DICIPLINE : Mathématiques	NIVEAU : 3^e

Séquence N°4	THEME : Espace et géométrie

RAPPEL DU COURS

I. Aires

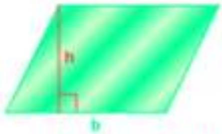
Carré

$Aire\ = c \times c = c^2$

Rectangle

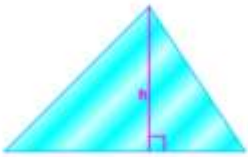
$Aire\ = L \times l$

Parallélogramme



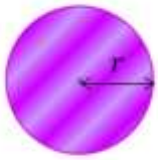
$Aire\ = Base \times hauteur$

Triangle



$$Aire\ = \frac{Base \times hauteur}{2}$$

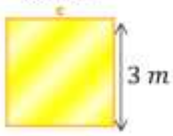
Disque



$Aire\ = \pi \times r^2$

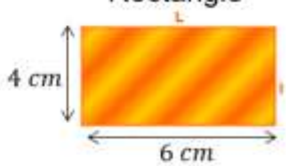
Exemple :

Carré



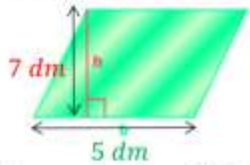
$Aire\ = 3 \times 3 = 9\ m^2$

Rectangle



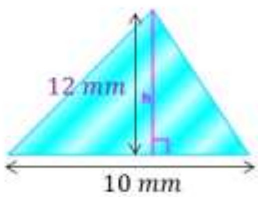
$Aire\ = 4 \times 6 = 24\ cm^2$

Parallélogramme



$Aire\ = 5 \times 7 = 35\ dm^2$

Triangle



$$Aire\ = \frac{10 \times 12}{2} = 60\ mm^2$$

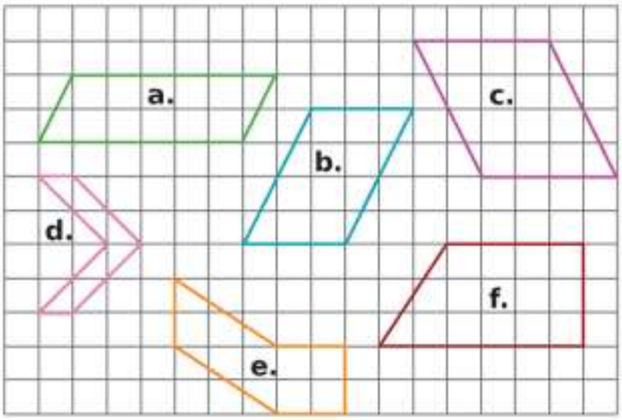
Disque

$Aire\ = \pi \times 11^2 \approx 380{,}13\ dam^2$

EXERCICES

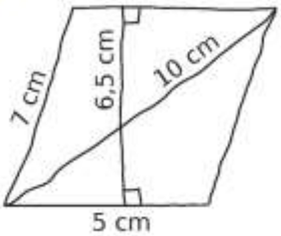
2 Avec un quadrillage

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire de chaque figure suivante en utilisant des aires de parallélogrammes.



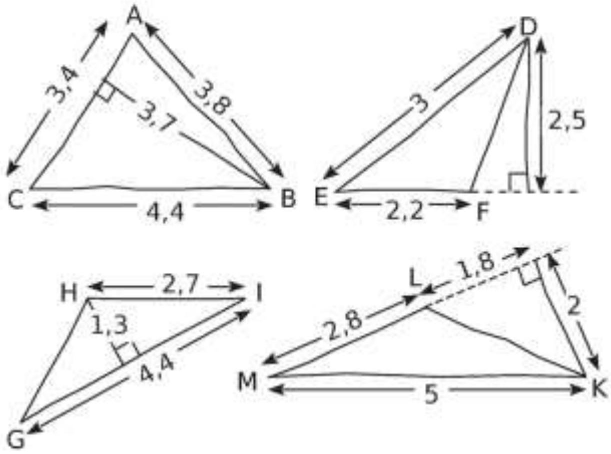
5 Ne pas confondre !

Calcule l'aire et le périmètre de ce parallélogramme tracé à main levée.



15 Calcule l'aire des triangles suivants.

L'unité de longueur est le centimètre.



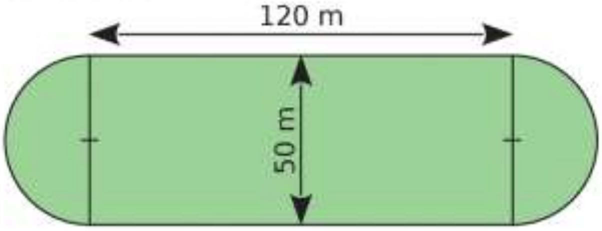
18 Calcule les aires suivantes.

a. L'aire exacte d'un disque de rayon 3 cm.

b. Une valeur approchée au dixième près de l'aire d'un disque de rayon 35 mm.

c. L'aire exacte d'un disque de diamètre 8 cm.

23 Calcule l'aire et le périmètre de ce stade.

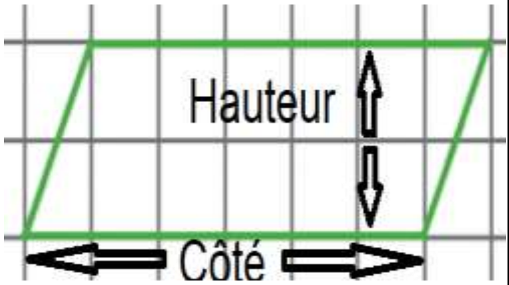


DICIPLINE : Mathématiques	NIVEAU : 3e

Séquence N°4	THEME : Espace et géométrie

CORRECTION DES EXERCICES

Exercice 2 :



a) $Aire : côté \times hauteur = 6 \times 2 = 12$

b) $Aire : côté \times hauteur = 3 \times 4 = 12$

c) $Aire : côté \times hauteur = 4 \times 4 = 16$

d) $Aire : 2\ petits\ parallélogrammes : 2 \times (1 \times 2) = 4$

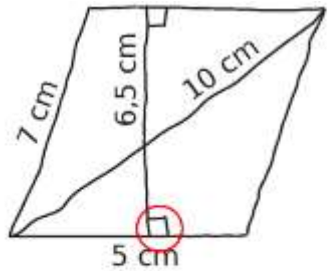
e) $Aire : parallélogramme + carré : 2 \times 3 + 2 \times 2 = 6 + 4 = 10$

f) $Aire : rectangle + triangle : 4 \times 3 + \frac{2\times3}{2} = 12 + 3 = 15$

Exercice 5 :

Pour calculer une Aire, il faut toujours prendre un côté et sa hauteur relative.
Une base et sa hauteur forment toujours un angle droit.
Ici c'est le « 5 cm » et le « 6,5 cm » qui sont perpendiculaires, l'Aire est donc :

$A = côté \times hauteur\ relative$
$A = 5 \times 6{,}5 = 32{,}5\ cm^2$
$P = 2 \times (7 + 5) = 2 \times 12 = 24\ cm$



Exercice 15 : $Aire_{ACB} = 3{,}4 \times 3{,}7 \div 2 = 6{,}29\ cm^2$

$Aire_{DEF} = 2{,}2 \times 2{,}5 \div 2 = 2{,}75\ cm^2$

$Aire_{GHI} = 4{,}4 \times 1{,}3 \div 2 = 2{,}86\ cm^2$

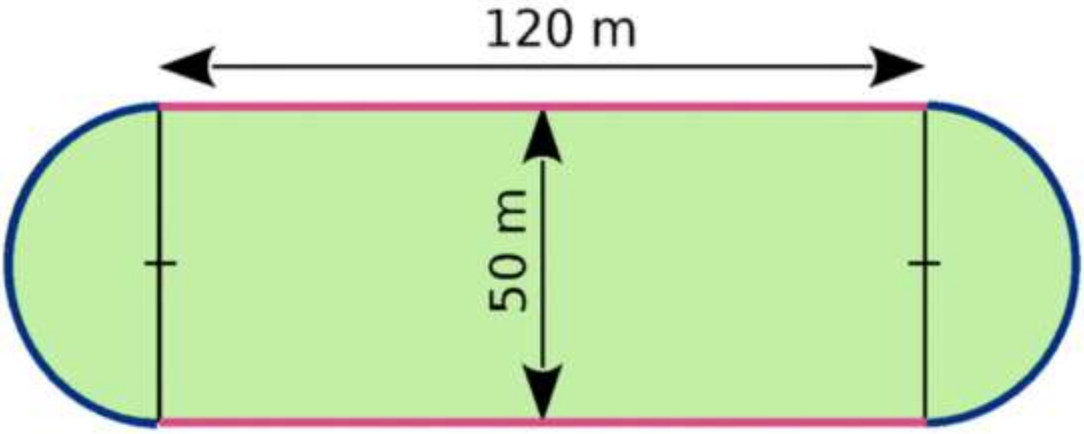
$Aire_{LMK} = 2{,}8 \times 2 \div 2 = 2{,}8\ cm^2$

Exercice 18 : a) $A = 3^2 \times \pi = 9 \times \pi\ cm^2$

b) $A = 35^2 \times \pi = 1225 \times \pi \approx 3\,848{,}5\ mm^2$

c) $A = 4^2 \times \pi = 16\,\pi\ cm^2$

Exercice 23 : Calcul du périmètre



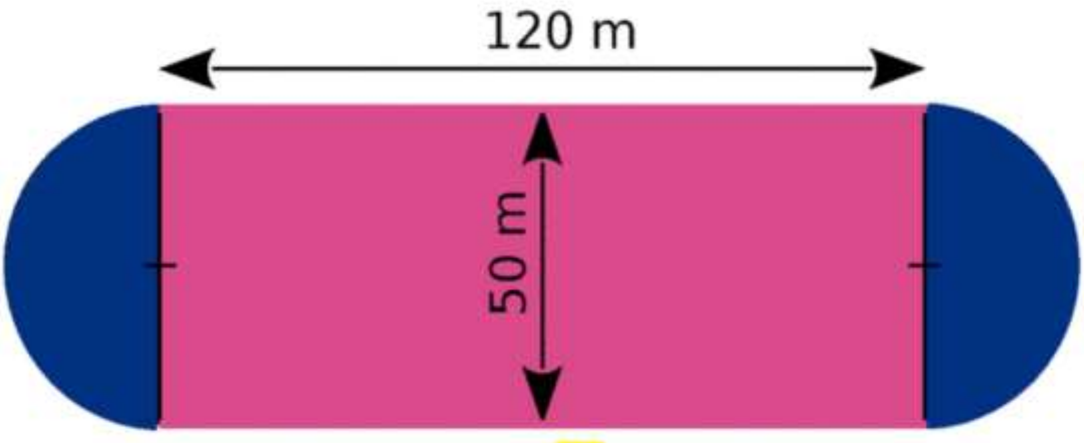
$P = P_{bord} + P_{côtés}$

$P = 50 \times \pi + 2 \times 120$

$P = 50 \times \pi + 240$

$P \approx 397\ m$

Calcul de l'aire



$A = A_{disque} + A_{rectangle}$

$A = 25^2 \times \pi + 50 \times 120$

$A \approx 7\,963\ m^2$

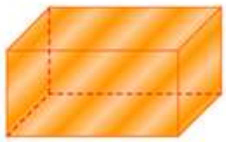
DICIPLINE : Mathématiques	NIVEAU : 3^{e}

Séquence N°5	THEME : Espace et géométrie

RAPPEL DU COURS

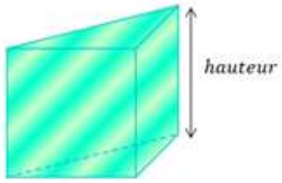
II. Volumes

Pavé droit



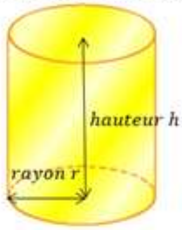
$Volume = Longueur \times largeur \times hauteur$

Prisme droit



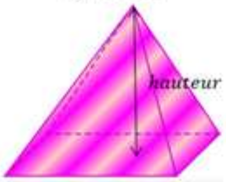
$Volume = Aire\ de\ la\ base \times hauteur$

Cylindre de révolution



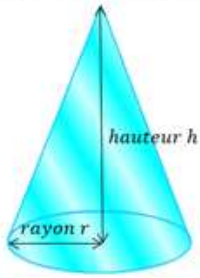
$Volume = Aire\ de\ la\ base \times hauteur = \pi \times r^2 \times h$

Pyramide



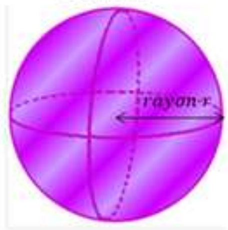
$Volume = \dfrac{Aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3}$

Cône de révolution



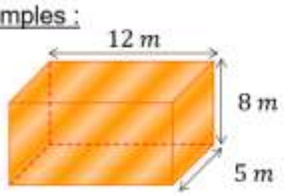
$Volume = \dfrac{Aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3} = \dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3}$

Sphère

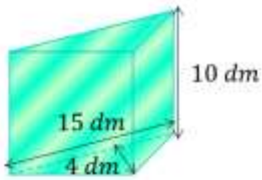


$Volume = \dfrac{4}{3} \times \pi \times r^2$

Exemples :



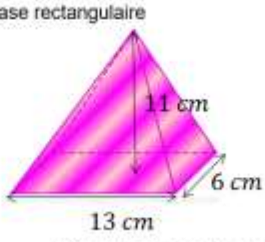
$Volume = Longueur \times largeur \times hauteur = 12 \times 5 \times 8 = 480\ m^3$



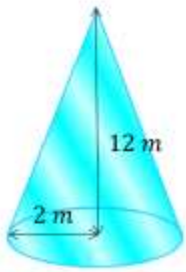
$Volume = Aire\ de\ la\ base \times hauteur = \dfrac{15 \times 4}{2} \times 10 = 300\ dm^3$

$Volume = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 3^2 \times 12 \approx 339{,}29\ mm^3$

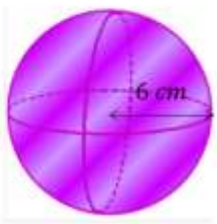
Base rectangulaire



$Volume = \dfrac{Aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3} = \dfrac{13 \times 6 \times 11}{3} = 429\ cm^3$



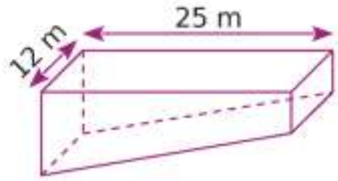
$Volume = \dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \dfrac{\pi \times 2^2 \times 12}{3} \approx 50{,}27\ m^3$



$Volume = \dfrac{4}{3} \times \pi \times r^2 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 6^2 \approx 150{,}80\ cm^3$

EXERCICES

28 Piscine



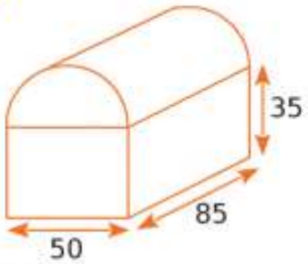
Une piscine a la forme du prisme droit ci-contre. Sa profondeur va de 0,80 m à 2,20 m.

a. Quel volume d'eau contient-elle ?

b. Sachant que le robinet d'eau qui permet de la remplir a un débit de 15 L par minute, combien de temps faut-il pour la remplir ?

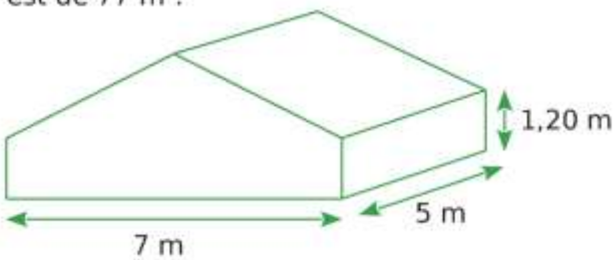
29 Un coffre ancien

Un coffre ancien est composé d'un pavé droit surmonté d'un demi-cylindre. (L'unité est le centimètre.) Calcule le volume de ce coffre arrondi au cm^3.



30 Hauteur d'une pièce

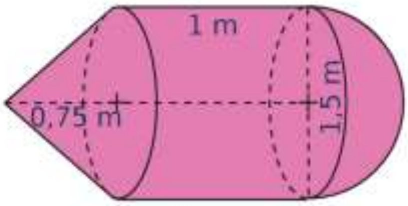
Le volume de la pièce mansardée ci-dessous est de 77 m^3.



Quelle est sa hauteur au point le plus haut ?

39 Un pâtissier décide de fabriquer des boules de Noël en chocolat . Sachant que le diamètre d'une boule est 2,5 cm, de quelle quantité de chocolat (en litres) ce pâtissier a-t-il besoin pour préparer 500 boules ?

43 La citerne ci-dessous est composée d'un cylindre de révolution, d'une demi-sphère et d'un cône de révolution de même rayon.



Est-il vrai que la citerne peut contenir plus de 3 000 L ?

DICIPLINE : Mathématiques	NIVEAU : 3^e

Séquence N°5	THEME : Espace et géométrie

CORRECTION DES EXERCICES

Exercice 28 :

a) $V = \frac{(2{,}2+08)\times 25}{2} \times 12 = 450\ m^3$

b) $450\ m^3 = 450\ 000\ L$

$450\ 000 \div 15 = 30\ 000$

Il faudra 30 000 minutes pour remplir la piscine soit 20 jours et 20 heures.

Exercice 29 :

$V = V_{cylindre} \div 2 + V_{pavé}$

$V = \frac{\pi \times 25 \times 85}{2} + 50 \times 35 \times 85$

$V = 26\ 562{,}5\ \pi + 148\ 750$

$V = 232\ 199\ cm^3$

Exercice 30 :

La pièce a la forme d'un prisme droit dont la base est le fronton te la maison, il a une hauteur 5m donc l'aire de la base est de 15,4 m² ($77 \div 5$).

La base du prisme se décompose en un rectangle et un triangle :

$A_{rectangle} = 7 \times 1{,}2 = 8{,}4\ m^2$

$A_{triangle} = A_{totale} - A_{rectangle}$

$A_{triangle} = 15{,}4 - 8{,}4 = 7m^2$

On en déduit que la hauteur du triangle est : $\frac{7\times 2}{7} = 2\ m$

La hauteur au point le plus haut est de 3,20 m. (2+1,2)

Exercice 39 :

On cherche le volume d'une boule : $V_{boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times rayon^3$
Rappel : $rayon = diamètre \div 2$

$$V_{boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{2{,}5}{2}\right)^3$$

$$V_{boule} \approx 8{,}18\ cm^3$$

On multiplie par le nombre de boules : $V_{totale} = 8{,}18 \times 500\ =\ 4\ 090\ cm^3$

Rappel : $1\ L = 1\ dm^3 = 1000\ cm^3$

$$V_{totale} = 4\ 090\ cm^3 = 4,09\ dm^3 = 4{,}09\ L$$

Le pâtissier aura besoin de 4,09L de chocolat.

Exercice 43 :

Pour calculer le volume de la citerne, on calcule le volume du cylindre (V_1), le volume de la demi-sphère (V_2) et le volume du cône de révolution (V_3).

Pour le cylindre : $V_1 = \pi \times rayon^2 \times hauteur$
$V_1 = \pi \times 0{,}75^2 \times 1$
$V_1 = \frac{9}{16} \times \pi\ \ m^3$

Pour la demi-sphère : $V_2 = \left(\frac{4}{3} \times \pi \times 0{,}75^3\ \right) \div 2 = \frac{9}{32} \times \pi$

Pour le cône : $V_3 = \frac{\pi \times 0{,}75^2 \times 0{,}75}{3} = \frac{9}{64} \times \pi\ m^3$

Le volume total de la citerne est :

$$V_{total} = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_{total} = \ \frac{9}{16} \times \pi + \frac{9}{32} \times \pi + \frac{9}{64} \times \pi$$

$$V_{total} = \frac{63}{64} \times \pi \approx 3{,}0925\ m^3\ \approx 3\ 092{,}5\ dm^3$$

Donc la citerne peut contenir plus de 3 000 L