

姓名: _____

学号: _____

院系: _____

____ 级 ____ 班

大 连 理 工 大 学

课 程 名 称: _____ 工程数值方法 _____ 试卷: _____ A _____ 考试形式: _____ 闭卷 _____

授课院 (系): _____ 运载 _____ 考试日期: 2014 年 7 月 17 日 试卷共 4 页

	一	二	三	四	五	六	七	总分
标准分	20	10	10	15	15	15	15	100
得 分								

装

得 分	
-----	--

一、(20 分, 每空 2 分) 填空题

1. 设 x_j 为互异节点 ($j = 0, 1, 2, \dots, n$), $l_j(x)$ 是 n 次拉格朗日 (Lagrange) 基函数, 则 $\sum_{j=0}^n x_j^n l_j(3) =$ _____。

2. $(\sqrt{2}-1)^6 = (3-2\sqrt{2})^3 = 99-70\sqrt{2} = \frac{1}{99+70\sqrt{2}} = \frac{1}{(\sqrt{2}+1)^6} = \frac{1}{(3+2\sqrt{2})^3}$, 则用这六个公式中的第 _____ 个公式进行计算误差最小。

3. n 个节点的插值型求积公式, 其代数精度至少可达 _____ 次, 至多可达 _____ 次。

4. 设 $f(x)$ 可微, 求方程 $x = f(x)$ 根的牛顿迭代格式是 _____。

5. 梯形求积公式 $T = \frac{b-a}{2}[f(a) + f(b)]$ 具有 _____ 次代数精度, 当 $f(x)$ 为一次多项式时, 则 $\int_a^b f(x)dx - T =$ _____。

6. 5 个节点的高斯求积公式具有 _____ 次代数精度。

7. 形如 $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{k=0}^n A_k f(x_k)$ 的 Gauss 型求积公式, 成立 $\sum_{k=0}^n A_k =$ _____。

8. 用 3 点高斯-勒让德求积公式计算 $\int_{-1}^1 x^4 dx$, 求得的结果为 _____。

评分标准: (1) 每空正确 2 分; (2) 每空错误 0

订

得 分	
--------	--

二、(10 分, 每空 2 分) 判断题: 下列各题, 你认为正确的, 请在题干的括号内打“√”, 错的打“×”。

1. () 已知方程组 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0.32 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix}$, 则解此方程组的 Jacobi 迭代法收敛。

2. () 若 n 阶方阵 A 的谱半径 $\rho(A) < 1$, 则求解 $Ax = b$ 的 Jacobi 迭代法收敛。

3. () 设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是 n 次多项式, 如果在 $n+1$ 个不同节点 x_i 上都有

$$f(x_i) = g(x_i), \quad i = 0, 1, \dots, n, \text{ 则 } f(x) \equiv g(x)。$$

4. () 若方阵 A 是正定的, 则解 $Ax = b$ 的 Jacobi 迭代与 Gauss-Seidel 迭代都收敛。

5. () 求解线性方程组 $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 = 0 \end{cases}$ 的 Gauss-Seidel 迭代法的分量形式为

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = (-3x_2^{(k)} + 1)/4 \\ x_2^{(k+1)} = -2x_1^{(k)}/5 \end{cases}$$

评分标准: (1) 每空正确 2 分; (2) 每空错误 0

得 分	
--------	--

三、(10 分) 求三次 Hermite 插值多项式 $H(x)$, 使满足 $H(a) = f(a)$,

$$H'(a) = f'(a), \quad H''(a) = f''(a), \quad H''(b) = f''(b)。$$

得分	
----	--

四、(15 分) 用最小二乘原理确定经验公式 $y = ae^{bx}$ 中的参数 a 和 b , 使该函数曲线与下列数据相拟合。

x_i	1	2	3	4
y_i	60	30	20	15

得分	
----	--

五、(15 分) 用平方根 (LL^T) 法解方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ 2x_1 + 8x_2 + 14x_3 = 8 \\ 3x_1 + 14x_2 + 34x_3 = 23 \end{cases}$ 。

得	
分	

六、(15 分) 用弦截法求立方根 $\sqrt[3]{d}$ 。(1) 给出迭代公式；(2) 用此迭代公式计算 $\sqrt[3]{3}$ ，取初始值为 $x_0 = 1$ ， $x_1 = 2$ ，要求 $|x_{k+1} - x_k| < 10^{-2}$ 。

得	
分	

七、(15 分) 用改进的欧拉 (Euler) 法计算积分 $\int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$ 在点 $x = 0.1, 0.2, 0.3$ 上的近似值。取步长 $h = 0.1$ ，小数点后至少保留 4 位。