Révision MTH2302D-Final

Question 1 : On a effectué un relevé du nombre de contrats octroyés par 3 municipalités voisines (M1, M2, M3) à un ensemble de 4 firmes de construction du secteur (C1, C2, C3, C4) au cours des 20 dernières années.

A-t-on évidence d'un lien significatif dans l'octroi des contrats entre municipalités et firmes de construction basé sur ces données? Faites le test requis pour vous en assurer au niveau α = 5%.

	M1	M2	M3	Total
C1	30	20	10	60
C2	20	30	10	60
C3	20	10	30	60
C4	10	20	30	60
Total	80	80	80	240

Question 2 :

Des clients se présentent à un guichet automatique. La file d'attente est M/M/ 1 avec $\lambda = 27$ clients par heure. On estime que 90% des clients sont présents plus de trois minutes au total pour l'attente et le service.

Déterminer le nombre moyen de client dans le système et le temps moyen passé en attendant d'être servi.

Question 3 : On considère un échantillon aléatoire, $X_1, \dots, X_n$ de taille n, prélevé d'une population distribuée selon une loi normale $N(\mu, \sigma^2)$. La moyenne de l'échantillon est $\overline{X}$. Posons :

$$\overline{X}_1 = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} X_i, \overline{X}_2 = \frac{1}{5}\sum_{i=5}^{9} X_i \; U = \sum_{i=1}^{4}(X_i - \mu)^2, V = \sum_{i=1}^{4}(X_i - \overline{X}_1)^2, W = \sum_{i=5}^{9}(X_i - \overline{X}_2)^2$$

a) Calculer la probabilité $P(\overline{X}_1 > \overline{X}_2)$.
b) Calculer la probabilité $P(U \leq 0{,}3\sigma^2)$.
c) Déterminer la valeur de a qui vérifie $P(V \leq aW) = 0.95$

Question 5 : Afin de lier le prix de vente (Y en 1000$) et les taxes annuelles (X en 1000$) d'une maison dans une ville donnée, on prélève un échantillon aléatoire de 24 maisons de cette ville et on obtient l'équation de prédiction suivante : $Y = 13.32 + 33.2X + \epsilon$.On a aussi : SS_E = 192.89 et R^2 = 0.7673.

a) Calculer S_{YY} et SS_R et S_{XX}.
b) Peut-on dire au niveau 95% que les taxes annuelles affectent le prix de vente d'une maison ?
c) Donner le tableau d'analyse de variance.
d) Calculer au niveau 95% un IDC pour la pente de la droite. Interpréter le résultat.
e) Sachant que $\bar{x}$ = 6,405, calculer le prix de vente moyenne des 24 maisons de l'échantillon.

Question 6 : La distribution suivante représente la durée de service (minute) au comptoir d'une entreprise.

Durée de service	[0 1[	[1 2[	[2 3[	[3 4[	≥ 4
Fréquence	53	36	28	12	21

L'échantillon montre une durée de service moyenne de 2.5 minutes.Ces données permettent-elles de supporter l'hypothèse selon laquelle la durée de service est distribuée selon une loi exponentielle ? Faire le test au seuil 5%.

Question 7 : Soit $X_1, X_2, \dots, X_{16}$ un échantillon aléatoire de taille 16 d'une variable aléatoire X distribuée selon une loi normale $N(0,\ \ 1/10)$.

a) Calculer $P(\sum_{i=1}^{5} X_i > \sum_{i=6}^{12} X_i - 3)$.

b) Calculer la moyenne et la variance de la variable $Y = \frac{\sum_{i=13}^{16} X_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{9} X_i^2}}$.

Question 8 : Une nouvelle méthode d'enseignement est supposée améliorer les notes des étudiants dans un cours donné. Cinq étudiants sont choisis au hasard et leurs notes du cours avant et après l'application de la nouvelle méthode sont dans le tableau ci-dessous.

Étudiant	1	2	3	4	5
Avant	11	13	10	14	16
Après	12	13	10	14,5	17,5

Les notes sont normalement distribuées.

Effectuer le test d'hypothèses nécessaire pour confirmer (on non) que la nouvelle méthode est pertinente ?

Question 9 : Un système en parallèle est constitué de trois composants dont les durées de vie respectives suivent la loi exponentielle de paramètres 2, 5 et 8. Les composants sont indépendants et le système est en redondance active. Déterminer la durée de vie moyenne du système.

Question 10 :Utiliser la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer le paramètre λ de la loi de poisson. Reprendre la question pour le paramètre de la loi exponentielle.

Question 11 :On veut savoir à l'aide d'un test d'ajustement, si une variable X peut avoir comme fonction de densité $f_X(x) = x/8$ si $0 \leq x \leq 4$ (0 sinon). Un échantillon de taille 100 a donné les observations suivantes :

Classe	[0 1[	[1 2[	[2 3[	[3 4[
Effectif observé	8	16	35	41

Effectuer le test en question (ne pas oublier de préciser les hypothèses).

Question12

Note : tous les tests d'hypothèses doivent être faits au seuil $\alpha = 5\%$.

Afin de comparer la résistance (en MPa) de deux types de béton, on prélève deux échantillons (un par type de béton). Les calculs effectués sur les données des deux échantillons donnent des résultats qu'on résume dans le tableau ci-dessous.

	Nombre de prélèvements	Moyenne	Variance
Béton 1	9	31,5	8,2
Béton 2	9	33,2	10,5

On suppose que les résistances des béton 1 et 2 sont indépendantes et suivent respectivement les lois normales $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ et $N(\mu_2, \sigma_2^2)$.

a) Peut-on affirmer que la résistance moyenne du béton 1 est supérieure à 30 MPa ? Répondre à l'aide d'un test d'hypothèses au seuil α.
b) Calculer la probabilité de détecter, au test fait en a), une résistance moyenne du béton 1 qui vaut $30 + \frac{1}{2}\sigma_1$?
c) Peut-on dire au seuil α que les résistances des deux types ont la même variabilité ?
d) Au seuil α, y a-t-il une raison de croire que le béton 2 a, en moyenne, une résistance <u>supérieure</u> à celle du béton 1 ?