

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені**  
**ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**Волошин П.З.**

**ЗВІТ**

**Моделювання пасивних RC-фільтрів**

**Київ. КНУ ім. Т. Шевченка, 2021**

**УДК 001.006 (004.21)**

ББК 73Ц

I-72

**Укладачі:** П. З. Волошин

I-72            Звіт. Моделювання пасивних RC-фільтрів./ укл. П. З. Волошин. –  
К. : КНУ ім. Т. Шевченка, 2021. – 24 с. (Укр. мов.)

Наведено загальний звіт виконання роботи з моделювання електронних схем у програмі Multisim™.

**УДК 001.006 (004.21)**

**ББК 73Ц**

©            Київський            Національний  
Університет імені Тараса Шевченка,  
2021

## РЕФЕРАТ

Звіт про моделювання пасивних RC-фільтрів: 24 с., 19 рис.

Мета роботи – дослідити зміну параметрів гармонічних сигналів та прямокутних імпульсів при їхньому проходженні через пасивні лінійні чотириполіусники, опанувати методи вимірювання амплітудно-частотних та фазо-частотних характеристик пасивних RC-фільтрів та їхніх перехідних характеристик.

Об'єкт дослідження – пасивні RC фільтри: ФНЧ, ФВЧ, смуговий та загороджувальний.

Предмет дослідження – теоретичні основи, принципи роботи, фізичний зміст і застосування пасивних RC-фільтрів.

Методи дослідження – 1)Метод співставлення, тобто одночасного спостереження вхідного та вихідного сигналів на екрані двоканального осцилографа із наступним вимірюванням і порівнянням їх параметрів та 2) Метод фігур Лісажу який полягає у спостереженні на екрані двоканального осцилографа замкнених кривих, які є результатом накладання двох коливань, що відбуваються у двох взаємно перпендикулярних напрямках (вхідний і вихідний сигнали подаються на пластини горизонтального та вертикального відхилення осцилографа відповідно).

RC-ФІЛЬТРИ, ЧОТИРИПОЛЮСНИКИ, МОДЕЛЮВАННЯ СХЕМ, МЕТОД СПІВСТАВЛЕННЯ, МЕТОД ФІГУР ЛІСАЖУ, MULTISIM.

## **Зміст**

1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ .....	5
2. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА .....	6
ВИСНОВКИ.....	18
ВІДПОВІДІ НА КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ .....	19
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	24

# 1. Теоретичні відомості

**Чотириполіусник** (англ. two-port, four-terminal, quadripole) – це електричне коло (ділянка електричного кола) з чотирма полюсами, зажимами, клеммами або іншими засобами приєднання до нього інших електричних кіл чи ділянок електричних кіл.

**Пасивний чотириполіусник** – це такий чотириполіусник, який не здатний збільшувати потужність вхідного сигналу за рахунок додавання енергії від якогось іншого джерела енергії (внутрішнього чи зовнішнього по відношенню до чотириполіусника).

**Лінійний чотириполіусник** – це такий, для якого залежність між струмами, що течуть через нього, та напругами на його зажимах є лінійною. Такі чотириполіусники складаються з лінійних елементів.

**Лінійні елементи електричних кіл** – це такі елементи, параметри яких не залежать від величини струму, що протікає через них або від прикладеної до них напруги. До лінійних елементів електричних кіл (для певного інтервалу величин струмів та напруг) можна віднести реальні резистори, конденсатори й котушки індуктивності.

**Пасивний фільтр** – це пасивний чотириполіусник, який містить реактивні елементи (індуктивності, ємності), спад напруги на яких або струм через які залежить від частоти, і завдяки цьому здатен перетворювати спектр сигналу, поданого на його вхід, шляхом послаблення певних спектральних складових вхідного сигналу.

Центральним питанням при вивченні, розробці та застосуванні чотириполіусників є зв'язок між електричним сигналом (напругою, струмом) на виході чотириполіусника та електричним сигналом на його вході. Коли обирають лінійні чотириполіусники, то виходять зазвичай з однієї із двох потреб:

неспотвореної передачі форми сигналу або

цілеспрямованого перетворення форми сигналу.

Для лінійних чотириполіусників задача відшукування такого зв'язку значно спрощується саме завдяки лінійності рівнянь, що описують цей зв'язок, оскільки для лінійних рівнянь сума будь-яких двох розв'язків рівняння також є розв'язком цього рівняння.

## 2. Практична частина

### 1. Фільтр низьких частот

Для моделювання ФНЧ було використано джерело змінної (синусоїдальної) напруги на частоті 100 Гц та амплітудою 10 В, резистор опором 22кОм та конденсатор ємністю 15 нФ (Рис. 1).

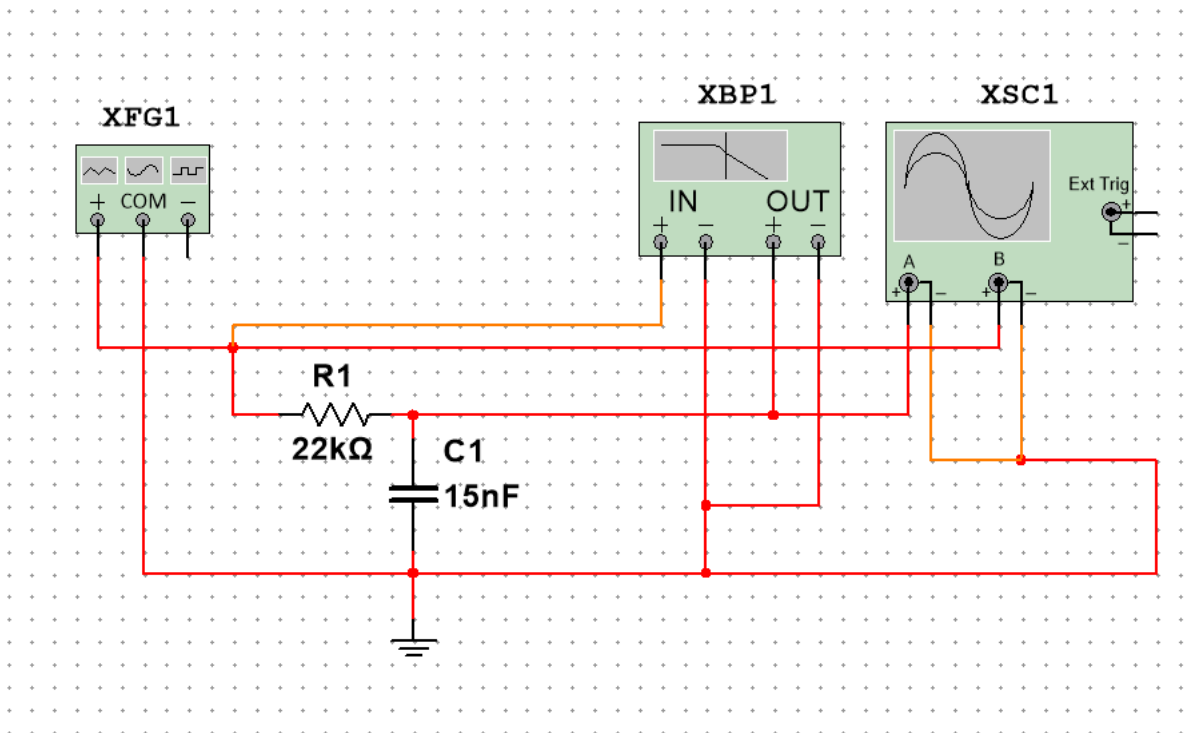


Рис. 1 Схема ФНЧ з під'єднаними осцилографом та Vode-plotter

На рис. 2 можна побачити графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів на екрані осцилографа. Сигнал на виході має трохи меншу амплітуду та додатній зсув фаз у порівнянні із сигналом на вході. Це співпадає із обчисленнями. Такі ж висновки можна зробити і по відповідній фігурі Лісажу на рис. 3.

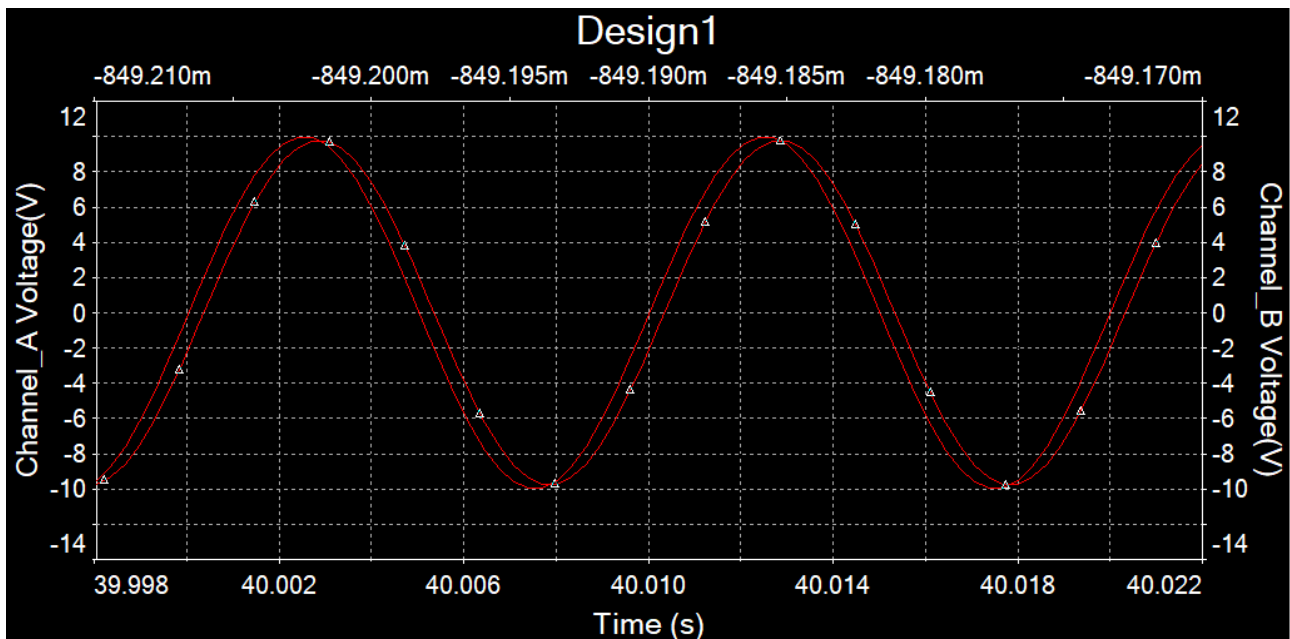


Рис. 2 Графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів ФНЧ на екрані осцилографа

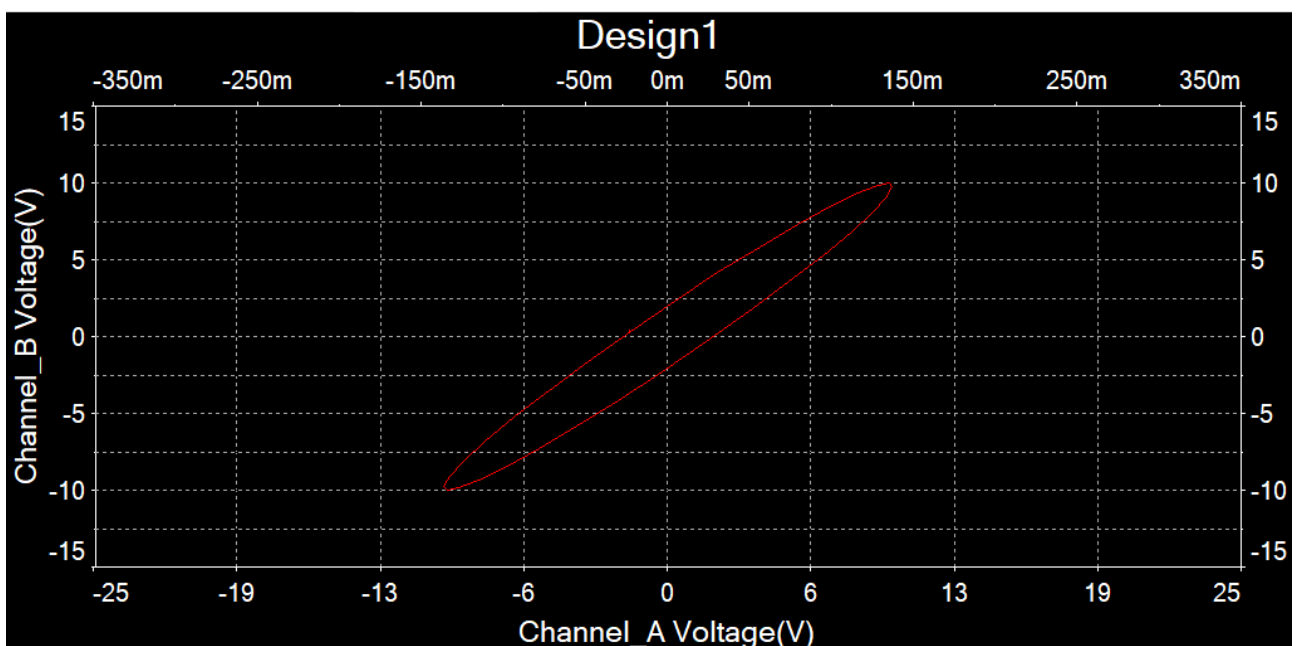


Рис. 3 Фігура Лісажу для ФНЧ

На рис. 4 зображені АЧХ та ФЧХ ФНЧ, отримані за допомогою Bode-plotter. Графік наближено співпадає з графіком ідеального інтегратора, що й очікувалося. На рис.5 зображені вхідні та вихідні хвилі ФНЧ, якщо вхідна хвиля є прямокутною з аналогічними до попередньої частотою та амплітудою. Знов ж таки, отримані результати відповідають очікуваням.

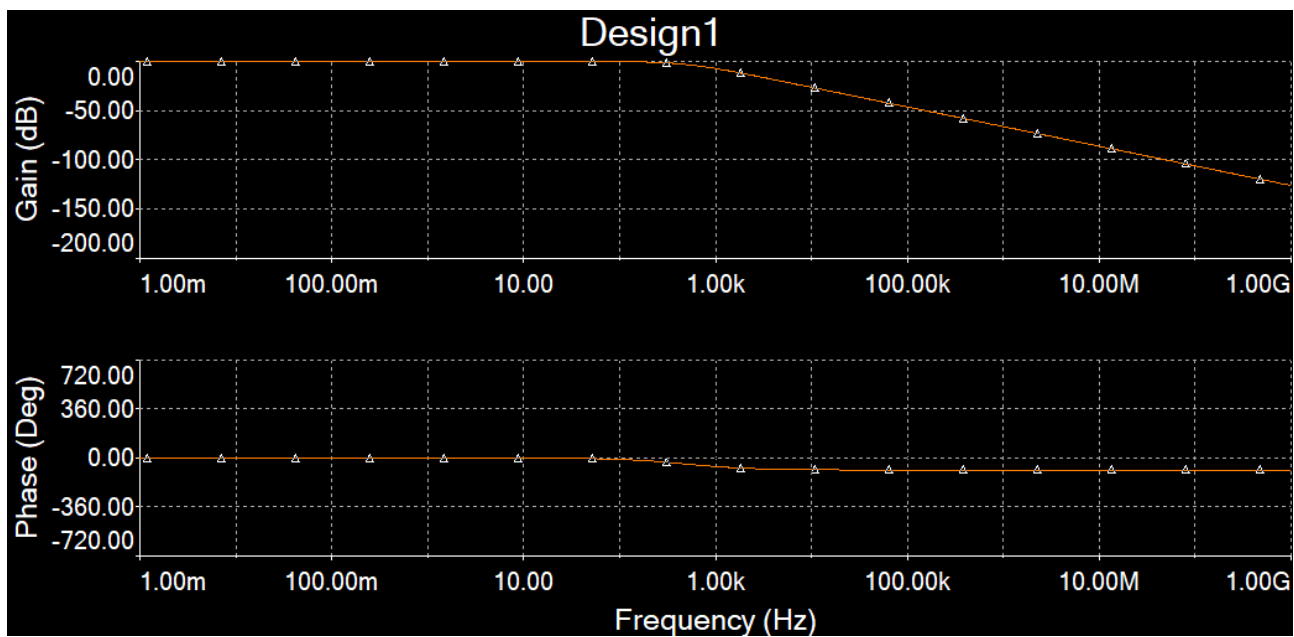


Рис. 4 АЧХ та ФЧХ ФНЧ

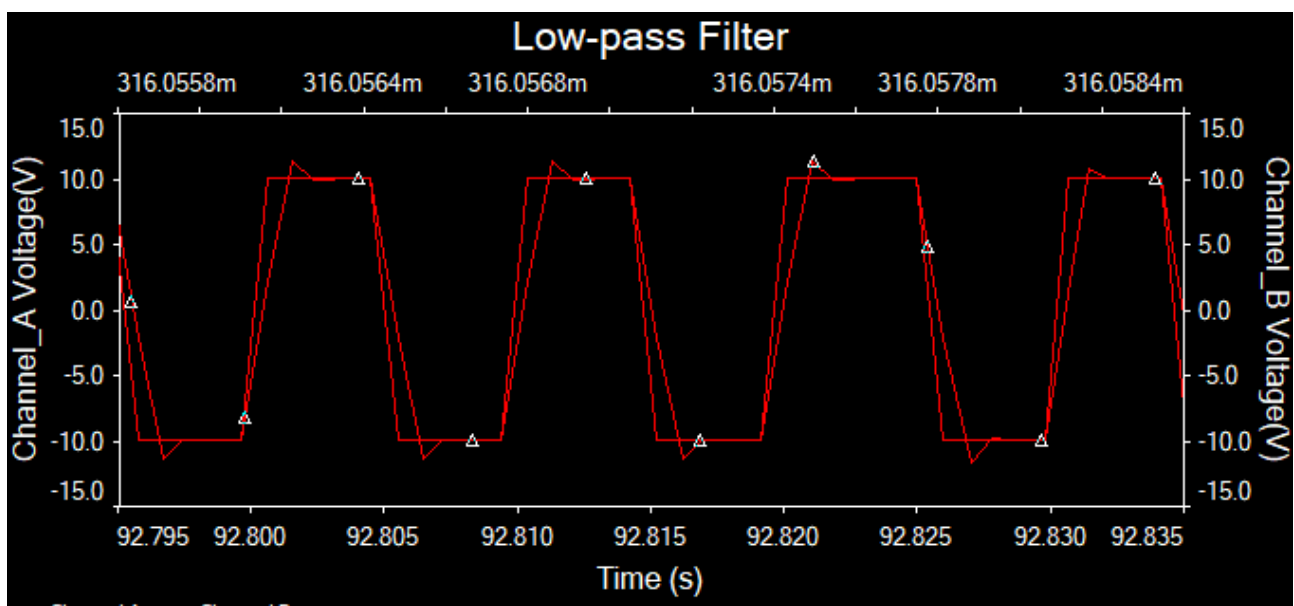


Рис. 5 Графіки вхідного та вихідного сигналів ФНЧ на екрані осцилографа, якщо вхідний сигнал є прямокутним



## 2. Фільтр високих частот

Для моделювання ФВЧ було використано джерело змінної (синусоїдальної) напруги на частоті 100 Гц та амплітудою 20 В, резистор опором 22кОм та конденсатор ємністю 15 нФ, але ми склали схему, яка буде використана для моделювання ФВЧ та смугового фільтра (Рис. 6).

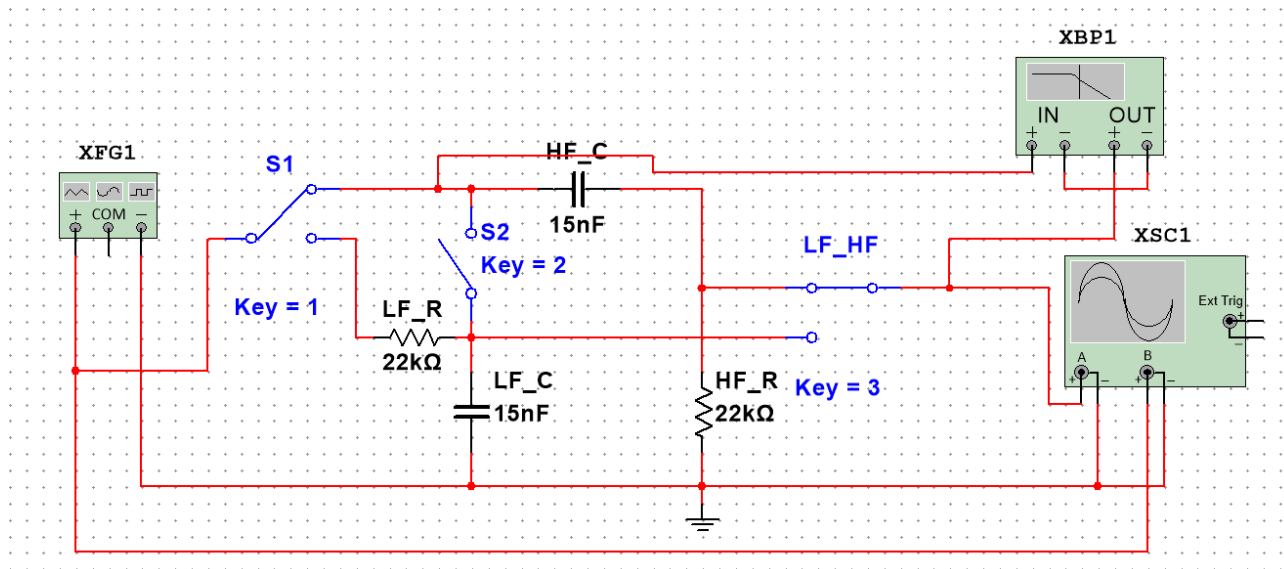


Рис. 6 Схема ФВЧ та смугового фільтра з під'єднаними осцилографом та Vode-plotter

На рис. 7 можна побачити графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів на екрані осцилографа. Сигнал на виході має трохи меншу амплітуду та від'ємний зсув фаз у порівнянні із сигналом на вході. Це співпадає із обчисленнями. Такі ж висновки можна зробити і по відповідній фігурі Лісажу на рис. 8.

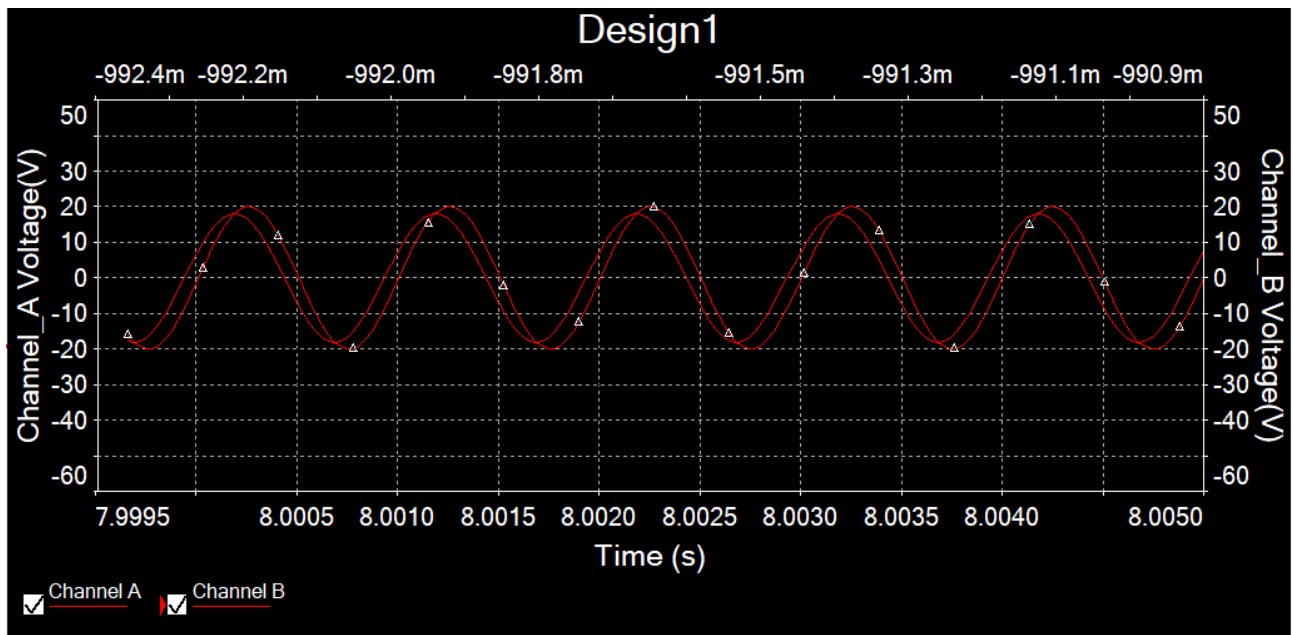


Рис. 7 Графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів ФВЧ на екрані осцилографа

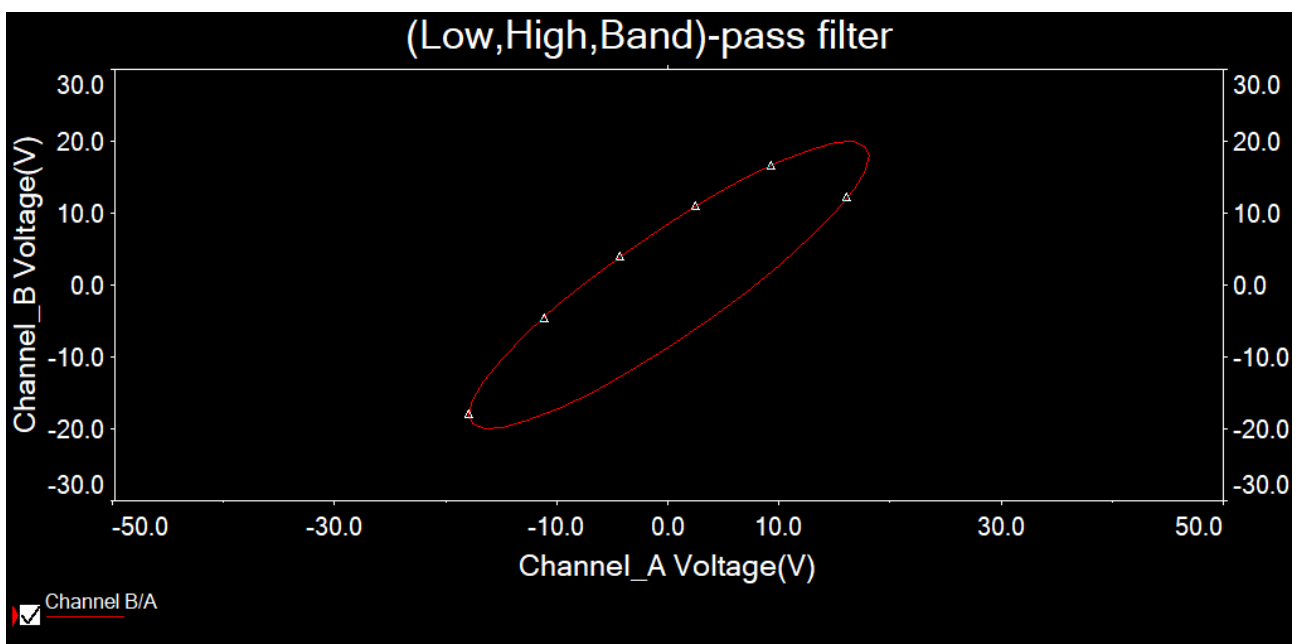


Рис. 8 Фігура Лісажу для ФВЧ

На рис. 9 зображені АЧХ та ФЧХ ФВЧ, отримані за допомогою Bode-plotter. Графік наближено співпадає з графіком ідеального диференціатора, що й очікувалося. На рис.10 зображені вхідні та вихідні хвилі ФВЧ, якщо вхідна хвиля є прямокутною з аналогічними до попередньої частотою та амплітудою. Знов ж таки, отримані результати відповідають очікуваням.

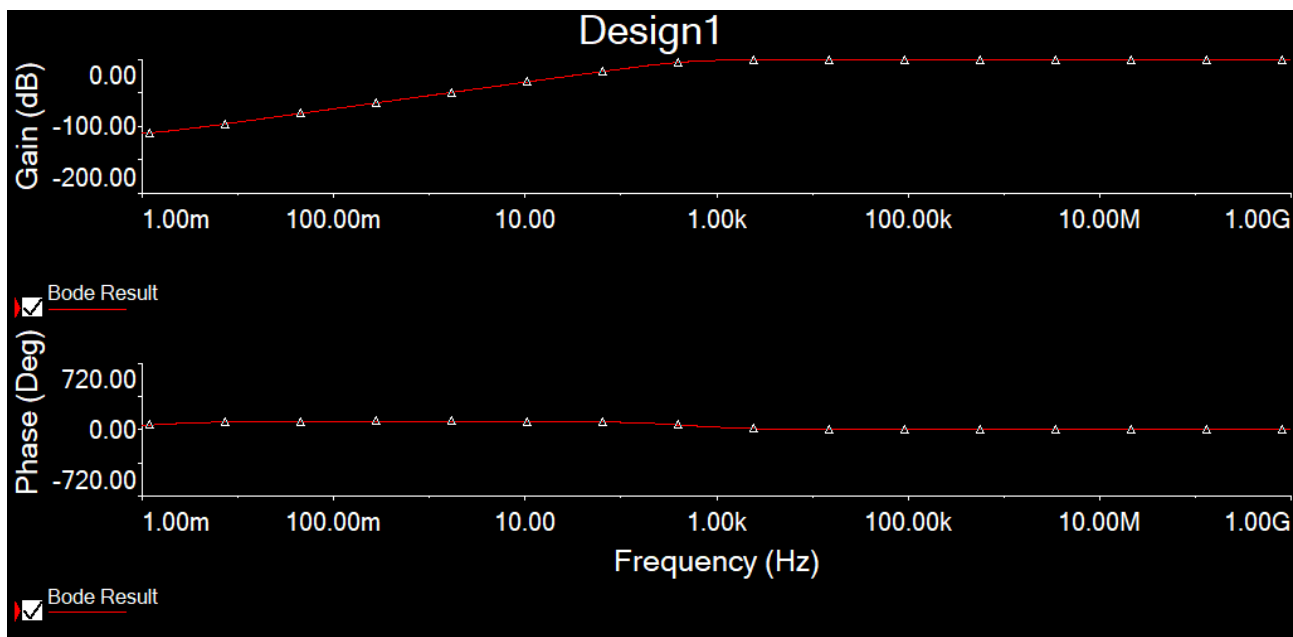


Рис. 9 АЧХ та ФЧХ ФВЧ

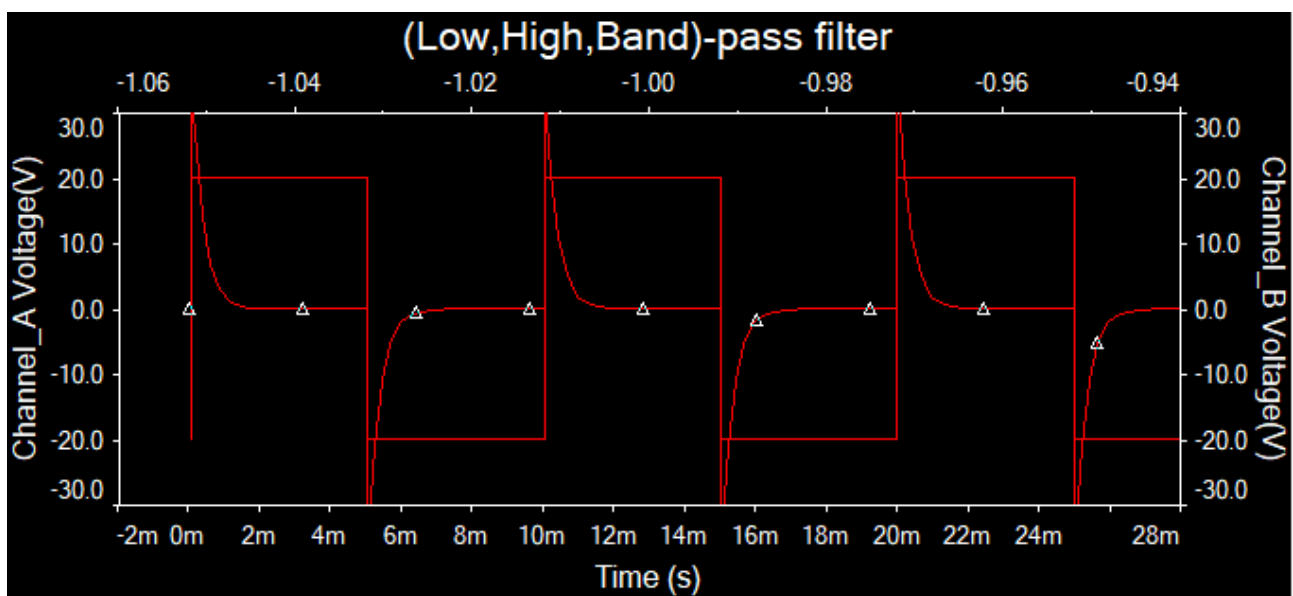


Рис. 10 Графіки вхідного та вихідного сигналів ФВЧ на екрані осцилографа, якщо вхідний сигнал є прямокутним

### 3.Смуговий фільтр

Для моделювання смугового фільтра було використано джерело змінної (синусоїдальної) напруги на частоті 100 Гц та амплітудою 20 В, два резистори опором 22кОм та два конденсатори ємністю 15 нФ, але ми склали схему, яка буде використана для моделювання ФВЧ та смугового фільтра (Рис. 6).

На рис. 11 можна побачити графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів на екрані осцилографа. Сигнал на виході має трохи меншу амплітуду та додатній зсув фаз у порівнянні із сигналом на вході. Це співпадає із обчисленнями. Такі ж висновки можна зробити і по відповідній фігурі Лісажу на рис. 12.

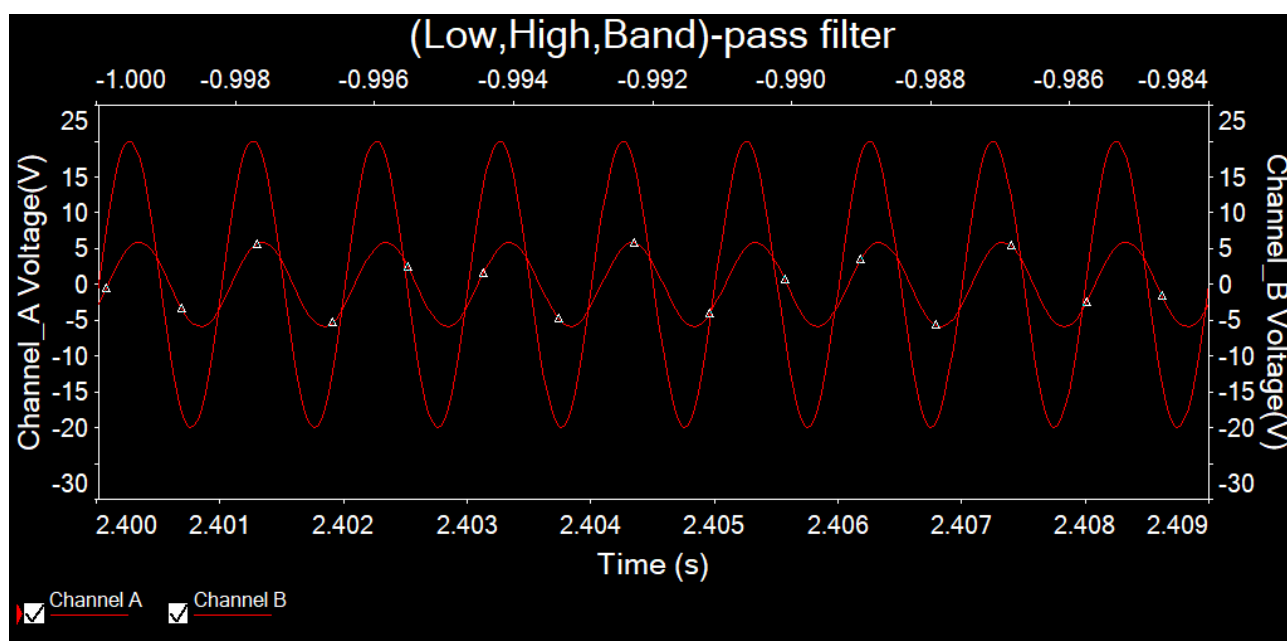


Рис. 11 Графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів смугового фільтра на екрані осцилографа

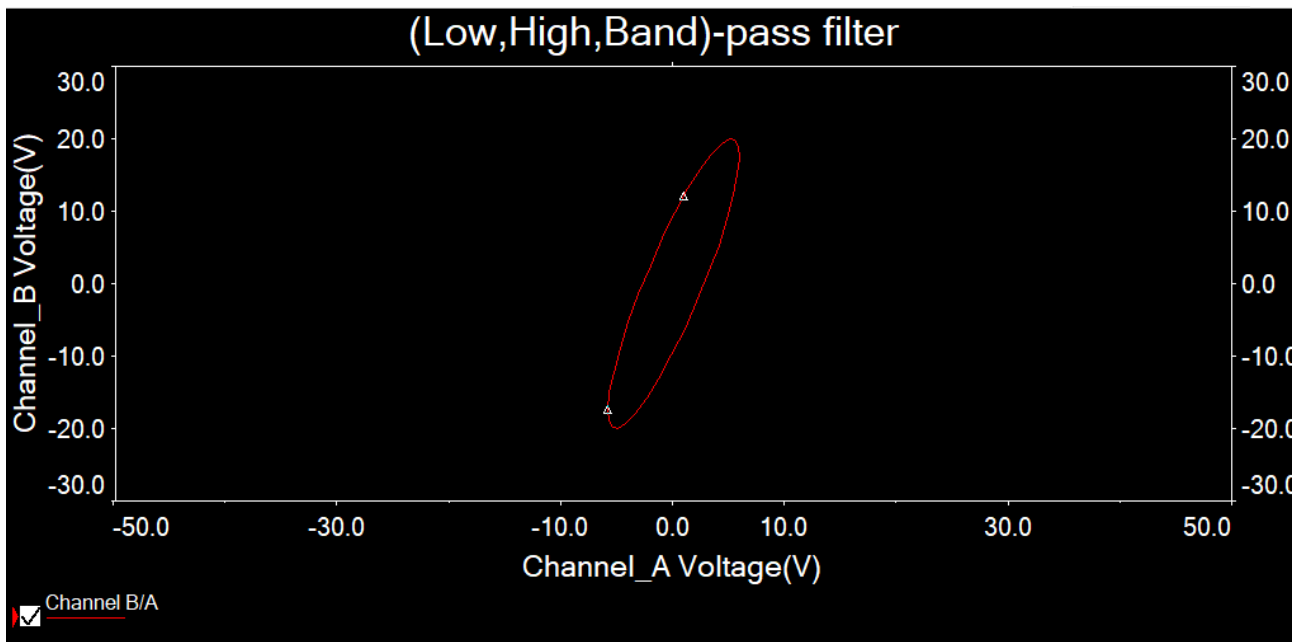


Рис. 12 Фігура Лісажу для смугового фільтра

На рис. 13 зображені АЧХ та ФЧХ смугового фільтра, отримані за допомогою Bode-plotter. Графік відповідає очікуванням. На рис. 14 зображені вхідні та вихідні хвилі смугового фільтра, якщо вхідна хвиля є прямокутною з аналогічними до попередньої частотою та амплітудою. Знов ж таки, отримані результати відповідають очікуванню.

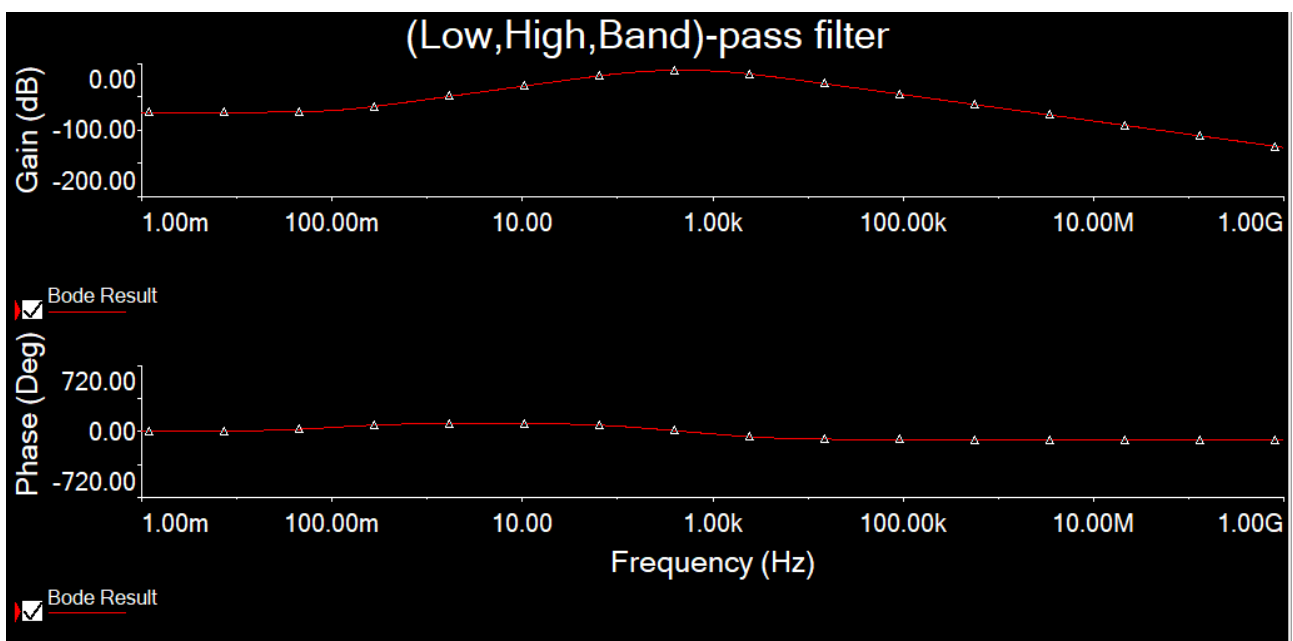


Рис. 13 АЧХ та ФЧХ смугового фільтра

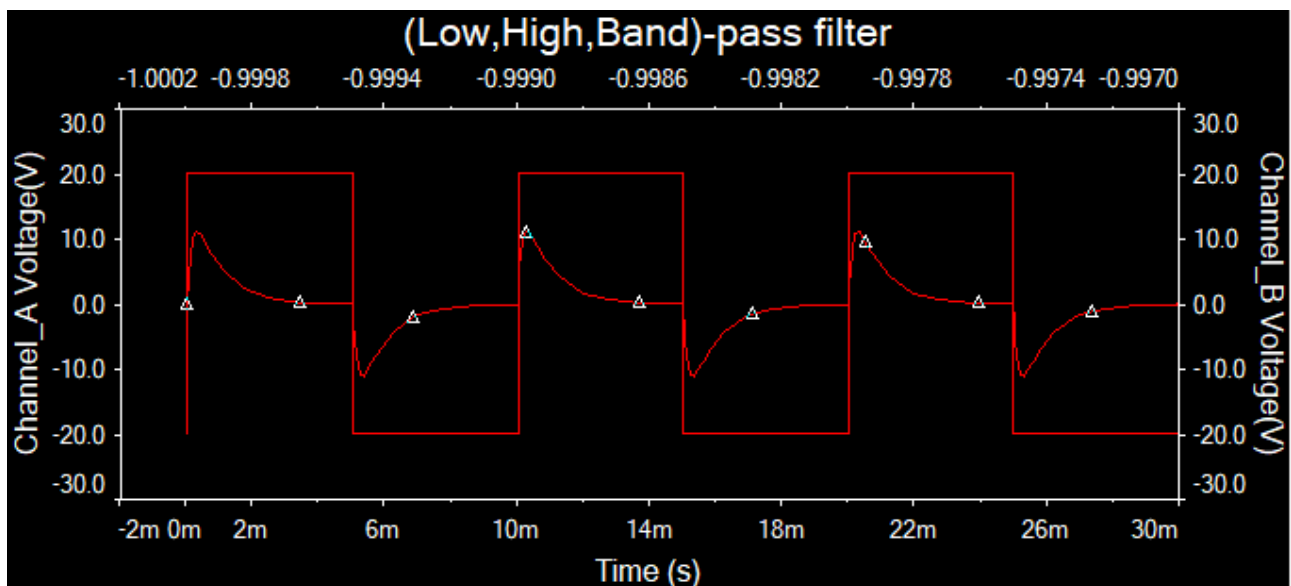


Рис. 14 Графіки вхідного та вихідного сигналів смугового фільтра на екрані осцилографа, якщо вхідний сигнал є прямокутним

#### 4. Загороджувальний фільтр

Для моделювання смугового фільтра було використано джерело змінної (синусоїдальної) напруги на частоті 100 Гц та амплітудою 20 В, два резистори опором 22кОм та два конденсатори ємністю 15 нФ, але ми склали схему, яка буде використана для моделювання ФВЧ та смугового фільтра (Рис. 15).

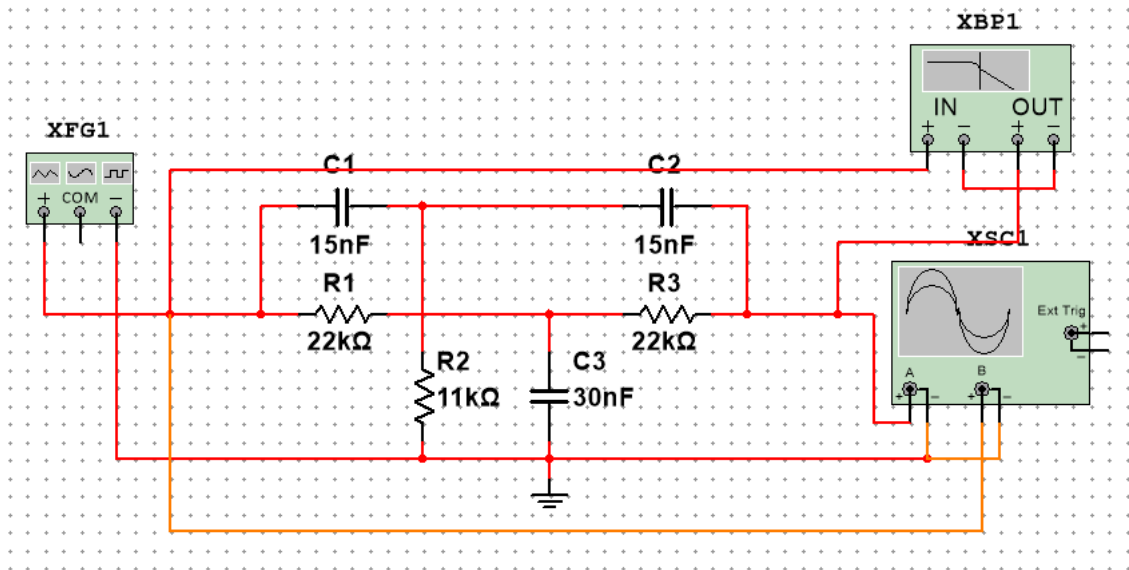


Рис. 15 Схема загороджувального фільтра з під'єднаними осцилографом та Bode-plotter

На рис. 16 можна побачити графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів на екрані осцилографа. Сигнал на виході має трохи меншу амплітуду та від'ємний зсув фаз у порівнянні із сигналом на вході. Це співпадає із обчисленнями. Такі ж висновки можна зробити і по відповідній фігурі Лісажу на рис. 17.

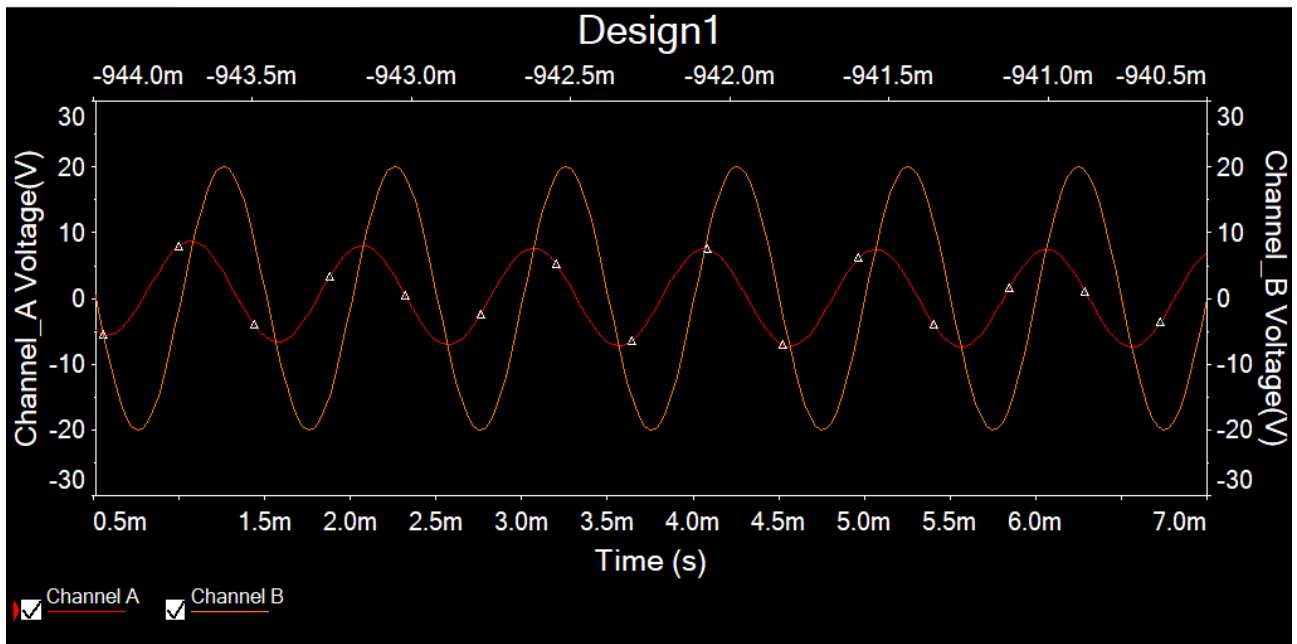


Рис. 16 Графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів загороджувального фільтра на екрані осцилографа

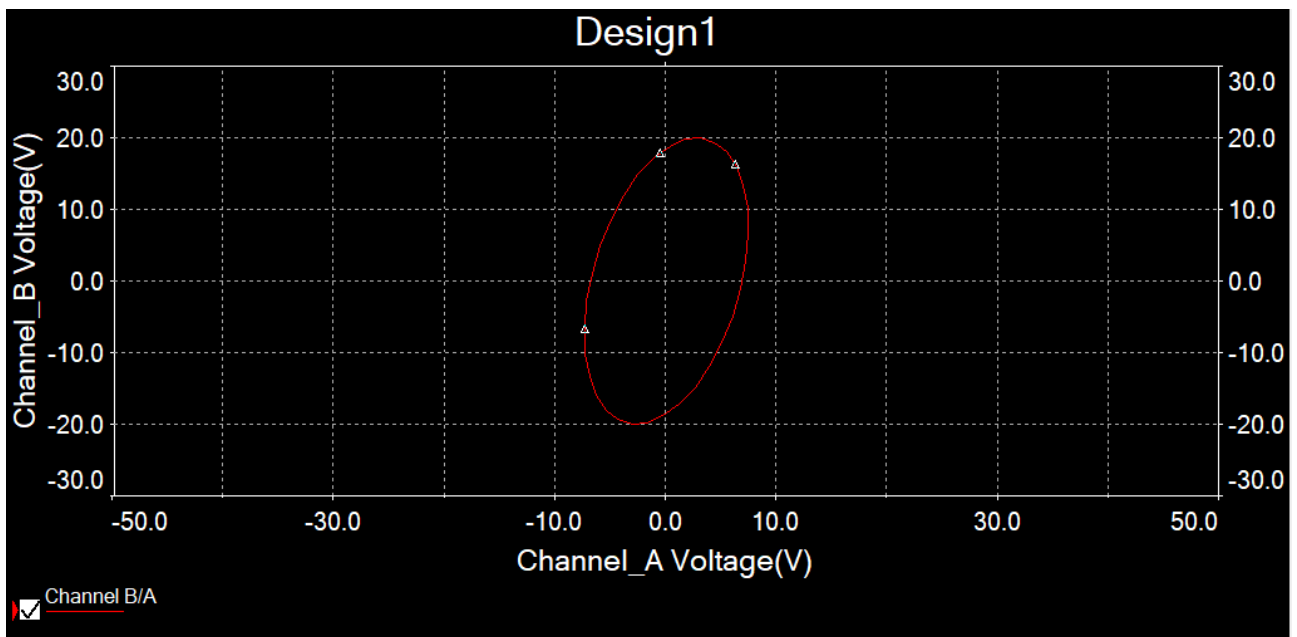


Рис. 17 Фігура Лісажу для загороджувального фільтра

На рис. 18 зображені АЧХ та ФЧХ загороджувального фільтра, отримані за допомогою Bode-plotter. Графік відповідає очікуванню. На рис. 19 зображені вхідні та вихідні хвилі загороджувального фільтра, якщо вхідна хвиля є прямокутною з аналогічними до попередньої частотою та амплітудою. Знов ж таки, отримані результати відповідають очікуванню.



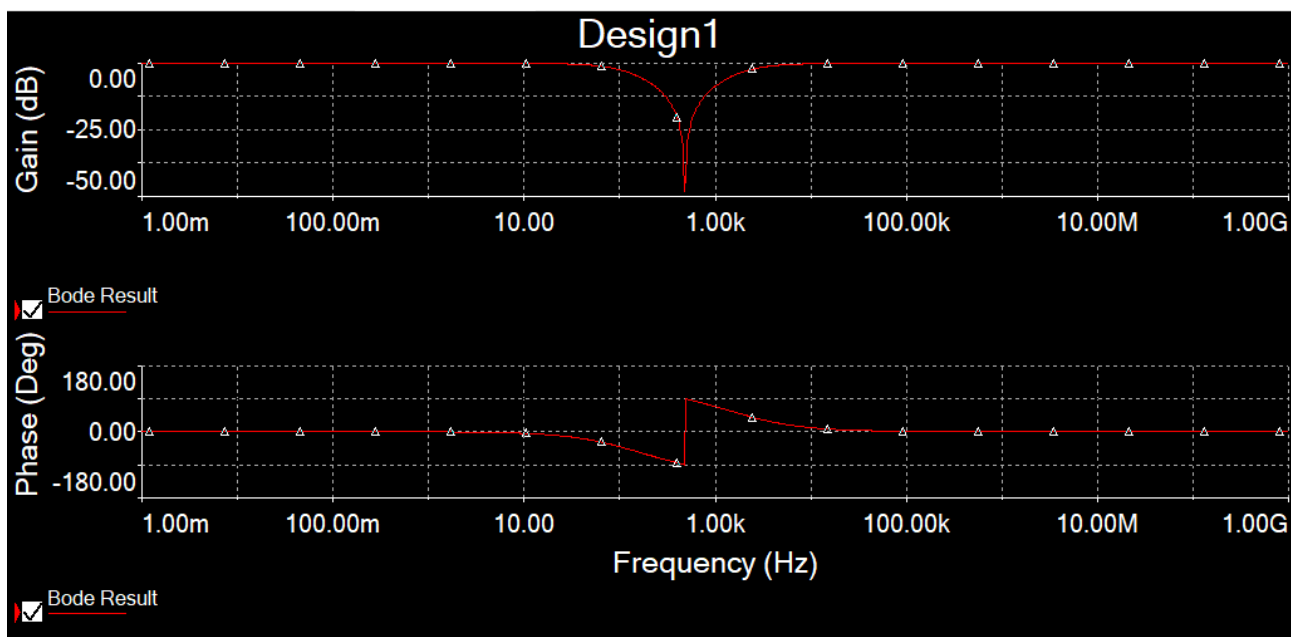


Рис. 18 АЧХ та ФЧХ загороджувального фільтра

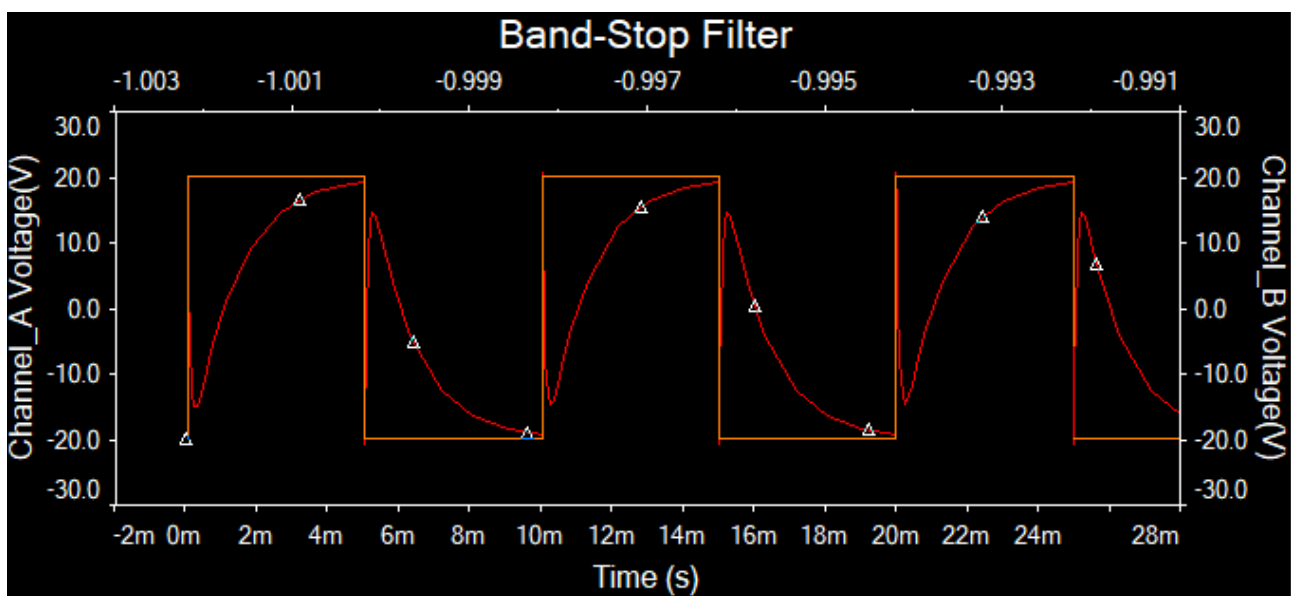


Рис. 19 Графіки вхідного та вихідного сигналів загороджувального фільтра на екрані осцилографа, якщо вхідний сигнал є прямокутним

## Висновки

У ході даної лабораторної роботи ми дослідили зміну параметрів гармонічних сигналів та прямокутних імпульсів при їх проходженні через пасивні лінійні чотириполосники, опанували методи вимірювання амплітудно-частотних та фазо-частотних характеристик пасивних RC-фільтрів та їх перехідних характеристик. Ми використовували: 1) метод співставлення, тобто одночасного спостереження вхідного та вихідного сигналів на екрані двоканального осцилографа із наступним вимірюванням і порівнянням їх параметрів та 2) метод фігур Лісажу, який полягає у спостереженні на екрані двоканального осцилографа замкнених кривих, які є результатом накладання двох коливань, що відбуваються у двох взаємно перпендикулярних напрямках (вхідний і вихідний сигнали подаються на пластини горизонтального та вертикального відхилення осцилографа відповідно).

Як результат, дослідили і наочно переконалися в принципах роботи ФВЧ, ФНЧ та загороджувального фільтра, спостерігаючи проходження крізь них лише виділеної частини сигналу.

## Відповіді на контрольні запитання

1. Що таке чотириполіусник? У чому полягає відмінність лінійного чотириполіусника від нелінійного? Активного від пасивного?

**Чотириполіусник** — це електричне коло (ділянка електричного кола) з чотирма полюсами, зажимами, клемами або іншими засобами приєднання до нього інших електричних кіл чи ділянок електричних кіл.

**Лінійний чотириполіусник** — це такий, для якого залежність між струмами, що течуть крізь нього, та напругами на його зажимах є лінійною.

**Нелінійний чотириполіусник** — це такий, для якого згадані залежності між струмами та напругами при деяких їх величинах перестають бути лінійними, а на виході можуть з'являтися гармоніки частот вхідних сигналів.

**Активний чотириполіусник** дозволяє збільшувати потужність вихідного сигналу порівняно з потужністю вхідного сигналу за рахунок внутрішніх або зовнішніх джерел енергії.

**Пасивний чотириполіусник** — це такий чотириполіусник, який не здатний збільшувати потужність вхідного сигналу за рахунок додавання енергії від якогось іншого джерела енергії.

2. Назвіть види стандартних сигналів, суперпозицією яких можна представити будь-який періодичний сигнал.

З математичного аналізу відомо, що будь-який періодичний сигнал можна представити у вигляді тригонометричного ряду Фур'є:

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

де

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$T$  — період періодичного сигналу, що розкладається.

$$a_n = \frac{2}{T} \int_T S(t) \cos n\omega t \cdot dt, b_n = \frac{2}{T} \int_T S(t) \sin n\omega t \cdot dt$$

3. Поясніть відмінність між частотною, імпульсною та перехідною характеристиками чотириполюсника. Як вони пов'язані між собою?

З теоретичної та інформативної точок зору всі три способи опису властивостей чотириполюсника рівноправні і, маючи одну з характеристик, можна однозначно перейти до іншої.

Частотна характеристика  $K(\omega)$  є Фур'є-образом імпульсної характеристики  $g(t)$  і навпаки:

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\omega) e^{i\omega t} d\omega, K(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt$$

Імпульсна характеристика  $g(t)$  є першою похідною від перехідної  $h(t)$ , а перехідна — інтегралом імпульсної.

$$h(t) = \int_0^t g(t') dt', h(t) = 0 \text{ при } t < 0$$

Застосування тієї чи іншої характеристики зумовлено лише зручністю їх експериментального одержання та використання.

4. Що називається спектром сигналу? Для яких сигналів спектр буде дискретним, а для яких неперервним?

**Спектр сигналу** — це сукупність значень амплітуд усіх гармонічних складових  $|U_{n0}|$  для усіх циклічних частот  $n\omega$  або сукупність значень амплітуд усіх гармонічних складових  $|U_{0\omega}|$  для усіх циклічних частот  $\omega$ .

Якщо множина частот гармонічних коливань, на які розкладено сигнал, дискретна, то і спектр дискретний; якщо множина частот неперервна, то і спектр неперервний, тобто:

- Дискретний при

$$S(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(\omega_n t + \Phi_n)$$

- Неперервний при

$$S(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F(\omega) \cos(\omega t + \Phi(\omega)) d\omega$$

5. Які пасивні чотириполіусники називаються фільтрами електричних сигналів? Що таке АЧХ і ФЧХ фільтрів?

В схемотехніці пасивні **лінійні** чотириполіусники, призначені для виділення певних спектральних складових електричних сигналів, називають **фільтрами електричних сигналів**. а

**Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ)** — залежність відношення модулів амплітуд вихідного і вхідного гармонічних сигналів від їх частоти, яка є не чим іншим як залежністю модуля коефіцієнта передачі від частоти  $\omega$ . ф

**Фазо-частотна характеристика (ФЧХ)  $\Phi(\omega)$**  — залежність аргумента комплексного коефіцієнта передачі від частоти, тобто різниці фаз між вихідним і вхідним гармонічними сигналами на частоті  $\omega$ .

6. Виведіть формули для АЧХ і ФЧХ фільтрів нижніх частот, верхніх частот та смугового фільтра (формули (11)-(13)).  
1)ФНЧ

Запишемо відношення напруги на виході та вході:

$$K_{RC} = \frac{U_a}{U_e} = \frac{Z_C}{R + Z_C} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{T^2\omega^2 + 1} - j \cdot \frac{T\omega}{T^2\omega^2 + 1},$$

Модуль коефіцієнта передачі:

$$|K_{RC}| = \sqrt{\frac{1}{\omega^2/\omega_0^2 + 1}}, \text{ де } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Розглянувши ФЧХ:

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\Im \frac{1}{1 + j\omega RC}}{\Re \frac{1}{1 + j\omega RC}}\right) = \arctan(-\omega RC)$$

Повністю аналогічно:

2)ФВЧ

АЧХ.

Співвідношення напруг на виході та вході:

$$\frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{i\omega RC}{1 + i\omega RC}$$

$$|K(\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

ФЧХ.

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$$

І так само:

3)Смуговий фільтр

АЧХ.

Співвідношення напруг на виході та вході:

$$|K(\omega)| = \left| \frac{U_{out}}{U_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{9 + \left( \frac{1 - (\omega RC)^2}{3\omega RC} \right)^2}}$$

ФЧХ.

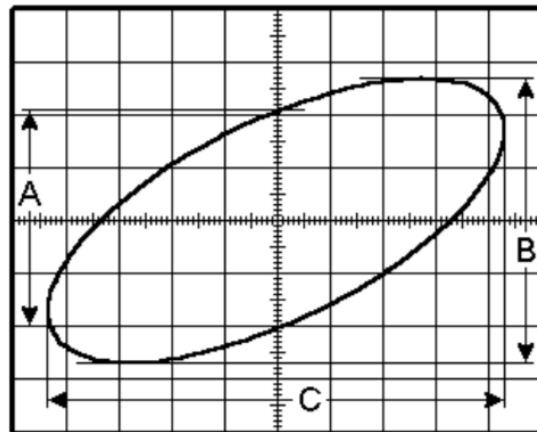
$$\varphi(\omega) = \arctg \left( \frac{1 - (\omega RC)^2}{3\omega RC} \right)$$

7. Яким чином при одночасному спостереженні на екрані двоканального осцилографа осцилограм вхідного і вихідного сигналів деякого фільтра можна визначити його тип (фільтр НЧ чи ВЧ)?

На виході відповідного фільтра синусоїда напруги зміщена вправо, якщо це фільтр нижніх частот, для верхніх - навпаки.

8. Яким чином за допомогою методу фігур Лісажу можна виміряти АЧХ і ФЧХ фільтрів?

Якщо в режимі X-Y на канал I осцилографа (відповідає відхиленню вздовж осі X) подати вхідний гармонічний сигнал певної частоти  $U_{BX}(t)$ , а на канал II (відповідає відхиленню вздовж осі Y) сигнал з виходу фільтра  $U_{ВХ}(t)$ , то на екрані осцилографа отримаємо еліпс, за допомогою якого можна визначити коефіцієнт передачі  $K$  і зсув фаз  $\Phi$  для певної частоти гармонічного сигналу.



$$K = \frac{B}{C}$$

$$\Phi = \arcsin \left( \frac{A}{B} \right)$$

9. -10. Поясніть форму вихідних сигналів фільтрів нижніх і верхніх частот при подачі на їх вхід сигналу у вигляді послідовності прямокутних імпульсів.

Якщо на такий же одноланковий фільтр подати сходинкоподібну напругу, то напруга на виході, яка дорівнює різниці потенціалів  $U_C$  між обкладинками конденсатора  $C$ , буде змінюватися відповідно до рівняння, що пов'язує швидкість зміни напруги на конденсаторі з величиною зарядного струму  $I$ .

$$U_C = U_{BX} [1 - \exp(-t/RC)].$$

Рівняння описує перехідну характеристику фільтра нижніх частот. Добуток  $\tau_{RC} = RC$  називають сталою часу цього електричного кола. Якщо вимірювати  $R$  в омах, а  $C$  – в фарадах, то добуток  $\tau_{RC}$  буде вимірюватися в секундах.

Якщо через час  $t \gg \tau_{RC}$  вимкнути вхідну напругу, тобто  $U_{ВХ} = 0$ , то вихідна напруга буде змінюватись за законом:

$U_C = U_{ВХ} \exp(-t/RC)$ . Спробуємо якісно розглянути фізичні явища, що відбуваються в колі. Коли ключ під'єднує схему до джерела напруги  $U_{ВХ}$ , конденсатор  $C$  заряджається через опір  $R$ . Коли ключ розімкнено ( $U_{ВХ} = 0$ ), конденсатор розряджується – напруга на ньому експоненційно спадає з часом. За час, що дорівнює  $\tau_{RC}$ , напруга на конденсаторі зменшується в  $e \approx 2,71$  разів. Існує одне корисне правило: за час, що дорівнює п'яти сталим часу  $\tau_{RC}$ , конденсатор заряджається або розряджується на 99%. Очевидно, що для заданого  $\tau_{RC}$  форма вихідної напруги буде залежати від швидкості перемикачів ключа.

При  $(t-t') \ll \tau_{RC}$  вихідна напруга буде пропорційна інтегралу від вхідної. Тому розглянуте коло іноді називають інтегрувальною ланкою. Справді, якщо розглянути початкову ділянку зміни вихідної напруги, тобто в околі  $t = 0$ , то виявимо функцію, дуже близьку до лінійної. Наведена умова інтегрування також означає, що швидкість зміни вхідного сигналу набагато більша за швидкість заряджання конденсатора. З АЧХ видно, що область частот вхідного сигналу повинна бути більшою за частоту зрізу, тобто розташовуватися в області похилої ділянки діаграми Бode.

Фільтр верхніх частот відрізняється лише тим, що вихідна напруга знімається не з конденсатора, а з резистора. Так що значення цієї напруги буде прямо пропорційне струмові заряду конденсатора. При миттєвому стрибку постійної напруги на вході ( $t = 0$ ) вихідна напруга стане рівною вхідній, оскільки реактивний опір конденсатора для таких високочастотних гармонік близький до нуля (або, іншими словами, заряд конденсатора в початковий момент часу рівний нулю: його заряджання відбувається за експоненційним законом зі сталою часу  $\tau_{RC} = RC$ ). Таким чином, вихідна напруга пропорційна швидкості зміни вхідного сигналу. Таке коло одержало назву диференціювальної ланки. Розглянута умова, за якої швидкість зміни вхідного сигналу суттєво менша за швидкість заряджання конденсатора, також відповідає похилій ділянці амплітудно- частотної характеристики, але протилежного знаку.

## **Список використаної літератури**

1. Методичні вказівки до практикуму «Основи радіоелектроніки» для студентів фізичного факультету / Упоряд. О.В.Слободянюк,
2. Ю.О.Мягченко, В.М.Кравченко.- К.: Поліграфічний центр «Принт лайн», 2007.- 120 с.
3. Ю.О. Мягченко, Ю.М. Дулич, А.В.Хачатрян “Вивчення радіоелектронних схем методом комп’ютерного моделювання” : Методичне видання. – К.: 2006.- с.
4. [https://kpfu.ru/staff\\_files/F1700343876/SPEKTRY\\_02.01.15.pdf](https://kpfu.ru/staff_files/F1700343876/SPEKTRY_02.01.15.pdf)