EXAMEN GEOMETRIE COMPUTAŢIONALĂ
IDD, 23.01.2021.

1. (10p) Fie $v = (\alpha, \beta, \gamma)$, $w = (1, 0, -2)$. Alegeţi valori numerice pentru α, β, γ şi calculaţi produsul vectorial $v \times w$.

2. (10p) Daţi un exemplu de mulţime $\mathcal{M}$ din planul $\mathbb{R}^2$ pentru care, la final, $\mathcal{L}_i$ are 4 elemente, dar, pe parcursul algoritmului, numărul maxim de elemente al lui $\mathcal{L}_i$ este egal cu 6 ($\mathcal{L}_i$ este lista vârfurilor care determină marginea inferioară a frontierei acoperirii convexe a lui $\mathcal{M}$, obţinută pe parcursul Graham's scan, varianta Andrew. Justificaţi!

3. (10p) Alegeţi un poligon concav cu zece vârfuri din planul $\mathbb{R}^2$. Aplicaţi metoda din Teorema Galeriei de Artă şi justificaţi câte camere sunt suficiente pentru supravegherea poligonului.

4. (10p) Daţi exemplu de mulţime $\mathcal{M} = \{A, B, C, D, E\}$ din $\mathbb{R}^2$ astfel ca diagrama Voronoi asociată lui $\mathcal{M}$ să conţină exact trei muchii de tip semidreaptă, iar diagrama Voronoi asociată lui $\mathcal{M} \setminus \{E\}$ să conţină exact patru muchii de tip semidreaptă. Justificaţi alegerea făcută.

5. (10p) Daţi un exemplu de mulţime $\mathcal{N}$ cu 6 elemente din $\mathbb{R}^2$ care să admită o triangulare ce conţine 12 muchii. Precizaţi numărul de feţe din triangularea respectivă. Justificaţi.

6. (10p) Fie $\mathcal{S}$ o mulţime de segmente. Notăm cu N_n, respectiv N_o, numărul de modificări de statut al dreptei de baleiere, în cazul în care statutul este o mulţime neordonată, respectiv ordonată de segmente (dreapta de baleiere este orizontală). Daţi exemplu de mulţime $\mathcal{S}$ cu patru segmente pentru care $N_n = N_o - 2$. Justificaţi!

7. (10p) Considerăm un triunghi T, un dreptunghi D şi un pentagon P astfel ca T să fie situat în interiorul lui D şi D în interiorul lui P. Descrieţi succint subdiviziunea planară asociată.

8. (5p) Fie $\mathcal{P} = (A_1, A_2, \ldots, A_n)$ un poligon cu n laturi. Explicaţi cum poate fi găsită acoperirea convexă a mulţimii $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ în timp liniar, adaptând Graham's scan.

9. (5p) Fie MNP un triunghi cu vârfurile $M = (x_M, y_M)$, $N = (x_N, y_N)$, $P = (x_P, y_P)$ şi fie δ o dreaptă de ecuaţie $ax + by + c = 0$. Stabiliţi şi justificaţi care este complexitatea algebrică a calculelor pentru:

a) a stabili dacă dreapta intersectează laturile triunghiului;

b) a stabili dacă dreapta trece prin centrul de greutate al triunghiului.