第6. 3节　——区间估计的基本概念

◆区间估计的定义（*****）

◆区间估计的步骤（**）

◆单侧区间估计（**）

第6.3节　区间估计

◆ 什么是区间估计?

"由样本取值估计未知参数可靠的取值范围"

定义：设θ为总体分布中的未知参数，对于给定的概率$1-\alpha$,若存在统计量$\underline{\theta}$, $\overline{\theta}$使得下式成立

$$P\left\{\underline{\theta}<\theta<\overline{\theta}\right\}=1-\alpha$$

则称随机区间$(\underline{\theta}, \overline{\theta})$为$\theta$的$1-\alpha$双侧**置信区间**，称$1-\alpha$为**置信度**，

称$\underline{\theta}$, $\overline{\theta}$分别为**置信下限**，**置信上限**.

第6.3节　区间估计

◆ 区间估计的目的：寻找随机区间 $(\underline{\theta},\ \overline{\theta})$

$$P(\underline{\theta} < \theta < \overline{\theta}) = 1 - \alpha$$

注1：置信度$1-\alpha$表示估计的可靠程度.

注2：置信区间$\left(\underline{\theta},\ \overline{\theta}\right)$的长度表示估计的精度.

注3：可靠度与精度是一对矛盾.一般情况下,在保证一定可靠度的条件下尽可能提高估计精度.

◆ 区间估计步骤

(1)构造一个分布已知包含θ的样本函数：$W(\theta)$；

(2)构造一个如下形式的大概率事件

$$P\{a<W(\theta)<b\}=1-\alpha$$

(3)将大概率事件等价变形为：

$$P(\underline{\theta}<\theta<\overline{\theta})=1-\alpha$$

(4) $(\underline{\theta},\ \overline{\theta})$即为$\theta$的$1-\alpha$双侧置信区间

例：已知总体$X \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，$\sigma^2$为已知，$\mu$未知，$X_1,X_2,\cdots$，$X_n$为一样本，求$\mu$的置信度为$1-\alpha$的置信区间.

(1)构造一个分布已知包含θ的样本函数：$W\left(\theta\right)$；

(2)构造一个大概率事件.

$$P\left\{a < W\left(\theta\right) < b\right\} = 1-\alpha$$

(3)将大概率事件变形为：

$$P(\underline{\theta} < \theta < \overline{\theta}) = 1-\alpha$$

(4) $(\underline{\theta},\ \overline{\theta})$即为$\theta$的$1-\alpha$双侧置信区间

例：已知总体$X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，$\sigma^2$**为已知，**$\mu$**未知，**$X_1,X_2,\cdots,X_n$**为一样本，求**$\mu$ **的置信度为**$1-\alpha$**的置信区间.**

解（1）构造枢轴变量：$U=\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$

（2）构造一个大概率事件：$P\left\{\left|\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right|<u_{\alpha/2}\right\}=1-\alpha$

（3）将上述事件等价变形为：$P\left\{\bar{X}-\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2}<\mu<\bar{X}+\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2}\right\}=1-\alpha$

（4）$\left(\bar{X}-\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2},\bar{X}+\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha/2}\right)$即为$\mu$的双侧置信区间.

第6.3节　区间估计

例：已知总体$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，σ^2和μ均未知，$X_1,X_2,\cdots$，X_n为一样本，

求μ 的置信度为$1-\alpha$的置信区间.

(1)构造一个分布已知包含θ的样本函数：$W(\theta)$；

(2)构造一个大概率事件.

$$P\{a < W(\theta) < b\} = 1-\alpha$$

(3)将大概率事件变形为：

$$P(\underline{\theta} < \theta < \overline{\theta}) = 1-\alpha$$

(4) $(\underline{\theta},\ \overline{\theta})$即为$\theta$的$1-\alpha$双侧置信区间

例：已知总体$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，σ^2和μ均未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为一样本，求μ 的置信度为$1-\alpha$的置信区间.

解（1）构造枢轴变量：$T=\dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

（2）构造一个大概率事件：$P\left\{\left|\dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\right|<t_{\alpha/2}(n-1)\right\}=1-\alpha$

（3）将上述事件等价变形为：$P\left\{\bar{X}-\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1)<\mu<\bar{X}+\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1)\right\}=1-\alpha$

（4）$\left(\bar{X}-\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1),\bar{X}+\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1)\right)$即为$\mu$的双侧置信区间.

例：已知总体$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，σ^2未知，μ已知，$X_1, X_2, \cdots, X_n$为一样本，求σ^2的置信度为$1-\alpha$的置信区间.

(1)构造一个分布已知包含θ的样本函数：$W(\theta)$；

(2)构造一个大概率事件.

$$P\{a < W(\theta) < b\} = 1-\alpha$$

(3)将大概率事件变形为：

$$P(\underline{\theta} < \theta < \overline{\theta}) = 1-\alpha$$

(4) $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$即为$\theta$的$1-\alpha$双侧置信区间

例：已知总体$X \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，$\sigma^2$未知，$\mu$已知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为一样本，求$\sigma^2$的置信度为$1-\alpha$的置信区间.

解（1）构造枢轴变量 $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2 \sim \chi^2(n)$；

（2）构造一个大概率事件：$P\left\{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n) < \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2 < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)\right\} = 1-\alpha$

（3）将上述事件变形为：$P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)} < \sigma^2 < \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right\} = 1-\alpha$

（4）$\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)}, \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right)$即为$\sigma^2$的$1-\alpha$双侧置信区间.

第6.3节　区间估计

（1）构造枢轴变量 $\dfrac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2 \sim \chi^2(n)$;

(2)构造一个大概率事件：$P\left\{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n) < \dfrac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2 < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)\right\} = 1-\alpha$

(3)将上述事件变形为：$P\left\{\dfrac{1}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)} < \dfrac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2} < \dfrac{1}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right\} = 1-\alpha$

即：$P\left\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)} < \sigma^2 < \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right\} = 1-\alpha$

(4)$\left(\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)}, \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right)$即为$\sigma^2$的$1-\alpha$双侧置信区间.

例：已知总体$X \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，$\sigma^2$和$\mu$均未知，$X_1, X_2, \cdots, X_n$为一样本，求$\sigma^2$的置信度为$1-\alpha$的置信区间.

(1)构造一个分布已知包含θ的样本函数：$W(\theta)$;

(2)构造一个大概率事件.

$$P\{a < W(\theta) < b\} = 1-\alpha$$

(3)将大概率事件变形为：

$$P(\underline{\theta} < \theta < \overline{\theta}) = 1-\alpha$$

(4) $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$即为$\theta$的$1-\alpha$双侧置信区间

例：已知总体$X \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，$\sigma^2$和$\mu$均未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为一样本，求$\sigma^2$的置信度为$1-\alpha$的置信区间.

解（1）构造枢轴变量 $\dfrac{n-1}{\sigma^2}S^2 \sim \chi^2(n-1)$；

（2）构造大概率事件：$P\left\{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) < \dfrac{n-1}{\sigma^2}S^2 < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right\} = 1-\alpha$

（3）将上述事件变形为：$P\left\{\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)} < \sigma^2 < \dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}\right\} = 1-\alpha$

（4）故$\left(\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)},\ \dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}\right)$即为$\sigma^2$的$1-\alpha$双侧置信区间.

◆ 单侧区间估计（2S）

定义：设θ为总体分布中的未知参数，对于给定的概率$1-\alpha$,若存在统计量$\underline{\theta}$使得下式成立

$$P(\underline{\theta}<\theta)=1-\alpha$$

则称随机区间$(\underline{\theta},+\infty)$为$\theta$的$1-\alpha$单侧置信区间，称$\underline{\theta}$为**单侧置信下限**.

定义：对于给定的概率$1-\alpha$,若存在统计量$\overline{\theta}$使得下式成立

$$P(\theta<\overline{\theta})=1-\alpha$$

则称随机区间$(-\infty,\overline{\theta})$为$\theta$的$1-\alpha$单侧置信区间，称$\overline{\theta}$为**单侧置信上限**.

例：已知总体$X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，$\sigma^2$为已知，$\mu$未知，$X_1,X_2,\cdots$，$X_n$为一样本，

求μ的置信度为$1-\alpha$的单侧置信下限.

(1)构造一个分布已知包含θ的样本函数：$W(\theta)$；

(2)构造一个如下类型的大概率事件

$$P\{a<W(\theta)\}=1-\alpha \text{ 或 } P\{W(\theta)<b\}=1-\alpha$$

(3)将事件等价变形为：

$$P(\underline{\theta}<\theta)=1-\alpha$$

(4) $(\underline{\theta},\ +\infty)$即为$\theta$的$1-\alpha$单侧置信区间，$\underline{\theta}$为单侧置信下限.

例：已知总体$X \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，$\sigma^2$为已知，$\mu$未知，$X_1,X_2,\cdots$，$X_n$为一样本，求$\mu$的置信度为$1-\alpha$的单侧置信下限.

解（1）构造枢轴变量：$U=\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N\left(0,1\right)$

（2）构造一个大概率事件：$P\left\{\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}<u_\alpha\right\}=1-\alpha$

（3）将上述事件等价变形为：$P\left\{\bar{X}-\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_\alpha<\mu\right\}=1-\alpha$

（4）故$\bar{X}-\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_\alpha$为$\mu$的单侧置信下限.

例：已知总体$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，σ^2为已知，μ未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为一样本，求μ的置信度为$1-\alpha$的单侧置信上限.

解（1）构造枢轴变量：$U=\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

（2）构造一个大概率事件：$P\left\{\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > u_{1-\alpha}\right\}=1-\alpha$

（3）将上述事件等价变形为：$P\left\{\bar{X}-\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{1-\alpha} > \mu\right\}=1-\alpha$

即：$P\left\{\mu < \bar{X}-\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{1-\alpha}\right\}=1-\alpha$

（4）故$\bar{X}-\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{1-\alpha}$为$\mu$的单侧置信上限. 或 $\bar{X}+\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\alpha}$

例：已知总体$X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$，$\sigma^2$和$\mu$均未知，$X_1, X_2, \cdots,$ X_n为一样本，求μ 的置信度为$1-\alpha$的单侧置信上限.

提示：选择枢轴变量 $\dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

例：已知总体$X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$，$\sigma^2$和$\mu$均未知，$X_1, X_2, \cdots,\ X_n$为一样本，

求σ^2的置信度为$1-\alpha$的单侧置信上限.

提示：选择枢轴变量 $\dfrac{n-1}{\sigma^2}S^2 \sim \chi^2(n-1)$

例：设总体$X\sim N\left(\mu_1,\sigma_1^2\right)$与总体$Y\sim N\left(\mu_2,\sigma_2^2\right)$相互独立，$\mu_1$，$\mu_2$均未知

求$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$的置信度为$1-\alpha$的双侧置信区间.

提示：选择枢轴变量 $F=\left(\dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}\right)\dfrac{S_1^2}{S_2^2}\sim F\left(n_1-1,n_2-1\right)$

第6.3节　区间估计

例：设总体 $X\sim N\left(\mu_1,\sigma_1^2\right)$ 与总体 $Y\sim N\left(\mu_2,\sigma_2^2\right)$ 相互独立，μ_1，μ_2 均未知

求 $\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ 的置信度为 $1-\alpha$ 的双侧置信区间.

（1）选择枢轴变量 $F=\left(\dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}\right)\dfrac{S_1^2}{S_2^2}\sim F\left(n_1-1,n_2-1\right)$

（2） 构造 $P\left\{F_{1-\alpha/2}\left(n_1-1,n_2-1\right)<\left(\dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}\right)\dfrac{S_1^2}{S_2^2}<F_{\alpha/2}\left(n_1-1,n_2-1\right)\right\}=1-\alpha$

（3）变形得 $P\left\{\dfrac{1}{F_{\alpha/2}\left(n_1-1,n_2-1\right)}\cdot\dfrac{S_1^2}{S_2^2}<\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}<\dfrac{1}{F_{1-\alpha/2}\left(n_1-1,n_2-1\right)}\cdot\dfrac{S_1^2}{S_2^2}\right\}=1-\alpha$

（4）故置信区间为：$\left(\dfrac{1}{F_{\alpha/2}\left(n_1-1,n_2-1\right)}\cdot\dfrac{S_1^2}{S_2^2},\quad \dfrac{1}{F_{1-\alpha/2}\left(n_1-1,n_2-1\right)}\cdot\dfrac{S_1^2}{S_2^2}\right)$

例：设总体$X\sim N\left(\mu_1,\sigma_1^2\right)$与总体$Y\sim N\left(\mu_2,\sigma_2^2\right)$相互独立，

求$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$的置信度为$1-\alpha$的双侧置信区间.

（1）选择枢轴变量 $F=\left(\dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}\right)\dfrac{S_1^2}{S_2^2}\sim F\left(n_1-1,n_2-1\right)$

（2） 构造 $P\left\{F_{1-\alpha/2}\left(n_1-1,n_2-1\right)<\left(\dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}\right)\dfrac{S_1^2}{S_2^2}<F_{\alpha/2}\left(n_1-1,n_2-1\right)\right\}=1-\alpha$

（3）变形得 $P\left\{\dfrac{1}{F_{\alpha/2}\left(n_1-1,n_2-1\right)}\cdot\dfrac{S_1^2}{S_2^2}<\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}<\dfrac{1}{F_{1-\alpha/2}\left(n_1-1,n_2-1\right)}\cdot\dfrac{S_1^2}{S_2^2}\right\}=1-\alpha$

（4）故置信区间为：$\left(\dfrac{1}{F_{\alpha/2}\left(n_1-1,n_2-1\right)}\cdot\dfrac{S_1^2}{S_2^2},\quad\dfrac{1}{F_{1-\alpha/2}\left(n_1-1,n_2-1\right)}\cdot\dfrac{S_1^2}{S_2^2}\right)$

第6. 4节　正态总体的置信区间

◆ 单正态总体均值 μ 的置信区间（*****）

(1) σ^2已知, $\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \to P\left\{\left|\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right| < u_{\frac{\alpha}{2}}\right\} = 1-\alpha$

$$\left(\bar{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}}, \bar{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

(2) σ^2未知, $\dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1) \to P\left\{\left|\dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\right| < t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right\} = 1-\alpha$

$$\left(\bar{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), \bar{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right)$$

◆ 单正态总体方差 σ^2 的置信区间（***）

(1) μ 已知， $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2 \sim \chi^2(n) \to P\left\{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n) < \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2 < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)\right\} = 1-\alpha$

$$\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n)}, \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n)}\right)$$

(2) μ 未知， $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1) \to P\left\{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) < \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right\} = 1-\alpha$

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)}\right)$$

◆ 双正态总体均值差 $\mu_1-\mu_2$ 的置信区间 (σ_1^2,σ_2^2 已知)（**）

$$\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}}\sim N(0,1)\rightarrow P\left\{\left|\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}}\right|<u_{\frac{\alpha}{2}}\right\}=1-\alpha$$

$$\left(\bar{X}-\bar{Y}\pm u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^{\ 2}}{n_1}+\frac{\sigma_2^{\ 2}}{n_2}}\right)$$

◆ 双正态总体方差比 $\dfrac{\sigma_1^{\ 2}}{\sigma_2^{\ 2}}$ 的置信区间 (μ_1,μ_2 未知) （***）

$$\frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1-1,n_2-1) \rightarrow P\left\{F_{1-\alpha/2}(n_1-1,n_2-1) < \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} < F_{\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)\right\} = 1-\alpha$$

$$\left(\frac{S_1^2}{S_2^2}\frac{1}{F_{\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)}, \frac{S_1^2}{S_2^2}\frac{1}{F_{1-\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)}\right)$$

$$\left(\frac{S_1^2}{S_2^2}\frac{1}{F_{\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)}, \frac{S_1^2}{S_2^2}F_{\alpha/2}(n_2-1,n_1-1)\right)$$

◆ 作业

习题6-4（Page184）：4,5,6

第6.4节　正态总体的置信区间

◆作业解答（P184）

4：某车间生产滚珠，从长期实践中知道滚珠直径可以认为服从正态分布.从某天的产品中任取6个测得直径如下（单位：mm）

15.6 16.3 15.9 15.8 16.2 16.1

若已知直径的标准差是0.06，试求总体均值μ的置信度为0.95的置信区间与置信度为0.90的置信区间.

$$\left(\bar{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}},\bar{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

◆ 作业解答（P184）

4：某车间生产滚珠，从长期实践中知道滚珠直径可以认为服从正态分布. 从某天的产品中任取6个测得直径如下（单位：mm）

15.6 16.3 15.9 15.8 16.2 16.1

若已知直径的标准差是0.06，试求总体均值μ的置信度为0.95的置信区间与置信度为0.90的置信区间.

由已知$\overline{x}=15.9833$，置信度为0.95的置信区间为：

$$\left(\overline{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}},\overline{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}}\right)=\left(\overline{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{0.025},\overline{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{0.025}\right)$$

$$=\left(15.9833-\frac{0.06}{\sqrt{6}}1.96,15.9833+\frac{0.06}{\sqrt{6}}1.96\right)=(15.9353,\ 16.0313)$$

◆ 作业解答（P184）

4：某车间生产滚珠，从长期实践中知道滚珠直径可以认为服从正态分布.从某天的产品中任取6个测得直径如下（单位：mm）

15.6 16.3 15.9 15.8 16.2 16.1

若已知直径的标准差是0.06，试求总体均值μ的置信度为0.95的置信区间与置信度为0.90的置信区间.

由已知$\bar{x}=15.9833$，置信度为0.90的置信区间为：

$$\left(\bar{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}},\bar{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}}\right)=\left(\bar{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{0.05},\bar{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{0.05}\right)$$

$$\left(15.9833-\frac{0.06}{\sqrt{6}}1.65,15.9833+\frac{0.06}{\sqrt{6}}1.65\right)=(15.9429,\ 16.0237)$$

◆ 作业解答（P184）

5：人的身高服从正态分布，从初一女生中随机抽取6名，测得身高如下（单位：cm）

149 158.5 152.5 165 157 142

试求初一女生平均身高的置信区间（α=0.05).

$$\left(\bar{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1),\bar{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right)$$

$$t_{0.025}\left(5\right)=2.5706$$

◆ 作业解答（P184）

5：人的身高服从正态分布，从初一女生中随机抽取6名，测得身高如下（单位：cm）

149　158.5　152.5　165　157　142

试求初一女生平均身高的置信区间（α=0.05）.

由已知得：$\bar{x}=154$，s=8.0187，$t_{0.025}(5)$=2.5706

置信度为0.95的置信区间为：

$$\left(\bar{x}-\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1),\bar{x}+\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right)=\left(\bar{x}-\frac{s}{\sqrt{n}}t_{0.025}(5),\bar{x}+\frac{s}{\sqrt{n}}t_{0.025}(5)\right)$$

$$=\left(154-\frac{8.0187}{\sqrt{6}}t_{0.025}(5),154+\frac{8.0187}{\sqrt{6}}t_{0.025}(5)\right)=(145.5848,\ 162.4152)$$

◆ 作业解答（P184）

6：某大学数学测验，抽得20个学生的分数平均分$\overline{x}=72$，样本方差$s^2=16$. 假设分数服从正态分布，求σ^2的置信度为98%的置信区间.

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)},\ \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)}\right)$$