Formulele lui Viete (relații între <u>rădăcini</u> și <u>coeficienți</u>)

$$P_4 = a_0 x^4 + a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x^1 + a_4$$

1. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\dfrac{a_1}{a_0}$

2. $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = +\dfrac{a_2}{a_0}$

3. $x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = -\dfrac{a_3}{a_0}$

4. $x_1x_2x_3x_4 = +\dfrac{a_4}{a_0}$

Numitorul este întotdeauna coeficientul corespunzător celei mai mari puteri. Semnul alternează. Prima formulă este de semn negativ. Numărătorul este coeficientul corespunzător cu numărul de rădăcini din ~~[illegible]~~ produs, ca de ex, pt produsul a 4 rădăcini, este a_4.

<u>Generalizare</u>

Numerele complexe $x_1, x_2, \ldots x_n$ sunt rădăcinile polinomului f dacă sunt verificate următoarele relații:

$$\begin{cases} x_1+x_2+\dots+x_n=-\dfrac{a_{n-1}}{a_n} \\ x_1x_2+x_1x_3+\dots+x_{n-1}x_n=\dfrac{a_{n-2}}{a_n} \\ x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+\dots+x_{n-2}x_{n-1}x_n=-\dfrac{a_{n-3}}{a_n} \\ \text{-------------------} \\ x_1x_2\dots x_k+\dots=(-1)^k\cdot\dfrac{a_{n-k}}{a_n} \\ \text{-------------------} \\ x_1x_2\dots x_n=(-1)\cdot\dfrac{a_0}{a_n} \end{cases}$$

Cazul grad$(f)=3$

Pt Polinomul de grad trei $f=ax^3+bx^2+cx+d$ $a\neq 0$ $f\in\mathbb{C}[X]$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 relațiile lui Viete se scriu astfel:

$$\begin{cases} S_1=x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a} \\ S_2=x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\dfrac{c}{a} \\ S_3=x_1x_2x_3=-\dfrac{d}{a} \end{cases}$$

$f=a(x^3-S_1x^2+S_2x-S_3)$, $a\in K\setminus 0$

Reciproc, dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile lui f, atunci

Relații importante, utile la rezolvarea problemelor cu polinoame în care intervin relațiile lui Viète:

$$(x_1+x_2)^2 = x_1^2+x_2^2+2x_1x_2$$

$$\Rightarrow x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2 = S_1^2-2S^2$$

$$(x_1+x_2+x_3)^2 = x_1^2+x_2^2+x_3^2+2(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)$$

$$\Rightarrow x_1^2+x_2^2+x_3^2 = (x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)$$

$$= S_1^2-2S_2$$

$$\underline{x_1+x_2+x_3} = \frac{-b}{a}$$

numim aceste expresii din partea dreaptă sume simetrice deoarece dacă inversăm de exemplu x_1 cu x_2 nu va afecta valoarea întregii expresii.

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 - 2(x_1x_2 + \cdots$$

$$+ x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4)$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)$$

etc.