FMI, Info, Anul II, 2017-2018
Programare logică

Exerciţii

Teorie pentru E.1

O *substituţie* este o funcţie parţială de la variabile la termeni, adică $\sigma : V \to Trm_{\mathcal{L}}$. Un *unificator* pentru doi termeni t_1 şi t_2 este o substituţie θ astfel încât $\theta(t_1) = \theta(t_2)$. Un unificator ν pentru t_1 şi t_2 este un *cel mai general unificator* dacă pentru orice alt unificator ν' pentru t_1 şi t_2, există o substituţie μ astfel încât $\nu' = \nu; \mu$.

Algoritmul de unificare:

	Lista soluţie S	Lista de rezolvat R
Iniţial	$\emptyset$	$t_1 \doteq t'_1, \ldots, t_n \doteq t'_n$
SCOATE	S	R', $t \doteq t$
	S	R'
DESCOMPUNE	S	R', $f(t_1, \ldots, t_n) \doteq f(t'_1, \ldots, t'_n)$
	S	R', $t_1 \doteq t'_1, \ldots t_n \doteq t'_n$
REZOLVĂ	S	R', $x \doteq t$ sau $t \doteq x$, x nu apare în t
	$x \doteq t$, $S[x \leftarrow t]$	$R'[x \leftarrow t]$
Final	S	$\emptyset$

Algoritmul *se termină normal* dacă $R = \emptyset$ (în acest caz, în S are un unificator pentru termenii din lista iniţială R).

Algoritmul este oprit cu concluzia *inexistenţei unui unificator* dacă:

(i) În R există o ecuaţie de forma $f(t_1, \ldots, t_n) \doteq g(t'_1, \ldots, t'_k)$ cu $f \neq g$. Simbolurile de constantă se consideră simboluri de funcţie de aritate 0.

(ii) În R există o ecuaţie de forma $x \doteq t$ sau $t \doteq x$ şi variabila x apare în termenul t.

(E.1) Considerăm

- x, y, z, u, v variabile,
- a, b, c simboluri de constantă,
- $h, g, (\_)^{-1}$ simboluri de funcţie de aritate 1,
- $f, *, +$ simboluri de funcţie de aritate 2,
- p simbol de funcţie de aritate 3.

Aplicaţi algoritmul de unificare de mai sus pentru a găsi un unificator pentru termenii:

1) $p(a, x, h(g(y)))$ şi $p(z, h(z), h(u))$
2) $f(h(a), g(x))$ şi $f(y, y)$
3) $p(a, x, g(x))$ şi $p(a, y, y)$
4) $p(x, y, z)$ şi $p(u, f(v, v), u)$
5) $f(x, f(x, x))$ şi $f(g(y), f(z, g(a)))$
6) $x + (y * y)$ şi $(y * y) + z$
7) $(x * y) * z$ şi $u * u^{-1}$
8) $x * y$ şi $u * u^{-}1$
9) $x * y$ şi $x * (y * (u * v)^{-1})$
10) $x * y$ şi $y * (u * v)^{-}1$
11) $f(g(x), x)$ şi $f(y, y)$
12) $p(x, z, z)$ şi $p(y, y, b)$
13) $p(a, u, h(x))$ şi $p(y, f(y, z), z)$
14) $f(x, f(b, x))$ şi $f(f(y, a), f(b, f(z, z)))$
15) $p(x, b, x)$ şi $p(y, y, c)$
16) $f(x, y)$, $f(h(x), x)$ şi $f(x, b)$
17) $f(x, f(x, g(y)))$, $f(u, z)$ şi $f(g(y), y)$
18) $f(f(x, y), x)$, $f(g(y), z)$ şi $f(u, h(z))$
19) $f(f(x, y), x)$, $f(v, u)$ şi $f(u, h(z))$

20) $f(f(x,y),x)$, $f(v,u)$ şi $f(u,z)$

21) $f(f(g(x),h(y)),h(z))$, $f(f(u,h(h(x))),h(y))$ şi $f(v,w)$

22) $p(x,x,z)$, $p(f(a,a),y,y)$ şi $p(f(x,a),b,z)$

23) $p(x,x,z)$, $p(f(a,a),y,y)$ şi $p(x,b,z)$

24) $p(x,x,z)$, $p(f(a,a),y,y)$ şi $p(x,f(a,a),z)$

25) $p(f(x,a),g(y),z)$, $p(f(a,a),z,u)$ şi $p(v,u,z)$

(E.2) Găsiţi răspunsul dat de Prolog la următoarele întrebări:

?- 'Luke' = luke.
?- Luke = luke.
?- jedi(luke) = luke.
?- jedi(luke) = X.
?- jedi(luke) = jedi(X).
?- father(vader, A) = father(B, luke).
?- heroes(han, X, luke) = heroes(Y, ben, X).
?- heroes(han, X, luke) = heroes(Y, ben).
?- jedi(X) = X.
?- characters(hero(luke), villain(vader)) = characters(X, Y).
?- characters(hero(luke), X) = characters(X, villain(vader))

Teorie pentru E.3:

O formulă φ este în **formă rectificată** dacă:

(i) nici o variabilă nu apare şi liberă şi legată;

(ii) cuantificatori distincţi leagă variabile distincte.

Intuitiv, forma rectificată a unei formule se obţine prin redenumirea variabilelor astfel încât să nu apară conflicte.

O **formulă prenex** este o formulă de forma $Q_1 x_1\, Q_2 x_2 \ldots Q_n x_n\, \varphi$ unde $Q_i \in \{\forall, \exists\}$ pentru orice $i \in \{1, \ldots, n\}$, $x_1, \ldots, x_n$ sunt variabile distincte şi φ nu conţine cuantificatori.

Pentru o formulă rectificată putem obţine o formulă echivalentă în formă prenex astfel:

- Se înlocuiesc $\rightarrow$ şi $\leftrightarrow$:

$$\begin{aligned} \varphi \rightarrow \psi &\;\;\text{⫤⊨}\;\; \neg\varphi \vee \psi \\ \varphi \leftrightarrow \psi &\;\;\text{⫤⊨}\;\; (\neg\varphi \vee \psi) \wedge (\neg\psi \vee \varphi) \end{aligned}$$

- Se aplică următoarele echivalenţe:

$$\begin{array}{rcl} \neg\exists x\,\neg\varphi & \mathrel{\text{⫤⊨}} & \forall x\,\varphi \\ \neg\forall x\,\neg\varphi & \mathrel{\text{⫤⊨}} & \exists x\,\varphi \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} \forall x\,\varphi \wedge \forall x\,\psi & \mathrel{\text{⫤⊨}} & \forall x\,(\varphi \wedge \psi) \\ \exists x\,\varphi \vee \exists x\,\psi & \mathrel{\text{⫤⊨}} & \exists x\,(\varphi \vee \psi) \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \neg\exists x\,\varphi & \mathrel{\text{⫤⊨}} & \forall x\,\neg\varphi \\ \neg\forall x\,\varphi & \mathrel{\text{⫤⊨}} & \exists x\,\neg\varphi \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} \forall x\,\forall y\,\varphi & \mathrel{\text{⫤⊨}} & \forall y\,\forall x\,\varphi \\ \exists x\,\exists y\,\varphi & \mathrel{\text{⫤⊨}} & \exists y\,\exists x\,\varphi \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \forall x\,\varphi \vee \psi & \mathrel{\text{⫤⊨}} & \forall x\,(\varphi \vee \psi) \text{ dacă } x \notin FV(\psi) \\ \forall x\,\varphi \wedge \psi & \mathrel{\text{⫤⊨}} & \forall x\,(\varphi \wedge \psi) \text{ dacă } x \notin FV(\psi) \\ \exists x\,\varphi \vee \psi & \mathrel{\text{⫤⊨}} & \exists x\,(\varphi \vee \psi) \text{ dacă } x \notin FV(\psi) \\ \exists x\,\varphi \wedge \psi & \mathrel{\text{⫤⊨}} & \exists x\,(\varphi \wedge \psi) \text{ dacă } x \notin FV(\psi) \end{array}$$

(E.3) Considerăm un limbaj de ordinul I cu $\mathbf{R} = \{P, R, Q\}$ cu $ari(P) = 1$ şi $ari(R) = ari(Q) = 2$. Găsiţi formele echivalente prenex pentru următoarele formule:

1) $\forall x \exists y (R(x, y) \to R(y, x)) \to \exists x R(x, x)$

2) $\neg P(x) \to \neg \forall y \exists x R(x, y)$

3) $\exists x R(x, y) \leftrightarrow \forall y Q(x, y)$

Teorie pentru E.4:

Fie φ enunţ în formă prenex. Definim φ^{sk} o **formă Skolem** a lui φ şi $\mathcal{L}^{sk}(\varphi)$ astfel:

- dacă φ este liberă de cuantificatori, atunci $\varphi^{sk} = \varphi$ şi $\mathcal{L}^{sk}(\varphi) = \mathcal{L}$,
- dacă φ este universală[1], atunci $\varphi^{sk} = \varphi$ şi $\mathcal{L}^{sk}(\varphi) = \mathcal{L}$,
- dacă $\varphi = \exists x\,\psi$ atunci introducem un nou simbol de constantă c şi considerăm $\varphi^1 = \psi[x/c]$, $\mathcal{L}^1 = \mathcal{L} \cup \{c\}$.
- dacă $\varphi = \forall x_1 \ldots \forall x_k\, \exists x\,\psi$ atunci introducem un nou simbol de funcţie f de aritate k şi considerăm $\mathcal{L}^1 = \mathcal{L} \cup \{f\}$,

[1] Un enunţ se numeşte **universal** dacă conţine doar cuantificatori universali.

$$\varphi^1 = \forall x_1 \ldots \forall x_k \, \psi[x/f(x_1 \ldots x_k)]$$

În ambele cazuri, φ^1 are cu un cuantificator existenţial mai puţin decât φ. Dacă φ^1 este liberă de cuantificatori sau universală, atunci $\varphi^{sk} = \varphi^1$. Dacă φ^1 nu este universală, atunci formăm $\varphi^2, \varphi^3, \ldots$, până ajungem la o formulă universală şi aceasta este φ^{sk}.

(E.4) Consideram un limbaj de ordinul I cu $\mathbf{C} = \{b\}$ şi $\mathbf{R} = \{P, R, Q\}$ cu $ari(P) = 1$ şi $ari(R) = ari(Q) = 2$. Găsiţi formele Skolem pentru următoarele formule în formă prenex:

1) $\forall x \exists y \forall z \exists w (R(x, y) \wedge (R(y, z) \rightarrow (R(z, w) \wedge R(w, w))))$

2) $\forall x_1 \forall y_1 \exists y_2 \exists x_2 ((\neg R(x_1, y_2) \vee Q(b, y_1)) \wedge (\neg Q(x_1, y_2) \vee R(x_2, b)))$

3) $\exists x_1 \forall y_1 \exists x_2 (P(y_1) \vee R(x_1, x_2))$

Teorie pentru E.5:

Fie φ un enunţ în forma Skolem, adică $\varphi = \forall x_1 \ldots \forall x_n \, \psi$.

- Definim **universul Herbrand al formulei** φ, notat $T(\varphi)$, astfel:
  - dacă c este o constantă care apare în φ atunci $c \in T(\varphi)$,
  - dacă φ nu conţine nicio constantă atunci alegem o constantă arbitrară c şi considerăm că $c \in T(\varphi)$,
  - dacă f este un simbol de funcţie care apare în φ cu $ari(f) = n$ şi $t_1, \ldots, t_n \in T(\varphi)$ atunci $f(t_1, \ldots, t_n) \in T(\varphi)$.
- Definim **expansiunea Herbrand** a lui φ astfel

$$\mathcal{H}(\varphi) = \{\psi[x_1/t_1, \ldots, x_n/t_n] \mid t_1, \ldots, t_n \in T(\varphi)\}.$$[2]

(E.5) Considerăm un limbaj de ordinul I cu $\mathbf{F} = \{f, g\}$ cu $ari(f) = 2$ şi $ari(g) = 1$, $\mathbf{C} = \{b, c\}$ şi $\mathbf{R} = \{P, Q\}$ cu $ari(P) = 3, ari(Q) = 2$.

(a) Descrieţi termenii din universul Herbrand.

(b) Descrieţi formulele din expansiunea Herbrand a următoarelor formule:

[2] Reamintim că $\psi[x/t]$ este formula obţinută înlocuind în ψ toate apariţiile libere ale lui x cu t.

1) $\varphi := \forall x \forall y\, P(c, f(x,b), g(y))$

2) $\psi := \forall x \forall y\, (Q(x,b) \vee Q(x, g(y)))$

Teorie pentru E.6

Rezoluţia pentru clauze închise în logica de ordinul I

- În logica de ordinul I un literal este o formulă atomică sau negaţia unei formule atomice.

$$literal := \; P(t_1, \ldots, t_n) \mid \neg P(t_1, \ldots, t_n)$$

  unde $P \in \mathbf{R}, ari(P) = n$, şi $t_1, \ldots, t_n$ sunt termeni.

- Pentru un literal L vom nota cu L^c literalul complement.

  De exemplu, dacă $L = \neg P(x)$ atunci $L^c = P(x)$ şi invers.

- O formulă φ este formă clauzală dacă

$$\varphi \; := \; \forall x_1 \ldots \forall x_n \psi \text{ unde } \psi \text{ este FNC}$$

- Pentru orice formulă φ din logica de ordinul I există o formă clauzală φ^{fc} astfel încât

$$\varphi \text{ este satisfiabilă dacă şi numai dacă } \varphi^{fc} \text{ este satisfiabilă}$$

- Pentru o formulă φ, forma clauzală φ^{fc} se poate calcula astfel:

  (i) se determină forma rectificată

  (ii) se cuantifică universal variabilele libere

  (iii) se determină forma prenex

  (iv) se determină forma Skolem

  în acest moment am obţinut o formă Skolem $\forall x_1 \ldots \forall x_n \psi$

  (v) se determină o FNC ψ' astfel încât $\psi \mathrel{\text{H}} \psi'$

  (vi) φ^{fc} este $\forall x_1 \ldots \forall x_n \psi'$

- Fie C o clauză. Spunem că C' este o instaţă a lui C dacă există o substituţie $\theta : V \to Trm_{\mathcal{L}}$ astfel încât $C' = \theta(C)$.

  Spunem că C' este o instanţă închisă a lui C dacă există o substituţie $\theta : V \to T_{\mathcal{L}}$ such that $C' = \theta(C)$ (C' se obţine din C înlocuind variabilele cu termeni din universul Herbrand)

- Fie $\mathcal{C}$ o mulţime de clauze. Definim

$$\mathcal{H}(\mathcal{C}) := \{\theta(C) \mid C \in \mathcal{C}, \theta : V \to T_{\mathcal{L}}\}$$

O mulţime de clauze $\mathcal{C}$ este nesatisfiabilă dacă şi numai dacă există o submulţime finită a lui $\mathcal{H}(\mathcal{C})$ care este nesatisfiabilă.

$\mathcal{H}(\mathcal{C})$ este mulţimea instanţelor închise ale clauzelor din $\mathcal{C}$.

- Rezoluţia pe clauze închise păstrează satisfiabilitaea

$$Rez\ \frac{C_1 \cup \{L\}, C_2 \cup \{\neg L\}}{C_1 \cup C_2}$$

unde C_1, C_2 clauze închise, iar L este o formulă atomică închisă astfel încât $\{L, \neg L\} \cap C_1 = \emptyset$ şi $\{L, \neg L\} \cap C_2 = \emptyset$

(E.6) Considerăm următoarea mulţime de clauze în logica de ordinul I:

$$\mathcal{C} = \{\, \{\neg P(f(a)), Q(y)\},\ \{P(y)\},\ \{\neg Q(b)\}\, \}$$

Arătaţi că $\mathcal{C}$ nu este satisfiabilă prin următoarele metode:

1) Găsiţi o submulţime finită nesatisfiabilă lui $\mathcal{H}(\mathcal{C})$.

2) Găsiţi o derivare pentru $\square$ folosind rezoluţia pe clauze închise.

Teorie pentru E.7, E.8:

Regula rezoluţiei pentru clauze arbitrare

- Regula rezolu ctiei păstrează satisfiabilitatea:

$$Rez\ \frac{C_1, C_2}{(\sigma C_1 \setminus \sigma Lit_1) \cup (\sigma C_2 \setminus \sigma Lit_2)}$$

dacă următoarele condiţii sunt satisfăcute:

(i) C_1, C_2 clauze care nu au variabile comune,

(ii) $Lit_1 \subseteq C_1$ şi $Lit_2 \subseteq C_2$ sunt mulţimi de literali,

(iii) σ este un cgu pentru Lit_1 şi Lit_2^c, adică
σ unifică toţi literalii din Lit_1 şi Lit_2^c.

- O clauză C se numeşte rezolvent pentru C_1 şi C_2 dacă există o redenumire de variabile $\theta : V \to V$ astfel încât C_1 şi θC_2 nu au variabile comune şi C se obţine din C_1 şi θC_2 prin Rez.
- Fie $\mathcal{C}$ o mulţime de clauze. O derivare prin rezoluţie din mulţimea $\mathcal{C}$ pentru o clauză C este o secvenţă $C_1, \ldots, C_n$ astfel încât $C_n = C$ şi, pentru fiecare $i \in \{1, \ldots, n\}$, $C_i \in \mathcal{C}$ sau C_i este un rezolvent pentru două cauze C_j, C_k cu $j, k < i$.
- O mulţime de clauze $\mathcal{C}$ este nesatisfiabilă dacă şi numai dacă există o derivare a clauzei vide $\square$ din $\mathcal{C}$ prin Rez.

(E.7) Găsiţi doi rezolvenţi pentru următoarele clauze:

$$\begin{aligned} C_1 &= \{P(x), P(g(y)), Q(x)\} \\ C_2 &= \{\neg P(x), R(f(x), a)\} \end{aligned}$$

unde P, Q, R sunt simboluri de relaţii, a este o constantă, x, y sunt variabile.

(E.8) Găsiţi o derivare prin rezoluţie a $\square$ pentru următoarea mulţime de clauze:

$C_1 = \{\, \neg P(x),\ R(x, f(x))\, \}$
$C_2 = \{\, \neg R(a, x), Q(x)\, \}$
$C_3 = \{P(a)\}$
$C_4 = \{\neg Q(f(x))\}$

unde P, Q, R sunt simboluri de relaţii, f e simbol de funţie, a este o constantă, x, y sunt variabile.

Teorie pentru E.9,E.10:

Deducţie şi satisfiabilitate

- Dacă $\varphi_1, \ldots, \varphi_n, \varphi$sunt formule (în logica propoziţională sau calculul cu predicate) atunci:

  $\{\varphi_1, \ldots, \varphi_n\} \vDash \varphi$ este echivalent cu

  $\vDash \varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \to \varphi$ este echivalent cu

  $\vDash \neg\varphi_1 \vee \ldots \neg\varphi_n \vee \varphi$ este echivalent cu

  $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \wedge \neg\varphi$ este satisfiabilă.

- În particular, $\models \varphi$ dacăşi numai dacă există o derivare pentru $\square$ din forma clauzală a lui $\neg\varphi$.
- Pentru a cerceta satisfiabilitatea este suficient să studiem forme clauzale.

(E.9) Folosind rezoluţia, arătaţi că următoarea formulă este validă în logica de ordinul I:

$$\varphi := (\forall x\, (P(x) \to Q(x))) \to ((\exists x\, P(x)) \to (\exists x\, Q(x)))$$

Indicaţie: se găseşte o derivare pentru $\square$ din forma clauzală a lui $\neg\varphi$.
$\mathcal{C} = \{\, \{\neg P(x), Q(x)\},\ \{P(c)\},\ \{\neg Q(x)\}\, \}$
Derivare prin rezoluţie pentru $\square$:
$C_1 = \{\neg P(x), Q(x)\}$
$C_2 = \{P(c)\}$
$C_3 = \{Q(c)\}$
$C_4 = \{\neg Q(x)\}$
$C_5 = \square\ Rez, C_3, C_4, \theta = \{x \leftarrow c\}$

(E.10) Avem următorul raţionament:

"*Există elevi cărora le plac toate lecturile. Nici unui elev nu îi plac lucrurile plictisitoare. În consecinţă, nici o lectură nu este plictisitoare.*"

Definim predicatele
$E(x)$ "x este elev"
$L(x)$ "x este lectură"
$P(x)$ "x este plictisitor"
$R(x, y)$ "x place y"

1) Folosind predicatele E, L, P, R, exprimaţi fiecare afirmaţie în logica de ordinul I.
2) Demonstraţi prin rezoluţie că raţionamentul este corect.

Teorie pentru E.11:

- O *clauză definită* este o formulă de forma:
  - $P(t_1, \ldots, t_n)$ (formulă atomică), unde P este un simbol de predicat, iar $t_1, \ldots, t_n$ termeni
  - $P_1 \wedge \ldots \wedge P_n \to Q$, unde toate P_i, Q sunt formule atomice.

- O regulă din Prolog $\texttt{Q} :- \texttt{P}_1, \ldots, \texttt{P}_n$ este o clauză $P_1 \wedge \ldots \wedge P_n \to Q$, iar un fapt din Prolog $\texttt{P}(\texttt{t}_1, \ldots, \texttt{t}_n)$ este o formulă atomică $P(t_1, \ldots, t_n)$.
- O clauză definită $P_1 \wedge \ldots \wedge P_n \to Q$ poate fi gândită ca formula $Q \vee \neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_n$.
- Pentru o mulţime de clauze definite T, *regula rezolutiei SLD* este

$$\text{SLD} \quad \boxed{\frac{\neg P_1 \vee \cdots \vee \neg P_i \vee \cdots \vee \neg P_n}{(\neg P_1 \vee \cdots \vee \neg Q_1 \vee \cdots \vee \neg Q_m \vee \cdots \vee \neg P_n)\theta}}$$

  unde $Q \vee \neg Q_1 \vee \cdots \vee \neg Q_m$ este o clauză definită din T (în care toate variabilele au fost redenumite) şi θ este c.g.u pentru P_i şi Q.

- Fie T o mulţime de clauze definite şi $P_1 \wedge \ldots \wedge P_m$ o ţintă, unde P_i sunt formule atomice. O derivare din T prin rezoluţie SLD este o secvenţă $G_0 := \neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m$, G_1, ..., G_k, ... în care G_{i+1} se obţine din G_i prin regula SLD. Dacă există un k cu $G_k = \square$ (clauza vidă), atunci derivarea se numeşte *SLD-respingere*.

Teorema 1 (Completitudinea SLD-rezoluţiei)**.** *Sunt echivalente:*

(i) există o SLD-respingere a lui $P_1 \wedge \ldots \wedge P_m$ din T,

(ii) $T \vDash P_1 \wedge \cdots \wedge P_m$.

(E.11) Găsiţi o SLD-respingere pentru următoarele programe Prolog şi ţinte:

(a)
```
1. r :- p,q.     5. t.     ?- w.
2. s :- p,q.     6. q.
3. v :- t,u.     7. u.
4. w :- v,s.     8. p.
```

(b)
```
1. q(X,Y) :- q(Y,X), q(Y,f(f(Y))).     ?- q(f(Z),a).
2. q(a,f(f(X))).
```

(c)
```
1. p(X) :- q(X,f(Y)), r(a).     4. r(X) :- q(X,Y).     ?- p(X), q(Y,Z).
2. p(X) :- r(X).                5. r(f(b)).
3. q(X,Y) :- p(Y).
```

Teorie pentru E.12:

Fie T o mulţime de clauze definite şi o ţintă $G_0 = \neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m$. Un *arbore SLD* este definit astfel:

- Fiecare nod al arborelui este o ţintă (posibil vidă)
- Rădăcina este G_0
- Dacă arborele are un nod G_i, iar G_{i+1} se obţine din G_i folosind regula SLD folosind o clauză $C_i \in T$, atunci nodul G_i are copilul G_{i+1}. Muchia dintre G_i şi G_{i+1} este etichetată cu C_i.

Dacă un arbore SLD cu rădăcina G_0 are o frunză $\square$ (clauza vidă), atunci există o SLD-respingere a lui G_0 din T.

(E.12) Desenaţi arborele SLD pentru programul Prolog de mai jos şi ţinta `?- p(X,X).`

```
 1. p(X,Y) :- q(X,Z), r(Z,Y).
 2. p(X,X) :- s(X).
 3. q(X,b).
 4. q(b,a).
 5. q(X,a) :- r(a,X).
 6. r(b,a).
 7. s(X) :- t(X,a).
 8. s(X) :- t(X,b).
 9. s(X) :- t(X,X).
10. t(a,b).
11. t(b,a).
```