

09. Уравнения

Блок 1. ФИПИ

Примеры решений

Задаание 1. Найдите корни уравнения.

- 1)  $7x+6=3x$     2)  $3+4x=9x-11$     или  
 $7x-3x=-6$      $4x-9x=-11-3$      $2(x+5)=-9$  |2  
 $4x=-6$  |4     $-5x=-10$      $x+5=-4,5$   
 $x=-1,5$      $2x=-19$  |2     $x=-4,5-5$   
 $x=-9,5$      $x=-9,5$      $x=-9,5$
- Ответ: -9,5

Задаание 2. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

- 1)  $x^2-1=0$     2)  $9x^2-27x=0$     3)  $x^2-12=0$     4)  $9x^2-27x=0$   
 $(x-1)(x+1)=0$      $9x(x-3)=0$      $9x^2-12=0$      $9x(x-3)=0$   
 $x-1=0$  или  $x+1=0$      $9x=0$  |9     $9x=0$  |9    или  $x-3=0$   
 $x=1$      $x=0$      $x=0$      $x=3$
- меньший корень    меньший корень    меньший корень    меньший корень
- Ответ: -1

Задаание 3. Решите уравнение  $x^2-196=0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

- $x^2-196=0$      $x^2-14^2=0$  – разность квадратов  
 $(x-14)(x+14)=0$   
 $x-14=0$      $x+14=0$   
 $x=14$      $x=-14$
- больший корень    больший корень
- Ответ: 14

Задаание 4. Решите уравнение  $x^2-3x-28=0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

- $x^2-3x-28=0$      $x_1=\frac{-(-3)+\sqrt{21}}{2}=\frac{3+11}{2}$   
 $a=1$      $b=-3$      $c=-28$      $x_2=\frac{-(-3)-\sqrt{21}}{2}=\frac{3-11}{2}$   
 $D=b^2-4ac$      $D=9-4(-28)=9+112=121$   
 $D=(-3)^2-4\cdot1\cdot(-28)=9+112=121$
- меньший корень    меньший корень
- Ответ: -4

- 5)  $x+9=2$     5)  $x+9=\frac{1}{1}$     6)  $\frac{5}{x-12}=\frac{12}{x-5}$   
 $x+9\neq0$ , т.е.  $x\neq-9$      $5(x-5)=(x-12)\cdot12$      $5x-25=12x-144$     QD3:  
по правилу пропорции:     $5\cdot1\cdot(x+9)=(-2)$      $5x-12x=-144+25$      $x-12\neq0$ ,  
 $5=-2x-18$      $x=-9$      $x=-19$  |(-7)     $|x\neq0$   
 $2x=-18-5$      $x=-11,5$      $|x\neq12$ ,  
 $2x=-23$  |2     $|x\neq5$
- Ответ: -11,5

Задаание 3. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

- 1)  $(4x-2)(-2x+5)=0$     2)  $7x^2+14x=0$   
 $4x-2=0$  или  $-2x+5=0$      $7x(x+2)=0$   
 $4x=2$  |4     $-2x=-5$  |(-2)     $7x=0$  |7    или     $x+2=0$   
 $x=\frac{1}{2}$      $x=-2,5$      $x=0$      $x=-2$
- меньший кор.    меньший кор.    меньший кор.    меньший кор.
- Ответ: 0,5

Задаание 4. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

- 1)  $(-x+2)(4x+9)=0$     2)  $6x^2-30x=0$   
 $-x+2=0$  или  $4x+9=0$      $6x(x-5)=0$   
 $-x=-2$  |(-1)     $4x=-9$  |4     $6x=0$  |6     $x-5=0$   
 $x=2$      $x=-1$      $x=0$      $x=5$
- больший кор.    больший кор.    больший кор.    больший кор.
- Ответ: 2

- 3)  $8x^2-72x=0$      $8x^2-72x=0$   
 $8x(x-9)=0$      $8x(x-9)=0$   
 $8x=0$  |8     $x-9=0$   
 $x=0$      $x=9$
- больший корень    больший корень
- Ответ: 9

Задаание 5. Решите уравнение  $x^2-6x-16=0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

- $x^2-6x-16=0$      $x_1=\frac{-(-6)+\sqrt{100}}{2}=\frac{6+10}{2}$   
 $a=1$      $b=-6$      $c=-16$      $x_2=\frac{-(-6)-\sqrt{100}}{2}=\frac{6-10}{2}$   
 $D=b^2-4ac$      $D=(-6)^2-4\cdot1\cdot(-16)=36+64=100$      $x_1=10$      $x_2=-2$
- Ответ: 8

Задаание 6. Решите уравнение  $5x^2-7x+2=0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

- $5x^2-7x+2=0$      $x_1=\frac{-(-7)+\sqrt{9}}{2}=\frac{7+3}{2}$   
 $a=5$      $b=-7$      $c=2$      $x_2=\frac{-(-7)-\sqrt{9}}{2}=\frac{7-3}{2}$   
 $D=b^2-4ac$      $D=(-7)^2-4\cdot5\cdot2=49-40=9$      $x_1=5$      $x_2=1$
- меньший корень    меньший корень    меньший корень    меньший корень
- Ответ: 0,4

Задаание 7. Решите уравнение  $2x^2+5x+3=0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

- $2x^2+5x+3=0$      $x_1=\frac{-5+\sqrt{1}}{2}=\frac{-5+1}{2}$   
 $a=2$      $b=5$      $c=3$      $x_2=\frac{-5-\sqrt{1}}{2}=\frac{-5-1}{2}$   
 $D=b^2-4ac$      $D=5^2-4\cdot2\cdot3=25-24=1$
- больший корень    больший корень    больший корень    больший корень
- Ответ: -1

09. Уравнения

Блок 2. ФИПИ. Распространяемая версия (старый ОВЭ)

Примеры решений

Задаание 1. Найдите корни уравнения.

- 1)  $x^2-9x+3x-7=0$     2)  $3-4(3x-5)=12-7x$     3)  $x-1-2(x+2)=-3(1-x)+8$   
 $x^2-9x+3x-7=0$      $3-12x+20=12-7x$      $x-1-2x-4=-3+3x+8$   
 $-2x-7=0$  |(-2)     $-12x+7x=12-3+8+1+4$      $x-2x-3x=-3+8+1+4$   
 $x=-2$  |(-2)     $-5x=-11$  |(-5)     $x-2x-3x=-3+8+1+4$   
 $x=-1$      $x=-1$      $x=-1$      $x=-1$
- Ответ: -1

Задаание 5. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

- 1)  $x^2+11=12x$     2)  $x^2-5x+24=0$   
 $x^2-12x+11=0$      $x^2-5x+24=0$   
 $a=1$      $b=-12$      $c=11$      $D=b^2-4ac$   
 $D=(-12)^2-4\cdot1\cdot11=144-44=100$      $D=(-5)^2-4\cdot1\cdot(-24)=25+96=121$   
 $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$      $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$   
 $x_1=\frac{-(-12)+\sqrt{100}}{2}=\frac{12+10}{2}=11$      $x_1=\frac{-(-5)+\sqrt{121}}{2}=\frac{5+11}{2}=8$   
 $x_2=\frac{-(-12)-\sqrt{100}}{2}=\frac{12-10}{2}=1$      $x_2=\frac{-(-5)-\sqrt{121}}{2}=\frac{5-11}{2}=-3$
- меньший корень    меньший корень    меньший корень    меньший корень
- Ответ: 1

Задаание 6. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

- 1)  $x^2+30=11x$     2)  $x^2+x-20=0$   
 $x^2-11x+30=0$      $x^2+x-20=0$   
 $a=1$      $b=-11$      $c=30$      $a=1$      $b=1$      $c=-20$   
 $D=b^2-4ac$      $D=b^2-4ac$   
 $D=(-11)^2-4\cdot1\cdot30=121-120=1$      $D=1^2-4\cdot1\cdot(-20)=1+80=81$   
 $x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-11)+\sqrt{1}}{2}=\frac{11+1}{2}=6$      $x_1=\frac{-1+\sqrt{81}}{2}=\frac{-1+9}{2}=4$   
 $x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-11)-\sqrt{1}}{2}=\frac{11-1}{2}=5$      $x_2=\frac{-1-\sqrt{81}}{2}=\frac{-1-9}{2}=-5$
- больший корень    больший корень    больший корень    больший корень
- Ответ: 6

или

- 4)  $(x+2)^2-(7-x)^2$     или  
 $x^2+4x+4-49-14x+x^2$      $(x+2)^2-(7-x)^2$   
 $x^2+4x+14x-x^2-49-4$      $x^2+2x-8-5x^2+4x+5-3x^2$   
 $18x-45$  |18     $2x^2+3x-5x^2-4x+3x^2-5+8$   
 $x=45$      $x=2,5$      $2x^2+3x-5x^2-4x+3x^2-5+8$   
 $(x+2)^2=(x+2)(x+2)=$      $(7-x)^2=(7-x)(7-x)=$   
 $x^2+2x+4x+4$      $49-7x-7x+x^2=49-14x+x^2$   
 $x^2+2x+4x+4$      $49-14x+x^2$
- Ответ: 2,5

5)  $(x-4)^2+(x-1)^2=2x^2$     6)  $2x^2+3x-8-5x^2+4x-5+3x^2$   
 $x^2-8x+16+x^2-2x+1-2x^2$      $2x^2+3x-8-5x^2+4x-5+3x^2$   
 $x^2-8x+16+x^2-2x+1-2x^2$      $2x^2+3x-5x^2-4x+3x^2-5+8$   
 $-10x+17$  |(-10)     $2x^2+3x-5x^2-4x+3x^2-5+8$

Ответ: 1,7

7)  $x^2-18x+81=0$     8)  $x^2-18x+81=0$   
 $x^2-18x+81=0$      $x^2-18x+81=0$   
 $x^2-18x+81=0$      $x^2-18x+81=0$

Ответ: -13

Задаание 2. Найдите корни уравнения.

- 1)  $\frac{x}{18}-\frac{x}{34}=\frac{9}{18}$     2)  $-\frac{5}{x}+\frac{x}{6}=\frac{6}{x+8}$   
 $\frac{x}{18}-\frac{x}{34}=\frac{9}{18}$      $-\frac{5}{x}+\frac{x}{6}=\frac{6}{x+8}$   
 $\frac{x}{18}-\frac{x}{34}=\frac{9}{18}$      $-\frac{5}{x}+\frac{x}{6}=\frac{6}{x+8}$   
 $\frac{x}{18}-\frac{x}{34}=\frac{9}{18}$      $-\frac{5}{x}+\frac{x}{6}=\frac{6}{x+8}$   
 $\frac{x}{18}-\frac{x}{34}=\frac{9}{18}$      $-\frac{5}{x}+\frac{x}{6}=\frac{6}{x+8}$
- Ответ: -38

3)  $7x+2+\frac{5x}{4}=\frac{1}{2}$     4)  $\frac{16}{x}-\frac{8}{x}=\frac{8}{x}$     или  
 $\frac{7x+2+\frac{5x}{4}}{2}=\frac{1}{2}$      $\frac{16}{x}-\frac{8}{x}=\frac{8}{x}$   
 $\frac{7x+2+\frac{5x}{4}}{2}=\frac{1}{2}$      $\frac{16}{x}-\frac{8}{x}=\frac{8}{x}$   
 $\frac{7x+2+\frac{5x}{4}}{2}=\frac{1}{2}$      $\frac{16}{x}-\frac{8}{x}=\frac{8}{x}$

Ответ: -18

5)  $(x-1)^2-(2x-1)^2=0$     6)  $(x-1)^2-(2x-1)^2=0$   
 $(x-1)^2-(2x-1)^2=0$      $(x-1)^2-(2x-1)^2=0$   
 $(x-1)^2-(2x-1)^2=0$      $(x-1)^2-(2x-1)^2=0$

Ответ: -25

7)  $x^2-18x+81=0$     8)  $x^2-18x+81=0$   
 $x^2-18x+81=0$      $x^2-18x+81=0$   
 $x^2-18x+81=0$      $x^2-18x+81=0$

Ответ: -25

- 5)  $x+9=2$     5)  $x+9=\frac{1}{1}$     6)  $\frac{5}{x-12}=\frac{12}{x-5}$   
 $x+9\neq0$ , т.е.  $x\neq-9$      $5(x-5)=(x-12)\cdot12$      $5x-25=12x-144$     QD3:  
по правилу пропорции:     $5\cdot1\cdot(x+9)=(-2)$      $5x-12x=-144+25$      $x-12\neq0$ ,  
 $5=-2x-18$      $x=-9$      $x=-19$  |(-7)     $|x\neq0$   
 $2x=-18-5$      $x=-11,5$      $|x\neq12$ ,  
 $2x=-23$  |2     $|x\neq5$
- Ответ: -11,5

Задаание 3. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

- 1)  $(4x-2)(-2x+5)=0$     2)  $7x^2+14x=0$   
 $4x-2=0$  или  $-2x+5=0$      $7x(x+2)=0$   
 $4x=2$  |4     $-2x=-5$  |(-2)     $7x=0$  |7    или     $x+2=0$   
 $x=\frac{1}{2}$      $x=-2,5$      $x=0$      $x=-2$
- меньший кор.    меньший кор.    меньший кор.    меньший кор.
- Ответ: 0,5

Задаание 4. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

- 1)  $(-x+2)(4x+9)=0$     2)  $6x^2-30x=0$   
 $-x+2=0$  или  $4x+9=0$      $6x(x-5)=0$   
 $-x=-2$  |(-1)     $4x=-9$  |4     $6x=0$  |6     $x-5=0$   
 $x=2$      $x=-1$      $x=0$      $x=5$
- больший кор.    больший кор.    больший кор.    больший кор.
- Ответ: 2

- 3)  $8x^2-72x=0$      $8x^2-72x=0$   
 $8x^2-72x=0$      $8x^2-72x=0$   
 $8x(x-9)=0$      $8x(x-9)=0$   
 $8x=0$  |8     $x-9=0$   
 $x=0$      $x=9$
- больший корень    больший корень
- Ответ: 9

09. Уравнения

Блок 3. Типовые экзаменационные варианты

Примеры решений

Задаание 1. Решите уравнение  $(2x-1)^2-4x^2=0$ . Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

- $(2x-1)^2-4x^2=0$     или     $(2x-1)^2-4x^2=0$   
 $4x^2-4x+1-4x^2=0$      $4x^2-4x+1-4x^2=0$   
 $-4x+1=0$  |(-4)     $(2x-1-2x)(2x-1+2x)=0$   
 $x=\frac{1}{4}$      $-1(4x-1)=0$   
 $x=0,25$      $4x-1=0$   
 $4x-1=0$      $x=\frac{1}{4}$   
 $(2x-1)^2=(2x-1)(2x-1)=$      $x=\frac{1}{4}$   
 $=4x^2-2x-2x+1=4x^2-4x+1$      $x=0,25$
- Ответ: 0,25

Задаание 2. Решите уравнение  $\frac{1}{4}x^2-4=0$  |4

- $\frac{1}{4}x^2-4=0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.
- $\frac{1}{4}x^2-4=0$      $x^2-16=0$      $x^2-4^2=0$      $x^2-4^2=0$   
 $(x-4)(x+4)=0$      $(x-4)(x+4)=0$      $(x-4)(x+4)=0$      $(x-4)(x+4)=0$   
 $x-4=0$  или  $x+4=0$      $x-4=0$  или  $x+4=0$      $x-4=0$  или  $x+4=0$      $x-4=0$  или  $x+4=0$   
 $x=4$      $x=-4$      $x=4$      $x=-4$
- меньший корень    меньший корень    меньший корень    меньший корень
- Ответ: -4

Задаание 3. Решите уравнение  $-\frac{3}{5}x^2+15=0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

- $-\frac{3}{5}x^2+15=0$  |5  
 $-\frac{3}{5}x^2+15=0$      $-\frac{3}{5}x^2+15=0$      $-\frac{3}{5}x^2+15=0$      $-\frac{3}{5}x^2+15=0$   
 $-\frac{3}{5}x^2+15=0$      $-\frac{3}{5}x^2+15=0$      $-\frac{3}{5}x^2+15=0$      $-\frac{3}{5}x^2+15=0$   
 $-\frac{3}{5}x^2+15=0$      $-\frac{3}{5}x^2+15=0$      $-\frac{3}{5}x^2+15=0$      $-\frac{3}{5}x^2+15=0$   
 $-\frac{3}{5}x^2+15=0$      $-\frac{3}{5}x^2+15=0$      $-\frac{3}{5}x^2+15=0$      $-\frac{3}{5}x^2+15=0$
- больший корень    больший корень    больший корень    больший корень
- Ответ: 5

## 9 задание

### Решение уравнений первой степени

1. Если к обеим частям данного уравнения прибавить (или из обеих частей вычесть) одно и то же число, то получится уравнение, имеющие те же корни, что и данное.
2. Если какое-нибудь слагаемое перенести из одной части уравнения в другую, изменив при этом знак на противоположный, то получим уравнение, имеющие те же корни, что и данное.

$7x + 6 = 3x$ $7x - 3x = -6$	$3 + 4x = 9x - 11$ $4x - 9x = -11 - 3$
------------------------------	----------------------------------------

3. Если обе части уравнения умножить (или разделить) на одно и то же отличное от нуля число, то получим уравнение, имеющие те же корни, что и данное.

$2(x+5) = -9 \quad  :2$ $x+5 = -4,5$	$\frac{1}{2}x + 5x = 55 \quad \cdot 2$ $x + 10x = 110$
--------------------------------------	--------------------------------------------------------

### Решение квадратных уравнений

Уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $x$  – переменная,  $a, b, c$  – некоторые числа, причем  $a \neq 0$ , называют квадратным уравнением.

Для того чтобы решить квадратное уравнение нужно найти его **дискриминант D** – это значение выражения  $b^2 - 4ac$ .

Если  $D < 0$ , то квадратное уравнение корней не имеет.

Если  $D = 0$ , то квадратное уравнение имеет один корень, который можно найти воспользовавшись формулой  $x = -\frac{b}{2a}$ .

Если  $D > 0$ , то квадратное уравнение имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , которые можно найти воспользовавшись формулами  $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ ,  $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$ .