Geometrie - examen

Încercuiţi rezultatele corecte. (Atenţie! Itemii propuşi sunt cu alegere multiplă; se poate întâmpla ca niciuna dintre variantele de răspuns să nu fie corectă, sau pot fi mai multe!)

1. Care dintre următoarele submulţimi ale lui $\mathbb{R}^3$ sunt subspaţii vectoriale?
a) $\{(x,y,z)|x-2y-z=1\}$; b) $\{(x,y,z)|x=0, y=z\}$; c) $\{(x,y,z)|x^2+y^2+z^2=1\}$.

2. Dacă vectorii $v_1=(1,2,0), v_2=(1,2,1), v_3=(1,2,\alpha)$ sunt liniar dependenţi, atunci $\alpha=$
a) -1; b) -2; c) -6.

3. Dacă V_1, V_2 sunt două subspaţii vectoriale ale unui spaţiu vectorial V şi ştim că $dim(V_1)=2, dim(V_2)=3, dim(V_1+V_2)=3$, atunci:

a) $dim(V_1\cap V_2)=0$; b) $dim(V_1\cap V_2)=1$; c) $dim(V_1\cap V_2)=2$.

4. Care dintre următoarele funcţii $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ sunt liniare:
a) $f(x_1,x_2)=(x_1+x_2+1, x_2-7x_1)$; b) $f(x_1,x_2)=(\sin(x_1)-\cos(x_2), \cos(x_1)+\sin(x_2))$; c) $f(x_1,x_2)=(x_1, x_2-x_1)$?

5. Fie $U=\mathbb{R}^3, V=\mathbb{R}^3$ cu structura canonică de $\mathbb{R}-$spaţii vectoriale. Dacă o aplicaţie liniară $f:U\to V$ are $dim(Im(f))=3$ atunci:
a) f e surjectivă; b) f e injectivă; c) nu se poate preciza nimic despre f.

6. Daca A este matricea asociată unei aplicaţii liniare,

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

atunci polinomul ei caracteristic P_A este:
a) $P_A(X)=(X-2)(X-3)(X-4)$; b) $P_A(X)=X^3-27$; c) $P_A(X)=(X-3)^3$.

7. Dacă în spaţiul vectorial $\mathbb{R}^3$ considerăm vectorii $u=(1,2,0), v=(-2,1,\alpha)$ (cu $\alpha\in\mathbb{R}$) astfel produsul scalar $<u,v>$ este egal cu 0, $<u,v>=0$, atunci:
a) $\alpha=1$; b) $\alpha=0$ c)$\alpha=-1$.

8. Dacă în spaţiul afin $\mathbb{R}^3$ considerăm punctele $A=(1,2,3), B=(2,1,-1)$ atunci ecuaţiile dreptei AB sunt
a) $\frac{x_1-1}{1}=\frac{x_2-2}{-1}=\frac{x_3-3}{-4}$; b) $\frac{x_1-2}{1}=\frac{x_2-1}{-1}=\frac{x_3+1}{-4}$; c) $\frac{x_1-1}{2}=\frac{x_2-2}{1}=\frac{x_3-3}{-1}$;

9. Dacă în spaţiul euclidian $\mathbb{R}^3$ considerăm punctele $A=(1,2,3), B=(2,1,3), C=(3,0,2)$ atunci planul (ABC) are ecuaţia:
a) $x_1+x_2+x_3=6$; b) $x_1+x_2=3$; c) cele trei puncte nu sunt coplanare.

10. Dacă în spaţiul euclidian $\mathbb{R}^3$ considerăm punctele $A=(1,2,1), B=(2,-1,1), C=(0,0,1)$ atunci triunghiul $\Delta(ABC)$ este
a) isoscel; b) dreptunghic; c) oarecare

Notă. Fiecare item corect rezolvat valorează un punct. Punctajul pe lucrare P_{luc} =numărul de itemi corect rezolvaţi+ un punct din oficiu. Nota N se calculează după formula

$$N=\min\{P_{luc}, 10\}$$