第6章 参数估计总复习

例：已知X的分布律如下，

$$P\{X=k\}=C_2^k(1-\theta)^k\theta^{2-k},k=0,1,2$$

X_1,X_2,X_3为样本，其样本值为：$x_1=1,x_2=2,x_3=1$，求θ的矩估计量和矩估计值.

(1) 计算总体期望：$E(X)$.

(2) 建立方程：$\overline{X}=E(X)$.

(3)解方程得未知参数的矩估计量.

(4)将估计量中的X_i换成x_i得矩估计值.

例：已知X的分布律如下，

$$P\{X=k\}=C_2^k(1-\theta)^k\theta^{2-k},k=0,1,2$$

X_1,X_2,X_3为样本，其样本值为：$x_1=1,x_2=2,x_3=1$，求θ的矩估计量和矩估计值.

解：由已知得 $X\sim b(2,1-\theta)$

$$E(X)=2(1-\theta)$$

$$\bar{X}=E(X)=2(1-\theta)$$

θ的矩估计量： $\hat{\theta}=1-\dfrac{\bar{X}}{2}$

θ的矩估计值：$\tilde{\theta}=1-\dfrac{\bar{x}}{2}=1-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{3}(1+2+1)=\dfrac{1}{3}$

例：已知X的分布律如下，

$$P\{X=k\}=C_2^k(1-\theta)^k\theta^{2-k},k=0,1,2$$

X_1,X_2,X_3为样本，其样本值为：$x_1=1,x_2=2,x_3=1$

（1）求θ的矩估计量和矩估计值.

（2）判断θ的矩估计量是否是无偏估计量.

解：由（1）得 θ的矩估计量：$\hat{\theta}=1-\dfrac{\bar{X}}{2}$

$$E(\hat{\theta})=E\left(1-\frac{\bar{X}}{2}\right)=1-\frac{E(\bar{X})}{2}=1-\frac{E(X)}{2}=1-\frac{2(1-\theta)}{2}$$

$$=\theta$$

$\Rightarrow$ 所以是无偏估计量。

P185-9：已知总体X的概率密度如下，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为样本，

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1\\ 0, & \text{else}\end{cases}$$

求参数$\theta\,(\theta>-1)$的矩估计量和最大似然估计量.

(1) 计算总体期望：　$E(X)$.

(2) 建立方程：　$\overline{X}=E(X)$.

(3) 解方程得未知参数的矩估计量.

(4) 将估计量中的X_i换成x_i得矩估计值.

第6章 参数估计总复习

P185-9：已知总体X的概率密度如下，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为样本，

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1\\ 0, & \text{else}\end{cases}$$

求参数$\theta(\theta>-1)$的矩估计量和最大似然估计量.

解：（1）由已知得：$E(X)=\int_0^1 x(\theta+1)x^{\theta}dx=(\theta+1)\int_0^1 x^{\theta+1}dx=\dfrac{\theta+1}{\theta+2}$

$$\bar{X}=E(X)=\frac{\theta+1}{\theta+2}$$

θ的矩估计量：$\hat{\theta}=\dfrac{1-2\bar{X}}{\bar{X}-1}$

θ的矩估计值：$\tilde{\theta}=\dfrac{1-2\bar{x}}{\bar{x}-1}$

P185-9：已知总体X的概率密度如下，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为样本，

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1\\ 0, & \text{else}\end{cases}$$

求参数$\theta(\theta>-1)$的矩估计量和最大似然估计量.

解：（2）$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i)=\begin{cases}(\theta+1)^n(x_1x_2\cdots x_n)^{\theta}, 0<x_1,x_2,\cdots,x_n<1\\ 0, \quad \text{else}\end{cases}$

令$L_1(\theta)=(\theta+1)^n(x_1x_2\cdots x_n)^{\theta}$，则$\ln L_1(\theta)=n\ln(\theta+1)+\theta\ln(x_1x_2\cdots x_n)$

由$\dfrac{d\ln L_1(\theta)}{d\theta}=\dfrac{n}{\theta+1}+\sum_{i=1}^{n}\ln x_i=0$得$\theta$的似然估计值：$\hat{\theta}=-\dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}-1$

θ的似然估计量：$\tilde{\theta}=-\dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln X_i}-1$