

## 3.2.5 (4.6). Свободные и вынужденные колебания в электрическом контуре

23 августа 2023 г.

Составители: Мальцев М.А., Копнин С.И.

**Цель работы:** исследование свободных и вынужденных колебаний в колебательном контуре.

**В работе используются:** осциллограф АКТАКОМ ADS-6142Н, генератор сигналов специальной формы АКИП-3409/4, магазин сопротивлений МСР-60, магазин емкости Р5025, магазин индуктивности Р567 типа МИСП, соединительная коробка с шунтирующей емкостью, соединительные одножильные и коаксиальные провода.

### 1 Экспериментальная установка

Схема установки для исследования колебаний приведена на рисунке 1.

Колебательный контур состоит из постоянной индуктивности  $L$  с активным сопротивлением  $R_L$ , переменной емкости  $C$  и сопротивления  $R$ . Картина колебаний напряжения на емкости наблюдается на экране двухканального осциллографа. Для

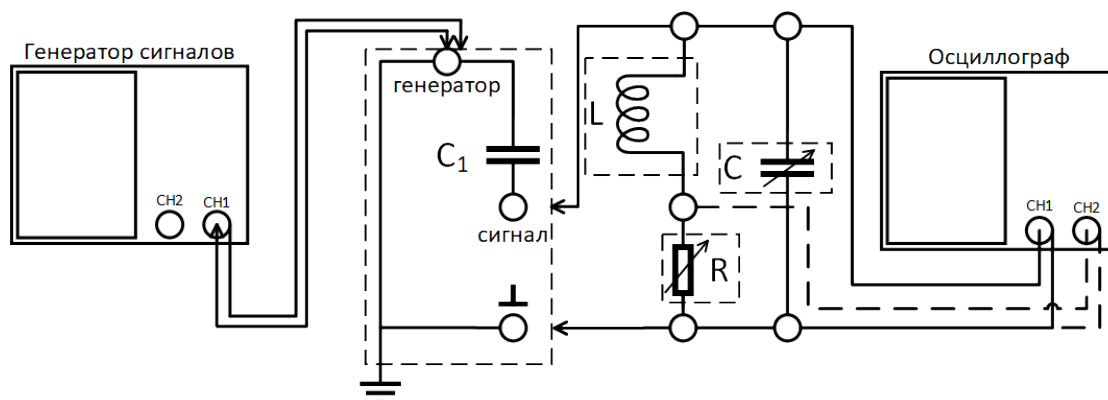


Рис. 1: Схема установки для исследования вынужденных колебаний

возбуждения затухающих колебаний используется генератор сигналов специальной формы. Сигнал с генератора поступает через конденсатор  $C_1$  на вход колебательного контура. Данная емкость необходима чтобы выходной импеданс генератора был много меньше импеданса колебательного контура и не влиял на процессы, проходящие в контуре.

Установка предназначена для исследования не только возбужденных, но и свободных колебаний в электрической цепи. При изучении свободно затухающих колебаний генератор специальных сигналов на вход колебательного контура подает периодические короткие импульсы, которые заряжают конденсатор  $C$ . За время между последовательными импульсами происходит разрядка конденсатора через резистор и катушку индуктивности. Напряжение на конденсаторе  $U_C$  поступает на вход канала 1(X) электронного осциллографа. Для наблюдения фазовой картины затухающих колебаний на канал 2(Y) подается напряжение с резистора  $R$  (пунктирная линия на схеме установки), которое пропорционально току  $I$  ( $I \propto dU_C/dt$ ).

При изучении возбужденных колебаний на вход колебательного контура подается синусоидальный сигнал. С помощью осциллографа возможно измерить зависимость амплитуды возбужденных колебаний в зависимости от частоты внешнего сигнала, из которого возможно определить добротность колебательного контура. Альтернативным способом расчета добротности контура является определение декремента затухания по картине установления возбужденных колебаний. В этом случае генератор сигналов используется для подачи цугов синусоидальной формы.

## 2 ЗАДАНИЕ

В работе предлагается исследовать параллельный колебательный контур несколькими способами.

1. Изучение свободных колебаний в электрическом контуре
  - а) Определение зависимости периода свободных колебаний контура от емкости
  - б) Определение зависимости логарифмического декремента затухания от сопротивления
  - с) Определение критического сопротивления контура
2. Изучение вынужденных колебаний в электрическом контуре
  - а) Построение резонансных кривых колебательного контура: АЧХ и ФЧХ
  - б) Изучение процесса установления и затуханий колебаний
  - с) Определение декремента затухания колебательного контура по нарастанию колебаний и по их затуханию
3. Определение добротности контура различными способами

## 2.1 Подготовка приборов к работе

1. Подключите генератор специальных сигналов к входу 1(X) осциллографа.
2. Установите на генераторе специальных сигналов последовательность импульсов. Нажмите кнопку “Pulse”. С помощью интерфейса генератора установите длительность (PullWidth) импульсов 10 мкс, частоту повторения импульсов  $\nu = 100$  Гц, а амплитуду сигнала 20 В. Подайте сигнал, нажав на клавишу “Output”
3. Убедитесь, что на осциллографе отображаются периодические импульсы. Для получения статичного изображения нажмите кнопку “Menu” в области “Trigger”, с помощью интерфейса осциллографа выберете Источник синхронизации Кан.1 и вращая ручку плавной настройки синхронизации добейтесь статичной картинки сигнала. (Альтернативно можно воспользоваться кнопкой “Autoset” на осциллографе).
4. Как только удалось получить неподвижную картинку сигнала можно приступить к сборке схемы согласно рис. 1.

## 2.2 Измерение периодов свободных колебаний

1. Установите на магазине сопротивлений величину  $R = 0$  Ом, на магазине индуктивностей  $L = 100$  мГн (во время проведения работы это значение должно оставаться постоянным), на магазине емкостей величину  $C = 0$  мкФ. Не смотря на то, что на курбелях магазина емкостей стоит нулевое значение, контур сам по себе обладает некоторым минимальным значением емкости  $C_0$ , благодаря которому в контуре реализуются свободные колебания. При этом затухание обеспечивается наличием активного сопротивления в магазине индуктивностей  $R_L$ . Получите на экране картину свободных затухающих колебаний с помощью настроек осциллографа или кнопки “Autoset”. При этом на экране осциллографа должен появиться сигнал, который соответствует свободным колебаниям с затуханием.
2. Подберите частоту развертки осциллографа при котором расстояние между импульсами генератора занимает почти весь экран.
3. Измерьте с помощью осциллографа период затухающих колебаний. Это можно провести следующим образом:
  - а) Нажать на кнопку “Cursor”. Убедиться, что выбран тип “Время”, а источник “Кан.1”.
  - б) На экране осциллографа появятся две вертикальные синие линии.
  - в) Управление курсорными линиями осуществляется с помощью сенсорного экрана осциллографа. Для перемещения линии нужно движением пальца ее передвинуть в нужное положение. Также линии можно перемещать с помощью ручки “Multipurpose”.

- d) Установить одну линию на максимуме сигнала, а вторую на соседнем максимуме. Для увеличения точности можно увеличить масштаб горизонтальной развертки.
  - e) В нижнем левом углу экрана осциллографа будут указаны значения соответствующие координатам линий, а так же их разница.
4. По периоду колебаний определите нулевую емкость ( $C_0$ ) колебательного контура. Это значение является минимальным для магазина емкостей и его необходимо учитывать (прибавлять) при дальнейших расчетах.
  5. Изменяя емкость (по курбелям) от 0 мкФ до 0.009 мкФ проведите измерения периодов (5–10 значений).

### 2.3 Критическое сопротивление и декремент затухания

1. Приняв  $L = 100$  мГн, рассчитайте емкость  $C^*$ , при которой собственная частота колебаний  $\nu_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC})$  составляет 6.5 кГц. Для выбранных  $L$  и  $C^*$  рассчитайте критическое сопротивление контура  $R_{cr}$  по формуле  $R_{cr} = 2\sqrt{L/C^*}$ .
2. Установите на магазине емкость, близкую к рассчитанной критической и запишите ее значение. Увеличивая сопротивление  $R$  от нуля до  $R_{cr}$ , наблюдайте картину затухающих колебаний на экране осциллографа. Определите сопротивление магазина, при котором колебательный режим переходит в аperiodический.
3. Установите сопротивление  $R \approx 0.05 R_{cr}$ . Получите на экране картину затухающих колебаний. Для расчета логарифмического декремента затухания  $\Theta$  по формуле

$$\Theta = \frac{1}{n} \ln \frac{U_m}{U_{m+n}} \quad (1)$$

измерьте амплитуды, разделенные целым числом периодов  $n$ .

Измерение амплитуды на экране осциллографа проводится следующим образом:

- a) Убедитесь, что осциллограмма отцентрирована по вертикали на нулевое значение.
- b) Нажать на кнопку "Cursor". Убедиться, что выбран тип "Напряж.", а источник "Кан. 1".
- c) На экране осциллографа появятся две горизонтальные синие линии.
- d) Линию (a) установите на нулевой уровень. Перемещая линию (b) определите значения локальных максимумов разделенных целым числом периодов  $n$ .
- e) В нижнем левом углу экрана осциллографа будут указаны значения соответствующие координатам линий, а так же их разница.

4. Повторите измерения для 6–8 значений  $R$  в интервале  $(0.05–0.25) \cdot R_{\text{ср}}$ .
5. После проведения измерения зафиксируйте два достаточно различных значения сопротивления  $R$  в выбранном диапазоне (например  $R_1 = 0.05 \cdot R_{\text{ср}}$  и  $R_2 = 0.25 \cdot R_{\text{ср}}$ ). Эти значения понадобятся для наблюдения вынужденных колебаний.

## 2.4 Свободные колебания на фазовой плоскости

1. Введите сопротивление  $R \approx 0.05 \cdot R_{\text{ср}}$  на магазине. Подайте на канал 2(Y) осциллографа падение напряжения с резистора (на рис. 1 подключение изображено штрихованной линией).
2. Для одновременного наблюдения осциллограмм тока и напряжения свободных затухающих колебаний переведите осциллограф в двухканальный режим. Подберите масштабы по вертикали и частоту развертки по горизонтали так, чтобы оба сигнала были представлены на временном интервале, слегка превышающем период повторения импульсов с генератора.
3. Подберите частоту повторения импульсов на генераторе так, чтобы расстояние между импульсами было порядка характерного времени затухания свободных колебаний (эта частота составляет 400–500 Гц).

4. Для наблюдения затухающих колебаний на фазовой плоскости отключите развертку по времени: для этого нажмите кнопку “Display”, выберите “Режим XY”, после чего нажмите кнопку “Вкл. Тест”. Меняя чувствительность каналов, подберите масштаб спирали, удобный для измерений. Зарегистрируйте спираль.

При том же значении  $C$ , что и в секции 2.3 п. 2, наблюдайте за изменением спирали при увеличении сопротивления от  $0.05$  до  $0.25 \cdot R_{\text{ср}}$ .

Для определения декремента затухания  $\Theta$  измерьте координаты пересечения витков спирали с одной из осью координат, разделенные целым числом периодов  $n$ , для значений сопротивлений, выбранных в секции 2.3 в п. 5.

## 2.5 Исследование резонансных кривых

1. Для наблюдения вынужденных колебаний переведите осциллограф в одноканальный режим просмотра (выключить режим XY).
2. Переведите генератор специальных сигналов в режим подачи синусоидального сигнала.
3. Выставьте значение емкости  $C^*$  из секции 2.3 п.2, а сопротивление  $R_1$  из значений зафиксированных в секции 2.3 п. 5.
4. С помощью переходника и коаксиальных кабелей подайте сигнал с генератора одновременно на колебательный контур и на канал 2 осциллографа (см.

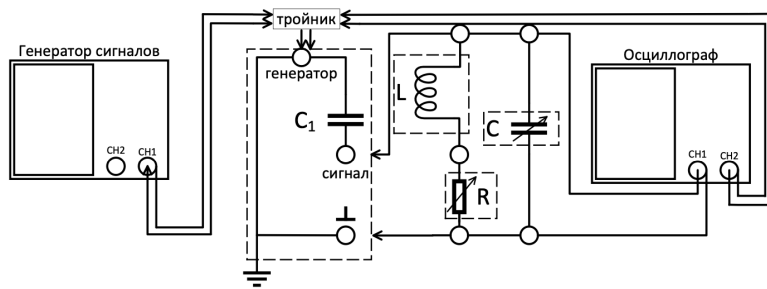


Рис. 2: Схема установки для исследования АЧХ и ФЧХ

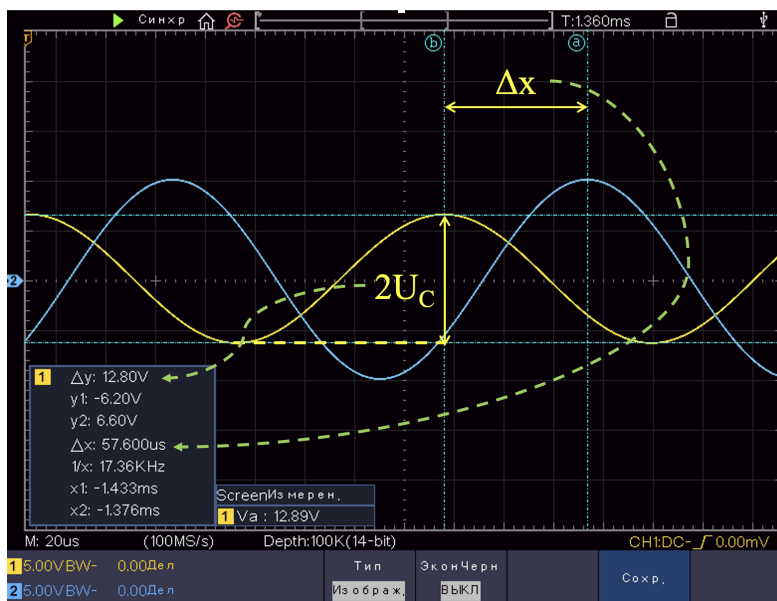


Рис. 3: Осциллограмма вынужденных колебаний. Желтая кривая — зависимость напряжения на конденсаторе. Синяя кривая — выходящий сигнал генератора

- рисунок 2). Добейтесь того чтобы на экране осциллографа можно было наблюдать одновременно два сигнала: сигнал, взятый с колебательного контура, на первом канале и первоначальный сигнал на втором канале.
5. Убедитесь, что на экране осциллографа при частотах близких к резонансным наблюдается устойчивый синусоидальный сигнал.
  6. Изменяя частоту генератора вблизи резонансной частоты и наблюдая синусоиду на первом канале на экране осциллографа, убедитесь, что амплитуда колебаний максимальна при достижении резонансной частоты. Определите ее значение.
  7. Снимите АЧХ и ФЧХ колебательного контура вблизи резонанса. Измерения

следует проводить следующим образом:

- a) настроить генератор на резонансную частоту;
- b) определить амплитуду резонансной частоты  $U_{C,res}$
- c) определить диапазон частот  $\Delta\nu$ , в пределах которых амплитуда вынужденных колебаний уменьшается до уровня  $0.4 \cdot U_{C,res}$ ;
- d) разбить этот интервал  $\Delta\nu$  на такие шаги  $\delta\nu$ , чтобы при отклонении от резонанса **в каждую сторону** удалось провести **не менее 10** измерений.

**Рекомендация.** На рис. 3 приведена характерная осциллограмма для наблюдения вынужденных колебаний в колебательном контуре. Жёлтая синусоида соответствует вынужденным колебаниям в контуре. Синяя синусоида — колебаниям на выходе генератора. **Важно(!):** убедитесь, что по вертикале оба синусоидальных сигнала отцентрированы на нулевом уровне. Изменяя частоту сигнала генератора снимите зависимость напряжения  $U_C$  на конденсатора и сдвиг фазы  $\Delta\varphi$  от этой частоты. Учитывайте, что  $\Delta\varphi = 2\pi\nu \cdot \Delta x$ . Обратите внимание, что временной сдвиг на экране осциллографа обозначается символом  $\Delta x$ . Этот сдвиг можно достаточно точно измерить с помощью "курсорных линий" осциллографа для оси X. Так, например, на рис. 3 на экране осциллографа в левом нижнем углу  $\Delta x = 57.6\text{мкс}$ . При определении  $U_C$  для повышения точности следует измерять удвоенную амплитуду  $U_C$ , для этого также можно использовать "курсорные линии" для вертикальной развертки или измерять по делениям экрана осциллографа.

8. Установите на магазине сопротивлений значение соответствующее второму сопротивлению  $R_2$  из секции 2.3 п. 5 и повторите измерения.

## 2.6 Процессы установления и затухания

1. Верните на магазине сопротивлений первое значение  $R_1$  из п. 5.
2. Установите резонансную частоту на генераторе.
3. Нажмите кнопку "Burst" на панели генератора.
4. Установите период повторения сигнала 20 мс, а количеством периодов "Period" 15. Для этого в правом вертикальном меню нажмите кнопку с индикацией "1/2" и ручкой плавной регулировки установите 15 циклов. Для возврата в исходное вертикальное меню можно нажать кнопку с индикацией "2/2".
5. С помощью ручки регулировки развертки получите характерную картинку установления и затухания колебаний для одного цуга. Убедитесь, что огибающая затухающих колебаний это перевернутая огибающая нарастающего участка.
6. Для расчета добротности по скорости нарастания амплитуды измерьте амплитуды двух колебаний  $U_k$  и  $U_{k+n}$ , разделенных целым числом периодов  $n$ , и

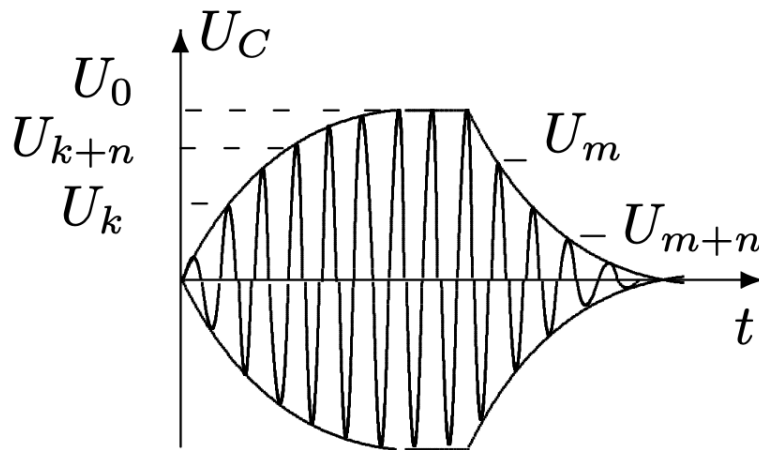


Рис. 4: Нарастание и затухание вынужденных колебаний

амплитуду установившихся колебаний  $U_0$  (см. рис. 4). Расчет будет тем точнее, чем больше отличаются друг от друга все три амплитуды.

7. Рассчитайте логарифмический декремент затухания по полученным данным с помощью формулы

$$\Theta = \frac{1}{n} \ln \frac{U_0 - U_k}{U_0 - U_{k+n}}. \quad (2)$$

Проведите измерения для 3–4-х пар амплитуд, если это возможно.

8. Для определения добротности по скорости затухания измерьте две амплитуды, разделенные целым числом периодов (для 3–4-х пар).
9. Рассчитайте логарифмический декремент затухания для затухающего участка колебаний по формуле (1).
10. Проведите измерения пп. 6–9 для сопротивления  $R_2$ .
11. Верните сопротивление  $R_1$ . Сместите частоту генератора с резонансного значения и получите на экране картину биений. Зафиксируйте в отчете и объясните данную картину.
12. Отключите приборы от сети и разберите схему.
13. Измерьте активное сопротивление  $R_L$  и индуктивность  $L$  магазина индуктивностей с помощью измерителя LCR на частотах 50 Гц, 500 Гц и 1500 Гц.



## 2.7 Обработка результатов

1. Рассчитайте экспериментальное значение периодов по результатам измерений из секции 2.2 п. 5 и теоретические по формуле  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ . Постройте график  $T_{\text{exp}} = f(T_{\text{theor}})$ . Оцените погрешности и сравните результаты.
2. По результатам измерений из секции 2.3 п. 5 рассчитайте значения логарифмического декремента затухания  $\Theta$  и сопротивление контура  $R_{\Sigma} = R + R_L$ . Постройте график в координатах  $1/\Theta^2 = f[1/(R_{\Sigma}^2)]$ . Приняв обозначения  $1/\Theta^2 = Y$ ,  $1/(R_{\Sigma}^2) = X$ , можно показать, что  $R_{\text{cr}} = 2\pi\sqrt{\Delta Y/\Delta X}$ . Определите критическое сопротивление  $R_{\text{cr}}$  по наклону графика вблизи начала координат и оцените погрешность.
3. Рассчитайте теоретическое значение  $R_{\text{cr}} = 2\sqrt{L/C}$  и сравните с измеренным.
4. Рассчитайте добротность контура  $Q = \pi/\Theta$  для максимального и минимального значений  $\Theta$  по картине затухающих колебаний.
5. Рассчитайте добротность  $Q = \pi/\Theta$  по спирали на фазовой плоскости.
6. Рассчитайте теоретическое значение добротности через параметры контура  $L$ ,  $C$  и  $R$ .
7. Постройте на одном графике резонансные кривые в координатах  $U/U_0 = f(\nu/\nu_0)$ , где  $U_0$  – напряжение при резонансной частоте  $\nu_0$ .

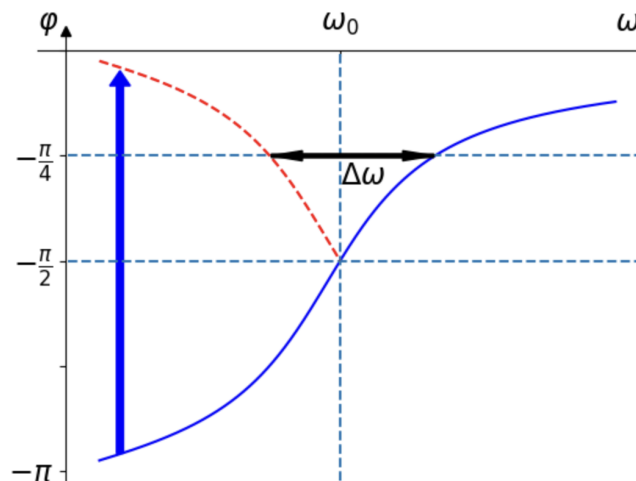


Рис. 5: Схема расчета добротности контура из ФЧХ

8. Определите добротность контура по формуле  $Q = \omega_0 / (2\Delta\Omega)$ , где  $2\Delta\Omega$  – ширина резонансной кривой, измеренная на уровне  $f(1)/\sqrt{2}$ .
9. Для того чтобы определить добротность контура по ФЧХ, нужно провести следующие действия (смотри рис. 5). Постройте зависимость разности фаз от циклической частоты сигнала. Отметьте горизонтальной линией уровень, соответствующий разности фаз  $-\pi/2$ . Зеркально отразите нижнюю часть зависимости относительно проведенной горизонтальной линии (на рисунке отмечено красной пунктирной линией). Измерьте  $\Delta\omega$  на уровне  $-\pi/4$ , как изображено на рисунке 5. Добротность контура вычисляется по формуле

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}. \quad (3)$$

10. Постройте на одном графике ФЧХ при различных значениях сопротивления. По полученным изображениям рассчитайте добротность контура.
11. Рассчитайте добротность контура по скорости нарастания и затухания колебаний.
12. Оцените все погрешности для определения добротности различными способами.
13. Сведите все результаты расчетов добротности в таблицу:

$R$	Свободные колебания			Вынужденные колебания			
	$f(L, C, R)$	$f(\Theta)$	Спираль	АЧХ	ФЧХ	Нарастание	Затухание
$R_1 =$							
$R_2 =$							