

Задание: Разработать алгоритм оптимизации функции Розенброка искусственной иммунной сетью.

Функция Розенброка для двух переменных определяется как:

$$f(x, y) = (1 - x)^2 + 100(y - x^2)^2.$$

Она имеет глобальный минимум в точке $(x, y) = (1, 1)$ где $f(x, y) = 0$.

Основные понятия и определения

Для использования в информационных технологиях наибольший интерес представляют функции приобретенной иммунной системы, которые реализуют, прежде всего, лимфоциты. *Лимфоциты (lymphocytes)* – главные клетки иммунной системы, вырабатывающие антитела в ответ на вторжение антигенов. По функциональным признакам различают несколько типов лимфоцитов, главными из которых являются *B-лимфоциты*, осуществляющие распознавание антигенов и выработку антител. Среди *B-лимфоцитов* выделяют клетки «памяти», живущие относительно долго и хранящие в себе информацию о встреченных ранее организмом чужеродных белках.

При распознавании *B-лимфоцитами* антигенов совпадение образа антигена в рецепторах и встреченного антигена может быть неполным. Мера близости антигена (точнее, его образа в рецепторах *B-лимфоцита*) и антитела носит наименование *аффинности (affinity)*.

Оптимизация с помощью модели иммунной сети

Иммунная сеть представляет собой математическую структуру, имитирующую некоторые функции иммунной системы человека. Многие внешние черты сближают иммунную сеть с такой современной информационной технологией, как нейронные сети. Подобно нейронным сетям, иммунные сети обладают способностью к обучению, прогнозированию и принятию решений в незнакомой ситуации. Как и нейронные сети, иммунные сети не нуждаются в заранее известной модели задачи, а строят эту модель на основе полученной информации. Наконец, как нейронные, так и иммунные сети наиболее эффективны при решении плохо формализованных (слабо структурированных) задач, таких как прогнозирование, классификация и управление.

Популяцию антител (детекторов) обозначим $S^b = (s_i^b, i \in [1:|S^b|])$, а популяцию антигенов (данных) – $S^g = (s_j^g, j \in [1:|S^g|])$. Положим, что текущие координаты антитела s_i^b и антигена s_j^g определяют, соответственно, векторы $X_i^b = (x_{i,k}, k \in [1:|X|])$, $X_j^g = (x_{j,l}, l \in [1:|X|])$.

Аффинность связей антител s_i^b , s_j^b друг с другом (*BB-аффинность*) определяем как расстояние $\rho(X_i^b, X_j^b) = \rho_{i,j}^{bb}$ между соответствующими векторами. Аналогично определяем *BG-аффинность* связей антитела s_i^b и антигена s_j^g в виде расстояния $\rho(X_i^b, X_j^g) = \rho_{i,j}^{bg}$. Полагаем, что меньшим значениям расстояния $\rho(\cdot, \cdot)$ соответствует большая аффинность связей между агентами. Совокупность всех расстояний $\rho_{i,j}^{bb}$ обозначаем

$$R^{bb} = \{\rho_{i,j}^{bb}, i, j \in [1:|S^b|]\},$$

При бинарном кодировании координат агентов в качестве меры расстояния $\rho(\cdot, \cdot)$ обычно используют расстояние Хемминга $\|\cdot\|_H$

Таким образом, иммунная сеть может быть представлена в виде графа (не обязательно связного), узлы которого соответствуют антителам и антигенам, а дуги – аффинным связям между ними. Формально иммунную сеть определяет набор

$$\langle S^b, S^g, R^{bb}, R^{bg}, S^m, n_b, n_c, b_s, b_b, b_r, b_n \rangle,$$

где кроме введенных выше приняты следующие обозначения: S^m – подмножество популяции антител S^b , состоящее из *клеток памяти* иммунной сети; n_b – число лучших антител, отбираемых для клонирования и мутации из множества антител S^b ; n_c – число клонов, создаваемых каждым из отобранных антител; b_s – *степень селекции (selection rate)*, то есть относительное число улучшенных антител, отбираемых из множества клонированных клеток; b_b – пороговый коэффициент гибели или стимуляции антител в зависимости от значений их ρ^{bg} -аффинности; b_r – пороговый коэффициент сжатия иммунной сети; b_n – коэффициент обновления иммунной сети.

В общем случае схему функционирования иммунной сети можно представить в следующем виде.

1) Инициализируем популяции антител и антигенов S^b, S^g .

2) Для каждого из антигенов $s_i^g, i \in [1:|S^g|]$ выполняем следующие действия.

2.1) Вычисляем BG -аффинность антигена s_i^g со всеми антителами сети $s_j^b, j \in [1:|S^b|]$ и отбираем среди указанных антител n_b агентов с максимальной BG -аффинностью.

2.2) Клонировать отобранные антитела с коэффициентом клонирования, пропорциональным их BG -аффинности, так чтобы общее число клонов было равно $n_b n_c$. Все полученные клоны подвергаем мутации.

2.3) Вычисляем для полученных антител их BG -аффинность с антигеном s_i^g . Среди всех полученных антител выбираем $n_d = b_s n_b n_c$ антител, имеющих максимальную BG -аффинность, и помещаем в популяцию клеток памяти S^m . Удаляем из популяции S^m те клетки, BG -аффинность которых ниже величины b_b .

2.4) Вычисляем BB -аффинность всех клеток скорректированной популяции S^m . Удаляем из популяции S^m тех агентов, BB -аффинность которых ниже величины b_r (*клональное сжатие*). Расширяем популяцию S^b агентами популяции S^m .

3) Вычисляем BB -аффинность агентов расширенной популяции S^b и удаляем из этой сети тех агентов, аффинность которых ниже величины b_r (*сетевое сжатие*).

4) Заменяем b_n процентов худших (с точки зрения BB -аффинности) агентов популяции S^b новыми, случайно сгенерированными клетками.

5) Проверяем выполнение условий окончания итераций и в зависимости от результата проверки либо переходим к шагу 2, либо завершаем вычисления.

Пример алгоритма искусственной иммунной сети

Рассмотрим несколько упрощенный алгоритм искусственной иммунной сети. Схема одной итерации которого имеет следующий вид.

- 1) Из текущей популяции антител S^b выбираем n_b антител с максимальной BG -аффинностью.
- 2) Для каждого антитела из числа отобранных n_b антител создаем n_c клонов и помещаем их во множество S^m .
- 3) Выполняем мутацию каждого антитела из множества S^m по формуле

$$X_i^m(t+1) = X_i^m(t) + \alpha U_{|x|}(-0,5; 0,5), \quad i \in [1:|S^m|],$$

где α – коэффициент мутации.

- 4) Определяем BG -аффинность всех антител модифицированного множества S^m и осуществляем его сжатие путем исключения всех антител, кроме n_d лучших.

- 5) Объединяем популяцию S^b с полученной указанным образом популяцией S^m и выполняем сжатие этой объединенной популяции с сохранением наилучших решений.

Используем данный алгоритм для решения задачи глобальной безусловной минимизации тестовых функций Розенброка, Химмельблау и Растригина (см. Приложение Б). Примем следующие значения свободных параметров алгоритма: размер популяции $|S^b| = 50$; число лучших антител, отбираемых для клонирования и мутации, $n_b = 10$; число лучших клонов, оставляемых после мутации, $n_d = 5$.