

Regulile de desfășurare a examenului sunt pe a doua pagină a acestui document.

1) Care este inversul lui $\overline{13}$ în corpul \mathbb{Z}_{17} ? (găsiți \bar{x} astfel încât $\bar{x} \cdot \overline{13} = \overline{1}$ în corpul \mathbb{Z}_{13})

A) $\overline{5}$ B) $\overline{3}$ C) $\overline{6}$ D) $\overline{4}$

2) Care este determinantul matricii $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20

3) Fie $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Q})$ inversa matricii $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 8 & 11 \end{pmatrix}$. Care este valoarea lui $a + b + c + d$?

A) 2 B) 1 C) 3 D) 4

4) Pentru ce $n \in \{0, 1, 2, \dots, 57\}$ are loc congruența $2^n \equiv 11 \pmod{59}$?

A) 10 B) 25 C) 20 D) 19

5) Fie $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ rădăcinile ecuației

$$X^4 - X^2 + 1 = 0.$$

Să se calculeze: a) $\sum_{j=1}^4 x_j^2$, b) $\sum_{j=1}^4 x_j^{2020}$, c) $\sum_{j=1}^4 x_j^{2021}$.

6) Fie $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ rădăcinile ecuației

$$X^4 - 6X^2 - X + 6 = 0.$$

Să se găsească soluțiile x, y, z, t ale sistemului (cu 4 ecuații și 4 necunoscute):

$$x + y + z + t = 4$$

$$x_1x + x_2y + x_3z + x_4t = 0$$

$$x_1^2x + x_2^2y + x_3^2z + x_4^2t = 12$$

$$x_1^3x + x_2^3y + x_3^3z + x_4^3t = 3$$

Remarcă: Dacă aveți nevoie, puteți folosi formula

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 \\ x_1^3 & x_2^3 & x_3^3 & x_4^3 \end{pmatrix} = \prod_{1 \leq j < k \leq 4} (x_k - x_j).$$

Observații: 1) Fotografați sau scanați rezolvările. Soluțiile vor fi transmise prin e-mail la adresele alexgica@yahoo.com și alexandru.gica@unibuc.ro până cel mai târziu la ora 14.15

2) Veți primi astăzi notele prin e-mail (prin intermediul șefului de grupă sau direct de la mine). Contestațiile se rezolvă tot astăzi de la ora 18 (posibil și mai devreme, în funcție de cum voi termina corectura). Voi iniția o sesiune Zoom în acest scop (în caz că este nevoie). Linkul pentru sesiune va fi transmis prin e-mail șefului de grupă (sau direct studentului în cauză).

3) Primiți un punct din oficiu. Dacă lucrarea nu depășește 2 pagini A4 primiți un bonus de 0,5 puncte. Nu trebuie să mai scrieți enunțurile problemelor. La problemele din testul grilă (primele patru), transmiteți doar numărul problemei și litera corespunzătoare răspunsului pe care îl considerați corect. Doar una dintre cele patru variante de răspuns este corectă. Dacă răspundeți corect la o problemă din testul grilă, primiți un punct. Răspunsul greșit vă aduce o penalizare de 0,25 puncte. Niciun răspuns (sau cel puțin două) se punctează cu 0 puncte.

4) La nota primită se vor adăuga bonusurile de la seminar.

5) Problema 5 se punctează cu 2 puncte iar problema 6 cu 3 puncte. Aceste două probleme necesită redactarea amănunțită a demonstrațiilor.