## Examen-restanţă EDDP, ID, 17 Mai 2020

*Câteva instrucţiuni:*
*- Foaia cu răspunsuri pe care o trimiteţi în fişier, să fie scrisă de mână.*
*- Nu uitaţi să vă scrieţi* **numele** *şi* **prenumele** *pe foaia cu răspunsuri.*
*- Pe foaie, pentru fiecare exercitiu, scrieţi doar litera corespunzătoare răspunsului pe care îl obţineti sau îl consideraţi corect. Dacă la o intrebare alegeţi mai multe variante, nu se punctează. O singură variantă este corectă.*
*- NOTA = 1 punct din oficiu + puncte test grilă examen (maxim 9).*
*- Durata examen: 2 ore.*

**Problema I**: Fie ecuaţia diferenţială:

$$y' = -xy + e^{x^2} y^3 \,. \tag{1}$$

**1)** [*0.5p*] Ecuaţia (1) este:

a) Riccati; b) cu variabile separabile; c) omogenă; d) Bernoulli.

**2)** [*1p*] Soluţia generală, neidentic nulă, a ecuaţiei (1) este:

a) $y(x) = \pm\dfrac{e^{x^2}}{\sqrt{\mathcal{C}-2x}}$; b) $y(x) = \pm\dfrac{e^{-x^2}}{\sqrt{\mathcal{C}+2x}}$; c) $y(x) = \pm\dfrac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{\mathcal{C}-2x}}$; d) $y(x) = \pm\dfrac{e^{-x^2}}{\sqrt{\mathcal{C}-2x}}$,
unde $\mathcal{C} \in \mathbb{R}$.

**3)** [*1p*] Soluţia problemei Cauchy

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -xy + e^{x^2} y^3 \,, \\ y(0) = -1 \,, \end{cases}$$

este:

a) $y(x) = -\dfrac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{1-2x}}$; b) $y(x) = -\dfrac{e^{-x^2}}{\sqrt{1-2x}}$; c) $y(x) = -\dfrac{e^{x^2}}{\sqrt{1-2x}}$; d) $y(x) = -\dfrac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{1+2x}}$.

**Problema II**: Se consideră ecuaţia diferenţială următoare:

$$y = xy' + \left(\frac{y'-1}{y'+1}\right)^2 . \tag{2}$$

**4)** [*0.5p*] Ecuaţia (2) este:

a) explicită; b) Clairaut; c) liniară; d) Euler.

**5)** [*1p*] Soluţia parametrică generală a ecuaţiei (2) este:

a) $\begin{cases} y = xp + \left(\dfrac{p-1}{p+1}\right)^2 \\ x = \dfrac{4(1-p)}{(p+1)^3} \end{cases}$; b) $\begin{cases} y = xp + \dfrac{p-1}{p+1} \\ x = \dfrac{4(1-p)}{(p+1)^3} \end{cases}$; c) $\begin{cases} y = xp + \left(\dfrac{p-1}{p+1}\right)^2 \\ x = \dfrac{4(p-1)}{(p+1)^3} \end{cases}$;

d) $\begin{cases} y = xp + \left(\dfrac{p-1}{p+1}\right)^3 \\ x = \dfrac{4(1-p)}{(p+1)^2} \end{cases}$, unde $, p \in \mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

**Problema III**: Fie sistemul de ecuaţii diferenţiale

$$\begin{cases} y_1' = y_1 - y_2 + e^x \\ y_2' = -y_1 + y_2 + e^x \,. \end{cases} \tag{3}$$

**6)** [*1p*] Formă matriceală a sistemului(3) este:

a) $\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^x \\ e^x \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^x \\ e^x \end{pmatrix}$;

c) $\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^x \\ e^x \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^x \\ e^x \end{pmatrix}$.

**7)** [*1p*] Soluţia genrală a sistemului (3) este:

a) $\begin{cases} y_1(t) = e^x + \mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 e^{2x} \\ y_2(t) = e^x + \mathcal{K}_1 - \mathcal{K}_2 e^{2x} \end{cases}$ ; b) $\begin{cases} y_1(t) = e^x + \mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 e^{2x} \\ y_2(t) = e^x + \mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 e^{2x} \end{cases}$ ; c) $\begin{cases} y_1(t) = e^x - \mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 e^{2x} \\ y_2(t) = e^x + \mathcal{K}_1 - \mathcal{K}_2 e^{2x} \end{cases}$ ;

d) $\begin{cases} y_1(t) = e^x - \mathcal{K}_1 - \mathcal{K}_2 e^{2x} \\ y_2(t) = e^x + \mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_2 e^{2x} \end{cases}$ , $\quad \mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2 \in \mathbb{R}$ .

**8)** [*1p*] Soluţia sistemului (3) care verifică $y_1(0) = 3$ şi $y_2(0) = 1$ este:

a) $\begin{cases} y_1(t) = 1 + e^x + e^{2x} \\ y_2(t) = 3 - e^x - e^{2x} \end{cases}$ ; b) $\begin{cases} y_1(t) = 1 + e^x + e^{2x} \\ y_2(t) = 1 - e^x + e^{2x} \end{cases}$ ; c) $\begin{cases} y_1(t) = 1 + e^x + e^{2x} \\ y_2(t) = 1 + e^x - e^{2x} \end{cases}$ ; d) $\begin{cases} y_1(t) = 1 + e^x + e^{2x} \\ y_2(t) = -1 + e^x + e^{2x} \end{cases}$ .

**Problema IV**: Fie ecuaţia diferenţială

$$y^{(3)} - 6y^{(2)} + 12y^{(1)} - 8y = (3 - x)e^x \,, \quad x \in \mathbf{R} \,, \tag{4}$$

**9)** [*1p*] Ecuaţia (4) are soluţia particulară:

a) $\varphi_0(x) = (x + 3)e^x$; b) $\varphi_0(x) = xe^x$; c) $\varphi_0(x) = x^2 e^x$; d) $\varphi_0(x) = (x - 3)e^x$.

**10)** [*1p*] Soluţia generală a ecuaţiei (4) este:

a) $y(x) = \mathcal{C}_1 e^{2x} + \mathcal{C}_2 e^{-2x} + \mathcal{C}_3 x e^{-2x} + xe^x$; b) $y(x) = \mathcal{C}_1 e^{-2x} + \mathcal{C}_2 x e^{2x} + \mathcal{C}_3 x^2 e^{2x} - xe^x$;

c) $y(x) = \mathcal{C}_1 e^x + \mathcal{C}_2 x e^x + \mathcal{C}_3 e^{2x} + (3 - x)e^x$; d) $y(x) = \mathcal{C}_1 e^{2x} + \mathcal{C}_2 x e^{2x} + \mathcal{C}_3 x^2 e^{2x} + xe^x$ , unde $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3 \in \mathbb{R}$.