

期中测试 1 (40 分钟)

1. 某仓库有同样规格的产品 10 箱，其中 5 箱由甲生产，3 箱由乙生产，另 2 箱由丙生产，且它们的次品率依次为 0.1, 0.2, 0.3，现从中随机选择一箱，再从中任取一件产品，该产品为正品的概率是多少？若已知该产品为正品，则该产品是甲生产的概率又是多少？

2. 设离散型随机变量 X 的分布函数为：
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ 0.2, & -2 \leq x < -1 \\ 0.5, & -1 \leq x < 1 \\ 0.8, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

(1) 求 X 的分布律；(2) 求 $P\{X < 2 | X \neq 1\}$ ；(3) 求 $D(X)$

3. 设二维随机变量 (X, Y) 在矩形区域： $D: 0 < x < 2, 0 < y < 4$ 上服从均匀分布

(1) 求 (X, Y) 的联合概率密度 $f(x, y)$ ；(2) 求边缘概率密度 $f_X(x)$, $f_Y(y)$ ，并判断 X, Y 的独立性，给出判断理由；(3) 求 $P\{X \geq Y\}$ 。

4. 设 X, Y 的联合密度为 $f(x, y) = \begin{cases} ky^2 & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$,

(1) 求 k ；(2) 求 $f_X(x), f_Y(y)$ ；(3) 求 $P\{X > 2Y\}$ ；

5. 设 X, Y, Z 相互独立， $E(X) = E(Y) = E(Z) = 2$ ， $D(X) = D(Y) = D(Z) = 1$ ，求 (1)

$E(X - 2Y - 3Z + 2)$ ；(2) $D(X + 2Y - 3Z + 3)$ ；(3) $\text{cov}(X + Y, 2X - Z)$ 。

6. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2), Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，且 X, Y 相互独立， $Z_1 = 3X + 2Y + 2$ ，

$Z_2 = 3X - 2Y - 2$ ，求 Z_1, Z_2 的相关系数 ρ_{Z_1, Z_2}