

Homework 4

Hodgkin & Huxley Model

Stefan Röhl

Technische Universität München, Arcisstraße 21, Munich, Germany

Email: stefan.roehl@tum.de

I. TIME CONSTANTS AND STEADY STATE VALUES

Wie in der Vorlesung gezeigt wurde gelten für die Gating Variablen folgende Differentialgleichung mit $x \in \{m, n, h\}$

$$\dot{x} = -(\alpha_x + \beta_x) \cdot \left(x - \frac{\alpha_x}{\alpha_x + \beta_x} \right) \quad (1)$$

Möchte man Gleichung (1) nun auf die Form aus der Angabe bringen, ergeben sich für τ_x und x_∞ folgende Gleichungen:

$$\tau_x = \frac{1}{\alpha_x + \beta_x} \quad (2)$$

$$x_\infty = \frac{\alpha_x}{\alpha_x + \beta_x} \quad (3)$$

Berücksichtigt man die Temperaturabhängigkeit muss noch folgender Korrekturfaktor k eingeführt werden:

$$k = 3^{0.1(T-6.3)} \quad (4)$$

$$\tau_x = \frac{1}{(\alpha_x + \beta_x) \cdot k} \quad (5)$$

$$x_\infty = \frac{\alpha_x}{\alpha_x + \beta_x} \cdot \frac{k}{k} = \frac{\alpha_x}{\alpha_x + \beta_x} \quad (6)$$

Hieraus lässt sich schon ableiten, dass die Zeitkonstanten eine Temperaturabhängigkeit aufweisen. Die zeigt sich auch in den Grafiken 1 und 2. Der Verlauf der Zeitkonstanten über dem Membranpotential ändert sich zwar nicht, jedoch nehmen die absoluten Werte ab, was heißt, dass bei höheren Temperaturen die Reaktionen/Vorgänge wesentlich schneller ablaufen. Zusätzlich sind die Zeitkonstanten abhängig vom Membranpotential V .

Der Verlauf der Zeitkonstanten zeigt, dass die Vorgänge im negativen Bereich schneller ablaufen, als im positiven und nahe 0V. Generell ist zu erwähnen, dass die Zeitkonstante τ_m die kleinste ist gefolgt von τ_n . Die größte und somit langsamste ist τ_h .

Die Steady State Werte der Gating Variablen sind temperaturabhängig. Das bedeutet, dass das Ruhepotential bei unterschiedlichen Temperaturen das Selbe ist. Daher sind die Gating Variablen für die verschiedenen Temperaturen nur einmal in Grafik 3 abgebildet. Der Wert der Gating Variablen hängt also nur vom Membranpotential selbst ab. Im Betrachtet man die Gating Variablen und die Zeitkonstanten gemeinsam kann man daraus das Verhalten eines Neurons nach dem Hodgkin & Huxley Modell erklären. Zuerst sind alle Ionenkanäle geschlossen und die Zelle befindet sich im Ruhepotential nahe -70mV. Die Gating Variablen m und n

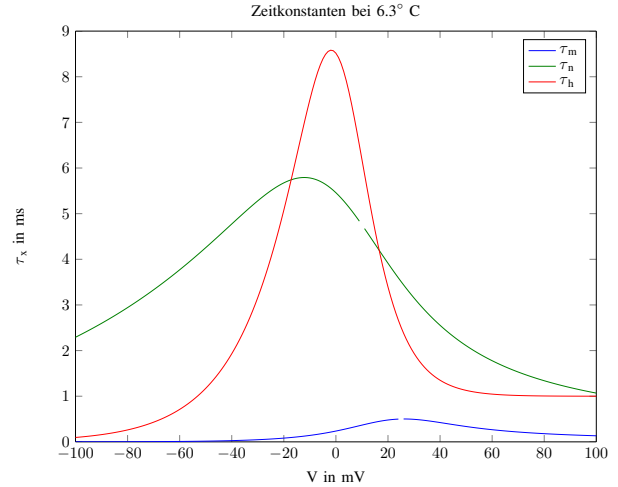


Figure 1. Zeitkonstanten τ_∞ über V bei 6.3°C

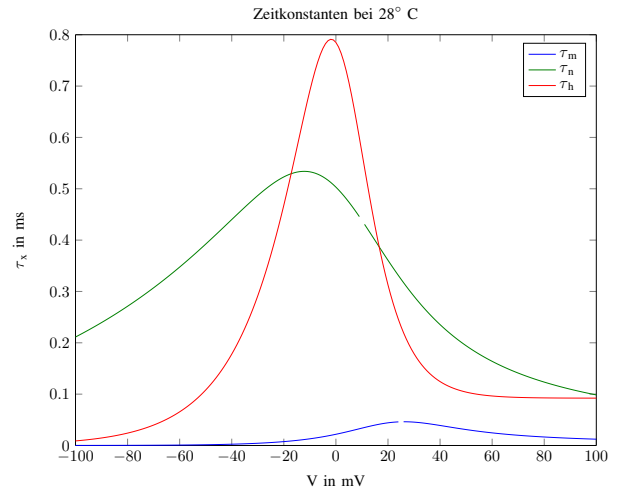


Figure 2. Zeitkonstanten τ_x über V bei 28°C

sind nahe 0, was heißt die Leitfähigkeit der Kanäle ist gering. Erhöht sich nun das Membranpotential durch einen Stimulus kann sich - durch die kleine Zeitkonstante τ_m - zuerst der schnelle Na^+ Kanal öffnen. Das Membranpotential der Zelle erhöht sich ab einem gewissen Threshold (ab -20mV ist erst ein signifikanter Anstieg von m_∞ zu sehen) durch den Zufluss der positiven Ionen schlagartig (Spike). Mit der nächst größeren Zeitkonstanten τ_n folgt auch der K^+ Kanal und

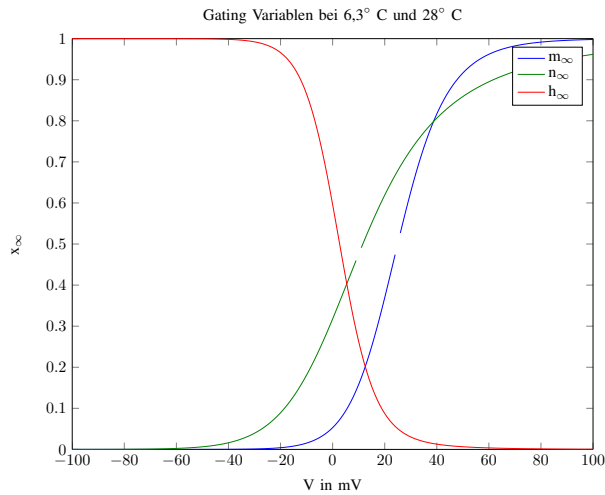


Figure 3. Steady State Gating Variablen x_{∞} bei 6.3°C und 28°C

zusätzlich wird dann der Na^+ Kanal durch die Variable h wieder deaktiviert und die Zelle kann auf das Ruhepotential zurückkehren. Das Verhalten der Gating Variablen kann dabei aus den Steady State Werte (vgl. Abb. 3) abgelesen werden. Dies sind die Werte wohin m, n, h bei einem gegebenen Membranpotential streben. Ist beispielsweise das Membranpotential hoch (Aktionspotential), strebt die Variable h gegen 0. Wie schnell dies geschieht, beschreibt die Zeitkonstante τ_h .

II. HODGKIN & HUXLEY NEURON MODEL

Im Abb. 4 ist der Stimulus abgebildet, der bei 6.3°C angewendet werden soll.

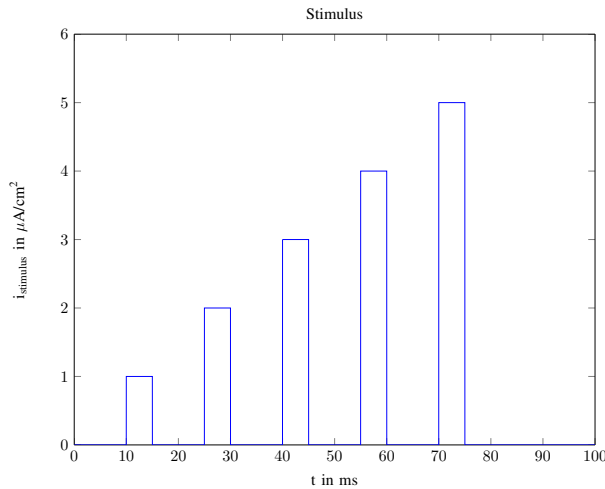


Figure 4. Stimulusstromdichte bei 6.3°C

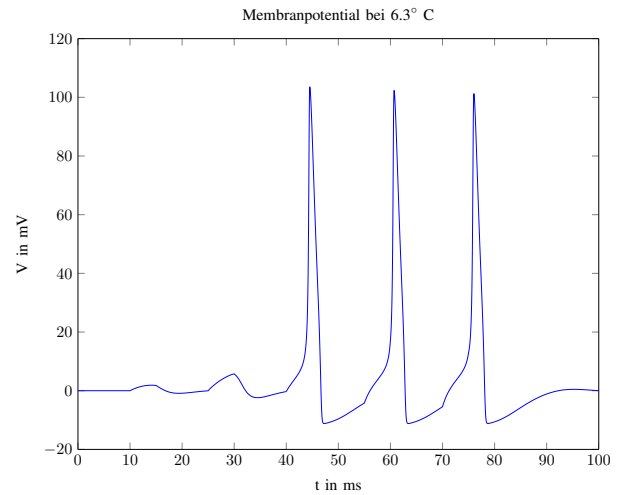


Figure 5. Membranpotential bei 6.3°C

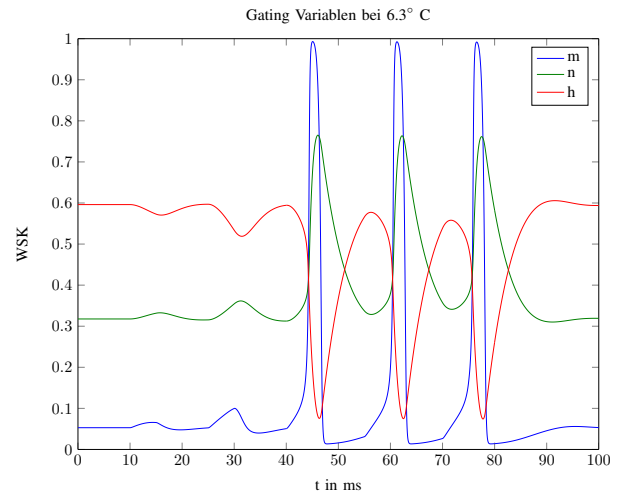


Figure 6. Gating Konstanten bei 6.3°C

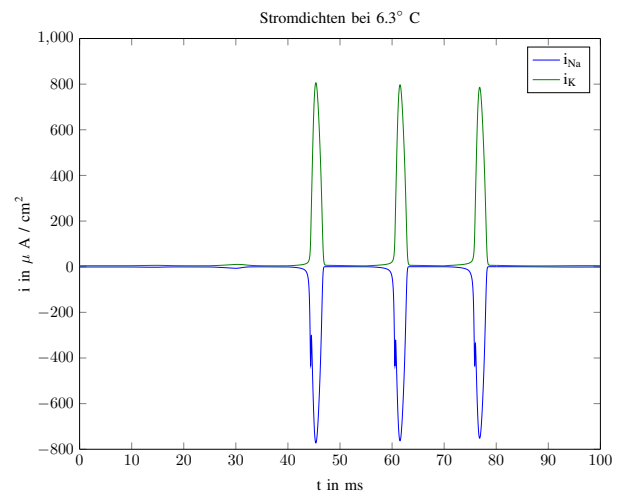


Figure 7. Stromdichten bei 6.3°C

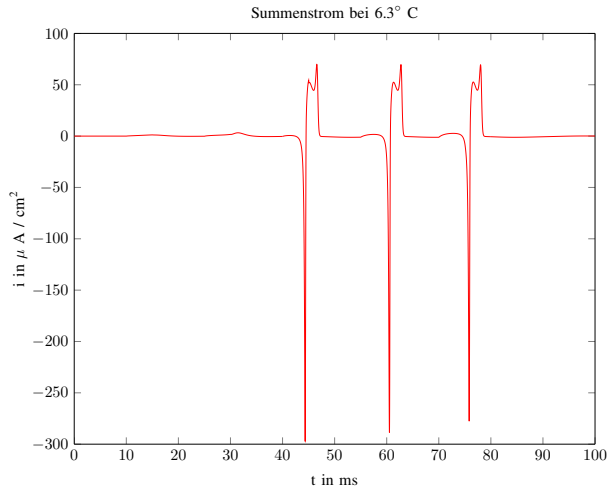


Figure 8. Summenstrom $i_{Na} + i_K + i_L$ bei $6.3^\circ C$

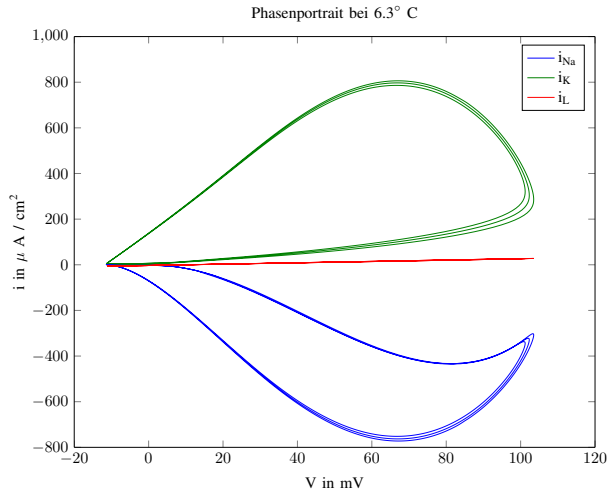


Figure 9. Phasenportrait bei $6.3^\circ C$

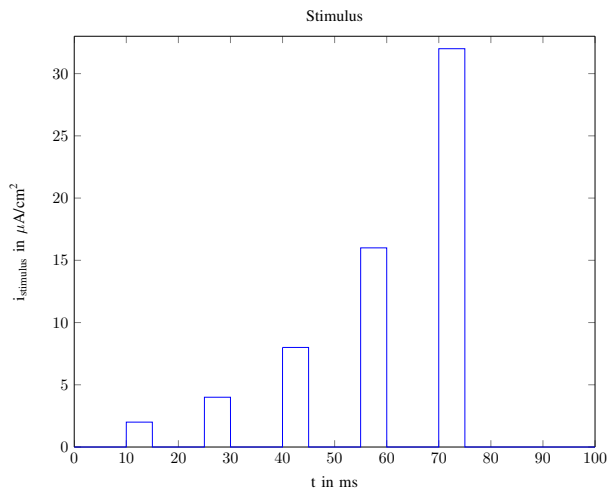


Figure 10. Stimulusstromdichte bei $28^\circ C$

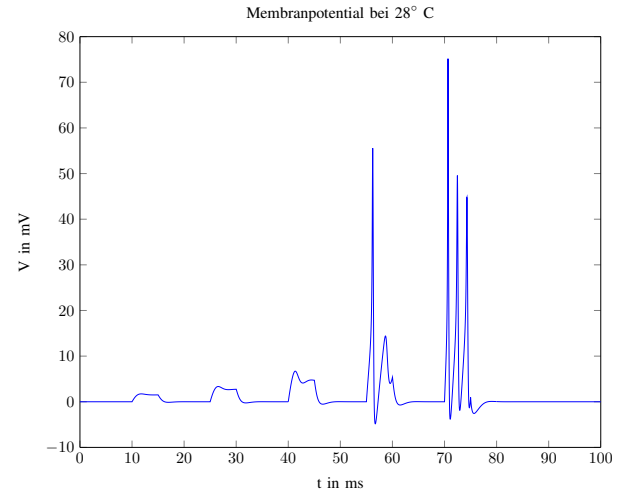


Figure 11. Membranpotential bei $28^\circ C$

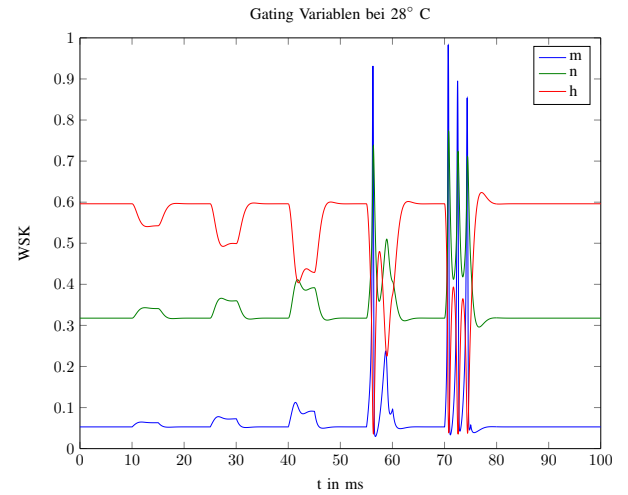


Figure 12. Gating Konstanten bei $28^\circ C$

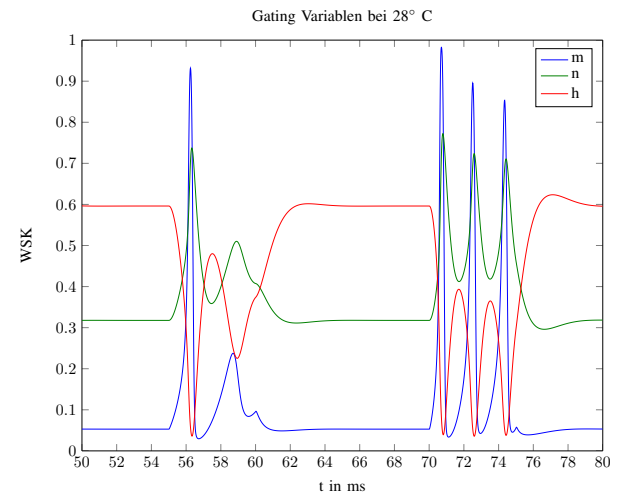


Figure 13. Gating Konstanten bei $28^\circ C$

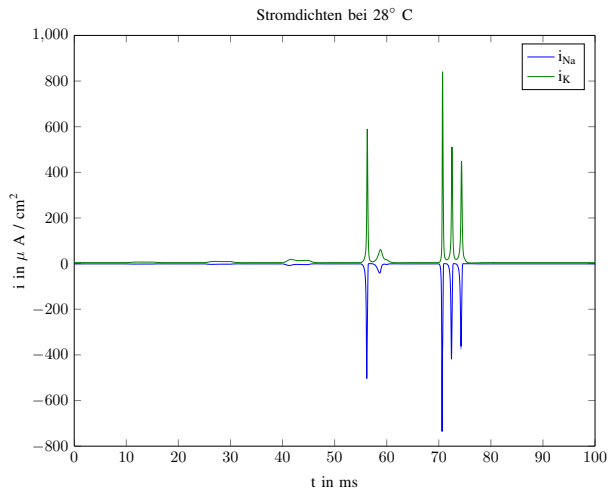


Figure 14. Stromdichten bei 28°C

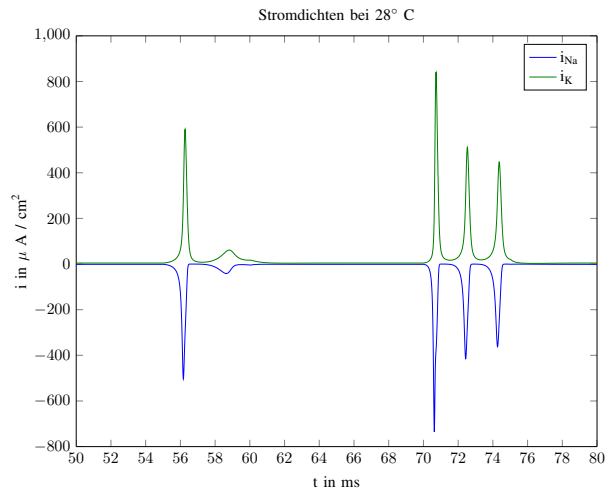


Figure 15. Stromdichten bei 28°C

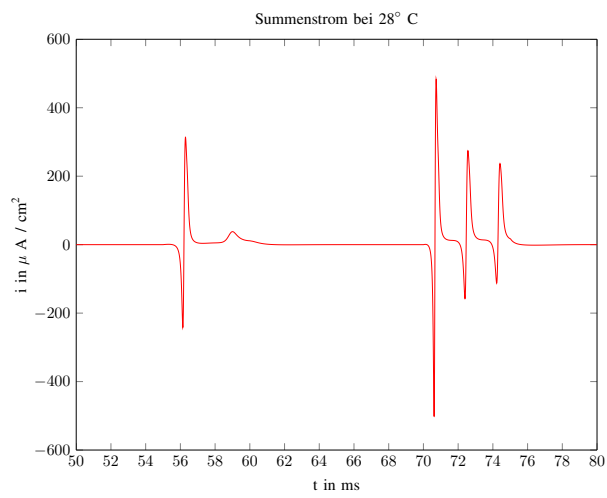


Figure 16. Summenstrom $i_{Na} + i_K + i_L$ bei 28°C

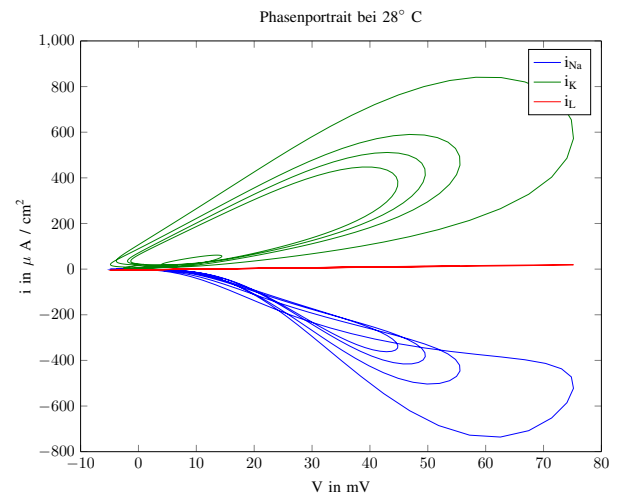


Figure 17. Phasenportrait bei 28°C