

Mathematik Basics I

Neuroprothetics SS 2015

Jörg Encke

TU-München

Professur für Bioanaloge

Informationsverarbeitung



Technische Universität München



Fachgebiet für Bioanaloge
Informationsverarbeitung



$$\frac{dV}{dt} = f(V, t)$$

$$\frac{dV}{dt} = t^2 - V \rightarrow \text{analy. Lösbar}$$

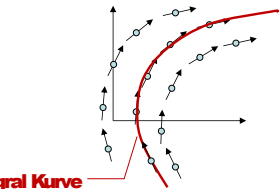
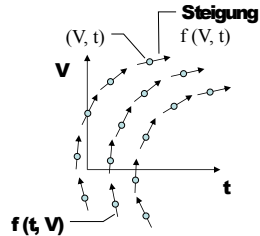
$$\frac{dV}{dt} = t - V^2 \rightarrow \underline{\text{nicht}} \text{ analy. Lösbar}$$



Analytisch \Rightarrow Geometrisch

$$\frac{dV}{dt} = f(V, t) \Rightarrow \text{Richtungsfeld}$$

Steigung an jedem Punkt



V_1 (Lösung) \Rightarrow Integralkurve

Integral Kurve



Rezept Richtungsfeld (Computer)

- 1 Wähle irgend welche Punkte im Raum [Gleichverteilt].
- 2 Berechne $f(V, t)$ für diese Punkte (V_n, t_n) .
- 3 Zeichne die Steigung an diesem Punkt ein.

Rezept Richtungsfeld (Mensch)

- 1 Wähle eine interessante Steigung C aus.
- 2 Setze $C = f(V, t)$ und berechne für beliebige Punkte t_n .
- 3 Zeichne diese sogenannten Isoklinen ein.



Isoklinen geben eine Aussage über Lösungen auch wenn diese im allgemeinen nicht bestimmt werden kann z.B:

- Identifizierung von Gebieten in denen die Lösung **sehr steil** ist.
- Identifizierung von Gebieten in denen die Lösungen **streuen**.



Beispiel: Richtungsfeld

$$\frac{dV}{dt} = 1 + t - V$$

Tafel Mitschrift

$$\frac{dV}{dt} = 1 + t - V$$

$$\underline{0} = 1 + t - V$$

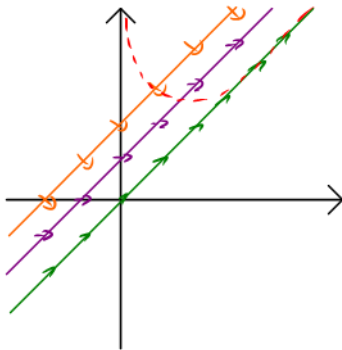
$$V = 1 + t$$

$$\underline{1} = 1 + t - V$$

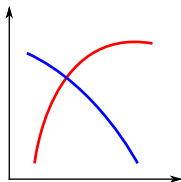
$$V = t$$

$$\underline{-1} = 1 + t - V$$

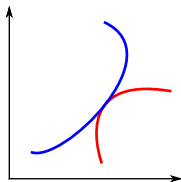
$$V = 2 + t$$



Allgemein gilt: Zwei Integralkurven kreuzen sich nicht



Zwei Integralkurven berühren sich nicht.



Es gibt am Punkt (t_n, V_n) eine und nur eine Lösung



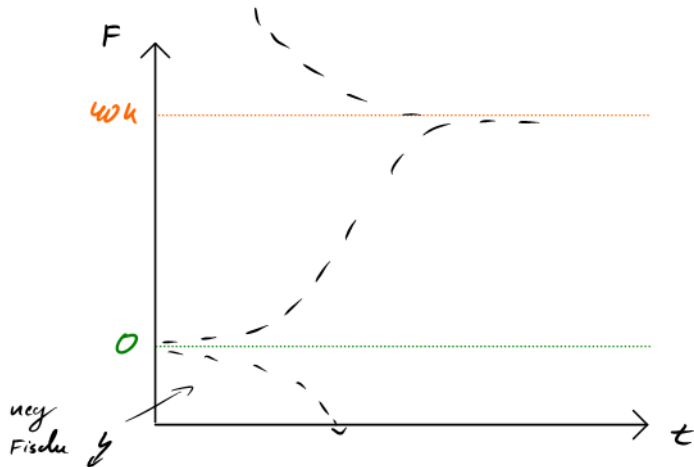
Die Herangehensweise hilft auch dynamische Systeme einfach zu verstehen.

Fischpopulation in einem Fischteich.

Tafel Mitschrift

$$\frac{dP}{dt} = 0,25 \frac{1}{a} \cdot P \cdot \left(1 - \frac{P}{40 \cdot 10^3} \right)$$

Handwritten notes in red:
- "Veränderung" with an arrow pointing to $\frac{dP}{dt}$
- "Population" with an arrow pointing to P



$$\frac{dP}{dt} = 0,25 \frac{1}{a} \cdot P \cdot \left(1 - \frac{P}{40 \cdot 10^3} \right) - R$$

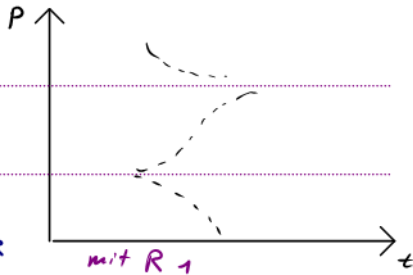
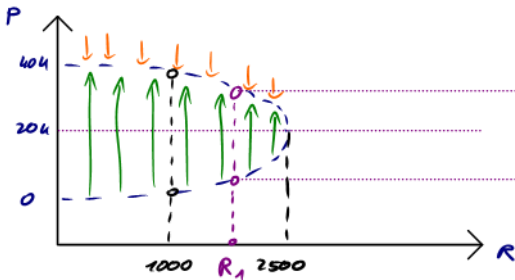
Fangrate $R = \left[\frac{1}{a} \right]$

$$0 = 0,25 \frac{1}{a} \cdot P \cdot \left(1 - \frac{P}{40k}\right) - R$$

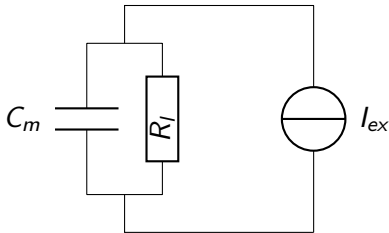
$$0 = \frac{0,25}{40k} P^2 - 0,25 \frac{1}{a} P + R$$

$$P_{1/2} = 20k \pm 40k \cdot \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{R}{0,25 \frac{1}{a} \cdot 40k}}$$

$$= 0 \text{ @ } 2500 \frac{1}{a}$$



Ein einfaches elektrisches Ersatzschaltbild einer Zelle:





Fragen?