

Formulele lui Viète (relații între rădăcini și coeficienți):

$$P_4 = a_0 x^4 + a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x^1 + a_4$$

$$1. \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{a_1}{a_0}$$

$$2. \quad x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3 + x_2 x_4 + x_3 x_4 = +\frac{a_2}{a_0}$$

$$3. \quad x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + x_1 x_3 x_4 + x_2 x_3 x_4 = -\frac{a_3}{a_0}$$

$$4. \quad x_1 x_2 x_3 x_4 = +\frac{a_4}{a_0}$$

Numitorul este întotdeauna coeficientul corespunzător  
celui mai mare puteri. Semnul alternează. Prima formulă  
este de semn negativ. Numitorul este coeficientul  
corespunzător cu numărul de rădăcini din ~~mulțime~~  
produs, ca de ex, pt produsul a 4 rădăcini, este  $a_4$ .

### Generalizare

Numerele complexe  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sunt rădăcinile polino-  
mului  $f$  dacă sunt satisfăcute următoarele relații:



$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + \dots + x_m = -\frac{a_{m-1}}{a_m} \\ x_1 x_2 + x_1 x_3 + \dots + x_{m-1} x_m = \frac{a_{m-2}}{a_m} \\ x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + \dots + x_{m-2} x_{m-1} x_m = -\frac{a_{m-3}}{a_m} \\ \dots \\ x_1 x_2 \dots x_k + \dots = (-1)^k \cdot \frac{a_{m-k}}{a_m} \\ \dots \\ x_1 x_2 \dots x_m = (-1)^m \cdot \frac{a_0}{a_m} \end{array} \right.$$

Cazul  $\deg(f) = 3$

Pt Polinomul de grad trei  $f = ax^3 + bx^2 + cx + d$   
 $a \neq 0$   $f \in \mathbb{C}[x]$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3$  relatate  
 lui Viète se scrie astfel:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 = x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} \\ S_2 = x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = \frac{c}{a} \\ S_3 = x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a} \end{array} \right. \quad f = a(x^3 - S_1 x^2 + S_2 x - S_3), \quad a \in \mathbb{K} \setminus \{0\}$$

Reciproc, dacă  $x_1, x_2, x_3$  sunt rădăcinile lui  $f$ , atunci



Relatii importante, utile la rezolvarea problemelor cu polinoame in care intervin relatile lui Viète;

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = S_1^2 - 2S_2$$

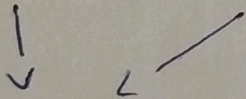
$$(x_1 + x_2 + x_3)^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)$$

$$= S_1^2 - 2S_2$$

---

$$x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-b}{a}$$



nenin aceste expresii din partea dreapta sunt simetrice deoarece dacă inversăm de exemplu  $x_1$  cu  $x_2$  nu se afectează valoarea întregii expresii.



$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 - 2(x_1x_2 + \dots + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4)$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)$$

etc.