

Tras realizar la encuesta en la Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE, se recopilieron los siguientes datos de 150 personas, en base a la pregunta: **En su opinión, ¿qué porcentaje del tiempo libre considera que emplea de forma productiva?**

15,2	40,2	50,5	60,3	66,5	70,7
15,5	40,5	50,5	60,4	67,4	70,8
15,5	40,6	50,5	60,5	67,5	70,8
15,6	40,6	50,5	60,5	67,5	70,8
20,2	40,7	50,5	60,5	68,2	70,9
20,3	40,8	50,5	60,5	68,9	71,4
20,5	40,8	50,6	60,5	69,5	72,4
20,9	40,8	50,7	60,5	69,5	73,5
25,4	40,9	50,7	60,6	69,6	75,5
25,5	45,5	50,8	60,6	69,7	75,5
25,6	45,5	50,9	60,7	70,1	75,6
25,8	45,5	50,9	60,8	70,2	75,6
30,3	45,5	50,9	60,9	70,2	78,5
30,4	45,5	50,9	60,9	70,3	79,6
30,4	45,8	55,5	60,9	70,3	80,1
30,5	45,8	55,5	60,9	70,4	80,3
30,6	47,3	55,5	60,9	70,4	80,4
30,9	49,9	56,1	64,1	70,5	80,5
33,3	50,1	56,5	65,1	70,5	80,5
35,4	50,2	56,7	65,2	70,5	80,5
35,5	50,3	57,3	65,4	70,5	85,1
35,8	50,3	58,4	65,5	70,5	85,6
35,8	50,3	58,5	65,8	70,6	85,6
37,5	50,4	59,2	65,8	70,6	87,4
39,5	50,4	59,2	66,5	70,7	88,6

Medidas de tendencia central para datos no agrupados:

1. Media:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{8395,1}{150} = 55,97$$

2. Mediana:

$$Me = \frac{n + 1}{2}$$

$$Me = \frac{150 + 1}{2} = 75,5$$

3. Moda:

$Mo = \text{valor que más se repite}$

$$Mo = 50,5$$

4. Amplitud:

$$Am = V_{mayor} - V_{menor}$$

$$Am = 88,6 - 15,2 = 73,4$$

5. Desviación absoluta media:

$$DAM = \frac{\sum(x - \bar{x})}{n}$$

$$DAM = \frac{2115,58}{150} = 14,1$$

6. Varianza:

$$s^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n - 1}$$

$$s^2 = \frac{44142,551}{150 - 1} = 296,23$$

7. Desviación estándar:

$$s = \sqrt{s^2}$$

$$s = \sqrt{296,23} = 17,21$$

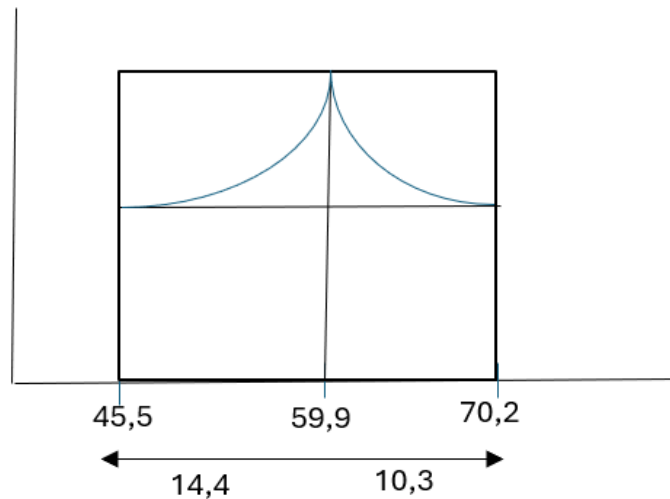
8. Diagrama de bigote:

$$Q_i = \frac{(n + 1) * i}{4}$$

$$Q_1 = \frac{(150 + 1) * 1}{4} = 37,75 \text{ (posición)} = 45,5$$

$$Q_2 = \frac{(150 + 1) * 2}{4} = 75,5 \text{ (media)} = 59,9$$

$$Q_3 = \frac{(150 + 1) * 3}{4} = 113,25 \text{ (posición)} = 70,2$$



Simetría negativa

9. Coeficiente de Asimetría:

$$CA = \frac{3(\bar{x} - Me)}{s}$$

$$CA = \frac{3 * (55,97 - 75,5)}{17,21} = -3,4$$

10. Coeficiente de variación:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} * 100$$

$$CV = \frac{17,21}{150} * 100 = 11,47\%$$

Medidas de tendencia central para datos agrupados:

-Número de intervalos:

$$2^k \geq n$$

$$2^8 \geq 150$$

$$k = 8$$

-Ancho de intervalo:

$$A_i = \frac{V_{mayor} - V_{menor}}{k}$$

$$A_i = \frac{88,6 - 15,2}{8} = 9,175 \approx 9,2 \text{ (por la naturaleza de los datos)}$$

-Límite inferior:

$$15,2 - 0,1 = 15,1$$

1. Media:

$$\bar{x} = \frac{\sum f * x}{n}$$
$$\bar{x} = \frac{8181,6}{150} = 54,54$$

2. Mediana:

$$Me = \frac{n + 1}{2}$$
$$Me = \frac{150 + 1}{2} = 75,5(\text{posición})$$
$$Me = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - FA(\text{anterior})}{f} * i \right]$$
$$Me = 70,9 + \left[\frac{\frac{150}{2} - 37}{11} * 9,2 \right] = 102,68$$

3. Moda:

$$Mo = L_I + \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2} * i \right]$$
$$d_1 = 37 - 28 = 9$$
$$d_2 = 37 - 11 = 26$$
$$Mo = 70,9 + \left[\frac{9}{9 + 26} * 9,2 \right] = 73,27$$

4. Varianza:

$$s^2 = \frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n - 1}$$
$$s^2 = \frac{513993,91 - \frac{(8395,1)^2}{150}}{150 - 1} = 296,26$$

5. Desviación estándar:

$$s = \sqrt{s^2}$$
$$s = \sqrt{296,26} = 17,21$$

Probabilidad

-Reglas de la probabilidad

1. Regla de la suma:

Se toma una muestra de 150 personas, de las que se sabe que 25 no ocupan su tiempo libre de forma productiva, 84 ocupan su tiempo de forma productiva parcialmente y 41 si ocupan su tiempo libre de forma productiva. Se toma una persona al azar, determine la probabilidad de a) ocupe su tiempo libre de forma parcial o que no ocupe su tiempo libre productivamente. b) ocupe su tiempo libre de forma productiva y que no ocupe.

Datos:

$$n = 150$$

$$A) \text{ No ocupan su tiempo libre productivamente parcialmente } \frac{25}{150}$$

$$B) \text{ Ocupan su tiempo libre productivamente parcialmente } \frac{84}{150}$$

$$C) \text{ Ocupan su tiempo libre productivamente parcialmente } \frac{41}{150}$$

$$a) P(BoA) = P(B) + P(A)$$

$$P(BoA) = \frac{84}{150} + \frac{25}{150} = 0,7267 \approx 72,67\%$$

La probabilidad de que se elija una persona al azar y que ocupe su tiempo libre parcialmente o no ocupe su tiempo libre de forma productiva es de 72,67%.

$$b)) P(CoA) = P(C) + P(A)$$

$$P(CoA) = \frac{41}{150} + \frac{25}{150} = 0,44 \approx 44\%$$

La probabilidad de que se elija un persona al azar y que ocupe su tiempo libre productivamente y que no lo haga es del 44%.

2. Regla de la multiplicación

De la encuesta realizada se toma solo una muestra de 25 personas de las cuales 11 son de ingeniería geoespacial, 5 son de ingeniería en biotecnología y 9 de electrónica. Determine la probabilidad de que a) se elija al azar 4 personas, la primera de electrónica, la segunda de biotecnología, la tercera de geoespacial, sin reelección. b) se elija 1 de electrónica, 1 de biotecnología y 1 de geoespacial, con reelección.

Datos:

$$n = 25$$

$$A) \text{ Ingeniería geoespacial } \frac{11}{25}$$

$$B) \text{ Ingeniería electrónica } \frac{9}{25}$$

$$C) \text{ Ingeniería en biotecnología } \frac{5}{25}$$

a) $P(ByCyA) = P(A) * P(B \setminus A) * P(C \setminus AyB)$

$$P(ByCyA) = \frac{9}{25} * \frac{5}{24} * \frac{11}{23} = 0,036 \approx 3,6\%$$

La probabilidad de que se elija al azar 3 personas, de las cuales la primera sea de electrónica, la segunda de biotecnología y la tercera de geoespacial, sin reelección es de 3,6%.

b) $P(ByCyA) = P(A) * P(B) * P(C)$

$$P(ByCyA) = \frac{9}{25} * \frac{5}{25} * \frac{11}{25} = 0,032 \approx 3,2\%$$

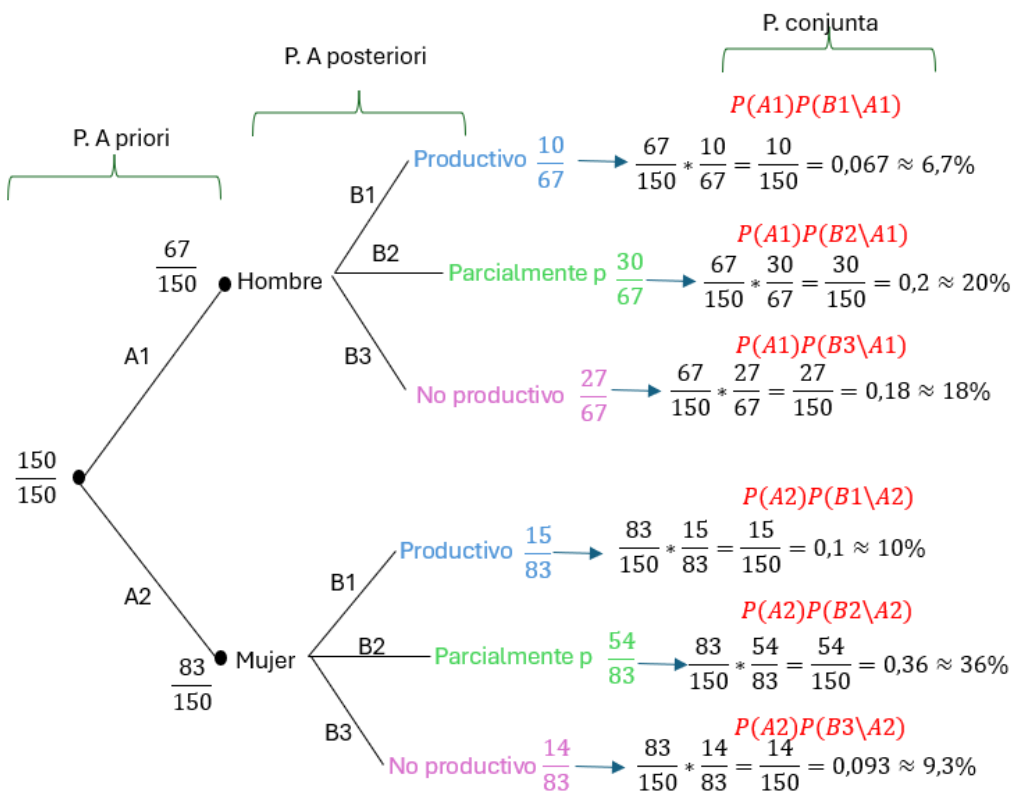
La probabilidad de que se elija al azar 3 personas, de las cuales la primera sea de electrónica, la segunda de biotecnología y la tercera de geoespacial, con reelección es de 3,2%.

3. Teorema de Bayes:

-Tabla de contingencia:

Género/T.L	Productivo	Parcialmente productivo	No productivo	Total
Hombre	10	30	27	67
Mujer	15	54	14	83
Total	25	84	41	150

-Árbol-grama:



$$\text{Teorema de Bayes: } P(A_i \setminus B_i) = \frac{P(A_i)P(B_i \setminus A_i)}{P(A_i)P(B_i \setminus A_i) + P(A_i)P(B_i \setminus A_i) + \dots}$$

Determinar las siguientes probabilidades:

a) H-Productivo?

La probabilidad de que sea hombre y utilice su tiempo de forma productiva es de 6,7%.

b) No productivo-M?

$$P(A_2 \setminus B_2) = \frac{P(A_2)P(B_2 \setminus A_2)}{P(A_2)P(B_2 \setminus A_2) + P(A_1)P(B_2 \setminus A_1)}$$

$$P(A_2 \setminus B_2) = \frac{0,36}{0,36 + 0,2} = 0,64 \approx 64\%$$

La probabilidad de que se elija una persona que use su tiempo productivo de forma parcial y sea mujer es de 64%.

Principios de conteo

1. Multiplicación:

De los resultados de la encuesta a 150 personas se sabe que 64 con de ingeniería en biotecnología, 44 son de geoespacial y 42 de electrónica. Determine el número de acomodados posibles.

$$Na = \text{Grupo1} * \text{Grupo2} * \text{Grupo3}$$

$$Na = 64 * 44 * 42 = 118272$$

El número total de acomodados de las personas de la encuesta por carreras es de 118272.

2. Permutación:

De los resultados de la encuesta a 150 personas se sabe que son de tres carreras, biotecnología, geoespacial y electrónica, cuántos arreglos se puede hacer.

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$${}_{150} P_3 = \frac{3!}{(150-3)!} = 3307800$$

El número total de arreglos para las 3 carreras en la muestra de 150 personas es de 3307800.

3. Combinación:

De los resultados de la encuesta a 150 personas se sabe que son de tres carreras, biotecnología, geoespacial y cuáles son los posibles arreglos.

$${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$${}_{150} C_3 = \frac{3!}{3!(150-3)!} = 551300$$

Los posibles arreglos para las 3 carreras en la muestra de 150 personas es de 551300.

Distribución de probabilidad discreta

1. Distribución Binomial:

Se toma una muestra de 15 personas del total de personas encuestadas de las cuales se sabe que el 30% ocupa su tiempo libre de manera productiva. Determinar:

a) La probabilidad de que al menos 3 personas ocupen su tiempo libre de forma productiva.

0	} Solución	$P(x) = nCx p^x q^{(n-x)}$
1		
2		$P(0) = 15C0 (0,3)^0 (1 - 0,3)^{(15-0)} = 4,7 \times 10^{-3}$
3		$P(1) = 15C1 (0,3)^1 (1 - 0,3)^{(15-1)} = 0,0305$
4		$P(2) = 15C2 (0,3)^2 (1 - 0,3)^{(15-2)} = 0,0915$
5		
6		$P(3) = 15C3 (0,3)^3 (1 - 0,3)^{(15-3)} = 0,17$
7		$P(x \leq 3) = \sum [P(0) + P(1) + P(2) + P(3)]$
8		$P(x \leq 3) = 4,7 \times 10^{-3} + 0,0915 + 0,17$
9		
10		$P(x \leq 3) = 0,2662 \approx 26,62\%$
11		
12		
13		La probabilidad de que al menos 3 personas ocupen su tiempo libre de forma productiva es del 26,62%
14		

b) La probabilidad de que 10 no ocupen su tiempo libre de forma productiva.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

$$P(10) = 15C10 (0,7)^{10} (1 - 0,7)^{(15-10)} = 0,2061 \approx 20,61\%$$

La probabilidad de que 10 personas no ocupen su tiempo libre de forma productiva es de 20,61%.

2. Distribución Hipergeométrica:

Se tiene una población de 150 personas encuestadas y se sabe que 25 ocupan su tiempo libre de manera productiva, se toma una muestra de 20 personas. Determine la probabilidad e que exactamente 9 personas ocupen su tiempo libre de forma productiva.

$$P(x) = \frac{sCx * (N - s)C(n - x)}{NCn}$$

Datos:

N=150

n=6

s=25

x=20

$$P(9) = \frac{25C9 * (150 - 25)C(20 - 9)}{150C20}$$

$$P(9) = 1,04 \times 10^{-3} \approx 0,104\%$$

La probabilidad de que 9 personas ocupen su tiempo libre de manera productiva es de 0,104%.

3. Distribución de Poisson:

El promedio de tiempo libre productivo de la muestra de la encuesta es de 12,5 en 3 horas.

a) Hallar la probabilidad de que el tiempo productivo sea exactamente 20 en 3 horas.

$$P(x) = \frac{\mu^x * e^{-\mu}}{x!}$$

$$P(20) = \frac{12,5^{20} * e^{-12,5}}{20!} = 0,0132 \approx 1,32\%$$

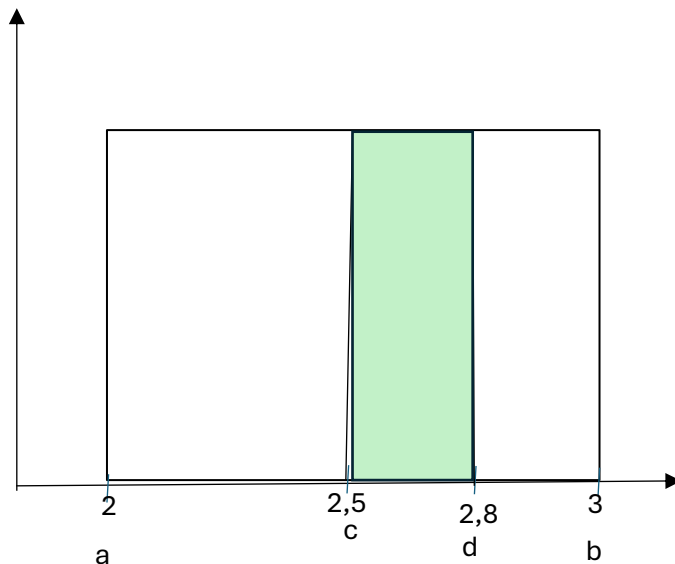
La probabilidad de que el promedio de tiempo libre productivo sea de 20 en 3 horas es de 1,32%.

Distribución de probabilidad continua

1. Distribución Uniforme

Para emplear su tiempo productivo un estudiante tiene de 2 a 3 horas. Determinar

a) La probabilidad de que emplee de 2,5 a 2,8 horas



$$P(x) = \frac{d - c}{b - a}$$

$$P(2,2 \leq x \leq 2,8) = \frac{2,8 - 2,5}{3 - 2}$$

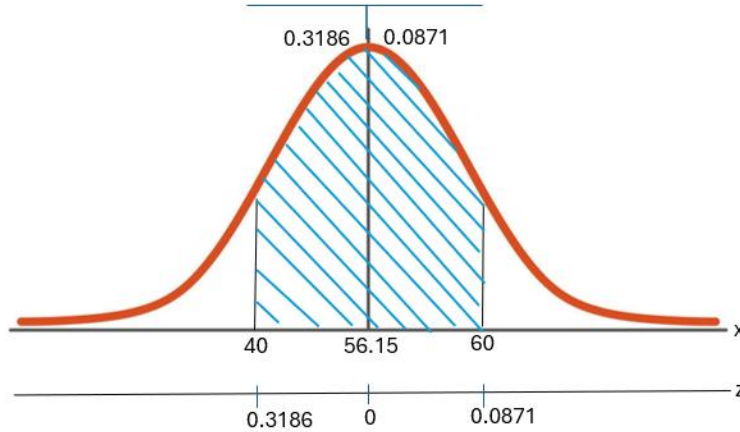
$$P(2,2 \leq x \leq 2,8) = 0,3 \approx 30\%$$

La probabilidad de que empleen su tiempo libre en 2,5 a 2,8 horas es de 30%.

2. Distribución Normal

El promedio de tiempo para emplear su tiempo libre de forma productiva de estudiantes es de 56,15. Determinar:

a) Empleen su tiempo libre de forma productiva en 40 a 60 minutos



$$p(40 \leq x \leq 60) = 0.3186 + 0.0871$$

$$p(40 \leq x \leq 60) = 0.4057 \approx 40,57\%$$

$$z_1 = \frac{x - \mu}{\delta}$$

$$z_1 = \frac{40 - 56.15}{17.78}$$

$$z_1 = -0.908 \approx -0.91$$

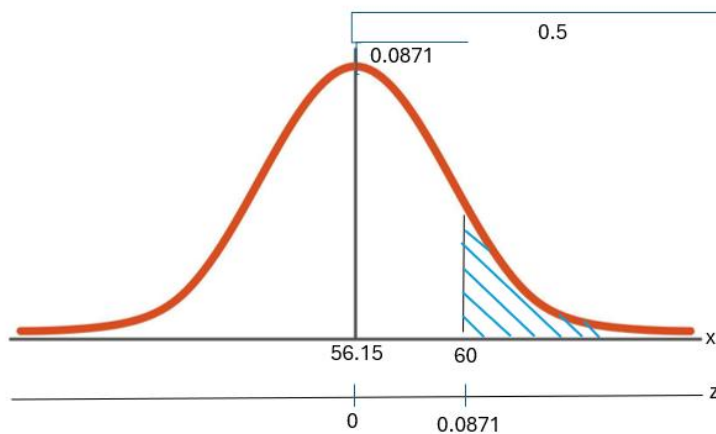
$$z_2 = \frac{x - \mu}{\delta}$$

$$z_2 = \frac{60 - 56.15}{17.78}$$

$$z_2 = 0.216 \approx 0.22$$

La probabilidad de que los estudiantes empleen de forma productiva su tiempo libre en 40 a 60 minutos es de 40,57%

b) Empleen su tiempo libre en más de 60 minutos



$$z_1 = \frac{x - \mu}{\delta}$$

$$z_1 = \frac{60 - 56.15}{17.78}$$

$$z_1 = 0.216 \approx 0.22$$

$$p(x \geq 60) = 0.5 - 0.0871$$

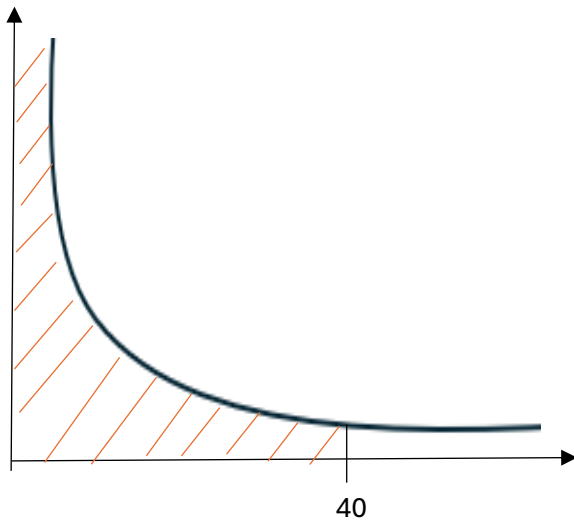
$$p(x \geq 60) = 0.4129 \approx 41,29\%$$

La probabilidad de que los estudiantes empleen de forma productiva su tiempo libre en más de 60 minutos es de 41,29%.

3. Distribución Exponencial

De acuerdo a los datos de la encuesta realizada, se tiene que en un grupo, la utilización del tiempo libre de forma no productiva de estudiantes, scon una distribución exponencial a una media 120 minutos. Determinar:

a) La probabilidad de que el siguiente grupo de la misma población emplee de forma no productiva su tiempo libre en menos de 40 minutos.



$$P(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$\lambda = \frac{1}{media}$$

$$\lambda = \frac{1}{120} = 8,3 \times 10^{-3}$$

$$P(40) = 1 - e^{-0,0083 \cdot 40}$$

$$P(40) = 0,2825 \approx 28,25\%$$

La probabilidad de que empleen de forma no productiva en menos de 40 minutos es de 28,25%.