

## DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL

## MTH2302C - PROBABILITÉS ET STATISTIQUE

TD nº 11: semaine du 19 novembre 2018

Exercices du manuel de référence 3ème édition: 10.32 10.33 12.2 12.5 12.6

2ème édition: (11.28) (11.31) (13.2) (13.5) (13.6)

## **Exercices supplémentaires**

**Exercice nº 1** Le tableau suivant présente la distribution des fréquences de la durée de service (en minute) au comptoir d'une entreprise.

Durée de service	[0, 1)	[1, 2)	[2, 3)	[3, 4)	≥ 4
Fréquence	53	36	28	12	21

La moyenne observée dans cet échantillon est de 2,5 minutes.

Ces données permettent-elles de supporter l'hypothèse selon laquelle la durée de service est distribuée selon une loi exponentielle? Effectuer le test approprié au seuil critique 5%.

**Exercice nº 2** On a effectué un relevé du nombre de contrats octroyés par 3 municipalités voisines  $(M_1, M_2, M_3)$  à un ensemble de 4 firmes de construction du secteur  $(C_1, C_2, C_3, C_4)$  au cours des 20 dernières années. Le relevé a donné :

	$M_1$	$M_2$	$M_3$	Total
$C_1$	30	20	10	60
$C_2$	20	30	10	60
$C_3$	20	10	30	60
$C_4$	10	20	30	60
Total	80	80	80	240

A-t-on évidence d'un lien significatif dans l'octroi des contrats entre municipalités et firmes de construction basé sur ces données?

Effectuer le test requis, pour vous en assurer, au niveau critique 5%.

**Exercice nº 3** Les données suivantes avaient été obtenues lors d'une étude portant sur l'évaluation des effets du chlorure de sodium sur des structures en acier peint. La variable x représente le taux de dépôts de l'anhydride sulfureux ( $SO_2$ ) mesuré en  $mg/m^2/j$ , et la variable y désigne la perte de poids de l'acier mesurée en  $g/m^2$ .

X	14	18	40	43	45	112
y	280	350	470	500	560	1200

- a) Tracer le nuage de points et dire si un modèle linéaire simple est plausible.
- **b)** Ajuster un modèle (de régression) linéaire simple (i.e., obtenir les coefficients de régression, de détermination, et le tableau d'analyse de la variance).

- c) Calculer un intervalle de confiance pour la pente de la droite au niveau de confiance 95% et interpréter le résultat.
- d) Tester si le modèle est significatif en utilisant un seuil critique de 5%.
- e) Effectuer une analyse des résidus de l'ajustement du modèle et commenter brièvement.
- f) Au niveau de confiance 95%, à quelle perte de poids en moyenne devrait-on s'attendre lorsque le taux de dépôts de l'anhydride sulfureux est de  $100 \text{ } mg/m^2/j$ ?

**Exercice nº 4** On dispose de données obtenues lors d'une étude visant à analyser le rendement (en %) d'un procédé (réaction) chimique en fonction d'un certain nombre de facteurs (ou variables indépendantes) telles que : la quantité d'azote, la durée de la réaction, la température à laquelle la réaction est menée, etc. Afin de simplifier vos analyses on considère (dans cet exercice) que la température de la réaction constitue la seule variable explicative du rendement de la réaction. Quatre niveaux de température (30, 50, 70 et 90 °C) étaient considérés et quatre mesures de rendement furent obtenues pour chacun de ces niveaux. Les 16 observations ainsi recueillies (fichier td11.csv) sont les suivantes :

Température (en <i>°C</i> )	30,00	50,00	70,00	90,00	30,00	50,00	70,00	90,00
Rendement (en %)	66,83	84,45	93,94	86,27	68,04	77,92	92,38	88,97
Température (en <i>°C</i> )	30,00	50,00	70,00	90,00	30,00	50,00	70,00	90,00
Rendement (en %)	72,77	83,06	86,71	90,19	66,11	84,00	87,60	84,95

- a) Ajuster un modèle (de régression) linéaire simple (i.e., obtenir les coefficients de régression, le coefficient de détermination, le tableau d'analyse de la variance).
- **b)** Obtenir les résidus de l'ajustement effectué en a) et procéder à leur analyse (graphe en fonction des valeurs prédites, tendance particulière, homoscédasticité, normalité, etc.) Commenter brièvement.
- c) Tester si le modèle est significatif au seuil critique de 5 %. Obtenir ensuite un intervalle de confiance pour la pente de la droite au niveau de confiance 95 % et interpréter le résultat.
- **d)** En considérant les résultats obtenus en a) et pour un niveau de confiance de 95 %, à quel rendement maximal doit-on s'attendre lorsque la température de la réaction est de 60 °C?
- **e)** Ajuster un modèle polynômial du second degré (i.e. obtenir les coefficients de régression, le coefficient de détermination, le tableau d'analyse de la variance).
- f) Tester si le modèle est significatif en utilisant un seuil critique de 5 %.
- **g)** Comparer les résultats (coefficients de détermination, résidus etc.) issus du modèle polynômial du second degré à ceux obtenus du modèle linéaire simple et dire lequel des deux modèles est préférable.
- h) En se basant sur l'ajustement du modèle polynômial effectué en g), quelle valeur de la température donne lieu à un rendement optimal? Justifier votre réponse et discuter de la validité de votre résultat.