

Rădăcinile unui polinom

Descumpunere în factori

$$f \in \mathbb{Z}[x], \quad f = x^4 - x^3 - x^2 + 7x - 6$$

$$f(x) = x^4 - x^3 - x^2 + 7x - 6 = 0$$

1. Să se afle rădăcinile polinomului (rădăcini)
2. Să se descumponă nedeterminabil polinomul f în $\mathbb{R}[x]$ ($\mathbb{R}[x]$ = mulțimea polinoamelor $\mathbb{R}[x]$)

Deci ca să se afle rădăcinile, ni dorim să găsim x_0 astfel încât $f(x_0) = 0$.
Dacă ca să se afle rădăcinile, ni dorim să găsim x_0 astfel încât $f(x_0) = 0$.

$$\begin{array}{l} a_k \in \mathbb{Z} \\ x_0 \in \mathbb{Z}^*, f(x_0) = 0 \end{array} \quad \left| \Rightarrow x_0 \mid a_0 \right.$$

În cazul nostru, termenul liber este -6 iar divizorii sunt:

$$1. \quad D_6 = \{ \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6 \}$$

$$f(1) = 1 - 1 - 1 + 7 - 6 = 0$$

$$(x-1) \mid f$$

$$f(-2) = 0 \Rightarrow (x+2) \mid f$$

scriboare prin
valoare

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -6 \\ \hline 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -6 \\ \hline -2 & 1 & -2 & 3 & 0 & & \end{array}$$

caz de împărțit

Schema lui
Horner

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$\Delta = 4 - 12 = -8 < 0 \text{ (Rădăcini complexe)}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{2} = \frac{2 \pm i \cdot 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm i\sqrt{2}$$

$$S = \{-2, 1, 1 \pm i\sqrt{2}\}$$

2. Deoarece $(x-1) \nmid f$ și $(x+2) \nmid f$ rezultă că:

$$f = (x^2 - 2x + 3) \cdot (x-1)(x+2)$$

Aceasta este descompunerea neductibilă a polinomului în $\mathbb{R}[x]$

Rădăcinile unui Polinom \sim Radical Zero Theorem

$$\text{Ex: } f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6 \in \mathbb{P}$$

Factorii săi
-6 sunt:

$$\frac{P}{Q} = \frac{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6}{\pm 1}$$

$$\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$$

$$= \boxed{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6}$$

Soluțiile se vor regăsi printre
aceste numere.

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$f(1) = (1)^3 + 2(1)^2 - 5(1) - 6$$

$$= 1 + 2 - 5 - 6 = 3 - 11 = -8$$

Deci $f(1) \neq 0$
 $\Rightarrow 1$ nu este rădăcină
 a funcției

$$f(2) = 2^3 + 2(2)^2 - 5(2) - 6$$

$$= 8 + 8 - 10 - 6 = \boxed{0} \rightarrow \text{Vom folosi acest zero pt}$$

a obține alte zero-uri.

Caet x

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 2 & -5 & -6 \\ & & 2 & 8 & 6 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$$\boxed{x=2}$$

\rightarrow Trebuie să fie 0. Altfel
 este greșit

$$1x^2 + 4x + 3 = 0$$

Trebuie factorizată expresia. 6 două numere multiplicat
 cu termenul constant 3 / 6 două m dau 4 $\rightarrow 3$ și 1

$$(x+3)(x+1) = 0$$

$$x+3=0 \quad x+1=0$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x = -3 \\ x = -1 \end{array}}$$