Trabalho Prático 3

Bruno Jardim (A91680) e José Ferreira(A91636)

> O objetivo deste trabalho é o uso de SMT's para modelar e verificar propriedades lógicas de sistemas dinâmicos. O trabalho pode ser executado em Z3 , como o seu "wrapper" específico, ou desejavelmente com o "wrapper" PySMT , usando Z3 e MatSAT e comparando os resultados.

No contexto do sistema de travagem ABS ("Anti-Lock Breaking System"), pretende-se construir um autómato híbrido que descreva o sistema e que possa ser usado para verificar as suas propriedades dinâmicas.

1. A componente discreta do autómato contém os modos: `Start` , `Free` , `Stopping` , `Blocked` , e `Stopped` . No modo `Free` não existe qualquer força de travagem; no modo `Stopping` aplica-se a força de travagem alta; no modo `Blocked` as rodas estão bloqueadas em relação ao corpo mas o veículo desloca-se; no modo `Stopped` o veículo está imobilizado.

1. A componente contínua do autómato usa variáveis contínuas V, v para descrever a `velocidade do corpo` do veículo em relação ao solo e a `velocidade linear das rodas` também em relação ao solo. Assume-se que o sistema de travagem exerce uma força de atrito nos travões proporcional à diferença das duas velocidades. A dinâmica contínua está descrita abaixo no bloco Equaçoes de Fluxo.

1. Os "switchs" ("jumps") são a componente de projeto deste trabalho; cabe ao aluno definir quais devem ser estas condições de modo a que o sistema tenha um comportamento desejável: imobilize-se depressa e não "derrape" muito.

1. Faça
   A. Defina um autómato híbrido que descreva a dinâmica do sistema segundo as notas abaixo indicadas e com os "switchs" por si escolhidos.
   B. Modele em lógica temporal linear LT propriedades que caracterizam o comportamento desejável do sistema. Nomeadamente
      a. "o veículo imobiliza-se completamente em menos de t segundos"
      b. "a velocidade V diminui sempre com o tempo".
   C. Codifique em SMT's o modelo que definiu em a.
   D. Codifique a verificação das propriedades temporais que definiu em b.

In [ ]:

```python
import matplotlib.pyplot as plt
def constantes_plot(a, b, c, P, time, v_inicial, epsilon):
    v = v_inicial
    r = v_inicial
    t = 0
    V = [v]
    R = [r]
    T = [t]
    dt = 0.1
    x = 0.3
    timer = 0
    m = "free"
    while(t<time and (v>0 or r>0)):
        if v <= 0.1 :
            m = "stopped"
        print(str(t)+':'+m)
        if timer > x and m== "free":
            c = 2
            m = "stopping"
            timer = 0
        elif m=="stopping" and ( (v - r) <= epsilon or timer > x) :
            c = 0.2

            m = "blocked"
            timer = 0
        elif timer >  x and m == "blocked":
            #c = 0.1
            m = "free"
            timer = 0
            var = (-a*P-b)*dt
            v  += var
            r += var
            timer += dt
            t += dt
            V.append(v)
            R.append(r)
            T.append(t)
            continue
        timer += dt
        v,r  = v +(-c*(v-r)-b)*dt, r + (-a*P + c *(v-r))*dt
        t += dt
        V.append(v)
        R.append(r)
        T.append(t)
    m = "stopped"
    plt.plot(T,V,T,R)
constantes_plot(0.01, 2, 0.2, 1500, 20, 27, 0.5)
```

Inicialização das variáveis

In [1]:

```python
import matplotlib.pyplot as plt
from z3 import *
Mode,  (START,STOPPING,STOPPED,BLOCKED,FREE) = EnumSort('Mode',  ('START','STOPPING','STOPPED','BLOCKED','FREE'))

def declare(i):
    state = {}
    state['Vr'] = Real('Vr'+str(i))
    state['Vc'] = Real('Vc'+str(i))
    state['t']  = Real('t' +str(i))
    state['m']  = Const('m'+str(i),Mode)
    state['timer'] = Real('timer'+str(i))
    return state
```

Transições

Para assegurar o comportamento desejado do sistema ABS definimos as seguintes transições, visíveis no seguinte autómato:

Untimed

> `Start` → `Free` \newline `Stopping` → `Stopped` \newline `Free` → `Stopped` \newline `Blocked` → `Stopped` \newline `Free` → `Stopping` \newline `Stopping` → `Blocked` \newline `Blocked` → `Free`
>
> ### Timed
>
> `Free` → `Free` \newline `Stopping` → `Stopping` \newline `Blocked` → `Blocked` \newline `Stopped` → `Stopped`

title

In [42]:

```python
a, b, c1,c2, P, tau,intervalo = 0.01, 0.5, 0.5,10, 1000, 0.1,0.1

def init(s, v_input, a, b, c):
  #t -> tempo, m-> modo, v-> velocidade rodas, V -> velocidade corpo
  return And(s['t'] == 0, s['m'] == START, s['Vr'] == v_input, s['Vc'] == v_input)

def trans(s, p):
  #untimed
    #alwayspositive = And(s['Vr']>=0,s['Vc']>=0)
    #nextpositive = And(p['Vr']>=0,p['Vc']>=0)
    #limite     = And(s['Vr']<=s['Vc'])
    #limsup     = And(s['Vr']<=s['Vc'],p['Vr']<=p['Vc'])
    #alwaysdecrease = And(s['Vr']>p['Vr'],s['Vc']>p['Vc'])
    #blockspeed = And(p['Vc']<=0.1,s['Vr']<=0.1)
    #stoplim = And(p['Vr']-s['Vr']<=3)

    stopping_stopped = And( s['t']  == p['t'],
                            s['m']  == STOPPING,
                            p['m']  == STOPPED,
                            s['Vc'] <= 0.1,
                            s['Vr'] <= 0.1,
                            p['Vc'] == 0,
                            p['Vr'] == 0,
                            p['timer'] == 0
                          )

    free_stopped    =  And( s['t'] == p['t'],
                            s['m'] == FREE,
                            p['m'] == STOPPED,
                            s['Vc'] <= 0.1,
                            s['Vr'] <= 0.1,
                            p['Vc'] == 0,
                            p['Vr'] == 0,
                            p['timer'] == 0
                          )

    start_free       = And( s['t'] == p['t'],
                            s['Vr'] == p['Vr'],
                            s['Vc'] == p['Vc'],
                            s['m'] == START,
                            p['m'] == FREE,
                            s['timer'] == 0,
                            p['timer'] == 0 )

    free_stopping    = And( s['t'] == p['t'],
                            s['Vr'] == p['Vr'],
                            s['Vc'] == p['Vc'],
                            s['m'] == FREE,
                            p['m'] == STOPPING,
                            p['timer']==0,
                            #s['Vc'] >  0,
                            s['Vr'] > 0.1,
                            Or(s['timer']>=tau,s['Vc'] - s['Vr']>=0.1)
                          )

    stopping_blocked = And( s['t'] == p['t'],
                            s['Vr'] == p['Vr'],
                            s['Vc'] == p['Vc'],
                            s['m'] == STOPPING,
                            p['m'] == BLOCKED,
                            s['Vc'] < s['Vr'] + 0.2,
                            s['timer'] == 0,
                            p['timer'] == 0,
                            #s['Vc'] > 0,
                            s['Vr'] > 0.1
                          )

    blocked_stopped = And(  s['t'] == p['t'],
                            s['m'] == BLOCKED,
                            p['m'] == STOPPED,
                            #s['timer'] == 0,
                            s['Vc'] <= 0.1,
                            s['Vr'] <= 0.1,
                            p['Vc'] == 0,
                            p['Vr'] == 0,
                            p['timer'] == 0
                         )

    blocked_free     = And( s['t'] == p['t'],
                            s['Vr'] == p['Vr'],
                            s['Vc'] == p['Vc'],
                            s['m'] == BLOCKED,
                            p['m'] == FREE,
                            s['timer']>=tau,
                            p['timer']==0,
                            #s['Vc'] > 0,
                            s['Vr'] > 0.1
                          )




  #timed

    free_free = And(s['m'] == FREE,
                    p['m'] == FREE,
                    p['Vc']   == s['Vc'] +   (-c1 * (s['Vc'] - s['Vr']) -b) * intervalo,
                    p['Vr']   == s['Vr'] +   (-a * P + c1 * (s['Vc'] - s['Vr'])) * intervalo,
                    p['t'] == s['t']+intervalo,
                    #p['Vc'] + 1 >= s['Vc'],
                    p['timer']==s['timer']+intervalo,
                    #p['Vc'] >=0,

                    p['timer']<=tau,
                    s['Vr'] > 0.1,
                    #alwaysdecrease,
                    #stoplim
                   )
                    #alwaysdecrease,
                    #limsup,
                    #limite,
                    #alwayspositive

    stopping_stopping = And(s['m'] == STOPPING, p['m'] == STOPPING,
                            p['Vc']   == s['Vc'] +   (-c2 * (s['Vc'] - s['Vr']) - b) * intervalo,
                            p['Vr']   == s['Vr'] +   (-a * P + c2 * (s['Vc'] - s['Vr'])) * intervalo,
                            s['Vc'] > s['Vr'] + 0.2,
                            p['t'] == s['t']+intervalo,
                            s['timer'] == p['timer'],
                            #p['Vc']>0.1,
                            #alwaysdecrease,
                            #stoplim
                           )
                            #limsup,
                            #limite,
                            #alwayspositive

    blocked_blocked = And(s['m'] == BLOCKED, p['m'] == BLOCKED,

                          p['Vc']   == s['Vc'] + (-a*P-b)*intervalo,
                          p['Vr']   == s['Vr'] + (-a*P-b)*intervalo,
                          p['t'] == s['t']+intervalo,
                          p['timer']==s['timer']+intervalo,
                          #p['Vc']>0.1,
                          p['timer']<=tau,
                          #p['Vc'] <= p['Vr']+0.2,
                          #limite,
                          #limsup,
                          #alwayspositive,
                          #alwaysdecrease
                         )

    stopped_stopped = And(s['m'] == STOPPED,
                          p['m'] == STOPPED,
                          p['t'] == s['t']+intervalo,
                          s['timer'] == 0,
                          p['timer'] == 0,
                          s['Vr'] == p['Vr'],
                          s['Vc'] == p['Vc'])
                          #limite,
                          #alwayspositive,
                          #blockspeed

    return Or( stopping_blocked,stopping_stopped,free_stopped, blocked_stopped,start_free, free_stopping, block
```

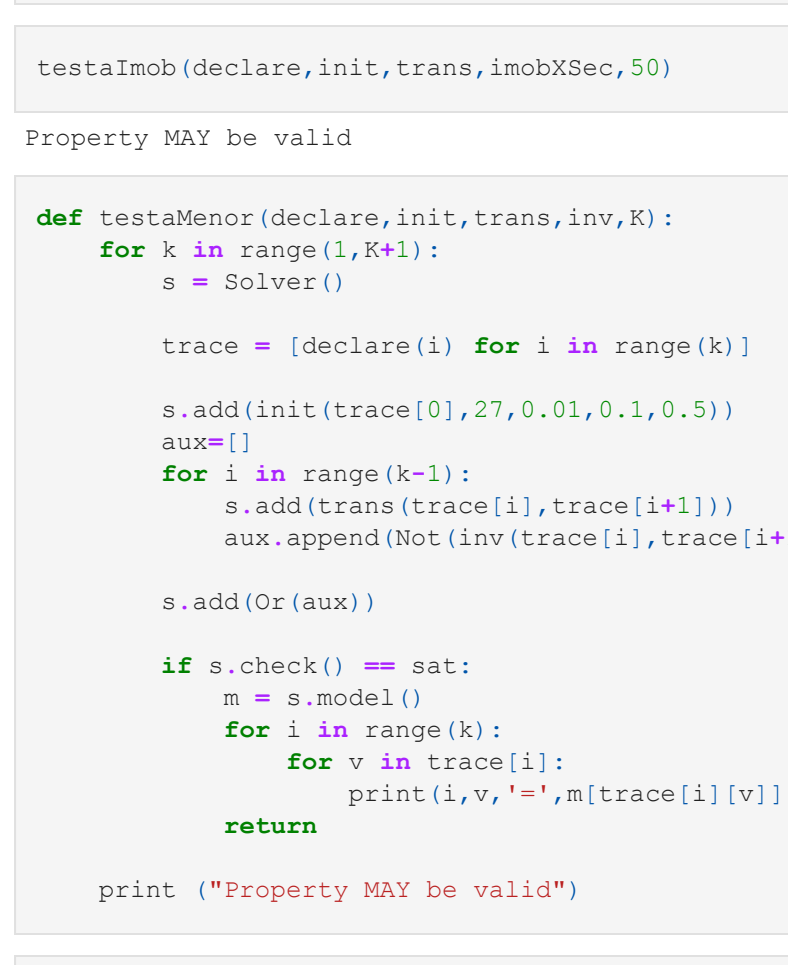
In [43]:

```python
def frac2float(x):
    #print(x)
    return float(x.numerator_as_long())/float(x.denominator_as_long())
def gera_traco(declare, init, trans, k):
    T=[]
    VV=[]
    VR=[]
    s = Solver()
    traco = [declare(i) for i in range(k)]

    s.add(init(traco[0], 27,0.01,0.1,0.5))

    for i in range(k-1):
        s.add(trans(traco[i], traco[i+1]))

    #s.add(traco[k-1]['m'] == STOPPED) toma carrico

    if s.check() == sat:
        m = s.model()

        T  = [frac2float(m[traco[i]["t"]] ) for i in range(k)]
        VV = [frac2float(m[traco[i]["Vc"]]) for i in range(k)]
        VR = [frac2float(m[traco[i]["Vr"]]) for i in range(k)]
        for i in range(k):
            print("Estado:", i)
            for v in traco[i]:

                res = m[traco[i][v]]
                #print(res)



                if res.sort() != RealSort():
                    print(v, '=', res)
                else:
                    print(v, '=', float(res.numerator_as_long())/float(res.denominator_as_long()))
            print()
    else:
        print("Não tem solução.")
    plt.plot(T, VV, T, VR)
```

In [45]:

```python
gera_traco(declare, init, trans,80)
```

```
Estado: 0
Vr = 27.0
Vc = 27.0
t = 0.0
m = START
timer = 0.0

Estado: 1
Vr = 27.0
Vc = 27.0
t = 0.0
m = FREE
timer = 0.0

Estado: 2
Vr = 26.0
Vc = 26.95
t = 0.1
m = FREE
timer = 0.1

Estado: 3
Vr = 26.0
Vc = 26.95
t = 0.1
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 4
Vr = 25.95
Vc = 25.95
t = 0.2
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 5
Vr = 25.95
Vc = 25.95
t = 0.2
m = BLOCKED
timer = 0.0

Estado: 6
Vr = 24.9
Vc = 24.9
t = 0.3
m = BLOCKED
timer = 0.1

Estado: 7
Vr = 24.9
Vc = 24.9
t = 0.3
m = FREE
timer = 0.0

Estado: 8
Vr = 23.9
Vc = 24.85
t = 0.4
m = FREE
timer = 0.1

Estado: 9
Vr = 23.9
Vc = 24.85
t = 0.4
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 10
Vr = 23.85
Vc = 23.85
t = 0.5
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 11
Vr = 23.85
Vc = 23.85
t = 0.5
m = BLOCKED
timer = 0.0

Estado: 12
Vr = 22.8
Vc = 22.8
t = 0.6
m = BLOCKED
timer = 0.1

Estado: 13
Vr = 22.8
Vc = 22.8
t = 0.6
m = FREE
timer = 0.0

Estado: 14
Vr = 21.8
Vc = 22.75
t = 0.7
m = FREE
timer = 0.1

Estado: 15
Vr = 21.8
Vc = 22.75
t = 0.7
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 16
Vr = 21.75
Vc = 21.75
t = 0.8
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 17
Vr = 21.75
Vc = 21.75
t = 0.8
m = BLOCKED
timer = 0.0

Estado: 18
Vr = 20.7
Vc = 20.7
t = 0.9
m = BLOCKED
timer = 0.1

Estado: 19
Vr = 20.7
Vc = 20.7
t = 0.9
m = FREE
timer = 0.0

Estado: 20
Vr = 19.7
Vc = 20.65
t = 1.0
m = FREE
timer = 0.1

Estado: 21
Vr = 19.7
Vc = 20.65
t = 1.0
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 22
Vr = 19.65
Vc = 19.65
t = 1.1
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 23
Vr = 19.65
Vc = 19.65
t = 1.1
m = BLOCKED
timer = 0.0

Estado: 24
Vr = 18.6
Vc = 18.6
t = 1.2
m = BLOCKED
timer = 0.1

Estado: 25
Vr = 18.6
Vc = 18.6
t = 1.2
m = FREE
timer = 0.0

Estado: 26
Vr = 17.6
Vc = 18.55
t = 1.3
m = FREE
timer = 0.1

Estado: 27
Vr = 17.6
Vc = 18.55
t = 1.3
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 28
Vr = 17.55
Vc = 17.55
t = 1.4
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 29
Vr = 17.55
Vc = 17.55
t = 1.4
m = BLOCKED
timer = 0.0

Estado: 30
Vr = 16.5
Vc = 16.5
t = 1.5
m = BLOCKED
timer = 0.1

Estado: 31
Vr = 16.5
Vc = 16.5
t = 1.5
m = FREE
timer = 0.0

Estado: 32
Vr = 15.5
Vc = 16.45
t = 1.6
m = FREE
timer = 0.1

Estado: 33
Vr = 15.5
Vc = 16.45
t = 1.6
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 34
Vr = 15.45
Vc = 15.45
t = 1.7
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 35
Vr = 15.45
Vc = 15.45
t = 1.7
m = BLOCKED
timer = 0.0

Estado: 36
Vr = 14.4
Vc = 14.4
t = 1.8
m = BLOCKED
timer = 0.1

Estado: 37
Vr = 14.4
Vc = 14.4
t = 1.8
m = FREE
timer = 0.0

Estado: 38
Vr = 13.4
Vc = 14.35
t = 1.9
m = FREE
timer = 0.1

Estado: 39
Vr = 13.4
Vc = 14.35
t = 1.9
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 40
Vr = 13.35
Vc = 13.35
t = 2.0
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 41
Vr = 13.35
Vc = 13.35
t = 2.0
m = BLOCKED
timer = 0.0

Estado: 42
Vr = 12.3
Vc = 12.3
t = 2.1
m = BLOCKED
timer = 0.1

Estado: 43
Vr = 12.3
Vc = 12.3
t = 2.1
m = FREE
timer = 0.0

Estado: 44
Vr = 11.3
Vc = 12.25
t = 2.2
m = FREE
timer = 0.1

Estado: 45
Vr = 11.3
Vc = 12.25
t = 2.2
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 46
Vr = 11.25
Vc = 11.25
t = 2.3
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 47
Vr = 11.25
Vc = 11.25
t = 2.3
m = BLOCKED
timer = 0.0

Estado: 48
Vr = 10.2
Vc = 10.2
t = 2.4
m = BLOCKED
timer = 0.1

Estado: 49
Vr = 10.2
Vc = 10.2
t = 2.4
m = FREE
timer = 0.0

Estado: 50
Vr = 9.2
Vc = 10.15
t = 2.5
m = FREE
timer = 0.1

Estado: 51
Vr = 9.2
Vc = 10.15
t = 2.5
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 52
Vr = 9.15
Vc = 9.15
t = 2.6
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 53
Vr = 9.15
Vc = 9.15
t = 2.6
m = BLOCKED
timer = 0.0

Estado: 54
Vr = 8.1
Vc = 8.1
t = 2.7
m = BLOCKED
timer = 0.1

Estado: 55
Vr = 8.1
Vc = 8.1
t = 2.7
m = FREE
timer = 0.0

Estado: 56
Vr = 7.1
Vc = 8.05
t = 2.8
m = FREE
timer = 0.1

Estado: 57
Vr = 7.1
Vc = 8.05
t = 2.8
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 58
Vr = 7.05
Vc = 7.05
t = 2.9
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 59
Vr = 7.05
Vc = 7.05
t = 2.9
m = BLOCKED
timer = 0.0

Estado: 60
Vr = 6.0
Vc = 6.0
t = 3.0
m = BLOCKED
timer = 0.1

Estado: 61
Vr = 6.0
Vc = 6.0
t = 3.0
m = FREE
timer = 0.0

Estado: 62
Vr = 5.0
Vc = 5.95
t = 3.1
m = FREE
timer = 0.1

Estado: 63
Vr = 5.0
Vc = 5.95
t = 3.1
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 64
Vr = 4.95
Vc = 4.95
t = 3.2
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 65
Vr = 4.95
Vc = 4.95
t = 3.2
m = BLOCKED
timer = 0.0

Estado: 66
Vr = 3.9
Vc = 3.9
t = 3.3
m = BLOCKED
timer = 0.1

Estado: 67
Vr = 3.9
Vc = 3.9
t = 3.3
m = FREE
timer = 0.0

Estado: 68
Vr = 2.9
Vc = 3.85
t = 3.4
m = FREE
timer = 0.1

Estado: 69
Vr = 2.9
Vc = 3.85
t = 3.4
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 70
Vr = 2.85
Vc = 2.85
t = 3.5
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 71
Vr = 2.85
Vc = 2.85
t = 3.5
m = BLOCKED
timer = 0.0

Estado: 72
Vr = 1.8
Vc = 1.8
t = 3.6
m = BLOCKED
timer = 0.1

Estado: 73
Vr = 1.8
Vc = 1.8
t = 3.6
m = FREE
timer = 0.0

Estado: 74
Vr = 0.8
Vc = 1.75
t = 3.7
m = FREE
timer = 0.1

Estado: 75
Vr = 0.8
Vc = 1.75
t = 3.7
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 76
Vr = 0.75
Vc = 0.75
t = 3.8
m = STOPPING
timer = 0.0

Estado: 77
Vr = 0.75
Vc = 0.75
t = 3.8
m = BLOCKED
timer = 0.0

Estado: 78
Vr = -0.3
Vc = -0.3
t = 3.9
m = BLOCKED
timer = 0.1

Estado: 79
Vr = 0.0
Vc = 0.0
t = 3.9
m = STOPPED
timer = 0.0
```



Propriedades

De seguida encontram-se a definição das seguintes propriedades

1. "o veículo imobiliza-se completamente em menos de t segundos"
2. "a velocidade V diminui sempre com o tempo".

In [61]:
```
def imobXSec(state):
    return Implies(state['t']>=4,state['m']==STOPPED)
def sempreMenor(atual,prox):
    return Implies(And(atual['m']==STOPPED,atual['t']<prox['t']),atual['Vc']>prox['Vc'])
```

In [64]:
```
def testaImob(declare,init,trans,inv,K):
    for k in range(1,K+1):
        s = Solver()

        trace = [declare(i) for i in range(k)]

        s.add(init(trace[0],27,0.01,0.1,0.5))
        for i in range(k-1):
            s.add(trans(trace[i],trace[i+1]))

        s.add(Not(inv(trace[k-1])))

        if s.check() == sat:
            m = s.model()
            for i in range(k):
                for v in trace[i]:
                    print(i,v,'=',m[trace[i][v]])
            return

    print ("Property MAY be valid")
```

In [65]:
```
testaImob(declare,init,trans,imobXSec,50)
```

```
Property MAY be valid
```

In [66]:
```
def testaMenor(declare,init,trans,inv,K):
    for k in range(1,K+1):
        s = Solver()

        trace = [declare(i) for i in range(k)]

        s.add(init(trace[0],27,0.01,0.1,0.5))
        aux=[]
        for i in range(k-1):
            s.add(trans(trace[i],trace[i+1]))
            aux.append(Not(inv(trace[i],trace[i+1])))

        s.add(Or(aux))

        if s.check() == sat:
            m = s.model()
            for i in range(k):
                for v in trace[i]:
                    print(i,v,'=',m[trace[i][v]])
            return

    print ("Property MAY be valid")
```

In [67]:
```
testaMenor(declare,init,trans,sempreMenor,20)
```

```
Property MAY be valid
```

In [ ]: