

Homework 2

Mathematical Basics 1

Stefan Röhrh

Technische Universität München, Arcisstraße 21, Munich, Germany

Email: stefan.roehrl@tum.de

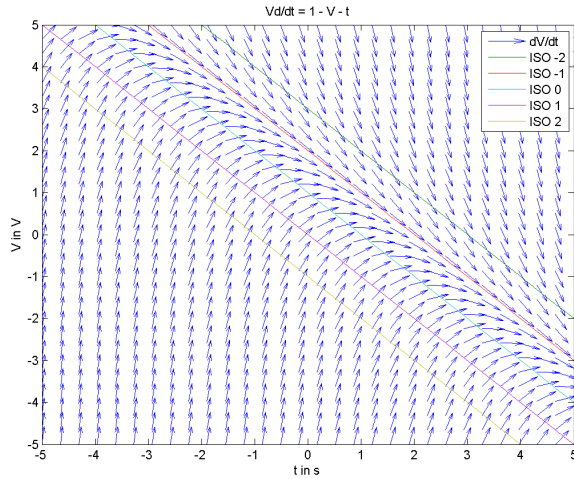


Figure 1. Richtungsfeld der Differentialgleichung (1)

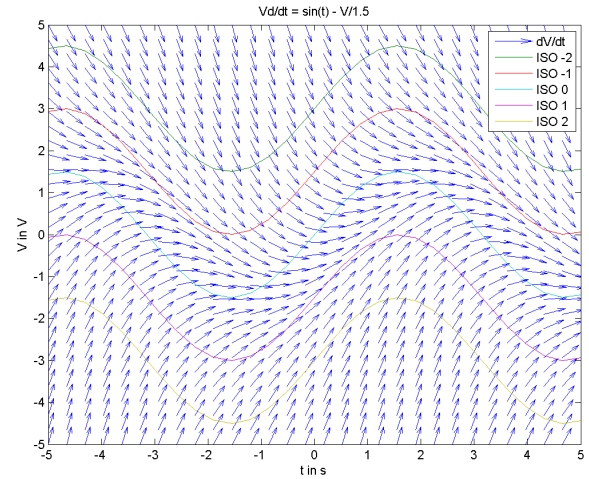


Figure 2. Richtungsfeld der Differentialgleichung (2)

I. PLOT SLOPE FIELDS AND ISOCLINE

In Abb. 1 ist das Richtungsfeld und die Isoklinen der Differentialgleichung 1 aufgezeichnet. Egal in welchem Punkt man startet man landet auf der Isoklinen mit $\frac{dV}{dt} = -1$.

$$\frac{dV}{dt} = 1 - V - t \quad (1)$$

In Abb. 2 ist das Richtungsfeld und die Isoklinen der Differentialgleichung 2 aufgezeichnet.

$$\frac{dV}{dt} = \sin(t) - \frac{V}{1.5} \quad (2)$$

II. DIFFERENTIAL EQUATIONS OF A SIMPLE CELL MODEL

Die Differentialgleichung für das "leaky integrate and fire neuron" erschließt sich folgendermaßen:

$$I_{ex} = I_{C_m} + I_{R_l} \quad (3)$$

$$I_{C_m} = C_m \cdot \frac{dV}{dt} \quad (4)$$

$$I_{R_l} = \frac{V}{R_l} \quad (5)$$

$$I_{ex} = C_m \cdot \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R_l} \quad (6)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{C_m} \left(I_{ex} - \frac{V}{R_l} \right) \quad (7)$$

Mit der Definition von $I_{ex} = I_{max} \sin(t)$ und einem zusätzlichen konstanten Strom D ergibt sich für die Differentialgleichung diese Form:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{C_m} \left(I_{max} \sin(t) + D - \frac{V}{R_l} \right) \quad (8)$$

In den folgenden Betrachtungen gilt: $R_l = 1\Omega$, $C_m = 1F$
 In Abb. 3 ist zu erkennen, dass wenn kein externer Strom anliegt, die Zelle immer auf ein Potential von 0V zurück kehrt. Dies geschieht durch den Leck-Strom durch den Widerstand R_l .

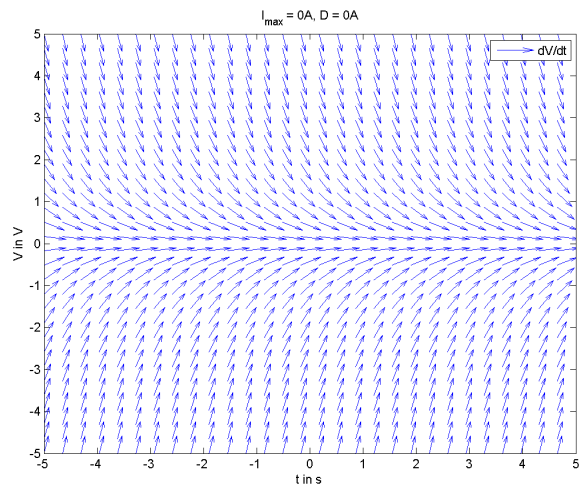


Figure 3. Richtungsfeld mit $I_{max} = 0A$, $D = 0A$

In Abb. 4 ist zu sehen, wie sich die Zelle verhält wenn ein sinusförmiger Strom eingepreßt wird.

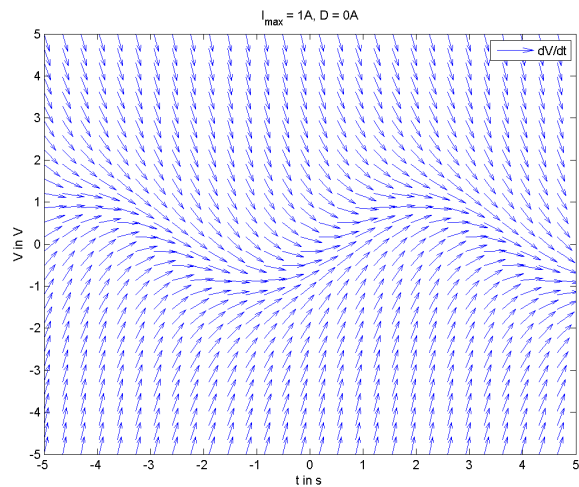


Figure 4. Richtungsfeld mit $I_{max} = 1A$, $D = 0A$

Der externe konstante Strom in Abb. 5 sorgt dafür, dass sich die Zelle unter eine Vorspannung befindet. Der Kondensator wird soweit aufgeladen bis der komplette Strom über R_l abfließt. Somit wird das Potential konstant bei 2V gehalten. Wird die Zelle auf ein anderes Potential angeregt, kehrt sie wieder zum 2V Potential zurück.

Wird nun zusätzlich ein sinusförmiger Strom eingepreßt schwingt die Zelle um das 2V Potential (vgl. Abb. 6).

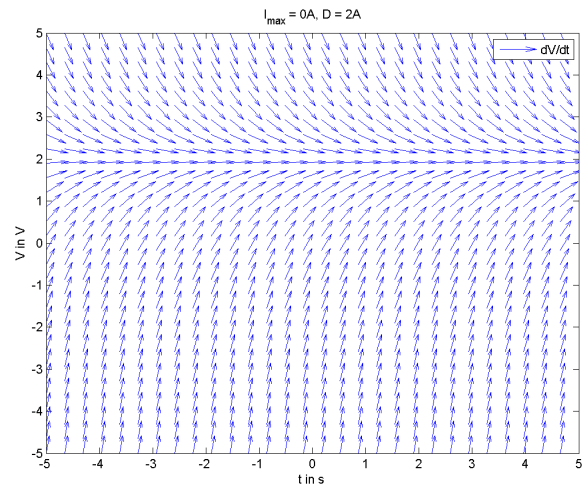


Figure 5. Richtungsfeld mit $I_{max} = 0A$, $D = 2A$

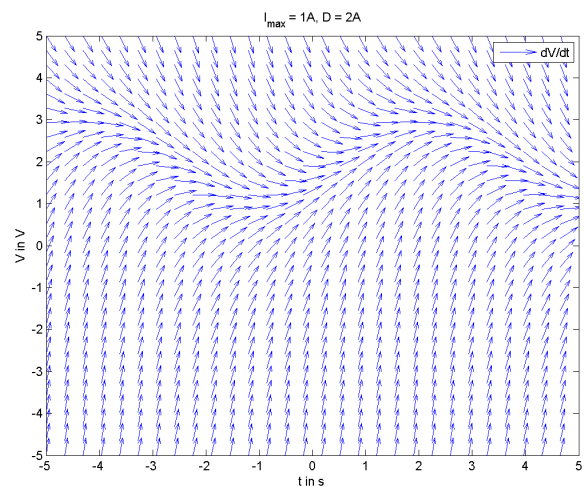


Figure 6. Richtungsfeld mit $I_{max} = 1A$, $D = 2A$