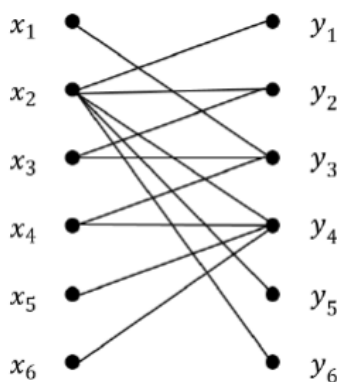


北京航空航天大学 2014—2015 学年 第二学期期末 离散数学 3 《组合数学》

一、填空题（每空 5 分，共 35 分）

1. 有 8 种不同颜色的球，而且球的数量足够多，投入一个容量为 12 的盒子之中，——共有\_\_\_\_\_种组合方法。
2. 构造  $\{1, 2, \dots, 8\}$  的排列，\_\_\_\_\_，其逆序序列是 2, 5, 5, 0, 2, 1, 1, 0.
3. 方程  $x_1 + x_2 + \dots + x_8 = 40$ , 满足条件  $x_i \geq i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, 8$ ) 的整数解个数为\_\_\_\_\_。
4.  $S = \{1, 2, 3, \dots, 2n\}$ , 令  $X$  为由  $S$  的互不相交的子集构成的集合，则  $|X|$  的最大值为\_\_\_\_\_。
5. 设  $h_n$  是方程  $e_1 + e_2 + \dots + e_k = n$  的正奇数解的个数，序列  $h_0, h_1, \dots, h_n$  的生成函数为\_\_\_\_\_。
6. 正整数  $n$  拆分成仅有奇数类的分拆数  $P_n$  的生成函数是\_\_\_\_\_。
7. 对于下图所示的二分图，给出其一个最大匹配。



二、某学生有 37 天来完成一个课外科技项目，而学生需要不超过 60 小时的课外时间，他还希望每天至少安排一小时。证明：无论如何安排工作时间（每天都是整数小时），都存在连续的若干天，在此期间他恰好工作了 13 个小时。（10 分）

三、将 7 个不同颜色的球放入 3 个无区别的盒子中，要求每盒球数目不少于 2，求解放置方案数。（10 分）

四、求 1-1000 的整数中，既不是完全平方数，也不是完全立方数，也不能被 8 整除的数的个数。（13 分）

五、证明  $\sum_{k=1}^{n-1} k(n-k) \binom{n}{k}^2 = n^2 \binom{2n-2}{n-2}$ 。（10 分）

六、红、白、蓝和绿四种颜色的球取  $n$  个装入一个袋子，要求放入偶数个红色球，白色球最多放入 2 个，放入的蓝色球数量是 3 的倍数，放入最多 1 个绿色球。用  $h_n$  表示可能出现的不同装袋数量。求  $h_0, h_1, \dots, h_n, \dots$  的生成函数，并给出  $h_n$  的公式。（10 分）

七、应用延迟认可算法得出下列评定矩阵的稳定婚姻。

	a	b	c	d
A	(1,3)	(2,2)	(3,1)	(4,3)
B	(1,4)	(2,3)	(3,2)	(4,4)
C	(3,1)	(1,4)	(2,3)	(4,2)
D	(2,2)	(3,1)	(1,4)	(4,1)