

✓7. Доказать, что бинарное отношение $R = \{(m, n) : (n-m):5\}$ на множестве первых 100 натуральных чисел N является отношением эквивалентности. Найти разложение этого множества на классы эквивалентности

4 января 2020 г. 22:19

Эквивалентность:

1. Рефлексивность - да

Если вычесть число из самого себя - всегда будет 0, \Rightarrow бинарное отношение рефлексивное.

2. Симметричность - да

Вне зависимости от положения двух чисел, модуль их разности будет одинаков, \Rightarrow при смене мест числами кратность разности останется прежней

3. Транзитивность - да

Если $(n-m):5$ и $(m-l):5$, то $(n-l)=(n-m)+(m-l)$, $\Rightarrow (n-l):5$

Из 1), 2), 3) \Rightarrow что бинарное отношение $R = \{(m, n) : (n-m):5\}$ является отношением эквивалентности

Классы эквивалентности:

$R = K_0 \cup K_1 \cup K_2 \cup K_3 \cup K_4 = [0] \cup [1] \cup [2] \cup [3] \cup [4]$, где

$K_0 = [0] = (n-m)$ делится на 5 без остатка (с остатком 0)

$K_1 = [1] = (n-m)$ делится на 5 остатком 1

$K_2 = [2] = (n-m)$ делится на 5 остатком 2

$K_3 = [3] = (n-m)$ делится на 5 остатком 3

$K_4 = [4] = (n-m)$ делится на 5 остатком 4