概率论复习题目：

* 某仓库有同样规格的产品10箱，其中5箱由甲生产，3箱由乙生产，另2箱由丙生产，且它们的次品率依次为0.1,0.2,0.3，现从中随机选择一箱，再从中任取一件产品，该产品为正品的概率是多少？若已知该产品为正品，则该产品是甲生产的概率又是多少？

解：记 分别表示产品由甲乙丙生产， 表示产品为正品









* 设箱子中共有个乒乓球，编号分别为 ，先后三次从中各取一球，每次取出后不放回，则（1）三次取出的球均为偶数的概率是多少？（2）若每次取完球并放回去，则恰好有一次球的编号为偶数且小于5的概率是多少？

解：（1）

（2），

* 设离散型随机变量*X*的分布函数为： 

(1) 求 的分布律；(2) 求 ；（3）求

解：（1） 的分布律为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -2 | -1 | 1 | 2 |
| P | 0.2 | 0.3 | 0.3 | 0.2 |

(2) 求

（3），

* 设随机变量的概率密度为



（1）求常数；（2）求的概率密度； （3）求的期望；

解：（1）

（2）



（3）

* 已知的联合概率密度为 ，（1）求的边缘概率密度 （2）求 （3）求 的概率密度

解：（1）

（2）

（3）

* X与Y独立同分布，且X的概率密度为 

试求：(1) 的概率密度； （2） 。

解 （1）的分布函数为：



∴ 



∴ 

（2） 因为，相互独立

所以

* 某人进行投篮训练，共投100次，设每次投入的概率为0.9，表示投中的次数，表示投不中的次数。

试求：(1) 的分布律 ；(2) 。

解 （1）  

（2） 因为

所以

。

* 友朋自远方来，他乘火车、轮船、汽车、飞机来的概率分别为0.3、0.2、0.1、0.4。若他乘火车、轮船、汽车来的话，迟到的概率分别为，而乘飞机来不迟到，试求：（1）这位朋友迟到的概率；（2）如果他迟到了，求他乘火车的概率。
* 设随机变量的概率密度为 （1）求 （2）求的概率密度

解（1）

（2）



* 设相互独立， 服从 上的均匀分布，服从参数为 的指数分布，（1）求； （2）求 的概率密度。

解：（1）





（2）

* 设

求：（1）的值； （2） ； （3）的边缘概率密度。

* 设随机变量在（0，2）内服从均匀分布，求随机变量的概率密度。
* 设随机变量的概率密度为 ，求随机变量的概率密度
* 设随机变量相互独立，且都服从正态分布，若，，试求的相关系数。
* 设的联合密度为，

1. 求，并判断的独立性。
2. 求的值。

* 设的联合分布函数

1. 求：（１）联合概率密度；（２）证明：相互独立；（３）

* 设的概率密度为，对独立的重复观察４次，用表示的观测值大于的次数。求：（１）的分布率；　（２）的值。
* 已知随机变量的联合分布率为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Y  X | -1 | 0 | 1 |
| -2 | 0.1 | 0.1 | 0.1 |
| 0 | 0.05 |  | 0.05 |
| 2 | 0.1 | 0.1 | 0.1 |

（1）求常数； （2）求的边缘分布律； （3）判断的独立性； （4）

解（1）

（2）的边缘分布律为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | -2 | 0 | 2 |
|  | 0.3 | 0.4 | 0.3 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | -1 | 0 | 1 |
|  | 0.25 | 0.5 | 0.25 |

（3）由于，故不独立

（4）的分布律为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | -2 | 0 | 2 |
|  | 0.2 | 0.6 | 0.2 |



* 设的概率密度为



1. 求边缘概率密度； （2）判断是否独立

解：（1）



由于对一起均有

，故独立

* 设二维随机变量的联合概率密度为：



求 ：（1）常数； （2）验证和是否相互独立。

* 设随机变量（） 的概率密度为：

，试求：

1. A
2. 
3. 的分布函数

* 设

求（1）  （2）。

* 设的相关系数为，,求。

解：

* 设随机变量的概率密度为：

 

试求： (1)A ； (2)  与 是否独立，为什么？

解： （1）由



。

（2） ∵ 



而且

∴ 相互独立。

* 已知随机变量与相互独立，，在区间（0，2）上服从均匀分布。试求。
* 设的概率密度为

 

试求：(1). 的联合分布函数；

（2） 。

* 设X和Y的联合概率密度为

试求：（1）的值；（2）边缘概率密度； (3)的概率密度。

解：（1） 由因



（2） 由（1）可知，

于是，当时，

当时，



同理 

（3） 

 当时，

当时，



故： 

* 设随机变量服从参数为10的指数分布，求关于的二次方程有实根的概率。
* 设=

试求：（1）的值； （2）； （3）判断的独立性。

* 已知随机变量X和Y的概率密度为

求：（1）的值； （2）

* 设的联合密度函数为，

（1） 确定常数；

（2） X，Y是否相互独立，并说明原因。

* 设随机变量相互独立，，

1. 求； （2）；（3）

解（1）

（2）

（3）

* 设，且相互独立，，，求的相关系数

解：





* 设，且相互独立，，，求的相关系数

解：





* 设的密度函数为，

(1)求的分布函数；(2)求常数，使

* 设在平面区域内服从均匀分布，试求：

（1） 的边缘概率密度； （2） 。

* 设随机变量Ｘ与Y相互独立，且，求方程有两个不相等实根的概率。
* 设随机变量的概率密度为：



试证明：随机变量与服从同一分布。

证明：依题意，易知，故当时，。

当时，



∴

∴与服从同一分布。

* 设随机变量与相互独立，且服从同一分布。试证明：

 。

* 已知事件A与相互独立。证与相互独立。

证明：

* 设相互独立，分布函数分别为，。

证明：的分布函数为：。

* 设，且，试证与独立。
* 设独立同分布，，证明：的相关系数
* 设 独立同分布，且 ，则由大数定理可知 依概率收敛于 8 ;
* 设随机变量，则根据切比雪夫不等式有 0.25 ；
* 设独立同分布，且，则由中心极限定理可知的概率密度可近似为
* 已知 相互独立，，则 0.75 ；

**统计部分**

* 设总体的分布率为：

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1 2 3 |
|  |  |

其中是未知参数。已知取得样本为：。

试求：的矩估计和最大似然估计。

解：

（1）∵ 

∴ 由 ，有的矩估计值为： 。

（2）∵ 的似然函数为：

∴ ，

令 ，得：

∴的最大似然估计值为： 。

* 设是未知参数的无偏估计量，且。试证不是的无偏估计量。
* 设连续型随机变量X的分布函数为,概率密度为,称满足的为此分布的下侧分位数， 证明：正态分布的下侧分位数满足其中为标准正态分布的下侧分位数。