

Programare Logică – SEMINAR I

Claudia MUREȘAN

UNIVERSITATEA DIN BUCUREȘTI, FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ

c.muresan@yahoo.com, cmuresan@fmi.unibuc.ro

2019–2020, Semestrul II

Exercițiul 1. Există două triburi pe insula Tufa - Tu și Fa. Membrii tribului Tu spun întotdeauna adevărul, iar membrii tribului Fa mint întotdeauna. Un călător întâlnește trei băștinași - A , B , C . Fiecare dintre ei face o declarație călătorului:

- A spune: " B și C spun adevărul dacă și numai dacă C spune adevărul";
- B spune: "dacă A și C spun adevărul atunci este fals faptul că A spune adevărul când B și C spun adevărul";
- C spune: " B minte dacă și numai dacă A sau B spun adevărul".

Să se determine din ce triburi fac parte A , B , C :

- prin calcul semantic în logica propozițională clasică;
- printr-un program în Prolog.

Rezolvare: (i) Fie $a, b, c \in V$, două câte două distincte. Să instanțiem variabilele propoziționale a, b, c cu următoarele propoziții:

a : " A spune adevărul"
 b : " B spune adevărul"
 c : " C spune adevărul"

Să notăm cu $\alpha, \beta, \gamma \in E$ enunțurile corespunzătoare afirmațiilor făcute de A , B , C :

$\alpha = (b \wedge c) \leftrightarrow c$
 $\beta = (a \wedge c) \rightarrow \neg((b \wedge c) \rightarrow a)$
 $\gamma = \neg b \leftrightarrow (a \vee b)$

Fie o interpretare $h : V \rightarrow \mathcal{L}_2 = \{0, 1\}$. Conform notației din curs, $\tilde{h} : E \rightarrow \mathcal{L}_2$ este unica prelungire a lui h la mulțimea E a tuturor enunțurilor care transformă conectorii logici în operații booleene în algebra Boole standard \mathcal{L}_2 (lanțul cu exact 2 elemente, algebra booleană a valorilor de adevăr pentru logica clasică), și astfel calculează valorile de adevăr ale tuturor enunțurilor pe baza valorilor de adevăr pe care h le atribuie variabilelor propoziționale. (Amintesc că \tilde{h} este numită tot *interpretare/evaluare/semantică* și poate fi notată la fel ca h : restricția ei la mulțimea V a variabilelor propoziționale.)

Presupunem că h atribuie variabilelor propoziționale a , respectiv b , respectiv c valoarea $1 \in \mathcal{L}_2$ (reprezentând valoarea de adevăr "adevărat") ddacă A , respectiv B , respectiv C spune adevărul.

Afirmația făcută de A este adevărată ddacă A spune adevărul, prin urmare enunțurile α și a au aceeași valoare de adevăr în interpretarea h . La fel pentru enunțurile β și b , respectiv γ și c . Așadar:

$\tilde{h}(\alpha) = h(a) = \tilde{h}(a)$, așadar $1 = \tilde{h}(\alpha) \leftrightarrow \tilde{h}(a) = \tilde{h}(\alpha \leftrightarrow a)$;
 $\tilde{h}(\beta) = h(b) = \tilde{h}(b)$, așadar $1 = \tilde{h}(\beta) \leftrightarrow \tilde{h}(b) = \tilde{h}(\beta \leftrightarrow b)$;
 $\tilde{h}(\gamma) = h(c) = \tilde{h}(c)$, așadar $1 = \tilde{h}(\gamma) \leftrightarrow \tilde{h}(c) = \tilde{h}(\gamma \leftrightarrow c)$.

Acum putem proceda prin calcul boolean, sau putem considera toate valorile posibile pentru $h(a)$, $h(b)$, $h(c)$:

$h(a)$	$h(b)$	$h(c)$	$\tilde{h}(\neg b)$	$\tilde{h}(a \vee b)$	$\tilde{h}(a \wedge c)$	$\tilde{h}(b \wedge c)$	$\tilde{h}(\alpha)$	$\tilde{h}(\beta)$	$\tilde{h}(\gamma)$	$\tilde{h}(\alpha \leftrightarrow a)$	$\tilde{h}(\beta \leftrightarrow b)$	$\tilde{h}(\gamma \leftrightarrow c)$
0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0

Conform tabelului de mai sus, singurele interpretări h care satisfac $\tilde{h}(\alpha \leftrightarrow a) = \tilde{h}(\beta \leftrightarrow b) = \tilde{h}(\gamma \leftrightarrow c) = 1$ au următoarele valori în a, b, c : $h(a) = h(b) = 1$ și $h(c) = 0$. (Desigur, există o infinitate de astfel de interpretări, pentru că h poate lua orice valoare în orice variabilă propozițională din mulțimea infinită $V \setminus \{a, b, c\}$: valorile lui \tilde{h} în α, β, γ depind doar de valorile lui h în a, b, c .)

Așadar: A și B spun adevărul, iar C nu spune adevărul (A și B fac parte din tribul Tu, iar C din tribul Fa).

- O posibilitate: metoda din adevfals.pl sau pbadevfals.pl.