Intervalles de confiance $(1-\alpha)$

Une moyenne μ

- σ^2 connue, $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ ou n grand : $\overline{X} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- σ^2 inconnue et $X \sim N(\mu,\sigma^2)$: $\overline{X} \pm t_{\alpha/2;n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}$
- σ^2 inconnue et n grand : $\overline{X} \pm z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}$

Une variance σ^2

- $X \sim N(\mu,\sigma^2)$, μ connue : $S_\mu^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (X_i-\mu)^2$

$$\left[\frac{nS_\mu^2}{\chi^2_{\alpha/2;n}};\quad \frac{nS_\mu^2}{\chi^2_{1-\alpha/2;n}}\right]$$

- $X \sim N(\mu,\sigma^2)$, μ inconnue : $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (X_i-\overline{X})^2$

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2;n-1}};\quad \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2;n-1}}\right]$$

- pour σ, avec n grand : $\left[S/(1+\frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{2n}});\quad S/(1-\frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{2n}})\right]$

Une proportion p

- n est très grand : $\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

Différence de deux moyennes $\mu_1-\mu_2$

- σ_1^2,σ_2^2 connues, $X_i \sim N(\mu_i,\sigma_i^2), i=1,2$

ou n_1,n_2 grands : $\overline{X}_1-\overline{X}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$

- σ_1^2,σ_2^2 inconnues, $X_i \sim N(\mu_i,\sigma_i^2), i=1,2$ $(\sigma_1^2=\sigma_2^2)$

$$\overline{X}_1-\overline{X}_2 \pm t_{\alpha/2;n_1+n_2-2}S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}};\ S_p^2=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

- σ_1^2,σ_2^2 inconnues, $X_i \sim N(\mu_i,\sigma_i^2), i=1,2$ $(\sigma_1^2\neq\sigma_2^2)$

$$\overline{X}_1-\overline{X}_2 \pm t_{\alpha/2;\nu}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}};\quad \nu=\frac{(S_1^2/n_1+S_2^2/n_2)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1+1}+\frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2+1}}-2$$

- n_1,n_2 grands

$$\overline{X}_1-\overline{X}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}$$

- Données couplées, $D_i = X_{1,i}-X_{2,i}, i=1,\ldots,n$

$$\overline{D} \pm t_{\alpha/2;n-1}\frac{S_D}{\sqrt{n}}$$

Rapport de deux variances σ_1^2/σ_2^2

- $X_i \sim N(\mu_i,\sigma_i^2), i=1,2$

$$\left[\frac{S_1^2}{S_2^2}F_{1-\alpha/2;n_2-1;n_1-1};\quad \frac{S_1^2}{S_2^2}F_{\alpha/2;n_2-1;n_1-1}\right]$$

Différence de deux proportions p_1-p_2

- n_1 et n_2 grands

$$\hat{p}_1-\hat{p}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1}+\frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

Tests paramétriques (seuil α)

Une moyenne. Critères de rejet de $H_0: \mu=\mu_0$ contre H_1

$H_1: \mu<\mu_0$	$H_1: \mu>\mu_0$	$H_1: \mu\neq\mu_0$
• σ^2 connue, $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ ou n grand : statistique $Z_0=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$		
si $Z_0<-z_\alpha$	si $Z_0>z_\alpha$	si $\lvert Z_0\rvert>z_{\alpha/2}$
• σ^2 inconnue et $X \sim N(\mu,\sigma^2)$: statistique du test $T_0=\frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$		
si $T_0<-t_{\alpha;n-1}$	si $T_0>t_{\alpha;n-1}$	si $\lvert T_0\rvert>t_{\alpha/2;n-1}$
• σ^2 inconnue et n grand : statistique du test $Z_0=\frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$		
si $Z_0<-z_\alpha$	si $Z_0>z_\alpha$	si $\lvert Z_0\rvert>z_{\alpha/2}$

Une variance. Critères de rejet de $H_0: \sigma^2=\sigma_0^2$ contre H_1

$H_1: \sigma^2<\sigma_0^2$	$H_1: \sigma^2>\sigma_0^2$	$H_1: \sigma^2\neq\sigma_0^2$
• $X \sim N(\mu,\sigma^2)$: la statistique du test $\chi_0^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$		
si $\chi_0^2<\chi^2_{1-\alpha;n-1}$	$\chi_0^2>\chi^2_{\alpha;n-1}$	si $\chi_0^2<\chi^2_{1-\alpha/2;n-1}$ ou si $\chi_0^2>\chi^2_{\alpha/2;n-1}$
• n est grand ($n\geq 40$) : la statistique du test $Z_0=\frac{S-\sigma_0}{\sigma_0/\sqrt{2n}}$		
si $Z_0<-z_\alpha$	si $Z_0>z_\alpha$	si $\lvert Z_0\rvert>z_{\alpha/2}$

Une proportion. Critères de rejet de $H_0: p=p_0$ contre H_1

$H_1: p<p_0$	$H_1: p>p_0$	$H_1: p\neq p_0$
• si n est très grand : la statistique du test $Z_0=\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}$		
si $Z_0<-z_\alpha$	si $Z_0>z_\alpha$	si $\lvert Z_0\rvert>z_{\alpha/2}$

Deux moyennes. Critères de rejet de $H_0: \mu_1=\mu_2$ contre H_1

$H_1: \mu_1<\mu_2$	$H_1: \mu_1>\mu_2$	$H_1: \mu_1\neq\mu_2$
• σ_1^2,σ_2^2 connues, $X_i \sim N(\mu_i,\sigma_i^2), i=1,2$ ou n_1,n_2 grands; statistique du test $Z_0=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$		
si $Z_0<-z_\alpha$	si $Z_0>z_\alpha$	si $\lvert Z_0\rvert>z_{\alpha/2}$
• σ_1^2,σ_2^2 inconnues, $X_i \sim N(\mu_i,\sigma_i^2), i=1,2$ $(\sigma_1^2=\sigma_2^2)$; la statistique du test $T_0=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$; avec $S_p^2=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$		
si $T_0<-t_{\alpha;n_1+n_2-2}$	si $T_0>t_{\alpha;n_1+n_2-2}$	si $\lvert T_0\rvert>t_{\alpha/2;n_1+n_2-2}$
• σ_1^2,σ_2^2 inconnues, $X_i \sim N(\mu_i,\sigma_i^2), i=1,2$ $(\sigma_1^2\neq\sigma_2^2)$; la statistique du test $T_0=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}$; avec $\nu=\frac{(S_1^2/n_1+S_2^2/n_2)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1+1}+\frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2+1}}-2$		
si $T_0<-t_{\alpha;\nu}$	si $T_0>t_{\alpha;\nu}$	si $\lvert T_0\rvert>t_{\alpha/2;\nu}$
• n_1,n_2 grands : la statistique du test $Z_0=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}$		
si $Z_0<-z_\alpha$	si $Z_0>z_\alpha$	si $\lvert Z_0\rvert>z_{\alpha/2}$
• Données couplées, $D_i=X_{1,i}-X_{2,i}, i=1,\ldots,n$: statistique $T_0=\frac{\overline{D}}{S_D/\sqrt{n}}$		
si $T_0<-t_{\alpha;n-1}$	si $T_0>t_{\alpha;n-1}$	si $\lvert T_0\rvert>t_{\alpha/2;n-1}$

Deux variances. Critères de rejet de $H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2$ contre H_1

$H_1: \sigma_1^2<\sigma_2^2$	$H_1: \sigma_1^2>\sigma_2^2$	$H_1: \sigma_1^2\neq\sigma_2^2$
• $X_i \sim N(\mu_i,\sigma_i^2), i=1,2$: la statistique du test $F_0=\frac{S_1^2}{S_2^2}$		
si $F_0<F_{1-\alpha;n_1-1;n_2-1}$	si $F_0>F_{\alpha;n_1-1;n_2-1}$	si $F_0<F_{1-\alpha/2;n_1-1;n_2-1}$ ou si $F_0>F_{\alpha/2;n_1-1;n_2-1}$

La fonction de répartition d'une loi $N(0,1)$: $\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\{-u^2/2\} du.$

z	**0,00**	**0,01**	**0,02**	**0,03**	**0,04**	**0,05**	**0,06**	**0,07**	**0,08**	**0,09**
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992

α	**0,25**	**0,10**	**0,05**	**0,025**	**0,010**	**0,005**	**0,001**	**0,0005**
z_α	0,674	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,291
$z_{\alpha/2}$	1,150	1,645	1,960	2,241	2,576	2,807	3,291	3,481

Calcul de β et n (cas d'une moyenne μ)

$X \sim N(\mu,\ \sigma^2)$ avec σ^2 connue et niveau (seuil) critique α.

Hypothèses	valeur de β	valeur de n
$H_0:\ \mu = \mu_0$ contre $H_1:\ \mu < \mu_0$	$\beta(\mu) = \Phi\left(z_\alpha + \dfrac{(\mu-\mu_0)\sqrt{n}}{\sigma}\right)$	$n = \dfrac{(z_\alpha + z_\beta)^2\sigma^2}{(\mu-\mu_0)^2}$
$H_0:\ \mu = \mu_0$ contre $H_1:\ \mu > \mu_0$	$\beta(\mu) = \Phi\left(z_\alpha - \dfrac{(\mu-\mu_0)\sqrt{n}}{\sigma}\right)$	$n = \dfrac{(z_\alpha + z_\beta)^2\sigma^2}{(\mu-\mu_0)^2}$
$H_0:\ \mu = \mu_0$ contre $H_1:\ \mu \neq \mu_0$	$\beta(\mu) = \Phi\left(z_{\alpha/2} - \dfrac{(\mu-\mu_0)\sqrt{n}}{\sigma}\right) - \Phi\left(-z_{\alpha/2} - \dfrac{(\mu-\mu_0)\sqrt{n}}{\sigma}\right)$	$n \approx \dfrac{(z_{\alpha/2} + z_\beta)^2\sigma^2}{(\mu-\mu_0)^2}$

Calcul de β et n (cas de deux moyennes $\mu_1,\ \mu_2$)

$X_1 \sim N(\mu_1,\ \sigma_1^2);\ X_2 \sim N(\mu_2,\ \sigma_2^2)$ avec σ_1^2, σ_2^2 connues et niveau (seuil) critique α.

Hypothèses	valeur de β	$n = n_1 = n_2$
$H_0:\ \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1:\ \mu_1 < \mu_2$	$\beta(\mu_1,\mu_2) = \Phi\left(z_\alpha + \dfrac{(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}\right)$	$n = \dfrac{(z_\alpha + z_\beta)^2(\sigma_1^2+\sigma_2^2)}{(\mu_1-\mu_2)^2}$
$H_0:\ \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1:\ \mu_1 > \mu_2$	$\beta(\mu_1,\mu_2) = \Phi\left(z_\alpha - \dfrac{(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}\right)$	$n = \dfrac{(z_\alpha + z_\beta)^2(\sigma_1^2+\sigma_2^2)}{(\mu_1-\mu_2)^2}$
$H_0:\ \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1:\ \mu_1 \neq \mu_2$	$\beta(\mu_1,\mu_2) = \Phi\left(z_{\alpha/2} - \dfrac{(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}\right) - \Phi\left(-z_{\alpha/2} - \dfrac{(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}\right)$	$n \approx \dfrac{(z_{\alpha/2} + z_\beta)^2(\sigma_1^2+\sigma_2^2)}{(\mu_1-\mu_2)^2}$

Quelques centiles

$\chi^2_{0,01;1} = 6{,}63$	$\chi^2_{0,025;1} = 5{,}02$	$\chi^2_{0,05;1} = 3{,}84$	$\chi^2_{0,10;1} = 2{,}71$	$\chi^2_{0,25;1} = 1{,}32$	$\chi^2_{0,50;1} = 0{,}45$
$\chi^2_{0,025;2} = 7{,}38$	$\chi^2_{0,05;2} = 5{,}99$	$\chi^2_{0,025;3} = 9{,}35$	$\chi^2_{0,05;3} = 7{,}81$	$\chi^2_{0,025;4} = 11{,}14$	$\chi^2_{0,05;4} = 9{,}49$
$\chi^2_{0,025;5} = 12{,}83$	$\chi^2_{0,05;5} = 11{,}07$	$\chi^2_{0,025;6} = 14{,}45$	$\chi^2_{0,05;6} = 12{,}59$	$\chi^2_{0,025;9} = 19{,}02$	$\chi^2_{0,05;9} = 16{,}92$
$\chi^2_{0,95;1} = 0{,}004$	$\chi^2_{0,95;2} = 0{,}10$	$\chi^2_{0,975;3} = 0{,}22$	$\chi^2_{0,975;4} = 0{,}48$	$\chi^2_{0,975;15} = 6{,}27$	$\chi^2_{0,10;23} = 32{,}00$
$t_{0,05;2} = 2{,}92$	$t_{0,025;4} = 2{,}78$	$t_{0,05;4} = 2{,}13$	$t_{0,025;8} = 2{,}31$	$t_{0,05;8} = 1{,}86$	$t_{0,05;9} = 1{,}83$
$t_{0,025;10} = 2{,}23$	$t_{0,05;10} = 1{,}81$	$t_{0,05;11} = 1{,}80$	$t_{0,025;11} = 2{,}20$	$t_{0,05;14} = 1{,}76$	$t_{0,025;14} = 2{,}14$
$t_{0,025;15} = 2{,}13$	$t_{0,05;16} = 1{,}75$	$t_{0,025;16} = 2{,}12$	$t_{0,025;18} = 2{,}10$	$t_{0,05;22} = 1{,}72$	$t_{0,025;23} = 2{,}07$
$t_{0,01;23} = 2{,}50$	$t_{0,05;24} = 1{,}71$	$t_{0,05;25} = 1{,}71$	$t_{0,05;26} = 1{,}71$	$t_{0,05;28} = 1{,}70$	$t_{0,05;30} = 1{,}70$
$F_{0,25;1,1} = 5{,}83$	$F_{0,025;1,10} = 6{,}94$	$F_{0,025;1,16} = 6{,}11$	$F_{0,05;1,16} = 4{,}49$	$F_{0,025;4,6} = 6{,}23$	$F_{0,025;6,4} = 9{,}20$
$F_{0,01;2,4} = 18{,}00$	$F_{0,01;6,3} = 27{,}91$	$F_{0,025;3,6} = 6{,}60$	$F_{0,05;3,15} = 3{,}29$	$F_{0,05;4,10} = 3{,}47$	$F_{0,05;4,4} = 6{,}39$
$F_{0,025;7,9} = 4{,}20$	$F_{0,025;9,7} = 4{,}82$	$F_{0,025;9,11} = 3{,}59$	$F_{0,025;11,9} = 3{,}91$	$F_{0,025;15,8} = 4{,}10$	$F_{0,025;8,15} = 3{,}20$

Rappel : $F_{1-\alpha;\nu_1,\nu_2} = \dfrac{1}{F_{\alpha;\nu_2,\nu_1}}$