

姓名: _____

学号: _____

院系: _____

____ 级 ____ 班

大 连 理 工 大 学

课 程 名 称: _____ 工程数值方法 _____ 试卷: _____ A _____ 考试形式: _____ 闭卷 _____

授课院 (系): _____ 运载 _____ 考试日期: 2015 年 7 月 23 日 试卷共 4 页

	一	二	三	四	五	六	七	总分
标准分	20	10	10	15	15	15	15	100
得 分								

装

得 分	
--------	--

一、(20 分, 每空 2 分) 填空题

1. 设 $Q^T Q = I$, I 为单位阵, $x = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$, 则 $\|Qx\|_2 =$ _____。

2. 设 $l_i(x) (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ 为拉格朗日 (Lagrange) 基函数, $x_i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ 为

两两互异的节点, 且 $\sum_{i=0}^n C_i l_i(x) = x^3$, 则 $C_i =$ _____ ($i = 0, 1, 2, \dots, n$)。

3. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$, 则 $\|A\|_1 =$ _____, $\|A\|_\infty =$ _____, $\rho(A) =$ _____。

4. 五个节点的插值型求积公式, 其代数精度至少可达 _____ 次, 至多可达 _____ 次。

5. Jacobi 迭代法的迭代矩阵是 _____。

6. Simpson 求积公式的代数精度为 _____。

7. 用 Jacobi 迭代法解方程组 $\begin{cases} x_1 + ax_2 = 4 \\ ax_1 + x_2 = -3 \end{cases}$, 其中 a 为实数, 方法收敛的充要条件

是满足 _____。

订

得 分	
--------	--

二、(10 分, 每空 2 分) 单项选择题

1. 若线性代数方程组 $Ax = b$ 的系数矩阵 A 是严格对角占优的, 则 (). Jacobi

迭代法和 G-S 迭代法都收敛

(B) Jacobi 迭代法收敛而 G-S 迭代法发散

(C) Jacobi 迭代法和 G-S 迭代法都发散

(D) Jacobi 迭代法发散而 G-S 迭代法收敛

2. 用迭代法 $x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + f$ 求解方程组 $Ax = b$ 的解, 则 () 时, Jacobi 迭代法和 G-S 迭代法都收敛。

(A) 迭代矩阵 B 的范数 $\|B\|_{\infty} > 1$

(B) 迭代矩阵 B 严格对角占优

(C) 迭代矩阵 B 的谱半径 $\rho(B) < 1$

(D) 系数矩阵 A 对称正定

3. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ a & 3 \end{bmatrix}$, 要使 $A = LL^T$, 则 a 必须满足 (), 其中 L 为对角元为正的下三角矩阵。

(A) $|a| < \sqrt{6}$

(B) $|a| \leq \sqrt{6}$

(C) $|a| < \sqrt{3}$

(D) $|a| \leq \sqrt{3}$

4. 求方程 $x = g(x)$ 根的 Newton 法的迭代公式为 ()。

(A) $x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - g(x_k)}{1 - g'(x_k)}$

(B) $x_{k+1} = x_k - \frac{g(x_k)}{g'(x_k)}$

(C) $x_{k+1} = g(x_k)$

(D) $x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - x_{k-1}}{x_k - g(x_k) - x_{k-1} + g(x_{k-1})} (x_k - g(x_k))$

5. 关于改进的欧拉方法, 下列说法错误的是 ()。

(A) 隐式方法

(B) 2 阶的方法

(C) 单步法

(D) 能够准确地求解初值问题 $y' = ax + b, y(0) = 0$

得分	
----	--

三、(10 分) 求不高于 4 次的 Hermite 插值多项式 $H(x)$ ，使满足

$$H(-1) = H'(-1) = -1, \quad H(0) = 0, \quad H(1) = H'(1) = 1.$$

得分	
----	--

四、(15 分) 用牛顿法求立方根 $\sqrt[3]{d}$ 。(1) 给出迭代公式;(2) 用此迭代公式计算

$$\sqrt[3]{3}, \quad \text{取初始值为 } x_0 = 3, \quad \text{要求 } |x_{k+1} - x_k| < 10^{-2}.$$

得分	
----	--

五、(15 分) 用欧拉 (Euler) 法计算积分 $\int_0^x \sin t^2 dt$ 在点 $x = 0.1, 0.2, 0.3$ 上的近似值。取步长 $h = 0.1$ ，小数点后至少保留 4 位。

得分	
----	--

六、(15 分) 已知数据如下：

x_i	0	1	2	3
y_i	0	3	10	20

求一条形如 $y = ax + bx^2$ 的最小二乘拟合曲线。

得 分	
--------	--

七、(15 分) 给定求积公式

$$\int_0^h f(x)dx \approx Af(-h) + Bf(0) + Cf(h)$$

试确定 A, B, C , 使它的代数精确度尽可能地高, 并指明所构造出的求积公式所具有的代数精度。