

**08. Квадратные корни и степени****Блок 1. ФИПИ****Примеры решений**

**1.1)** Найдите значение выражения  $\sqrt{\frac{64a^{10}}{a^6}}$  при  $a=5$ .

$$\sqrt{\frac{64a^{10}}{a^6}} = \sqrt{64a^4} = 8a^2 = 8 \cdot 5^2 = 8 \cdot 25 = 200$$

**1.2)** Найдите значение выражения  $\sqrt{\frac{81x^2}{y^4}}$  при  $x=2$ ,  $y=6$ .

$$x>0, y>0 \quad \sqrt{\frac{81x^2}{y^4}} = \frac{9x}{y^2} = \frac{9 \cdot 2}{6^2} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5$$

**1.3)** Найдите значение выражения  $\sqrt{\frac{1}{100} \cdot x^4 y^6}$  при  $x=5$ ,  $y=2$ .

$$x>0, y>0 \quad \sqrt{\frac{1}{100} \cdot x^4 y^6} = \frac{1}{10} \cdot x^2 y^3 = \frac{1}{10} \cdot 5^2 \cdot 2^3 = \frac{1}{10} \cdot 25 \cdot 8 = 20$$

**1.4)** Найдите значение выражения  $\sqrt{(-a)^6 \cdot a^4}$  при  $a=2$ .

$$\sqrt{(-a)^6 \cdot a^4} = \sqrt{a^6 \cdot a^4} = \sqrt{a^{10}} = a^5 = 2^5 = 32$$

**1.5)** Найдите значение выражения  $\sqrt{a^2+18ab+81b^2}$  при  $a=2\frac{4}{13}$ ,  $b=\frac{1}{13}$ .

$$\sqrt{a^2+18ab+81b^2} = \sqrt{(a+9b)^2} = |a+9b| = \left|2\frac{4}{13} + 9 \cdot \frac{1}{13}\right| = \left|2\frac{4}{13} + \frac{9}{13}\right| = \left|2\frac{13}{13}\right| = 3$$

**1.6)** Найдите значение выражения  $\sqrt{a^2+16ab+64b^2}$  при  $a=9$ ,  $b=-2$ .

$$\sqrt{a^2+16ab+64b^2} = \sqrt{(a+8b)^2} = |a+8b| = |9+8 \cdot (-2)| = |9-16| = |-7| = 7$$

**1.7)** Найдите значение выражения  $(\sqrt{28}-\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7}$ .

$$\text{I: } (\sqrt{28}-\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = \sqrt{196} - \sqrt{49} = 14 - 7 = 7$$

$$\text{II: } (\sqrt{28}-\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = (\sqrt{4 \cdot 7} - \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = (2\sqrt{7} - \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 7$$

**1.8)** Найдите значение выражения  $\sqrt{7 \cdot 12} \cdot \sqrt{21}$ .

$$\sqrt{7 \cdot 12} \cdot \sqrt{21} = \sqrt{7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3} = 7 \cdot 3 \cdot 2 = 42$$

**1.9)** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{30} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{18}}$ .

$$\frac{\sqrt{30} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{30 \cdot 15}{18}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 15}{3}} = \sqrt{25} = 5$$

**2.1)** Найдите значение выражения  $\frac{a^7 \cdot a^6}{a^{11}}$  при  $a=5$ .

$$\frac{a^7 \cdot a^6}{a^{11}} = \frac{a^{13}}{a^{11}} = a^{13-11} = a^2 = 5^2 = 25$$

**2.2)** Найдите значение выражения  $\frac{a^{12} \cdot a^{-6}}{a^5}$  при  $a=7$ .

$$\text{I: } \frac{a^{12} \cdot a^{-6}}{a^5} = \frac{a^{12+(-6)}}{a^5} = \frac{a^6}{a^5} = a^{6-5} = a = 7$$

$$\text{II: } \frac{a^{12} \cdot a^{-6}}{a^5} = \frac{a^{12}}{a^5 \cdot a^6} = \frac{a^{12}}{a^{5+6}} = \frac{a^{12}}{a^{11}} = a^{12-11} = a = 7$$

**2.3)** Найдите значение выражения  $\frac{(a^5)^4}{a^{17}}$  при  $a=4$ .

$$\frac{(a^5)^4}{a^{17}} = \frac{a^{5 \cdot 4}}{a^{17}} = \frac{a^{20}}{a^{17}} = a^{20-17} = a^3 = 4^3 = 64$$

**2.4)** Найдите значение выражения  $a^{10} \cdot a^5 : a^{11}$  при  $a=3$ .

$$a^{10} \cdot a^5 : a^{11} = a^{10+5} : a^{11} = a^{15} : a^{11} = a^{15-11} = a^4 = 3^4 = 81$$

**2.5)** Найдите значение выражения  $a^{27} \cdot a^{-12} : a^{10}$  при  $a=2$ .

$$a^{27} \cdot a^{-12} : a^{10} = a^{27+(-12)} : a^{10} = a^{15} : a^{10} = a^{15-10} = a^5 = 2^5 = 32$$

**2.6)** Найдите значение выражения  $a^{-23} \cdot (a^4)^6$  при  $a=8$ .

$$a^{-23} \cdot (a^4)^6 = a^{-23} \cdot a^{4 \cdot 6} = a^{-23} \cdot a^{24} = a^{-23+24} = a = 8$$

**2.7)** Найдите значение выражения  $(a^2)^{-7} : a^{-16}$  при  $a=6$ .

$$(a^2)^{-7} : a^{-16} = a^{2 \cdot (-7)} : a^{-16} = a^{-14} : a^{-16} = a^{-14-(-16)} = a^{-14+16} = a^2 = 6^2 = 36$$

**2.8)** Найдите значение выражения  $\frac{(a^3)^9 \cdot a^{11}}{a^{36}}$  при  $a=8$ .

$$\frac{(a^3)^9 \cdot a^{11}}{a^{36}} = \frac{a^{3 \cdot 9} \cdot a^{11}}{a^{36}} = \frac{a^{27} \cdot a^{11}}{a^{36}} = \frac{a^{27+11}}{a^{36}} = \frac{a^{38}}{a^{36}} = a^{38-36} = a^2 = 8^2 = 64$$

**2.9)** Найдите значение выражения  $\frac{a^{19} \cdot (b^4)^3}{(a \cdot b)^{12}}$  при  $a=2$ ,  $b=\sqrt{2}$ .

$$\frac{a^{19} \cdot (b^4)^3}{(a \cdot b)^{12}} = \frac{a^{19} \cdot b^{4 \cdot 3}}{a^{12} \cdot b^{12}} = \frac{a^{19} \cdot b^{12}}{a^{12} \cdot b^{12}} = \frac{a^{19}}{a^{12}} = a^{19-12} = a^7 = 2^7 = 128$$

**2.10)** Найдите значение выражения  $\frac{4^5}{64}$ .

$$\frac{4^5}{64} = \frac{4^5}{4^3} = 4^{5-3} = 4^2 = 16$$

**1.10)** Найдите значение выражения  $4\sqrt{13} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{39}$ .

$$4\sqrt{13} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{39} = 4 \cdot 2 \sqrt{13 \cdot 3 \cdot 39} = 8 \sqrt{13 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13} = 8 \cdot 13 \cdot 3 = 312$$

**1.11)** Найдите значение выражения  $\sqrt{7^4}$ .

$$\text{I: } \sqrt{7^4} = 7^2 = 49$$

$$\text{II: } \sqrt{7^4} = \sqrt{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7} = 7 \cdot 7 = 49$$

**1.12)** Найдите значение выражения  $\sqrt{9^5}$ .

$$\text{I: } \sqrt{9^5} = \sqrt{(3^2)^5} = \sqrt{3^{10}} = 3^5 = 243$$

$$\text{II: } \sqrt{9^5} = \sqrt{9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9} = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$$

**1.13)** Найдите значение выражения  $\frac{(7\sqrt{11})^2}{110}$ .

$$\frac{(7\sqrt{11})^2}{110} = \frac{49 \cdot 11}{110} = \frac{49}{10} = 4,9$$

**1.14)** Найдите значение выражения  $\frac{48}{(2\sqrt{6})^2}$ .

$$\frac{48}{(2\sqrt{6})^2} = \frac{48}{4 \cdot 6} = \frac{12}{6} = 2$$

**1.15)** Найдите значение выражения  $(\sqrt{23}-4)(\sqrt{23}+4)$ .

$$\text{I: } (\sqrt{23}-4)(\sqrt{23}+4) = 23 - 16 = 7$$

$$\text{II: } (\sqrt{23}-4)(\sqrt{23}+4) = 23 + 4\sqrt{23} - 4\sqrt{23} - 16 = 23 - 16 = 7$$

**1.16)** Найдите значение выражения  $(\sqrt{15}-\sqrt{7})(\sqrt{15}+\sqrt{7})$ .

$$\text{I: } (\sqrt{15}-\sqrt{7})(\sqrt{15}+\sqrt{7}) = 15 - 7 = 8$$

$$\text{II: } (\sqrt{15}-\sqrt{7})(\sqrt{15}+\sqrt{7}) = 15 + \sqrt{105} - \sqrt{105} - 7 = 15 - 7 = 8$$

**1.17)** Найдите значение выражения  $(\sqrt{14}-3)^2 + 6\sqrt{14}$ .

$$\text{I: } (\sqrt{14}-3)^2 + 6\sqrt{14} = 14 - 6\sqrt{14} + 9 + 6\sqrt{14} = 14 + 9 = 23$$

$$\text{II: } (\sqrt{14}-3)^2 + 6\sqrt{14} = (\sqrt{14}-3)(\sqrt{14}-3) + 6\sqrt{14} = 14 - 3\sqrt{14} - 3\sqrt{14} + 9 + 6\sqrt{14} = 14 + 9 = 23$$

**2.11)** Найдите значение выражения  $\frac{12^7}{2^5 \cdot 6^6}$ .

$$\frac{12^7}{2^5 \cdot 6^6} = \frac{2^7 \cdot 6^7}{2^5 \cdot 6^6} = 2^{7-5} \cdot 6^{7-6} = 2^2 \cdot 6^1 = 4 \cdot 6 = 24$$

**2.12)** Найдите значение выражения  $\frac{8^{11} \cdot 9^{13}}{72^{11}}$ .

$$\frac{8^{11} \cdot 9^{13}}{72^{11}} = \frac{8^{11} \cdot 9^{13}}{(8 \cdot 9)^{11}} = \frac{8^{11} \cdot 9^{13}}{8^{11} \cdot 9^{11}} = 9^{13-11} = 9^2 = 81$$

**2.13)** Найдите значение выражения  $\frac{(5 \cdot 8)^9}{5^6 \cdot 8^9}$ .

$$\frac{(5 \cdot 8)^9}{5^6 \cdot 8^9} = \frac{5^9 \cdot 8^9}{5^6 \cdot 8^9} = 5^{9-6} = 5^3 = 125$$

**2.14)** Найдите значение выражения  $7^{-13} \cdot (7^5)^3$ .

$$7^{-13} \cdot (7^5)^3 = 7^{-13} \cdot 7^{5 \cdot 3} = 7^{-13+15} = 7^2 = 49$$

**2.15)** Найдите значение выражения  $\frac{(10^4)^{-6}}{10^{-27}}$ .

$$\text{I: } \frac{(10^4)^{-6}}{10^{-27}} = \frac{10^{4 \cdot (-6)}}{10^{-27}} = \frac{10^{-24}}{10^{-27}} = 10^{-24-(-27)} = 10^{-24+27} = 10^3 = 1000$$

$$\text{II: } \frac{(10^4)^{-6}}{10^{-27}} = \frac{10^{4 \cdot (-6)}}{10^{-27}} = \frac{10^{-24}}{10^{-27}} = 10^{27-24} = 10^3 = 1000$$

**2.16)** Найдите значение выражения  $\frac{1}{3^{-18}} \cdot \frac{1}{3^{15}}$ .

$$\text{I: } \frac{1}{3^{-18}} \cdot \frac{1}{3^{15}} = \frac{1}{3^{-18+15}} = \frac{1}{3^{-3}} = \frac{3^3}{1} = 27$$

$$\text{II: } \frac{1}{3^{-18}} \cdot \frac{1}{3^{15}} = \frac{3^{18}}{1} \cdot \frac{1}{3^{15}} = 3^{18-15} = 3^3 = 27$$

**2.17)** Найдите значение выражения  $\frac{6^{-8} \cdot 6^{21}}{6^{10}}$ .

$$\text{I: } \frac{6^{-8} \cdot 6^{21}}{6^{10}} = \frac{6^{-8+21}}{6^{10}} = \frac{6^{13}}{6^{10}} = 6^{13-10} = 6^3 = 216$$

$$\text{II: } \frac{6^{-8} \cdot 6^{21}}{6^{10}} = \frac{6^{21}}{6^{8+10}} = \frac{6^{21}}{6^{18}} = 6^{21-18} = 6^3 = 216$$

## 8 задание

### Арифметические действия со степенями:

**Возвести число в квадрат** — значит умножить его само на себя:

**Возвести число в куб** — значит умножить его само на себя три раза:

**Возвести число в натуральную степень  $n$**  — значит умножить его само на себя  $n$  раз:

### Свойства степени:

$a^0=1$	
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	При перемножении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней складываются.
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней вычитаются.
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	При возведении степени в степень показатели степеней перемножаются.
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	При возведении в отрицательную степень получаем дробь, где единица делится на степень с положительным показателем.
$(a + b)^n = a^n + b^n$	При возведении произведения двух множителей в степень каждый из этих множителей возводится в заданную степень.
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	При возведении дроби в степень получается дробь, числитель и знаменатель которой возведены в заданную степень.
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	При возведении дроби в отрицательную степень дробь переворачивается, а показатель степени становится положительным.

### Свойства квадратного корня:

1.  $\sqrt{a^2} = |a| = a$  (корень уничтожает квадрат)
2.  $\sqrt{a^{2n}} = |a^n| = a^n$  (корень делит степень пополам)
3.  $(\sqrt{a})^2 = a$  (квадрат уничтожает корень)
4.  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
5.  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
6. Если  $a_1 > a_2$ , то  $\sqrt{a_1} > \sqrt{a_2}$