

Algebră I, ID

2 iunie 2020

- 1) Care este inversul lui $\overline{37}$ în grupul $(\mathbb{Z}_{100}, +)$?
A) $\overline{37}$ B) $\overline{67}$ C) $\overline{33}$ D) $\overline{63}$
- 2) Care este inversul lui $\overline{3}$ în grupul $(U(\mathbb{Z}_{100}), \cdot)$? (altfel spus: trebuie să găsiți acel $\overline{x} \in \mathbb{Z}_{100}$ pentru care $\overline{3} \cdot \overline{x} = \overline{1}$)
A) $\overline{37}$ B) $\overline{67}$ C) $\overline{33}$ D) $\overline{63}$
- 3) Care este ordinul lui $\overline{5}$ în grupul $(\mathbb{Z}_{13}^*, \cdot)$? (altfel spus: care este cel mai mic $k \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $5^k \equiv 1 \pmod{13}$)?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6
- 4) Care este unicul număr natural $n \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 103, 104\}$ pentru care sunt îndeplinite simultan condițiile: $n \equiv 0 \pmod{3}, n \equiv 2 \pmod{5}, n \equiv 3 \pmod{7}$?
A) 12 B) 27 C) 42 D) 87
- 5) Fie $p > 2$ un număr prim. Definim următoarea permutare σ din S_{p-1} : pentru orice $n \in \{1, 2, \dots, p-1\}$, $\sigma(n)$ este acel unic număr din mulțimea $\{1, 2, \dots, p-1\}$ pentru care $n \cdot \sigma(n) \equiv 1 \pmod{p}$. Să se calculeze signatura și ordinul acestei permutări.
- 6) Să se găsească toate numerele prime p pentru care

$$2^{p-2} + 3^{p-2} + 5^{p-2} \equiv 39 \pmod{p}.$$

Observații: 1) Fotografați sau scanați rezolvările. Soluțiile vor fi transmise prin e-mail la adresa alexandru.gica@unibuc.ro până cel mai târziu la ora 18.15

2) Veți primi astăzi notele prin e-mail. Contestațiile se rezolvă tot astăzi de la ora 21.30. Voi iniția o sesiune Zoom în acest scop. Linkul pentru sesiune va fi transmis prin e-mail (șefului de an la anul I; celorlalți prin adresele pe care le-am primit de la secretariat).

3) Primiți un punct din oficiu. Dacă lucrarea nu depăște 2 pagini A4 primiți un bonus de 0,5 puncte. Nu trebuie să mai scrieți enunțurile problemelor. La problemele din testul grilă (primele patru), transmiteți doar numărul problemei și litera corespunzătoare răspunsului pe care îl considerați corect. Doar una dintre cele patru

variante de răspuns este corectă. Dacă răspundeți corect la o problemă din testul grilă primiți un punct. Răspunsul greșit vă aduce o penalizare de 0,25 puncte. Niciun răspuns (sau cel puțin două) se punctează cu 0 puncte.

4) Problema 5 se punctează cu 2 puncte iar problema 6 cu 3 puncte. Aceste două probleme necesită redactarea amănunțită a demonstrațiilor.