班号__________ 学号_________ 姓名________ 成绩________

离散数学 3《组 合 数 学》期末考试卷

注意事项：1、考试时间 120 分钟、闭卷。

2、第一题的答案直接填写在题目留出的空白，第二至六题，答题写在试卷后面的空白页上，请标明**题号**。

一、填空题（每空 5 分，共 50 分）

(1) 男主人有 7 位男性朋友和 5 位女性朋友，女主人有 5 位男性朋友和 7 位女性朋友，要办一个家庭宴会，各邀请 6 位朋友，其中男女各 6 位，一共有____种方案。

(2) 对于大小为 $2n$ 的多重集$\{n\cdot a, b_1, b_2, b_3, \ldots, b_n\}$，它的 n-组合数为____。

(3) 已知$\{1,2,\ldots,8\}$的一个排列的逆序列为 5，1，4，0，3，2，1，0，则该排列为____。

(4) 8 位男士参加宴会，进场时将帽子随机往帽架上放，散会时又随机拿了 1 顶帽子，问全部拿错的情况有_______________________种，至少有一位男士拿对的情况有________________________种，至少有三位男士拿对的情况有__________________________________种。

(5) 1−9999 之间的整数中各位数字之和等于 7 的数共有___________个。（例如 1231 的各位数字之和为 7）。

(6) 已知 S = {a, b, c, d, e}，则 S 的最大反链为_____________________

(7) 设 h_n 是把 1 行 n 列棋盘的方格用红、黄和蓝色着色，并使得没有着成红色的方格相邻的着色方法数，则 h_n 满足的递推关系为______________________________。

(8) 把 n 个不同颜色球分到 k 个无区别的盒子($n \geq k$)，且盒子允许为空，方案数为______________________________。

(第二类 Stirling 数可以用 $S(n, k)$表示)

二、证明：对任意的 n+1 个整数 $a_1, a_2, \ldots, a_{n+1}$ 存在两个整数 a_i 和 a_j，$i \neq j$, 使得 $a_i - a_j$ 能够被 n 整除。（10 分）

三、8 个有区别的球放进 4 个有标志的盒子，要求第 1、2 两个盒子必须有奇数个球，第 4 个盒子有偶数个球，一共有多少种放法？（10 分）

四、求解非齐次递推关系 $h_n = h_{n-1} + 6h_{n-2} + 3^n$，其中 $h_0 = 5, h_1 = 2$。（10 分）

五、设 n 和 m 是非负整数且 $m \geq n$。有 $m + n$ 个人站成一队要进入剧场，人场费为 50 元。这 m+n 个人中 m 个人有 50 元纸币，而 n 个人只有 100 元纸币。售票处开门时使用一个空的收银机。求解：这些人以某种方式排列使得在需要的时候总有零钱可以找的队列数目（需要给出计算过程）。（10 分）

六、应用延迟认可算法得出下列评定矩阵：

$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \quad a \quad & \quad b \quad & \quad c \quad & \quad d \quad \end{array} \\ \begin{pmatrix} (1,3) & (2,2) & (3,1) & (4,3) \\ (1,4) & (2,3) & (3,2) & (4,4) \\ (3,1) & (1,4) & (2,3) & (4,2) \\ (2,2) & (3,1) & (1,4) & (4,1) \end{pmatrix} \end{array}$$

的稳定婚姻（分男士最优和女士最优两种情况）。(共 10 分)