5-06-2019

PREGATIRE PROGRAMARE LOGICĂ

(1) Algoritmul de unificare:

$$h(a, x, g(x,b)) = h(a, y, y)$$

h - simbol de funcție cu $ar\,h = 3$, $a, b \in C$

S (soluții)	R (Rezolvări)	
	$h(a, x, g(x,b)) = h(a, y, y)$	avem inițial lista de ecuații; pas 1: descompunere
$x \leftarrow y$	$a = a$, $x = y$, $g(x,b) = y$	a,a → eliminare, rezolvare.
$x \leftarrow y$ (variabile)	x se înlocuiește cu y peste tot în S și R. $\boxed{g(y,b) = y}$	⇒ nu există unificator pt că y apare în $g(y,b)$

putem avea termen

(★) Alt exemplu: Găsiți unificator pentru următorii termeni:

t_1 $f(f(g(x), h(y)), h(z))$, t_2 $f(f(u, h(h(x)), h(y))$, t_3 $f(v, w)$ → toate sunt variabile

$f, g, h \in \mathcal{F}$ → simboluri de funcție

$ar\,f = 2$ - aritate de f

$ar\,g = ar\,h = 1$.

- t_1, t_2, t_3 - trebuie să facem perechi 2 câte 2:

$t_1 = t_3$ $\quad t_2 = t_3$ $\qquad$! Γ (

S	R	
	$f(v,w) = f(f(g(x),h(y)),h(z))$, $f(u,w) = f(f(u,h(h(x))),h(y))$	Descomp
	$v = f(g(x),h(y))$, $w = h(z)$, $v = f(u,h(h(x)))$; $w = h(y)$	rezolvă
$v \leftarrow f(g(x),h(y))$	$w = h(z)$, $w = h(y)$, $f(g(x),h(y)) = f(u,h(h(x)))$	rezolvă
$v \leftarrow f(g(x),h(y))$ $w \leftarrow h(z)$	$\underline{h(z)} = \underline{h(y)}$, $f(g(x),h(y)) = f(u,h(h(x)))$	descompune
$z \leftarrow y$, $v \leftarrow f(g(x),h(y))$ $w \leftarrow h(y)$ z se înloc cu y peste tot și în S și în R	$f(g(x),h(y)) = f(u,h(h(x)))$	descompunere.
$z \leftarrow y$ $v \leftarrow f(g(x),h(y))$ $w \leftarrow h(y)$	$g(x) = u$, $h(y) = h(h(x))$ "variabila u înlocuiește cu termenul"	Rezolvă desc.
$u \leftarrow g(x)$	$y = h(x)$	
$y \leftarrow h(x)$, $u \leftarrow g(x)$ $z \leftarrow h(x)$, $v \leftarrow f(g(x),g(h(x)))$ $w \leftarrow h(h(x))$	$\emptyset$	

! ATENȚIE: Se fac înlocuiri (cele de mai devreme din S și R).

② O respingere SLD.

KB Prolog

$p(a,X) :- h(X)$

$g(b).$

$g(X) :- p(X,c)$

$f(c).$ implicat $(\leftarrow)$

$f(X) :- g(X)$

$h(X) :- f(X)$

↙ Cunoștințe prolog.

"$\mathcal{L}$: $C = \{a,b,c\}$
$R = \{p,h,g,f\}$"

LIMBAJUL

DEFINIȚIE

$\varphi :- \varphi_1, \dots, \varphi_n$	Prolog
$(\varphi_1 \wedge \dots \wedge \varphi_n) \to \varphi$	FOL
$\neg\varphi_1 \vee \dots \vee \neg\varphi_n \vee \varphi$	- rezoluție

Logică de ordin I : FOL

• Înlocuim implicația

$\neg h(X) \vee p(a,X)$ ①
"sau"

$g(b)$ ②

$\neg p(X,c) \vee g(X)$ ③

$f(c)$ ④

NOT

$\neg g(X) \vee f(X)$ ⑤

$\neg f(X) \vee h(X)$ ⑥

TRADUCEREA ÎN FOL

"NOTĂM cu Γ" - pentru ex 2.2.

PROLOG

Găsiți o respingere SLD pentru ?- $\boxed{p(a,c)}$ → traducere în FOL:

$\Updownarrow$

din KB $\cup \{\neg p(a,c)\}$ ex. o derivare pt. $\square$

1) $\neg p(a,c)$ (căutăm ceva care seamănă cu $p(a,c)$ - unde apare fără negație, adică în ①)

2) $\neg h(X_1) \vee p(a,X_1)$ → ① redenumită
$\theta(X_1) = c.$

! "când luăm variabile din KB, redenumim."

3) $\neg h(c)$ (SLD, 1, 2)

4) $\neg f(x_2) \vee h(x_2)$ ⑥ redenumit
$\theta(x_2) = c$

5) $\neg f(c)$ SLD 3,4

6) $f(c) \in KB$

7) $\square$

• Acelaşi lucru dar pe arbore de rezoluţie:

$$\neg p(a,c)$$
| ① redenum
$$\neg h(c)$$
| ⑥ redin.
$$\neg f(c)$$
| ⑦
$$\square$$

2.2. Arătaţi că din Γ se deduce $p(a,c)$:

$$(\Gamma \vDash p(a,c))$$

→ arătăm cu deducţia dintre satisfiabilitate

$\Gamma \cup \{\neg p(a,c)\}$ nu este sat $\Leftrightarrow$ din $\Gamma \cup \{\neg p(a,c)\}$ ex adev pt $\square$.

* Se poate da, semantica într-un punct fix. (f_{KB}) - ceva cu baza herbrand

• UNIVERSUL HERBRAND: (format numai din constante)

$T_{\mathcal{L}} = \{a, b, c\}$

• BAZA HERBRAND: (formulele de bază, instanţiate)

$B_{\mathcal{L}} = \{p(t_1, \dots, t_n \mid \substack{p \in R \\ t_i \in T_{\mathcal{L}}}$

• Cazul nostru: $B_{\mathcal{L}} = \begin{cases} h(a), h(b), h(c) \\ g(a), g(b), g(c) \\ f(a), f(b), f(c) \\ p(a,a), p(a,b) \underbrace{\dots}_{=4=} p(c,c) \}\end{cases}$

Scanned with CamScanner

$$fix_{KB} = \bigcup_{n \geq 0} f_{KB}^{n}(\emptyset)$$

$$f_{KB} : P(B_{\mathcal{L}}) \to P(B_{\mathcal{L}})$$

- Cum calculăm!?:

$f_{KB}^{0}(\emptyset) = \{f(c), g(b)\}$ ← "ale două fapte" "≈ 0:56:00"

$f_{KB}(f_{KB}(\emptyset)) = \{f(c), g(b)\} \cup \{h(c), f(b)\}$ → se obțin din KB → PROLOG

$f_{KB}^{3}(\emptyset) = \{f(c); f(b), g(b), h(c)\} \cup \{p(a,c)\}$

$f_{KB}^{4}(\emptyset) = \{f(c), f(b), g(b), h(c), p(a,c)\} \cup \{g(a)\}$

$f_{KB}^{5}(\emptyset) = \{ \ldots, g(a)\} \cup \{f(a)\}$

$f_{KB}^{6}(\emptyset) = \{ \ldots, f(a)\} \cup \{h(a)\}$

$f_{KB}^{7}(\emptyset) = \{ \ldots, h(a)\} \cup \{p(a,a)\}$ ← am găsit punctul fix și ne oprim

(*) $(\exists x R(x,y) \leftrightarrow (\forall y\, Q(x,y))$ → să o ducem până la forma 'scolem'.

- PAS 1: Să îi facem redenumiri și să determinăm forma redusă (să nu avem aceiași variabilă cuantificată de două ori).
  → adică odată pe x și o dată pe y.

"~1:06:00"

$\varphi \sim \exists x R(x, y_1) \leftrightarrow \forall y\, Q(x_1, y)$ → FORMA REDUSĂ

- PAS 2: Trebuie să scăpăm de implicații, echivalențe, etc.

$\neg \exists x R(x, y_1) \vee \forall y\, Q(x_1, y)$

$\neg$ → trece în interior

$\forall x \neg R(x, y_1) \vee \forall y\, Q(x_1, y)$ "sunt niște reguli, vezi curs"

$\forall x \forall y ((\neg R(x, y_1) \vee Q(x_1, y))$

* Determinați Forma SKOLEM

$\exists x_1 \forall y_1 \exists x_2 (P(y_1) \vee R(x_1, x_2))$

→ le parcurg în sens → și le elimină existențialii cu o constantă nouă

- $\varphi^1 = \forall y_1 \exists x_2 (P(y_1) \vee R(c_1, x_2))$ → Am înlocuit existențialul x_1 cu c_1
  c_1 - constantă nouă
- $\varphi^2 = \forall y_1 (P(y_1) \vee R(c_1, f(y_1)))$ → f. simbolul de funcție nouă
- $\varphi^{sk} = \varphi^2$

! Skolemnizarea păstrează satisfiabilitatea !

• φ este sat $\Leftrightarrow \varphi^{SK}$ este sat

$\models \varphi \Leftrightarrow \neg\varphi$ nu este sat

$\Leftrightarrow (\neg\varphi)^{SK}$ nu este sat.

$$\star \quad \varphi = \forall y \underbrace{(\neg Q(b) \wedge P(y) \wedge (Q(y) \vee \neg P f(a)))}_{\psi \to \text{pt metoda II}}$$ - formula este un FNC

"1:16:20"

• FORMA CLAUZALĂ: a lui $\varphi = \{\{\neg Q(b)\}, \{P(y)\}, \{Q(y), \neg P(f(a))\}\}$

Vrem să arătăm satisfiabilitatea lui φ. Adică să ajungem la 'pătrățel' $\square$.

• 2 METODE:

'1:20:00'

I: $C_1 = \{\neg Q(b)\} \to$
$C_2 = \{P(y)\} \to$ Clauze.
$C_3 = \{Q(y), \neg P(f(a))\} \to$

• Din C_1 și C_3 obținem C_4 prin rezoluție:

$C_4 = \{\neg P(f(a))\}$ $\theta(y) = b$, Rezoluție între C_1, C_3

$\square$, $Q(y) = f(a)$, Rezoluție între C_4, C_2

II: Prin formula lui Herbrand.

→ Expansiunea Herbrand al lui φ.

• Universul HERBRAND: $T_{\mathcal{L}}(\varphi) = \{b, a\} \cup \{f^n(a), f^n(b) \mid n \geq 1\}$

Se ia toată formula: ψ

$$\varphi = \{\cancel{\psi[y|t] \mid t \in T_{\mathcal{L}}(\varphi)}\} = \{\psi[x|t_1, y|t_2] \mid t_1, t_2 \in T_{\mathcal{L}}(\varphi)\}$$

y se înlocuiește cu t

- φ este satisfiabilă $\Leftrightarrow$ expansiunea Herbrand este satisfiabilă

$$\psi[x|f(a); y|b] = (\neg(Q(b) \wedge P(f(a))) \wedge (Q(b) \vee \neg P(f(a))) \rightarrow$$

nu are model

+ Pt. examen o deducție naturală. Rezolvări în curs de pe site.