

Бактериальная оптимизация

Поведение бактерий обусловлено механизмом, который называется *бактериальным хемотаксисом* (*bacterial chemotaxis*) и представляет собой двигательную реакцию микроорганизмов на химический раздражитель. Данный механизм позволяет бактерии двигаться по направлениям к аттрактантам (чаще всего, питательным веществам) и от репеллентов (потенциально вредных для бактерии веществ).

Канонический алгоритм бактериальной оптимизации

Рассмотрим задачу многомерной глобальной безусловной оптимизации. Полагаем, что значения фитнес-функции $\varphi(X)$ должны быть максимизированы.

Канонический *алгоритм бактериальной оптимизации* (*Bacterial Foraging Optimization, BFO*) основан на использовании трех следующих основных механизмов: хемотаксис, репродукция, ликвидация и рассеивание.

Пусть $X_{i,r,l} = X_{i,r,l}(t)$ – $(|X| \times 1)$ -вектор текущего положения бактерии $s_i \in S$ на итерации t (на t -м шаге хемотаксиса), r -м шаге репродукции и l -м шаге ликвидации и рассеивания. Здесь $i \in [1: |S|]$, $t \in [1: \hat{t}]$, $r \in [1: \hat{t}^r]$, $l \in [1: \hat{t}^l]$, где $|S|$ – четное число агентов в колонии бактерий; \hat{t} , \hat{t}^r , \hat{t}^l – общие числа итераций (шагов хемотаксиса), шагов репродукции, а также шагов ликвидации и рассеивания. Соответствующее значение фитнес-функции обозначим $\varphi_{i,r,l} = \varphi_{i,r,l}(t)$.

Хемотаксис. Процедура хемотаксиса реализует в алгоритме *BFO* локальную оптимизацию. Следующее положение $X'_{i,r,l}$ бактерии s_i (то есть положение на $(t+1)$ -м шаге хемотаксиса) определяет формула

$$X'_{i,r,l} = X_{i,r,l} + \lambda_i \frac{V_i}{\|V_i\|_E}, \quad (4.1)$$

где V_i – текущий направляющий $(|X| \times 1)$ -вектор шага хемотаксиса бактерии, λ_i – текущая величина этого шага. При плавании бактерии на следующей итерации вектор V_i остается неизменным, то есть верно равенство $V'_i = V_i$. При кувырке бактерии вектор V'_i представляет собой случайный вектор, значения компонент которого находятся в интервале $[-1; 1]$. Другими словами, при кувыркании имеет место равенство $V'_i = U_{|X|}(-1; 1)$. Плавание каждой из бактерий продолжается до тех пор, пока происходит увеличение значений фитнес-функции.

Величина шага хемотаксиса в формуле (4.1) может меняться в процессе поиска, уменьшаясь по некоторому закону с ростом числа итераций t .

Репродукция (reproduction). Механизм репродукции имеет своей целью ускорение сходимости алгоритма, то есть его интенсификацию. Назовем текущим *состоянием здоровья* (*health status*) h_i бактерии s_i сумму значений фитнес-функции во всех точках ее траектории от первой до текущей итерации t :

$$h_i = \sum_{\tau=1}^t \varphi_{i,r,l}(\tau), \quad i \in [1: |S|].$$

Вычислим значения всех величин h_i , отсортируем бактерии в порядке убывания состояний их здоровья и представим результат сортировки в виде линейного списка. Механизм репродукции состоит в том, что на $(r+1)$ -м шаге репродукции вторая половина агентов (наиболее слабых) исключается из указанного списка (погибает), а каждый из агентов первой (выжившей) половины списка расщепляется на два одинаковых агента с одинаковыми координатами, равными координатам расщепленного агента.

Пусть, например, s_j , $j \in [1:|S|]$ – один из выживших агентов, положение которого определяет вектор $X_{j,r,l}$. После репродукции этого агента получаем агентов s_j , s_k , $k = |S|/2 + j$, положения которых равны $X_{j,r+1,l} = X_{j,r,l}$, $X_{k,r+1,l} = X_{j,r,l}$.

В результате выполнения процедуры репродукции общее число бактерий в популяции остается неизменным и равным $|S|$. Требование четности числа бактерий в популяции обусловлено именно рассмотренной схемой репликации.

Ликвидация и рассеивание (elimination and dispersal). Рассмотренных процедур хемотаксиса и репродукции в общем случае недостаточно для отыскания глобального максимума многоэкстремальной фитнес-функции, поскольку эти процедуры не позволяют бактериям покидать найденные ими локальные минимумы указанной функции. Процедура ликвидации и рассеивания особей призвана преодолеть этот недостаток.

Механизм ликвидации и рассеивания включается после выполнения определенного числа процедур репродукции и состоит в следующем. С заданной вероятностью ξ_e случайным образом выбираем $n < |S|$ бактерий s_1, s_2, \dots, s_n и уничтожаем их. Вместо каждой из уничтоженных бактерий в случайно выбранной точке пространства поиска создаем нового агента с тем же номером. Число бактерий в колонии в результате выполнения операции ликвидации и рассеивания остается постоянным и равным $|S|$.

Более строго, процедуру ликвидации и рассеивания определяет следующая последовательность шагов.

- 1) Полагаем $j = 1$.
- 2) Генерируем натуральное случайное число $i_j = U_1(1:|S|)$ и вещественное случайное число $u_j = U_1(0;1)$.
- 3) Если $u_j > \xi_e$, то новые координаты бактерии s_j определяем по формуле

$$x_{i_j,r,l,k} = U_1(x_k^-; x_k^+), \quad k \in [1:|X|], \quad (4.2)$$

где x_k^- , x_k^+ – константы, определяющие диапазон возможных начальных координат бактерий.

- 4) Полагаем $j = j+1$ и продолжаем итерационный процесс до тех пор, пока не будет уничтожено n бактерий.

Инициализация популяции, то есть определение векторов начальных положений бактерий $X_{i,0,0}$, $i \in [1:|S|]$, производится по формуле, аналогичной формуле (4.2).

Свободными являются следующие параметры алгоритма *BFO*: $\hat{t}, \hat{t}^r, \hat{t}^l$ – общие числа шагов хемотаксиса, репродукции, а также ликвидации и рассеивания соответственно; $\lambda_i, i \in [1:|S|]$ – величины шагов хемотаксиса; ξ_e – вероятность ликвидации; n – число бактерий, уничтожаемых при выполнении процедуры ликвидации и рассеивания; $x_k^-, x_k^+, k \in [1:|X|]$ – константы, определяющие диапазон возможных начальных координат бактерий, а также координат бактерий, создаваемых в процессе выполнения процедуры ликвидации и рассеивания.

Задание: Разработать алгоритм бактериальной оптимизации обратной сферической функции.

Целевая функция имеет вид (так называемая гиперсфера) :

$$f(x_1, \dots, x_n) = - \sum_{i=1}^n x_i^2$$

Максимум такой функции находится в точке, когда все координаты равны 0.