

# Числа Фибоначчи

**Числовая последовательность:** 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89...

Последовательность задается рекуррентным соотношением:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad F_1 = 1, \quad F_2 = 1$$

**Явное выражение для  $F_n$  (формула Бине):**

$$F_n = \frac{\phi^n - \psi^n}{\phi - \psi}, \quad \phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \quad \psi = 1 - \phi = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

Если же  $F$  - число Фибоначчи, то его индекс определяется формулой:

$$n(F) = \left\lfloor \log_{\phi}(F\sqrt{5} + 0.5) \right\rfloor$$

**Сумма последовательности.**

$$\sum_{n=0}^k F_n = F_{k+2} - 1$$

## Задание:

- ❶ Запрограммировать:
  - функцию для вычисления  $n$ -го числа Фибоначчи  $F(n)$
  - функцию вычисляющую для данного  $f$  индекс  $n(f)$  такой чтобы  $F(n) \leq f < F(n+1)$
- ❷ Численно проверить соотношение:
$$\sum_{n=0}^k F(n) = F(k+2) - 1 \text{ для } k = 48$$
- ❸ Вычислить сумму всех четных чисел Фибоначчи меньших 8 000 000 000
- ❹ Распечатать простые числа Фибоначчи и их индексы до  $F_n < 1\,000\,000$