

# **Отчет по лабораторной работе №5**

**Модель хищник-жертва - вариант 55**

**Яссин Мохамад Аламин**

# **Содержание**

<b>1 Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2 Задание</b>	<b>6</b>
<b>3 Выполнение лабораторной работы</b>	<b>7</b>
3.1 Теоретические сведения . . . . .	7
3.2 Задача . . . . .	8
<b>4 Выводы</b>	<b>12</b>

# **Список иллюстраций**

3.1 График численности жертв и хищников от времени . . . . .	9
3.2 График численности хищников от численности жертв . . . . .	9
3.3 График численности жертв и хищников от времени . . . . .	11
3.4 График численности хищников от численности жертв . . . . .	11

# **Список таблиц**

# **1 Цель работы**

Изучить модель хищник-жертва

## **2 Задание**

1. Построить график зависимости  $x$  от  $y$  и графики функций  $x(t), y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

# 3 Выполнение лабораторной работы

## 3.1 Теоретические сведения

В данной лабораторной работе рассматривается математическая модель системы «Хищник-жертва».

Рассмотрим базисные компоненты системы. Пусть система имеет  $X$  хищников и  $Y$  жертв. И пусть для этой системы выполняются следующие предположения: (Модель Лотки-Вольтерра) 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases}$$

Параметр  $a$  определяет коэффициент смертности хищников,  $b$  – коэффициент естественного прироста хищников,  $c$  – коэффициент прироста жертв и  $d$  – коэффициент смертности жертв

В зависимости от этих параметрах система и будет изменяться. Однако следует выделить одно важное состояние системы, при котором не происходит

никаких изменений как со стороны хищников, так и со стороны жертв. Это, так называемое, стационарное состояние системы. При нем, как уже было отмечено, изменение численности популяции равно нулю. Следовательно, при отсутствии изменений в системе  $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$

Пусть по условию есть хотя бы один хищник и хотя бы одна жертва:  $x > 0, y > 0$ . Тогда стационарное состояние системы определяется следующим образом:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

## 3.2 Задача

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.14x(t) + 0.041y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.23y(t) - 0.034y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 8, y_0 = 21$ . Найдите стационарное состояние системы

Code OpenModelica

```
model pr5

Real x(start=8);
Real y(start=21);

parameter Real a=0.14;
parameter Real b=0.041;
parameter Real c=0.23;
parameter Real d=0.034;
```

```

equation
der(x) = -a*x + b*x*y;
der(y) = c*y - d*x*y;

end pr5;

```

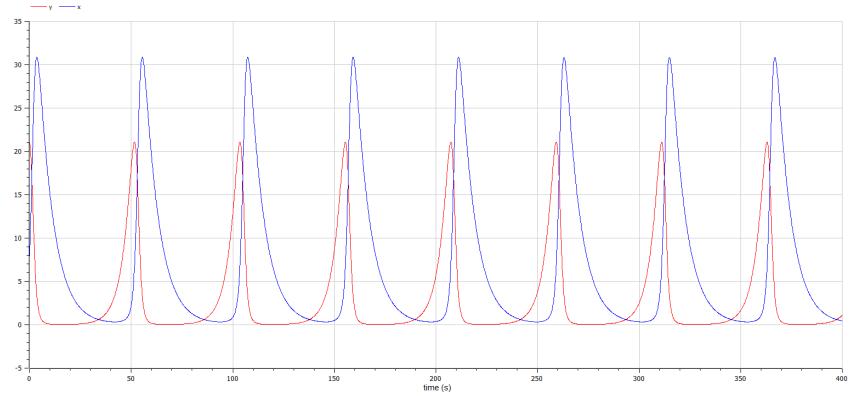


Рис. 3.1: График численности жертв и хищников от времени

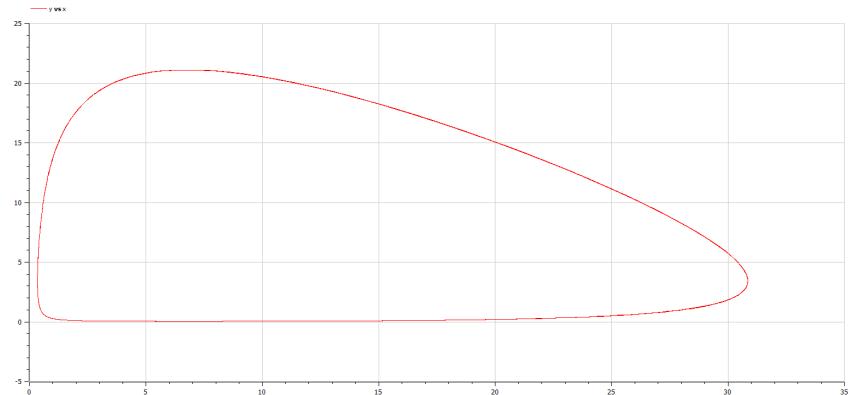


Рис. 3.2: График численности хищников от численности жертв

Code Julia

```

using Plots
using DifferentialEquations

```

```

x0 = 8
y0 = 21
u0 = [x0; y0]

t0 = 0
tmax = 100
tspan = (t0, tmax)
t = collect(LinRange(t0, tmax, 1000))

a = 0.14
b = 0.041
c = 0.23
d = 0.034

function syst(dy, y, p, t)
    dy[1] = -a*y[1] + b*y[1]*y[2]
    dy[2] = c*y[2] - d*y[1]*y[2]
end

prob = ODEProblem(syst, u0, tspan)

sol = solve(prob, saveat = t)

plot(sol)

plot(sol, idxs=(1, 2))

```

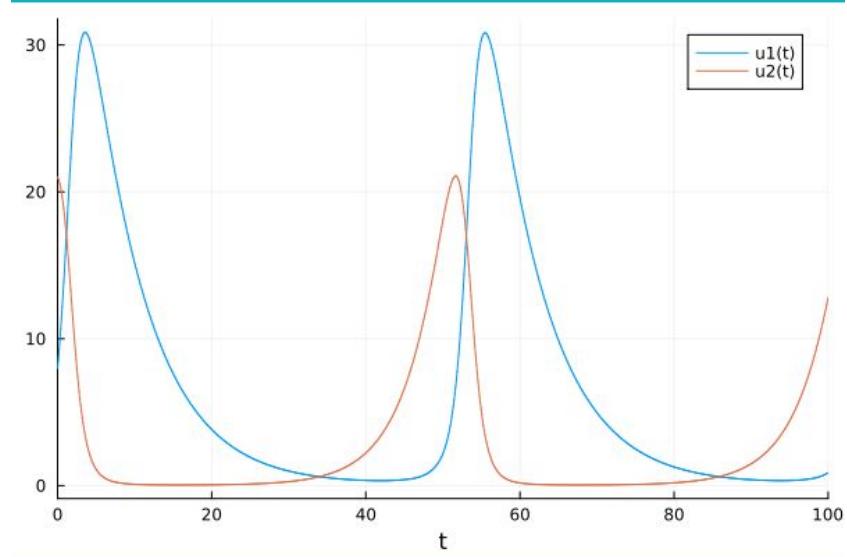


Рис. 3.3: График численности жертв и хищников от времени

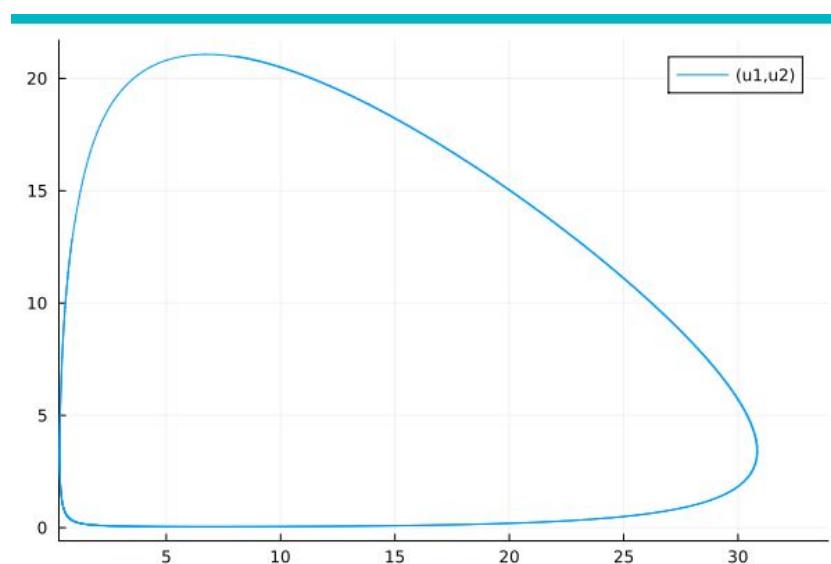


Рис. 3.4: График численности хищников от численности жертв

## **5 Список литературы**

Кулябов Д. С. *Лабораторная работа №5* [1].

Julia wiki page [2].

1. Unknown. Лабораторная работа №5 [Электронный ресурс]. Unknown.  
URL: [https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971547/mod\\_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%204.pdf](https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971547/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%204.pdf).
2. Wikipedia contributors. Julia (Programming Language) [Электронный ресурс].  
2023. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Julia\\_\(programming\\_language\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Julia_(programming_language)).