1) <u>Formula distanței</u> dintre două puncte: $\boxed{AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}}$

2) <u>**Ecuația dreptei determinată de** *două puncte distincte*</u>:

AB: $\boxed{\dfrac{x - x_A}{x_B - x_A} = \dfrac{y - y_A}{y_B - y_A}}$ **sau** AB: $\boxed{\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & x_B & 1 \\ y_A & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0}$;

3) <u>**Aria**</u> **triunghiului echilateral**: $\boxed{A = \dfrac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}}$;

4) <u>Înălțimea</u> unui triunghi echilateral: $\boxed{h = \dfrac{\ell \cdot \sqrt{3}}{2}}$;

5) **Formula trigonometrică fundamentală**: $\boxed{\sin^2 x + \cos^2 x = 1, (\forall) x \in \mathbb{R}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \\ \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \end{array} \right. \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} \sin x = \pm\sqrt{1 - \cos^2 x} \\ \cos x = \pm\sqrt{1 - \sin^2 x} \end{array} \right. ;$$

6) **Teorema cosinusului**: În orice triunghi ABC are loc:

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A}$ sau

$\boxed{b^2 = c^2 + a^2 - 2 \cdot c \cdot a \cdot \cos B}$ sau

$\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C}$ sau $\boxed{\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}}$ sau

$\boxed{\cos B = \dfrac{c^2 + a^2 - b^2}{2 \cdot c \cdot a}}$ sau $\boxed{\cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}}$

unde : $a = BC, b = AC, c = AB$ sunt lungimile laturilor triunghiului ABC și A, B, C sunt măsurile unghiurilor triunghiului ABC.

7) **Formula ariei unui triunghi când se cunosc toate laturile**:

$\boxed{S = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}}$ (**formula lui Heron**) unde

$p=\frac{a+b+c}{2}$ este semiperimetrul triunghiului ABC;

8) **Formula ariei unui triunghi când se cunosc două laturi și unghiul dintre ele:**

$\boxed{S=\frac{a\cdot b}{2}\cdot\sin C}$ sau $\boxed{S=\frac{a\cdot c}{2}\cdot\sin B}$ sau $\boxed{S=\frac{b\cdot c}{2}\cdot\sin A}$;

9) $\boxed{\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0)}$;

10) $\boxed{(f\circ f^{-1})(x)=(f^{-1}\circ f)(x)=x}$; ***11)*** $\boxed{(f\circ g)(x)\overset{def}{=}f(g(x))}$;

12) **Numărul submulțimilor** unei mulțimi cu n elemente este 2^n;

13) **Numărul submulțimilor** cu k elemente ale unei mulțimi cu n elemente este: C_n^k;

14) **Numărul subm. ordonate** cu k elemente ale unei mulțimi cu n elemente este: A_n^k;

15) **Teorema sinusurilor**: În orice triunghi ABC are loc :

$\boxed{\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2\cdot R}$ unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC.

16) $\boxed{C_n^0+C_n^1+C_n^2+.....+C_n^n=2^n}$;

17) $\boxed{\sin 2x=2\cdot\sin x\cdot\cos x}$; $\boxed{\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x}$;

18) **<u>Numărul diagonalelor</u> unui poligon convex cu n laturi**: $\boxed{C_n^2-n}$;

19) **<u>Suma măsurilor unghiurilor</u> unui poligon convex cu n laturi**:

$\boxed{S_n=(n-2)\cdot 180^0}$;

20) Condiția ca <u>două drepte</u> $\begin{cases} d_1 : a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 = 0 \\ d_2 : a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 = 0 \end{cases}$

- să fie <u>paralele</u>: $\boxed{\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}}$;

-să fie <u>perpendiculare</u>: $\boxed{a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2 = 0}$;

21) Condiția ca <u>doi vectori</u> $\begin{cases} \overrightarrow{v_1} = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j} \\ \overrightarrow{v_2} = x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j} \end{cases}$

- să fie <u>paraleli (coliniari)</u> : $\boxed{\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}}$;

-să fie <u>perpendiculari (ortogonali)</u> : $\boxed{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0}$;

22) $\boxed{P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n}$, $n \in \mathbf{N}$;

$\boxed{A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}}$, $n, k \in \mathbf{N}, 0 \leq k \leq n$;

$\boxed{C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}}$, $n, k \in \mathbf{N}, 0 \leq k \leq n$;

23) Un număr natural > **1** și care este divizibil doar prin 1 și prin el însuși , se numește <u>*număr prim*</u>. **Ex: 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,……etc;**

24) Punctul situat la intersecția:

- înălțimilor unui triunghi se numește **ortocentru : H;**
- medianelor unui triunghi se numește **centru de greutate : G;**
- mediatoarelor laturilor unui triunghi se numește **centrul cercului circumscris triunghiului : O;**
- bisectoarelor unghiurilor unui triunghi se numește **centrul cercului înscris întriunghi : I;**

25)

Funcția	$0(0^{\circ})$	$\frac{\pi}{6}(30^{\circ})$	$\frac{\pi}{4}(45^{\circ})$	$\frac{\pi}{3}(60^{\circ})$	$\frac{\pi}{2}(90^{\circ})$	$\pi(180^{\circ})$	$\frac{3\pi}{2}(270^{\circ})$	$2\pi(360^{\circ})$
sinx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cosx	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tgx	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Nu există	0	Nu există	0
ctgx	Nu există	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	Nu există	0	Nu există

26) $\boxed{tgx = \frac{\sin x}{\cos x}}$, $\cos x \neq 0$; $\boxed{ctgx = \frac{\cos x}{\sin x}}$, $\sin x \neq 0$; $\boxed{tgx = \frac{1}{ctgx}}$

27)

Cadranul	sinusul	cosinusul	tangenta	cotangenta
I	+	+	+	+
II	+	-	-	-
III	-	-	+	+
IV	-	+	-	-

28) $\boxed{-1 \leq \sin x \leq 1, (\forall)x \in \mathbf{R}} \Leftrightarrow \boxed{\sin x \in [-1,1], (\forall)x \in \mathbf{R}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{|\sin x| \leq 1, (\forall)x \in \mathbf{R}}$

$\boxed{-1 \leq \cos x \leq 1, (\forall)x \in \mathbf{R}} \Leftrightarrow \boxed{\cos x \in [-1,1], (\forall)x \in \mathbf{R}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{|\cos x| \leq 1, (\forall)x \in \mathbf{R}}$

29) Funcția **cosinus** este <u>pară</u>: $\boxed{\cos(-x) = \cos x, (\forall)x \in \mathbf{R}}$

Funcțiile **sinus, tangentă, cotangentă** sunt <u>impare</u>:

$\boxed{\sin(-x) = -\sin x, (\forall)x \in \mathbf{R}}$;

$\boxed{tg(-x) = -tgx, (\forall)x \in \mathbf{R} - \left\{(2k+1)\frac{\pi}{2} \middle| k \in \mathbf{Z}\right\}}$;

$$\boxed{ctg(-x) = -ctgx, (\forall)x \in \mathbb{R} - \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}}\ ;$$

30) Funcțiile **sinus și cosinus** sunt <u>periodice</u> cu mulțimea perioadelor $\mathbf{2k\pi, k \in \mathbb{Z}}$ și **perioada principală** $\mathbf{2\pi}$:

$$\boxed{\sin(x + 2k\pi) = \sin x, (\forall)x \in \mathbb{R}, (\forall)k \in \mathbb{Z}}\ ;$$

$$\boxed{\cos(x + 2k\pi) = \cos x, (\forall)x \in \mathbb{R}, (\forall)k \in \mathbb{Z}}\ ;$$

Funcțiile **tangentă și cotangentă** sunt <u>periodice</u> cu mulțimea perioadelor $\mathbf{k\pi, k \in \mathbb{Z}}$ și **perioada principală** π:

$$\boxed{tg(x + k\pi) = tgx, (\forall)x \in \mathbb{R} - \left\{(2k + 1)\frac{\pi}{2} \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}, (\forall)k \in \mathbb{Z}}\ ;$$

$$\boxed{\cos(x + 2k\pi) = \cos x, (\forall)x \in \mathbb{R} - \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}, (\forall)k \in \mathbb{Z}}\ ;$$

<u>LIMITE DE FUNCȚII</u>

31) <u>Limita unei funcții polinomiale</u> :

$$\boxed{\begin{cases} \lim\limits_{x \to \pm\infty}\left(a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n\right) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} a_nx^n \\ \lim\limits_{x \to \alpha}\left(a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n\right) = a_0 + a_1\alpha + a_2\alpha^2 + ... + a_n\alpha^n \end{cases}}\ ;$$

32) <u>Limita unei funcții raționale</u>:

$$\boxed{\begin{cases} \lim\limits_{x \to \alpha} \dfrac{a_0 + a_1x + ... + a_kx^k}{b_0 + b_1x + .. b_mx^m} = \lim\limits_{x \to \alpha} \dfrac{P(x)}{Q(x)} = \dfrac{P(\alpha)}{Q(\alpha)}, & Q(\alpha) \neq 0 \\ CAZ \dfrac{0}{0} \to SIMPLIFICARE - prin(x - \alpha), & Q(\alpha) = 0, P(\alpha) = 0 \\ calculez - l_s(\alpha), l_d(\alpha) \begin{cases} l_s(\alpha) = l_d(\alpha) \Rightarrow \exists \lim\limits_{x \to \alpha} \dfrac{P(x)}{Q(x)} = l_s(\alpha) = l_d(\alpha) \\ l_s(\alpha) \neq l_d(\alpha) \Rightarrow \quad \nexists \lim\limits_{x \to \alpha} \dfrac{P(x)}{Q(x)} \end{cases}, & P(\alpha) \neq 0, Q(\alpha) = 0 \\ \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{a_0 + a_1x + ... + a_kx^k}{b_0 + b_1x + .. b_mx^m} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{a_kx^k}{b_mx^m} = \dfrac{a_k}{b_m} \cdot (\pm\infty)^{k-m} \end{cases}}\ ;$$

33)

$a^{\infty}=\begin{cases}0, 0<a<1\\ \infty, a>1\end{cases}$; $a^{-\infty}=\begin{cases}0, a>1\\ \infty, 0<a<1\end{cases}$; $\log_a(0^+)=\begin{cases}\infty, 0<a<1\\ -\infty, a>1\end{cases}$; $\log_a \infty=\begin{cases}\infty, a>1\\ -\infty, 0<a<1\end{cases}$;

$\boxed{e^{\infty}=\infty;\ e^{-\infty}=0}$; $\boxed{\ln(0^+)=-\infty;\ \ln\infty=\infty}$; $\infty\cdot\infty=\infty$; $(-\infty)\cdot(-\infty)=\infty$; $(-\infty)\cdot\infty=-\infty$;

$x\cdot\infty=\begin{cases}\infty, x>0\\ -\infty, x<0\end{cases}$; $x\cdot(-\infty)=\begin{cases}-\infty, x>0\\ \infty, x<0\end{cases}$; $x+\infty=\infty$; $x+(-\infty)=-\infty$; $\infty+\infty=\infty$;

$(-\infty)+(-\infty)=-\infty$; $\frac{x}{\pm\infty}=0, (\forall)x\in\mathbb{R}$;

$\sqrt[k]{\infty}=\infty$; $\sqrt[2k-1]{-\infty}=-\infty$; $\infty^{a}=\begin{cases}\infty, a>0\\ 0, a<0\end{cases}$; $\infty^{\infty}=\infty$; $\infty^{-\infty}=0$; $0^{\infty}=0$;

34) Identități:

$\boxed{(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2}$; $\boxed{a^2-b^2=(a-b)(a+b)}$;

$\boxed{(a\pm b)^3=a^3\pm b^3\pm 3ab(a\pm b)}$;

$\boxed{a^3\pm b^3=(a\pm b)\left(a^2\mp ab+b^2\right)}$;

$\boxed{(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)}$;

$\boxed{a^4-b^4=(a-b)(a+b)\left(a^2+b^2\right)}$;

35) Puteri:

$\boxed{a^m\cdot a^n=a^{m+n}}$; $\boxed{\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}}$; $\boxed{a^m\cdot b^m=(a\cdot b)^m}$; $\boxed{\frac{a^m}{b^m}=\left(\frac{a}{b}\right)^m}$;

$\boxed{\left(a^m\right)^n=a^{m\cdot n}}$; $\boxed{a^0=1, a\neq 0}$; $\boxed{a^{-x}=\frac{1}{a^x}}$;

$\boxed{a\geq 0, \frac{m}{n}\in Q_+^* \Rightarrow a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}}$;

36) Radicali:

$\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a}$, $a \geq 0$; $\boxed{\sqrt{a^2} = |a|}$; $\boxed{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}}$, $a \geq 0, b \geq 0$;

$\boxed{\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}}$, $a \geq 0, b > 0$;

$\boxed{\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\dfrac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}} \pm \sqrt{\dfrac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}}}$ (formulele radicalilor compuși) ;

37) Modulul unui număr real: $\boxed{|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}}$

Proprietăți:

- ✓ $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$;
- ✓ $|a| \geq 0, (\forall) a \in \mathbb{R}$;
- ✓ $|-a| = |a|, (\forall) a \in \mathbb{R}$;
- ✓ $|a| = |b| \Leftrightarrow a = \pm b$;
- ✓ $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$;
- ✓ $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}, b \neq 0$;
- ✓ $|a + b| \leq |a| + |b|$;
- ✓ $c > 0 \Rightarrow |a| \leq c \Leftrightarrow -c \leq a \leq c$;

38) Inegalități:

$$\boxed{\min(a,b) \leq \underbrace{\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}}_{\text{media armonica}} \leq \underbrace{\sqrt{a \cdot b}}_{\text{media geometrica}} \leq \underbrace{\frac{a+b}{2}}_{\text{media aritmetica}} \leq \underbrace{\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}}_{\text{media patratica}} \leq \max(a,b)};$$

$\boxed{a + \dfrac{1}{a} \geq 2, (\forall) a > 0}$; $\boxed{\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} \geq 2, a, b > 0}$;

$\boxed{a^2 + b^2 \geq 2ab, (\forall) a, b \in \mathbb{R}}$;

39) $\boxed{1+2+3+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2},(\forall)n\in N^*}$;

$\boxed{1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6},(\forall)n\in N^*}$;

$\boxed{1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4},(\forall)n\in N^*}$;

40) **APLICAȚII ALE DERIVATELOR**

❶ ROLUL DERIVATEI ÎNTÂI.

INTERVALE DE MONOTONIE. PUNCTE DE EXTREM.

Teoremă : Fie $f : E \to R$, E interval , o funcție derivabilă.

1) $f'(x)\geq 0,(\forall)x\in E \Rightarrow f$ crescătoare pe E ;

2) $f'(x)\leq 0,(\forall)x\in E \Rightarrow f$ descrescătoare pe E ;

1') $f'(x)> 0,(\forall)x\in E \Rightarrow f$ strict crescătoare pe E ;

2') $f'(x)< 0,(\forall)x\in E \Rightarrow f$ strict descrescătoare pe E ;

- Pentru a determina **intervalele de monotonie** ale unei funcții derivabile $f : E \to R$, E nu neaparat interval din R se procedează astfel :

✓se calculează derivata f' a funcției f ;

✓se rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $f'(x)=0, x\in E$;

✓se determină intervalele în care f' păstrează același semn ;

✓se ține seama de teorema de mai sus și se stabilesc intervalele de monotonie ;

- Utilizând monotonia unei funcții , putem stabili **punctele de minim sau maxim local** pentru o funcție derivabilă .

=== Un punct x_0 din interiorul domeniului de definiție E este **punct de minim local** dacă avem următoarea situație :

x	x_0
f '(x)	- - - - - - - - - --- ----------0+ + + + + + + + + + + + + +
f(x)	$\searrow$ $f(x_0)$ $\nearrow$

=== Un punct x_0 din interiorul domeniului de definiție E este **punct de maxim local** dacă avem următoarea situație :

x	x_0
f '(x)	+ + + + + + + + + + +++++0- - - - - - - - - - - - - - -----
f(x)	$\nearrow$ $f(x_0)$ $\searrow$

OBS. Eventualele puncte de extrem local sunt soluții ale ecuației $f'(x)=0$, pentru o funcție derivabilă f, pentru care are loc una din situațiile de mai sus .

⁉Absența însă a punctelor critice (soluții ale ecuației $f'(x)=0$) nu înseamnă inexistența valorilor minimale sau maximale .

❷ ROLUL DERIVATEI A DOUA ÎN STUDIUL FUNCȚIILOR INTERVALE DE CONVEXITATE (CONCAVITATE) . PUNCTE DE INFLEXIUNE .

Teoremă : **Fie** $f:[a,b]\to R, a<b$ **o funcție de două ori derivabilă pe** $[a,b]$.

1) $f''(x)\geq 0, (\forall)x\in(a,b)\Rightarrow f$ **convexă pe** $[a,b]$;
2) $f''(x)\leq 0, (\forall)x\in(a,b)\Rightarrow f$ **concavă pe** $[a,b]$;

OBS. Este valabilă **și** afirmația **reciprocă** :

Dacă $f:[a,b]\to R$ este o funcție de două ori derivabilă pe $[a,b]$ și este convexă (concavă) , atunci $f''\geq 0(\leq 0)$.

⌘ **Pentru determinarea** $\boxed{\textbf{intervalelor de convexitate (concavitate)}}$ se parcurg următoarele **etape** :

✓**se calculează derivata** f'' a funcției f **;**

✓**se rezolvă în** $\mathbb{R}$ **ecuația** $f''(x) = 0$**;**

✓**se determină intervalele în care** f'' **păstrează același semn ;**

✓**se ține seama de teorema de mai sus și se stabilesc intervalele de convexitate (concavitate) ;**

=== Pentru ca x_0 să fie punct de inflexiune pentru funcția f trebuie să avem una din situațiile :

x	x_0
f(x)	ϕ f(x_0) ε
$f''(x)$	- - - - - - 0+ + + + + + + + +

x	x_0
f(x)	ε f(x_0) ϕ
$f''(x)$	+ + + + + + 0- - - - - - - - - -

41) ***<u>Progresii aritmetice și geometrice:</u>***

Progresii aritmetice:

- ✓ **Formula termenului general**: $\boxed{a_n = a_1 + (n-1)\cdot r}$;
- ✓ **Formula sumei primilor n termeni**:

$$\boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}}\ ;\ \boxed{S_n = \frac{[2a_1 + (n-1)\cdot r]\cdot n}{2}};$$

- ✓ $\boxed{\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{-}}\, a, b, c \Leftrightarrow 2b = a + c}$;

Progresii geometrice:

- ✓ **Formula termenului general**: $\boxed{b_n = b_1 \cdot q^{n-1}}$;
- ✓ **Formula sumei primilor n termeni**: $\boxed{S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1}, q \neq 1}$;
- ✓ $\boxed{\overset{\bullet\bullet}{\underset{\bullet\bullet}{-}}\, a, b, c \Leftrightarrow b^2 = a \cdot c}$

42) Pentru a determina coordonatele **punctului de intersecție a două drepte** se rezolvă **sistemul** format din ecuațiile celor două drepte.

43) **Condiția ca un punct $M(x_M, y_M)$ să aparțină unei drepte** $d: ax + by + c = 0$ **este** : $ax_M + by_M + c = 0$.

44) $\boxed{|A| + |B| = |A \cup B| + |A \cap B|}$;

45) ***Definiția clasică a probabilității.*** Probabilitatea să se realizeze un eveniment A este egală cu raportul dintre numărul cazurilor favorabile realizării evenimentului A și numărul de cazuri posibile .

$$\boxed{P(A) = \frac{NR.CAZURI\ FAVORABILE}{NR.CAZURI\ POSIBILE}};$$

46) Binomul lui Newton:

$$(a+b)^n = \underbrace{C_n^0 \cdot a^n \cdot b^0}_{T_1} + \underbrace{C_n^1 \cdot a^{n-1} \cdot b^1}_{T_2} + \underbrace{C_n^2 \cdot a^{n-2} \cdot b^2}_{T_3} + \dots + \underbrace{C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k}_{T_{k+1}} + \dots + \underbrace{C_n^n \cdot a^0 \cdot b^n}_{T_{n+1}}$$

- ✓ Numerele $C_n^0, C_n^1, \dots, C_n^n$ se numesc **coeficienți binomiali**;
- ✓ Dezvoltarea binomului la putere (adică membrul drept al formulei lui Newton) are **n+1 termeni**;
- ✓ Termenul de rang k+1 se numește **termen general** și $\boxed{T_{k+1} = C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k}$;
- ✓ $\boxed{C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n}$(suma coeficienților binomiali);
- ✓ $\boxed{C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \dots = 2^{n-1}}$(suma coeficienților binomiali de rang par);
- ✓ $\boxed{C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \dots = 2^{n-1}}$(suma coeficienților binomiali de rang par);

47) *Asimptote:*

- ✓ ***Asimptote orizontale***: Dreapta $y = a\ (a \in \mathbb{R})$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ a funcției f dacă $\lim_{x\to\infty} f(x) = a$. Dreapta $y = a$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$ a funcției f dacă $\lim_{x\to-\infty} f(x) = a$.
- ✓ ***Asimptote oblice***:

Teoremă: Fie $f : I \to \mathbb{R}$.

a) **Dacă există** $\boxed{m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} \in \mathbb{R}^*}$ **și** $\boxed{n = \lim_{x\to\infty}\left[f(x) - m \cdot x\right] \in \mathbb{R}}$ **atunci dreapta** $y = mx + n$ este asimptotă oblică a funcției f spre $+\infty$ și reciproc;

b) **Dacă există** $\boxed{m = \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} \in \mathbb{R}^*}$ **și** $\boxed{n = \lim_{x\to-\infty}\left[f(x) - m \cdot x\right] \in \mathbb{R}}$ **atunci dreapta** $y = mx + n$ este asimptotă oblică a funcției f spre $+\infty$ și reciproc;

- ✓ ***Asimptote verticale***:

Dreapta $x = x_0$ este asimptotă verticală a funcției f dacă cel puțin una dintre limitele laterale $\lim_{\substack{x\to x_0 \\ x<x_0}} f(x)$ sau $\lim_{\substack{x\to x_0 \\ x>x_0}} f(x)$ există și este **infinită.**

48) $\boxed{M(x_M, y_M) \in G_f \Leftrightarrow f(x_M) = y_M}$, x_M =ABSCISA punctului M, y_M =ORDONATA punctului M;

49) $\boxed{\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = A \cdot D - B \cdot C}$;

50) $\boxed{\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B}$;

51) <u>Proprietățile logaritmilor:</u>

- ✓ $\boxed{\log_a A = \log_a B \Leftrightarrow A = B}$, A,B> $0, a > 0, a \neq 1$;
- ✓ $\boxed{\log_a a = 1}$; $\boxed{\log_a 1 = 0}$;
- ✓ $\boxed{\log_a A + \log_a B = \log_a(A \cdot B)}$, A,B> $0, a > 0, a \neq 1$;
- ✓ $\boxed{\log_a A - \log_a B = \log_a\left(\frac{A}{B}\right)}$, A,B> $0, a > 0, a \neq 1$;
- ✓ $\boxed{\log_a A^m = m \cdot \log_a A}$, $A > 0, a > 0, a \neq 1$;
- ✓ $\boxed{\log_a \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n} \cdot \log_a A}$, $A > 0, a > 0, a \neq 1, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$;
- ✓ $\boxed{\log_{a^n} A = \frac{1}{n} \cdot \log_a A}$, $A > 0, a > 0, a \neq 1$;
- ✓ $\boxed{\log_a A = \frac{\log_b A}{\log_b a}}$ (formula de schimbare a bazei) ;
- ✓ $\boxed{\log_a b \cdot \log_b a = 1}$;

52) Mulțimea elementelor inversabile față de înmulțire în inelul claselor de resturi modulo n:

$\boxed{U(Z_n) = \{\hat{a} \in Z_n | (a, n) = 1\}}$;

53) Numărul maxim de drepte ce se pot obține unind câte 2 puncte dintr-o mulțime de n puncte este: C_n^2 ;

54) Numărul funcțiilor care se pot defini pe o mulțime cu n elemente cu valori într-o mulțime cu m elemente este : m^n ;

FUNCŢIA	DERIVATA	DOMENIUL DE DEFINIŢIE	FUNCŢIA COMPUSĂ	DERIVATA
$c(\text{constanta})$	0	$\mathbf{R}$		
x	1	$\mathbf{R}$	u	u'
$x^n (n \in N^*)$	nx^{n-1}	$\mathbf{R}$	$u^n (n \in N^*)$	$n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
$x^\alpha (\alpha \in \mathbf{R})$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$Df' \supseteq (0,\infty)$	$u^\alpha (\alpha \in \mathbf{R}, u > 0)$	$\alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbf{R}^*$	$\frac{1}{u} (u \neq 0)$	$-\frac{u'}{u^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(0,\infty)$	$\sqrt{u} (u > 0)$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
e^x	e^x	$\mathbf{R}$	e^u	$e^u \cdot u'$
$a^x, 0 < a \neq 1$	$a^x \ln a$	$\mathbf{R}$	$a^u (0 < a \neq 1)$	$a^u \cdot u' \cdot \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$(0,\infty)$	$\ln u \ (u > 0)$	$\frac{u'}{u}$
$\log_a x, 0 < a \neq 1$	$\frac{1}{x \ln a}$	$(0,\infty)$	$\log_a u \ (u > 0)$	$\frac{u'}{u \ln a}$
$\sin x$	$\cos x$	$\mathbf{R}$	$\sin u$	$\cos u \cdot u'$
$\cos x$	$-\sin x$	$\mathbf{R}$	$\cos u$	$-\sin u \cdot u'$

tgx	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\cos x \neq 0$	$tgu\ (\cos u \neq 0)$	$\frac{u'}{\cos^2 u}$
$ctgx$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	$\sin x \neq 0$	$ctgu\ (\sin u \neq 0)$	$-\frac{u'}{\sin^2 u}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(-1,1)$	$\arcsin u\ (\lvert u\rvert \leq 1)$	$\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(-1,1)$	$\arccos u\ (\lvert u\rvert \leq 1)$	$-\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$arctgx$	$\frac{1}{1+x^2}$	**R**	$arctgu$	$\frac{u'}{1+u^2}$
$arcctgx$	$-\frac{1}{1+x^2}$	**R**	$arcctgu$	$-\frac{u'}{1+u^2}$

REGULI DE DERIVARE:

1) $\boxed{(f \pm g)' = f' \pm g'}$

2) $\boxed{(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'}$; $\boxed{(f \cdot g \cdot h)' = f' \cdot g \cdot h + f \cdot g' \cdot h + f \cdot g \cdot h'}$

3) $\boxed{\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}}$ 4) $\boxed{(c \cdot f)' = c \cdot f'}$

TABEL CU INTEGRALE NEDEFINITE ALE UNOR FUNCŢII COMPUSE

Dacă $\varphi: I \to R$, derivabilă cu derivate continuă, atunci:

NR.CRT	INTEGRALA NEDEFINITĂ	
1.	$\int \varphi^n(x)\cdot\varphi'(x)dx = \frac{\varphi^{n+1}(x)}{n+1} + C$	$n \in N$
2.	$\int \varphi^a(x)\cdot\varphi'(x)dx = \frac{\varphi^{a+1}(x)}{a+1} + C$	$a \in R - \{-1\}, \varphi(I) \subset (0,\infty)$
3.	$\int a^{\varphi(x)}\cdot\varphi'(x)dx = \frac{a^{\varphi(x)}}{\ln a} + C$	$a > 0, a \neq 1$
4.	$\int \frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)}dx = \ln\lvert\varphi(x)\rvert + C$	$\varphi(x) \neq 0, \forall x \in I$
5.	$\int \frac{\varphi'(x)}{\varphi^2(x)-a^2}dx = \frac{1}{2a}\ln\left\lvert\frac{\varphi(x)-a}{\varphi(x)+a}\right\rvert + C$	$\varphi(x) \neq \pm a, \forall x \in I, a \neq 0$
6.	$\int \frac{\varphi'(x)}{\varphi^2(x)+a^2}dx = \frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{\varphi(x)}{a} + C$	$a \neq 0$
7.	$\int \sin\varphi(x)\cdot\varphi'(x)dx = -\cos\varphi(x) + C$	
8.	$\int \cos\varphi(x)\cdot\varphi'(x)dx = \sin\varphi(x) + C$	
9.	$\int \frac{\varphi'(x)}{\cos^2\varphi(x)}dx = \operatorname{tg}\varphi(x) + C$	$\varphi(x) \notin \left\{(2k+1)\frac{\pi}{2} \middle\vert k \in Z\right\}, \forall x \in I$
10.	$\int \frac{\varphi'(x)}{\sin^2\varphi(x)}dx = -\operatorname{ctg}\varphi(x) + C$	$\varphi(x) \notin \{k\pi \vert k \in Z\}, \forall x \in I$
11.	$\int \operatorname{tg}\varphi(x)\cdot\varphi'(x)dx = -\ln\lvert\cos\varphi(x)\rvert + C$	$\varphi(x) \notin \left\{(2k+1)\frac{\pi}{2} \middle\vert k \in Z\right\}, \forall x \in I$
12.	$\int \operatorname{ctg}\varphi(x)\cdot\varphi'(x)dx = \ln\lvert\sin\varphi(x)\rvert + C$	$\varphi(x) \notin \{k\pi \vert k \in Z\}, \forall x \in I$
13.	$\int \frac{\varphi'(x)}{\sqrt{\varphi^2(x)+a^2}}dx = \ln\left(\varphi(x) + \sqrt{\varphi^2(x)+a^2}\right) + C$	$a \neq 0$
14.	$\int \frac{\varphi'(x)}{\sqrt{\varphi^2(x)-a^2}}dx = \ln\left\lvert\varphi(x) + \sqrt{\varphi^2(x)-a^2}\right\rvert + C$	$a > 0, \varphi(I) \subset (-\infty, a)$ sau $\varphi(I) \subset (a, \infty)$
15.	$\int \frac{\varphi'(x)}{\sqrt{a^2-\varphi^2(x)}}dx = \arcsin\frac{\varphi(x)}{a} + C$	$a > 0, \varphi(I) \subset (-a, a)$

TABEL DE PRIMITIVE UZUALE

NR.CRT	FUNCŢIA	INTEGRALA NEDEFINITĂ
1.	$f:R\to R, f(x)=x^n, n\in N$	$\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$
2.	$f:I\to R, I\subset(0,\infty), f(x)=x^a, a\in R-\{-1\}$	$\int x^a dx=\frac{x^{a+1}}{a+1}+C$
3.	$f:R\to R, f(x)=a^x, a>0, a\neq 1$	$\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C$
4.	$f:I\to R, I\subset(0,\infty)$ sau $I\subset(-\infty,0), f(x)=\frac{1}{x}$	$\int \frac{1}{x}dx=\ln\|x\|+C$
5.	$f:I\to R, I\subset R-\{-a,a\}, f(x)=\frac{1}{x^2-a^2}, a\neq 0$	$\int \frac{1}{x^2-a^2}dx=\frac{1}{2a}\cdot\ln\left\|\frac{x-a}{x+a}\right\|+C$
6.	$f:R\to R, f(x)=\frac{1}{x^2+a^2}, a\neq 0$	$\int \frac{1}{x^2+a^2}dx=\frac{1}{a}\cdot arctg\frac{x}{a}+C$
7.	$f:R\to R, f(x)=\sin x$	$\int \sin x\,dx=-\cos x+C$
8.	$f:R\to R, f(x)=\cos x$	$\int \cos x\,dx=\sin x+C$
9.	$f:I\to R, I\subset R-\left\{(2k+1)\frac{\pi}{2}\middle\| k\in Z\right\}, f(x)=\frac{1}{\cos^2 x}$	$\int \frac{1}{\cos^2 x}dx=tgx+C$
10.	$f:I\to R, I\subset R-\{k\pi\|k\in Z\}, f(x)=\frac{1}{\sin^2 x}$	$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx=-ctgx+C$
11.	$f:I\to R, I\subset R-\left\{(2k+1)\frac{\pi}{2}\middle\| k\in Z\right\}, f(x)=tgx$	$\int tgx\,dx=-\ln\|\cos x\|+C$
12.	$f:I\to R, I\subset R-\{k\pi\|k\in Z\}, f(x)=ctgx$	$\int ctgx\,dx=\ln\|\sin x\|+C$
13.	$f:R\to R, f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}, a\neq 0$	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}dx=\ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right)+C$
14.	$f:I\to R, I\subset(-\infty,-a)$ sau $I\subset(a,\infty), a>0, f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}dx=\ln\left\|x+\sqrt{x^2-a^2}\right\|+C$
15.	$f:I\to R, I\subset(-a,a), a>0, f(x)=\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx=\arcsin\frac{x}{a}+C$
16.		$\int \sqrt{x}\,dx=\frac{2}{3}x\sqrt{x}+C$
17.		$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx=2\sqrt{x}+C$
18.		$\int \frac{x}{\sqrt{x^2\pm a^2}}dx=\sqrt{x^2\pm a^2}+C$
19.		$\int \frac{x}{\sqrt{a^2\pm x^2}}dx=-\sqrt{a^2\pm x^2}+C$