

# **Лабораторная работа №3**

**Математическое моделирование**

Яссин Мохамед Аламин

# Содержание

|   |                              |    |
|---|------------------------------|----|
| 1 | Цель работы                  | 5  |
| 2 | Теоретическая справка        | 6  |
| 3 | Выполнение работы вариант 55 | 7  |
| 4 | Вывод                        | 14 |
| 5 | Список литературы            | 15 |

# Список иллюстраций

|     |          |           |    |
|-----|----------|-----------|----|
| 3.1 | случай 1 | . . . . . | 10 |
| 3.2 | случай 1 | . . . . . | 12 |

## Список таблиц

# 1 Цель работы

Рассмотреть простейшую модель боевых действий – модель Ланчестера.

## 2 Теоретическая справка

Модель Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

В этой работе рассмотрим три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками.
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов.
3. Боевые действия между партизанскими отрядами.

### 3 Выполнение работы вариант 55

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 65300 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 55500 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a, b, c, h$  постоянны. Также считаем  $P(t)$  и  $Q(t)$  непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев: 1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{dx}{dt} = -0.67x - 0.54y + \sin(5t) + 1$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.491x - 0.37y + \cos(5t) + 1$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{dx}{dt} = -0.278x - 0.701y + |\sin(2t)|$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.502xy - 0.188x + |\cos(12t)|$$

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

### 3. Боевые действия между партизанскими отрядами

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);

скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);

скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t); \\ \frac{dy}{dt} &= -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)\end{aligned}$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены  $-a(t)x(t)$  и  $-h(t)y(t)$ , члены  $-b(t)y(t)$  и  $-c(t)x(t)$  отражают потери на поле боя. Коэффициенты  $b(t)$  и  $c(t)$  указывают на эффективность боевых действий со стороны  $y$  и  $x$  соответственно,  $a(t)$ ,  $h(t)$  - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции  $P(t)$ ,  $Q(t)$  учитывают возможность подхода подкрепления к войскам  $X$  и  $Y$  в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории,



пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид (в этой системе все величины имею тот же смысл):

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t); \\ \frac{dy}{dt} &= -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)\end{aligned}$$

### **Code open modelica**

```
model case1
Parameter Real a=0.67;
Parameter Real b= 0.54;
Parameter Real c=0.491;
Parameter Real h=0.37;

Parameter Real x0=65300
Parameter Real y0=55500

equation
    der(x)= -a*x - b*y + sin(5*time)+1
    der(y)= -c*x - h*y + cos(5*time)+1

end case1;

model case2
Parameter Real a=0.278;
Parameter Real b= 0.701;
Parameter Real c=0.502;
Parameter Real h=0.188;
```

Parameter Real  $x_0=65300$

Parameter Real  $y_0=55500$

equation

$$\text{der}(x) = -a*x - b*y + \text{abs}(\sin(2*\text{time}))$$
$$\text{der}(y) = -c*x*y - h*y + \text{abs}(\cos(12*\text{time}))$$

end case 2

Получили 2 графика: (рис.1):

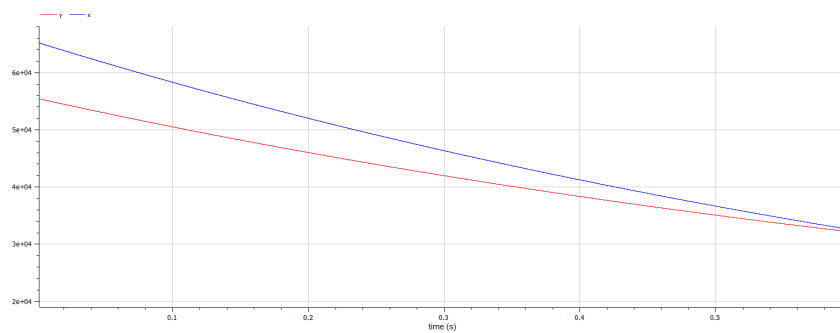
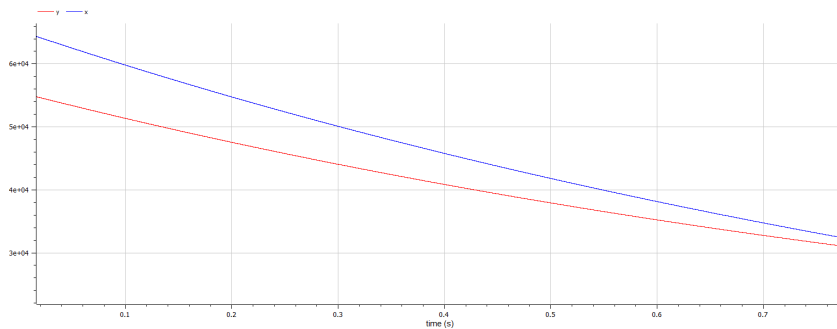


Рис. 3.1: случай 1



(рис.2):

**Code Julia**

using Plots

using DifferentialEquations

$x_0 = 65300$

$y_0 = 55500$

```

t0 = 0
tmax =0.1

a=0.67;
b= 0.54;
c=0.491;
h=0.37;

a2=0.278;
b2= 0.701;
c2=0.502;
h2=0.188;
function P(t)
return sin(5*t)+1
end
function Q(t)
return cos(5*t)+1
end
function P2(t)
return abs(sin(2*t))
end
function Q2(t)
return abs(cos(12*t))
end

function syst(dy, y, p, t)
dy[1] = -a*y[1] - b*y[2] + P(t)
dy[2] = -c*y[1] - h*y[2] + Q(t)
end

```

```

function syst2(dy, y, p, t)
dy[1] = -a2*y[1] - b2*y[2] + P2(t)
dy[2] = -c2*y[1]*y[2] - h2*y[2] + Q2(t)
end
u0 = [x0; y0]
tspan = (t0, tmax)
t = collect(LinRange(0, 1, 100))
prob = ODEProblem(syst, u0, tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)
prob2 = ODEProblem(syst2, u0, tspan)
sol2 = solve(prob2, saveat=t)
plot(sol)
plot(sol2)

```

Получили 2 графика: (рис.3):

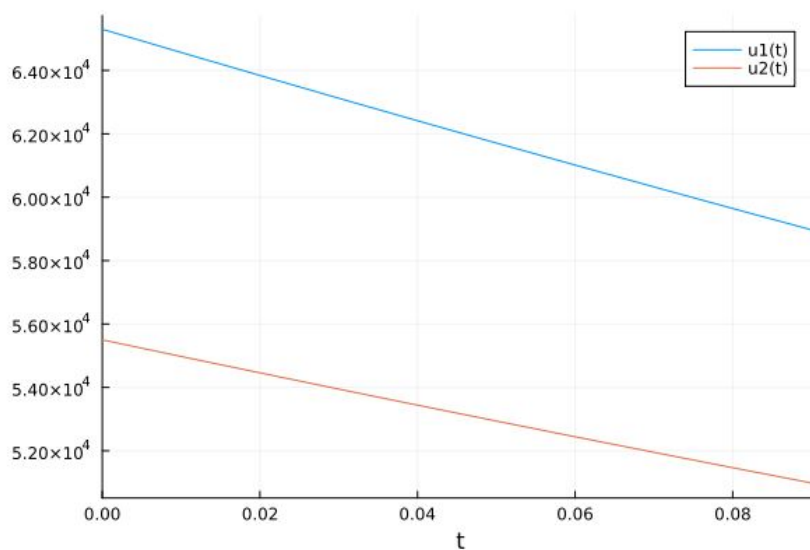
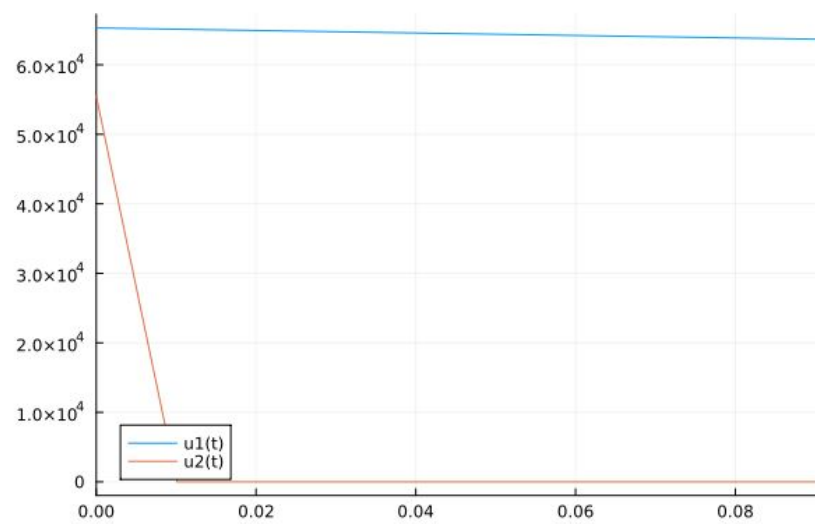


Рис. 3.2: случай 1



(рис.4):

## 4 Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы я рассмотрел и построил простейшую модель боевых действий – модель Ланчестера.

## 5 Список литературы

Кулябов Д. С. *Лабораторная работа №3* [1].

Julia wiki page [2].

1. Unknown. Лабораторная работа №2 [Электронный ресурс]. Unknown. URL: [https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971566/mod\\_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%202.pdf](https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971566/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%202.pdf).
2. Wikipedia contributors. Julia (Programming Language) [Электронный ресурс]. 2023. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Julia\\_\(programming\\_language\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Julia_(programming_language)).