

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПРАКТИКИ.

1. Приближение функций.

Задание 1.1.

1) Для заданной функции $f(x)$ построить на отрезке $[-1, 1]$ ее график вместе с графиком интерполяционного полинома Лагранжа для различных значений n

а) с равноотстоящими узлами;

б) с чебышевскими узлами.

2) Исследовать (по графикам) отклонение ИП от исходной функции для функций:

а) с малой производной $f^{(n)}(x)$ на $[-1, 1]$;

б) с большой производной $f^{(n)}(x)$ на $[-1, 1]$ ($f(x) = e^{-kx^2}$) или

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2};$$

в) $f(x) = |x|$.

Задание 1.2.

Для заданной функции $f(x)$ построить на отрезке $[-1, 1]$ ее график вместе с графиком кубического сплайна для различных значений n . Исследовать (по графикам) отклонение кубического сплайна от исходной функции.

2. Численное интегрирование.

Задание 2.

Написать программу, производящую вычисление интегралов по 2-м заданным квадратурным формулам (КФ) с заданной точностью. Для контроля точности использовать правило Рунге. Выводить на печать значение интеграла, а также шаг и количество разбиений отрезка интегрирования.

Квадратурные формулы:

- 1) левых прямоугольников;
- 2) правых прямоугольников;
- 3) центральных прямоугольников;
- 4) трапеций;
- 5) Симпсона (парабол);
- 6) Симпсона $3/8$;
- 7) Гаусса 3-го порядка;
- 8) Гаусса 4-го порядка.

3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Задание 3.

Решить систему линейных алгебраических уравнений $Ax = f$ с помощью заданного метода:

- 1) Метод Гаусса;
- 2) Метод квадратного корня (метод Холецкого);
- 3) Метод прогонки.

Вывести значение решения и вектора невязки $r = Ax - f$.

4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Задание 4.

Решить СЛАУ с помощью 2-х заданных итерационных методов. Вывести значение решения, график зависимости нормы невязки от номера итерации и его значение, при котором достигнута заданная точность. Выполнить задание для различных значений начального приближения.

- 1) Метод Якоби;
- 2) Метод Зейделя;
- 3) Метод релаксации;
- 4) Метод наискорейшего спуска;
- 5) Метод минимальных невязок;
- 6) Метод наискорейшего спуска.

5. Методы решения задач на собственные значения.

Задание 5.

Найти собственные числа матрицы A заданным итерационным методом с заданной точностью. Вывести количество итераций, при котором эта точность достигнута.

- 1) Метод прямой итерации;
- 2) Метод вращений.

6. Численные методы решения задач Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ).

Задание 6.

Построить задачу Коши 1-го порядка. Решить полученную задачу на отрезке $[0, 1]$ заданным методом. Результат вывести в виде графика вместе с графиком точного решения. Исследовать влияние шага на приближенное решение.

- 1) Метод Эйлера;
- 2) Метод Рунге-Кутты 2-го порядка;
- 3) Метод Рунге-Кутты 4-го порядка;
- 4) Явный метод Адамса 4-го порядка;
- 5) Неявный метод Адамса 2-го порядка.

7. Решение нелинейных уравнений.

Задание 7.

Найти решение уравнения $F(x) = 0$ с помощью заданного метода:

- 1) Метод деления отрезка пополам;
- 2) Метод секущих;
- 3) Метод Ньютона (касательных);
- 4) Метод простой итерации.

Дополнительные задачи:

1. Построить для заданной функции интерполяционный полином Ньютона.
2. Найти обратную матрицу методом Гаусса.
3. Использовать метод Ньютона (метод касательных) для решения системы 2-х уравнений.
4. Методы оптимизации, применяемые в нейронных сетях.
5. Применение быстрого преобразования Фурье.