı sayı ifade edebiliriz.
- Örneğin 8 basamaklı (8 bitlik) bir ikili sayı kullanarak 2^8 tane (256) farklı sayı ifade edebiliriz.
- Bunlar 256 farklı renk, 256 sembol, 0 ile 255 arası tamsayılar, 1 ile 256 arası tamsayılar, -128 ile +127 arası tamsayılar olabilir.
- Bir ikili değerin (Örneğin 10001101) ne anlama geldiğine o değeri kullanacak olan sistem (donanım ya da yazılım sistemi olabilir) ya da kişi belirler.

- Bir sayı sisteminde sayıyı S, taban değeri R ve katsayıyı (ağırlık katsayısı) da d ile gösterirsek tam sayı sistemi,
- $S = d_n R^n + d_{n-1} R^{n-1} + ... + d_1 R^1 + d_0 R^0$
- formülü ile gösterilir. Kesirli sayıları ifade etmek için aşağıdaki formül kullanılır.
- S = $d_n R^n + d_{n-1} R^{n-1} + ... + d_1 R^1 + d_0 R^0 + d_{-1} R^{-1} + d_{n-2} R^{-2} + ...$ olur.
- d katsayılarının en büyük değeri R-1 olabilir.

Onlu (Decimal) Sayı sistemleri

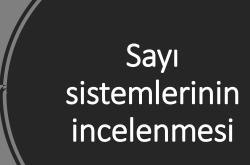
- Onlu sayı sisteminde taban değer R=10'dur ve 10 adet rakam (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) kullanılır. Eğer onluk sayıyı D ile gösterirsek genel denklem,
- $D = dn \, 10^n + d_{n-1} 10^{n-1} + ... + d_1 \, 10^1 + d_0 10^0 + d_{-1} 10^{-1} + d_{-2} 10^{-2} + ...$ olur.
- Örnek: $D = (69.3)_{10}$
- = $d_1R^1 + d_0R^0 + d_1R^1$
- = 6.10^{1} + 9.10^{0} + 3.10^{-1} = 69.3

İkili Sayı sistemleri

0 ve 1 rakamlarından meydana gelen ve taban değeri 2 olan sayı sistemidir. İkili sayı sisteminde her bir basamak BİT (Bİnary DigiT), en sağdaki basamak en düşük değerli bit (Least Significant bit- LSB (en anlansız bit)), en soldaki basamak ise en yüksek değerli bit (Most Significant bit-MSB (en anlamlı bit)) olarak ifade edilir. İkili sayı sisteminde sayı B ile gösterilirse genel ifade;

B=
$$d_n 2^n + d_{n-1} 2^{n-1} + ... + d_1 2^1 + d_0 2^0 + d_{-1} 2 + d_{-2} 2^{-2} + ...$$
 şeklinde olur.

$$1111.10 = 1x2^{3} + 1x2^{2} + 1X2^{1} + 1x2^{0} + 1x2^{-1} + 0x2^{-2}$$



- MSB ← 1110011 LSB
- İkili sayı sistemleri bilgisayar gibi sayısal bilgi işleyen makinalarda kullanılmaktadır.
 Fakat bu sayı sistemi ile bir sayının ifade edilmesi için çok fazla sayıda basamak kullanmak gerekir. Bu nedenle ikili sisteme kolay çevrilebilen (veya tersi) sekizli (octal) ve onaltılı (hexadecimal) sayı sistemleri geliştirilmiştir.

Sekizli (Octal) Sayı sistemleri

Sayı sistemlerinin incelenmesi

- Taban değeri sekiz olan ve 0-7 arası (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) değer alan sayı sistemidir.
 Genel ifadesi;
- O= $d_n 8^n + d_{n-1} 8^{n-1} + ... + d_1 8^1 + d_0 8^0 + d_{-1} 8^{-1} + d_{-2} 8^{-2} + ...$ şeklinde olur.
- Örnek: X= (47.2)₈
- $X = 4x8^{1} + 7x8^{0} + 2x8^{-1}$

Onaltılı (Octal) Sayı sistemleri

Taban değeri 16 olan ve 0-15 arası (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F) değer alan sayı sistemidir. Genel ifadesi;

H=
$$d_n 16^n + d_{n-1} 16^{n-1} + ... + d_1 16^1 + d_0 16^0 + d_{-1} 16^{-1} + d_{-2} 16^{-2} + ...$$
 olur.

Örnek

- a) $H=(2A.C)_{16} = 2x16^{1}+10x16^{0}+12x16^{-1}$
- b) H= $(26.75)_{16}$ = $(2x16^{1}+6x16^{0}+7x16^{-1}+5x16^{-2})_{10}$
- c) $H=(A5D.2C)_{16}=(10x16^2+5x16^1+13x16^0+2x16^{-1}+12x16^{-2})_{10}$

Onlu sayıların ikili sayılara dönüştürülmesi

Sayı sistemlerinin dönüştürülmesi

- ÖRNEK 1: (53)₁₀ sayısını ikili sayı sistemine çeviriniz.
- 53 / 2 = 26, kalan = 1 En küçük bit (LSB: Less Significant Bit)

```
26 / 2 = 13, kalan = 0 ↑ En küçük bit (LSB)
```

13 / 2 = 6 , kalan = 1

6/2 = 3, kalan = 0

3/2 = 1, kalan = 1

1/2 = 0, kalan = 1 En büyük bit (MSB)

 Onluk sayı sisteminde bir tamsayıyı diğer sayı sistemine dönüştürmek için onluk sayı dönüştürülecek sayıya sürekli bölünür ve her bölme işleminden kalan sayı sondan başa doğru (alttan yukarıya doğru) yazılır (sıralanır).

Onlu sayıların ikili sayılara dönüştürülmesi

Sayı sistemlerinin dönüştürülmesi

- <u>Tam sayı kısmı için sıralama aşağıdan</u> <u>yukarıya doğrudur.</u>
- $(53)_{10} = (110101)_2$
- Örnek 2: (1271)₁₀ sayısını ikili sayıya dönüştürelim.
- Çözüm:

•	İşlem		Bölüm	Kalar
•	1271 / 2	=	635	1
•	635 / 2	=	317	1
•	317 / 2	=	158	1
•	158 / 2	=	79	0
•	79 / 2	=	39	1
•	39 / 2	=	19	1
•	19 / 2	=	9	1
•	9 / 2	=	4	1
•	4 / 2	=	2	0
•	2/2	=	1	0
•	1			1

Sonuç olarak kalan kolonunu aşağıdan yukarıya doğru sıralarsak;
(1271)₁₀ = (10011110111)₂
eşitliği bulunur.

Onlu sayıların ikili sayılara dönüştürülmesi

Sayı sistemlerinin dönüştürülmesi ÖRNEK 2 : (41.6875)₁₀ sayısını ikili sisteme çeviriniz.

Tamsayı kısmı

```
41 / 2 = 20, kalan = 1

20 / 2 = 10, kalan = 0

10/ 2 = 5, kalan = 0

5/ 2 = 2, kalan = 1

1/ 2 = 1, kalan = 0

1/ 2 = 0, kalan = 1
```

Kesirli onluk sayılar ikili sayıya dönüştürülürken kesirli kısım sürekli 2 ile çarpılır. Çarpım sonucunda elde edilen sayının tam sayı kısmı yazılır. kesirli kısım 2 ile yeniden çarpılır. Bu işleme kesirli kısım '0' değerine (veya 0'a çok yakın bir değere) ulaşıncaya kadar devam edilir.

Kalan kolonu aşağıdan yukarıya doğru sıralanırsa: (41)₁₀ = (101001)₂

Kesirli kısım

```
0.6875 *2 = 1.3750 tamsayı = 1
0.3750 *2 = 0.7500 tamsayı = 0
0.7500 *2 = 1.5000 tamsayı = 1
0.5000 *2 = 1.0000 tamsayı = 1
```

Kesirli kısım için sıralama yukarıdan aşağıya doğrudur.

```
(0.6875)_{10} = (1011)_2

(41.6875)_{10} = (101001.1011)_2
```

Onlu sayıların sekizli sayılara dönüştürülmesi

Sayı sistemlerinin dönüştürülmesi ÖRNEK 1: (46)₁₀ sayısını sekizli sayıya dönüştürün 46 / 8 = 5, kalan = 6 5<8, kalan = 5

 $(46)_{10} = (56)_8$

Kesirli sayılar sekizli sayıya çevrilirken kesirli kısım 8 ile çarpılarak devam edilir. Tam sayı kısımlar alınıp yukarıdan aşağıya sıralanır. ÖRNEK 1: (46.15)₁₀ sayısını sekizli sayıya dönüştrün.

Tamsayı Kısmı Kesirli Kısım,
46/ 8 = 5, kalan = 6
5<8, kalan = 5
0.200 * 8 = 1.600 tamsayı = 1
0.600 * 8 = 4.800 tamsayı = 4

 $(53.15)_{10} = (56.114)_8$

(Daha fazla hassasiyet istenirse kesirli kısım için işlem devam ettirilebilir)

Onlu sayıların onaltılı sayılara dönüştürülmesi

ÖRNEK 2: (220.975)₁₀ sayıyı onaltılık sayıya dönüştrün.

Tamsayı kısmı

Kesirli kısım

$$0.975x16 = 15.600$$
 tamsayı = 15 (F)
 $0.600x16 = 9.600$ tamsayı = 9
 $0.600x16 = 9.600$ tamsayı = 9

 $(220.975)_{10} = (DC.F99)_{16}$

ÖRNEK 1: (46)₁₀ sayıyı onaltılık sayıya dönüştürün.

$$(46)_{10} = (2E)_{16}$$

Kesirli kısım 16 ile çarpılarak çikan sayının tam sayı kısmı alınıp yukarıdan aşağıya doğru sıralanır.

İkili sayıların sekizli sayılara dönüştürülmesi

İkili sayılar sekizliye dönüştürürken sayıların tam kısmı sağdan sola doğru, kesirli kısım ise soldan sağa doğru üçerli grup olarak düzenlenir. Sonra her bir sayı katsayısı ile çarpılarak sonuç bulunur.

ÖRNEK: (10101.101)₂ sayısını sekizli sayıya dönüştürün.

$$(10101.101)_2 = (010\ 101\ .\ 101) = (25.5)_8$$

İkili sayıların onlu sayılara dönüştürülmesi

İkili sistemdeki bir sayı her basamağının ağırlık katsayısı ile çarpılıp bulunan değerlerin toplanması ile onlu sayı sistemine dönüştürülür.

ÖRNEK: $(10111.101)_2$ sayısını onlu sayıya dönüştürünüz. $(10101.101)_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$, $1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = 16 + 4 + 1$, $0.5 + 0.125 = (23.625)_{10}$

İkili sayıların onaltılı sayılara dönüştürülmesi

İkili sayılar onaltılı sayıya dönüştürürken sayıların tam kısmı sağdan sola doğru, kesirli kısım ise soldan sağa doğru dörderli grup olarak düzenlenir. Sonra her bir sayı kendi katsayısı ile çarpılarak sonuç bulunur.

ÖRNEK: (11101.101)₂ sayısını onaltılı sayıya çeviriniz.

 $(11101.101)_2 = (0001\ 1101\ .1010) = (1\ 13\ .\ 10)_{16}$ = $(1D.A)_{16}$

Sekizli sayıların ikili sayılara dönüştürülmesi

Sekizli sayılar ikili sayılara dönüştürürken her basamağın ikili sayıdaki karşılığı yazılır.

ÖRNEK: (673.124)₈ sayısını ikili sayıya dönüştürün.

$$6_{10}$$
= 110_2 , 7_{10} = 111_2 , 3_{10} = 011_2 , 1_{10} = 001_2 , 2_{10} = 010_2 , 4_{10} = 100_2 (673.124)₈ = (110 111 011.001 010 100)₂

Sekizli sayıların onlu sayılara dönüştürülmesi

Sekizli sayı onlu sayıya dönüştürürken her bir basamaktaki sayı kendi katsayısı ile çarpılır ve toplam bulunur.

```
ÖRNEK: (32.12)_8 sayısını onlu sayıya çeviriniz (32.12)_8 = 3 \times 8^1 + 2 \times 8^0 + 1 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2}
= 24 + 2 + 0.125 + 0.03125 = (26.15625)_{10}
```

Sekizli sayıların on altılı sayılara dönüştürülmesi

Sayı sistemlerinin dönüştürülmesi Sekizli sayıyı onaltılı sayıya dönüştürmenin en kolay yolu sekizli sayıyı ikili sayıya dönüştrüp sonra onaltılı sayıya dönştürmektir (İkili sayıya dönüştürüldükten sonra 4'lü guruplar alınır).

ÖRNEK : (32.12)₈ sayısını onaltılı sayıya dönüştürün.

,
$$3_{10} = 011_2$$
, $2_{10} = 010_2$, $1_{10} = 001_2$, $2_{10} = 010_2$
 $(32.12)_8 = (011\ 010.001\ 010)_2$
 $= (0001\ 1010\ .\ 0010\ 1000)_2 = (1\ 10\ .\ 2\ 8)_{16} = (1A.28)_{16}$

Onaltılı sayıların ikili sayılara dönüştürülmesi

Onaltılı sayılar ikili sayılara dönüştürürken onaltılı sayının her basamağındaki sayının ikili sayı karşılığı 4 bit olarak yazılır.

ÖRNEK: $(32.12)_{16}$ sayısını ikili sayıya dönüştürün $3_{10} = 011_2$, $2_{10} = 010_2$, $1_{10} = 001_2$, $2_{10} = 010_2$ $(32.12)_{16} = (0011 0010. 0001 0010)_2$

Onaltılı sayıların sekizli sayılara dönüştürülmesi

Onaltılı sayıları sekizli sayıya dönüştrmenin en kolay yolu onaltılı sayıyı önce ikili sayıya dönüştürüp sonra sekizli sayıya dönüştürmektir.

ÖRNEK: $(32.12)_{16}$ sayısını sekizli sayıya dönüştürün. = $(0011\ 0010.\ 0001\ 0010)_2$ $(32.12)_{16}$ = $(62.044)_8$

Sayı sistemlerinin dönüştürülmesi

Onaltılı sayıların onlu sayılara dönüştürülmesi

Onaltılı sayı onlu sayıya çevrilirken her bir basamaktaki sayı kendi katsayısı ile çarpılır ve toplam bulunur.

ÖRNEK: $(32.12)_{16}$ sayısını onlu sayıya dönüştürün $(32.12)_{16} = 3 \times 16^{1} + 2 \times 16^{0}$, $1 \times 16^{-1} + 2 \times 16^{-2} = 48 + 2$, 0.0625 + 0.00781 = $(50.0703)_{10}$

Sayı Sistemlerinde Hesaplama Bütün sayı sistemlerinde işaret (+ veya -) kullanılabilir ve aşağıdaki bağıntılar bütün sayı sistemlerinde uygulanabilir.

1)
$$+a + (+b) = a + b$$
 2) $+a + (-b) = a - b$

3)
$$+a - (+b) = a - b$$

4)
$$+a - (-b) = a + b$$

Sayı Sistemlerinde Hesaplama

Toplama

İkili sayılarda toplama onlu sayılarda olduğu gibi basamak basamak toplamak suretiyle yapılır. Binary (ikili) sayı sisteminde toplama kuralı aşağıdaki gibidir:

0+0=0, 0+1=1, 1+0=1, 1+1=0 ve bir önceki (bir soldaki) kolona 1 ekle

> 0 + 0 = 0 0 + 1 = 1 1 + 0 = 1 1 + 1 = 0 ve bir önceki kolona 1 ekle

ÖRNEK 1: (111)₂ sayısı ile (011)₂ sayısını toplayınız.

```
1 1 1 Eklemeler
1 1 1
+ 0 1 1
10 1 0
```

ÖRNEK 2: $(1101.110)_2 + (0110.101)_2 + (1111.111)_2$ sonucunu bulunuz.

```
1101.110
0110.101
+ 1111.111
100100.010
```



Çıkarma

Ikili sayılarda çıkarma onlu sayılara benzer olarak yapılır.

$$0 - 0 = 0$$
, $1 - 0 = 1$, $1 - 1 = 0$, $0 - 1 = 1$ (Borç (barrow) 1, (bir soldaki kolondan 1 borç alınır))

ÖRNEK: (1101.110)₂ - (0110.101)₂ sonucunu bulunuz.

İkili sayılarda sayının sıfırdan küçük olması durumunda doğrudan çıkarma işlemi uygulanamamaktadır. Bunun yerine tümleyen aritmetiğine göre çıkarma işlemi uygulanmaktadır.