求零点

solve

- $\sin(x) = x^2 - 1$

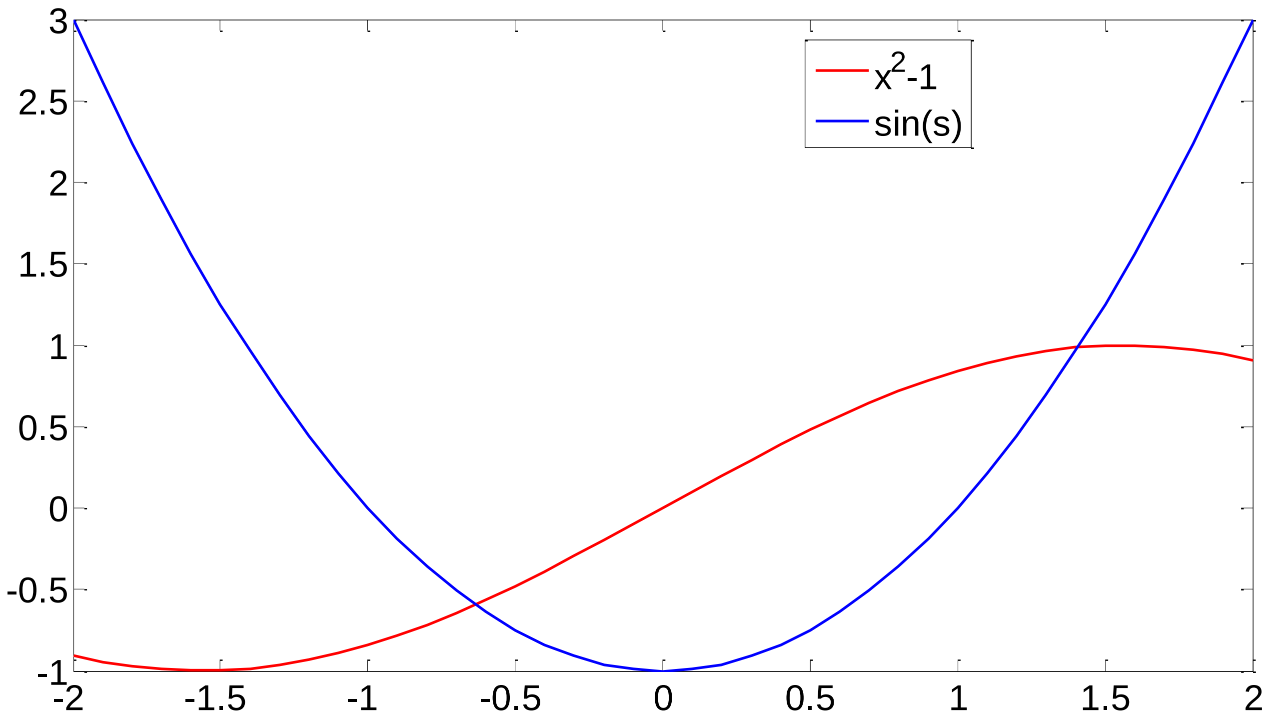
```
>>syms x;
>>solve(sin(x) - x^2 + 1)
```

或者

```
>>solve( 'sin(x) = x^2-1' )
```

ans =

-0.63673265080528201088799090383828



solve

- $x^2 + 4x + a = 0$

```
>> syms x a
>> solve(x^2+4*x+a, x)
ans =
  (4 - a)^(1/2) - 2
 - (4 - a)^(1/2) - 2
```

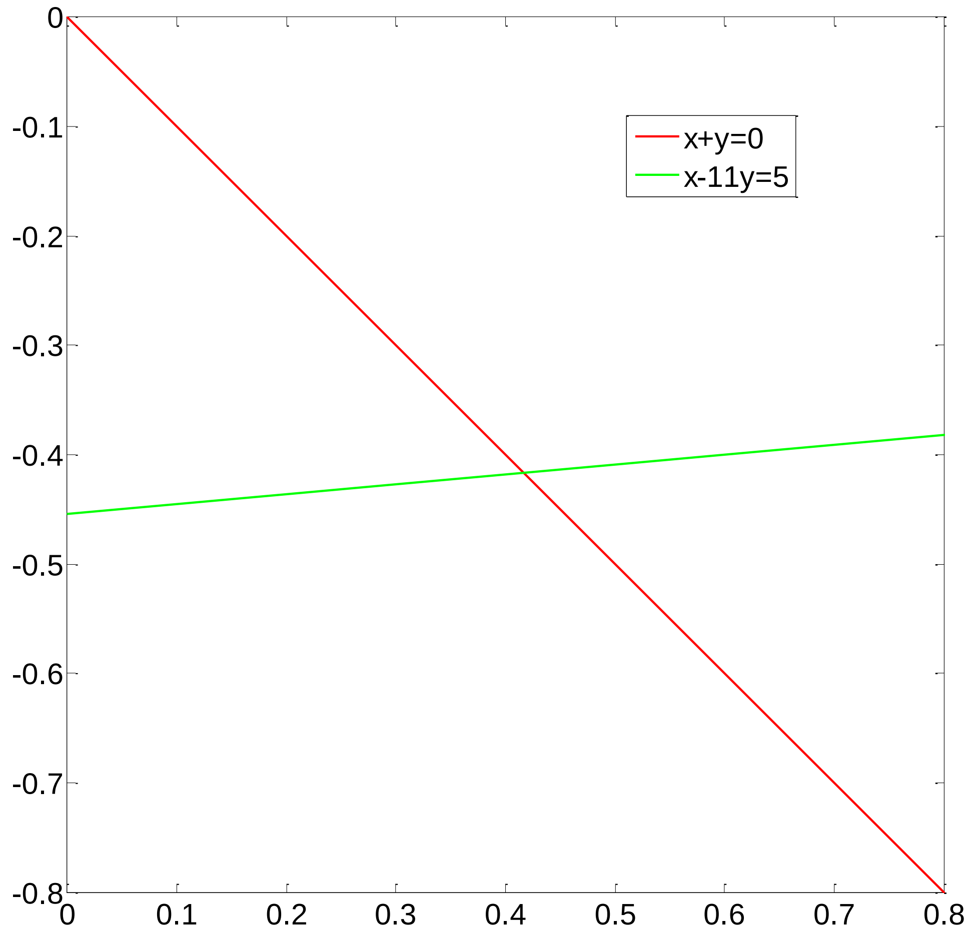
solve

- $\begin{cases} x+y=0 \\ x-11y=5 \end{cases}$

```
>> syms x y
>> S = solve(x+y-1, x-11*y-5)
S =                    % 说明 S 的结构
    x: [1x1 sym]
    y: [1x1 sym]

S = [S.x S.y]          %通过调用 S 中的 x 和 y
                         得到方程组的解

S =
[ 4/3, -1/3]
```



fzero (二分法，不能求解虚根）

- $x^3 - 2x - 5 = 0$

```
>> f = @(x)x.^3-2*x-5;
>> z = fzero(f, 2)      %求x=2附近的零点
z =
   2.0946
```

fzero (二分法)

- $\sin(x^2 + 1) = 0$

```
>> f=@(x)(sin(x.^2+1))
>> x = fzero(f, [1, 3])        % 求 f 在区间 [1,3] 中的一个零点

x =

    1.4634
```

fsolve （主要用于求解方程组，牛顿迭代法）

- $\begin{cases} 2x - y - e^{-x} = 0 \\ -x + 2y - e^{-y} = 0 \end{cases}$

```
>> f = @(x)([2*x(1)-x(2)-exp(-x(1)),-x(1)+2*x(2)-exp(-x(2))])
>> x0 = [-5,-5]; (初始点)
>> options=optimset( ‘Display’ , ‘iter’ ) (显示每步迭代结果)
>>[t,fval] = fsolve(f,x0,options)
```

fsolve

```
t =
      0.567143031397357
      0.567143290409772
fval =
 -4.0591e-007
 -4.0591e-007
```

%方程组的解

%方程组解的精确度

```
>> f = @(x)([2*x(1)-x(2)-exp(-x(1)), -x(1)+2*x(2)-exp(-x(2))])
>> x0 = [-5, -5];
>> options=optimset('Display','iter   ', 'TolFun',1.0e-12)
>>[x,fval] = fsolve(f, x0, options)

x =
      0.567143290409772
      0.567143290409772
fval =
 -1.7986e-014
 -1.7986e-014
```

roots (多项式方程的根)

- $x^3 - 6x^2 - 72x - 27 = 0$

```
>> p = [1 -6 -72 -27]
>> r = roots(p)

r =
   12.1229
   -5.7345
   -0.3884
```

二分法

若f(x)在封闭区间$[a,b]$上连续，且$f(a).f(b) < 0$，则$f(x)=0$在(a,b)内至少有一个实数根ξ。区间二分法求解方程$f(x)=0$的根的近似值的基本思想是：首先选取区间$[a,b]$的中点$x_1=(a+b)/2$，保留有根的半个区间$[a,x_1]$或者$[x_1,b]$；再选取新区间的中点，保留有根的半区间，以此类推，直到区间长度减小至给定的精度，此时该区间内任意一点都可以作为方程根的近似值。具体步骤如下：

（1）取区间$[a,b]$的中点$x_1=(a+b)/2$，如果$f(x_1) = 0$，则ξ=x_1为所求的跟；

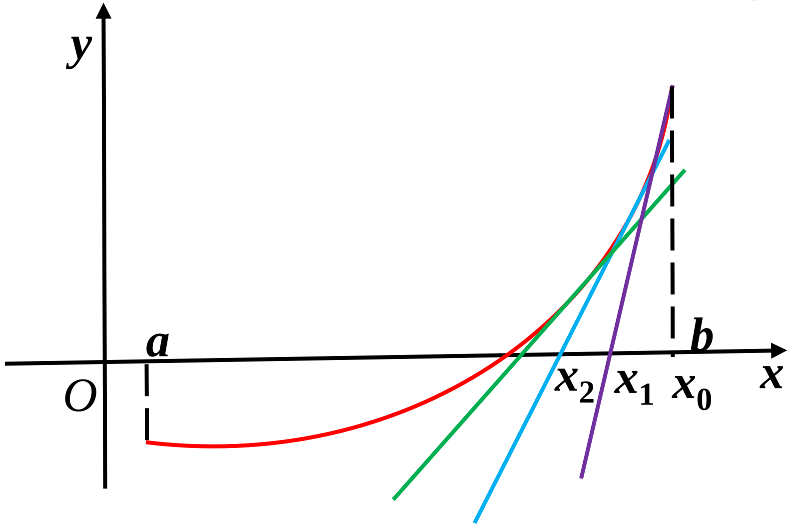
（2）如果$f(x_1)\neq 0$且$f(x_1).f(b) < 0$，则取$a_1=x_1, b_1 = b$；否则$f(a).f(x_1)<0$，则取$a_1=a, b_1 = x_1$；从而得到新的有根区间$[a_1,b_1]$，将它看作区间$[a,b]$；

（3）重复执行（1）和（2），直到区间长度不超过给定的误差界。

牛顿切线迭代法

- 牛顿切线迭代法的基本思想是：

1. 选取一个端点x_0，做曲线$f(x)$在点$(x_0,f(x_0))$处的切线，此时切线与x轴交于区间内一点x_1；
2. 做曲线$f(x)$在点$(x_1,f(x_1))$处的切线交x轴于区间内另一点x_2；
3. 以此类推，切线与x轴的交点将快速逼近函数$f(x)$的零点。此时切线与x轴交点构成的序列$\{x_k\}$的极限就是方程的根，x_k就是方程根的k次迭代近似值。



牛顿切线迭代具体步骤如下：

练习题

- 求$f(x) = x - \sin(x)$在x=pi/3附近的零点。
- 求函数$2x^3 - 3x^2 + 4x - 5 = 0$的根，并画出图像。

求积分

int (符号积分函数)

- $\int_0^{\pi} \sqrt{\sin(x)^3 - \sin(x)^5}\, dx$

```
>> syms x f1 f2
>> f1= ((sin(x)).^3 - (sin(x)).^5).^(1/2);
>> f2=int(f1,0,pi);
>> vpa(f2, 10);

ans =
0.8000000000
```

int

- $\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\sin(x) - \frac{x^2}{50}\right) dx$

```
>> syms x f1
>> f1 = exp(sin(x) – x.^2/50)
>> y=int(f1,-inf, inf)
>> vap(y, 10)

ans =
  15.86778263
```

quad (矩形积分函数)

- $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}\,dx$

```
>> f = @(x) (sin(x) ./ x)
>> quad(f, 0, 1, 1.0e-10)

ans =
    0.946083070367183
```

quad

- $\int_0^1 \frac{1}{x^3-2x-5} dx$

```
>> f = @(x) (1 ./ (x.^3 - 2 * x - 5))
>> quad(f, 0, 1)
ans =
     -0.174541251903008

>> quad(f, 0, 1, 1.0e-10)
ans =
     -0.174541249964971
```

quad

```
>> [S, n] = quad(f, 0, 1) (S是近似积分值，n是区间的细分个数)
S =
    -0.174541251903008
n =
    13

>> [S, n] = quad(f, 0, 1, 1.0e-10)
S =
    -0.174541249964971
n =
    53
```

trapz （梯形积分函数）

- $\int_0^{\pi} \exp(-x^2)dx$

```
>> d = 0.1              % d 是分割区间长度，可以用来控制精度
>> x = 0 : d : pi
>> d*trapz(exp(-x.^2))
```

或者

```
>> trapz(x, exp(-x.^2))

ans =
     0.74621
```

Trapz （ d 控制精度的例子 ）

- $\int_0^{\pi} \sin(x)dx = -cos(\pi)$+cos(0)=2

  （当 d 取值较大时）

```
>> d = 0.1
>> x = 0 : d : pi
>> trapz(x,sin(x))

ans =
    1.9975
```

trapz

```
>> d = 0.05
>> x = 0 : d : pi
>> trapz(x,sin(x))
ans =
      1.9987
```

（当 d 取值较小时）

```
>> d = 0.01
>> x = 0 : d : pi
>> trapz(x,sin(x))
ans =
      2
```

积分公式

- $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, $F(x)$是$f(x)$的原函数
- 对于无法找到原函数的定积分，可以利用下面的数值积分公式近似计算：
- $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{i=n}[f(x_{i-1}).(x_i - x_{i-1})]$,　　　(左矩形公式)
- $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{i=n}[f(x_i).(x_i - x_{i-1})]$,　　　(右矩形公式)
- $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{i=n}[f\left(\frac{x_i+x_{i-1}}{2}\right).(x_i - x_{i-1})]$,　　（中矩形公式）
- $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{i=n}[\frac{f(x_{i\text{-}1})+f(x_i)}{2}.(x_i - x_{i-1})]$,　　（梯形公式）

练习题

- $\int_0^{3*\pi} \exp(-0.5x)\sin(x+\frac{\pi}{6})dx$
- $\int_0^{\pi} \frac{x sin(x)}{1+\cos(x)\sin(x)}dx$