

练习题 2.7

30. 1名家长: 先排男孩和家长: $\frac{A_6^6}{6}$ 再排女生: A_5^5 乘法原理: $(A_5^5)^2$
 2名家长: $\frac{A_7^7}{7} \cdot A_6^5 = (A_6^6)^2$

32. 去除1个元素, 全排列相加

$$\frac{11!}{2!4!5!} + \frac{11!}{3!3!5!} + \frac{11!}{3!4!4!}$$

38. 转换为 $t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 25$ 非负整数解, 个数为 $\binom{29}{23}$

40. (a) $\binom{k}{n}$ (b) $\binom{k}{n-k+1}$

(c) 记选出的 k 根根为 x_1, x_2, \dots, x_k , 相当于用它们分隔剩下的 $n-k$ 根根, 使得 x_i 与 x_{i+1} 之间至少有1根根子, $i=1, 2, \dots, k$

设 x_1 左边的根子数为 y_0 , x_i 与 x_{i+1} 之间的根子数为 y_i , $i=1, 2, \dots, k$, x_k 右边的根子数为 y_k

则选择个数为以下方程的整数解个数

$$\sum_{i=0}^k y_i = n-k, \quad y_0, y_k \geq 0, \quad y_i \geq 1 \quad (i=1, 2, \dots, k-1)$$

$$\text{选择数为 } \binom{n-k-(k-1)+1}{k-1}$$

47. 先在每层放 n 本书, 再一共取出 $(n-1)$ 本书

考虑最极端的情况, $n-1$ 本书均从某2层中取出, 只需求 $a+b+c=n-1$ 的非负整数解组数

$$\text{方法数为 } \binom{2}{n+1}$$