70.. Proprietăți ale radicalilor de ordin $n \ge 2$:

$$\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}, \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}, \quad \sqrt[n]{a^p} = \sqrt[nq]{a^{pq}}, \quad a \in R_+,\ \mathrm{m,n,q} \in \mathrm{N}^*,\ \mathrm{m} \ge 2,\ \mathrm{n} \ge 2,\ \mathrm{p} \in \mathrm{R}$$

Logaritmi:

71. Condiții de existență pentru $\log_b a$: $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0,\ b \ne 1 \end{cases}$

72. $a^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = \log_a b$

73. $a^{\log_a b} = b$, $\log_a a = 1,\ \log_a 1 = 0$ $\quad \left(\ln e = 1,\ \lg 10 = 1,\ e^{\ln a} = a\right)$

74. $\log_a (A \cdot B) = \log_a A + \log_a B$

75. $\log_a \dfrac{A}{B} = \log_a A - \log_a B$

76. $\log_a A^n = n \log_a A$

77. $\log_{a^n} A = \dfrac{1}{n} \log_a A$

78. $\log_a A = \dfrac{\log_b A}{\log_b a}$, $\log_a A = \dfrac{1}{\log_A a}$

79. $\log_a A > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ A > 1 \end{cases}$ sau $\begin{cases} a \in (0,1) \\ A \in (0,1) \end{cases}$

80. $\log_a A < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ A \in (0,1) \end{cases}$ sau $\begin{cases} a \in (0,1) \\ A > 1 \end{cases}$

81. Constante utile: $\sqrt{2} \approx 1,41 \quad \sqrt{3} \approx 1,73 \quad \sqrt{5} \approx 2,23$

$e \approx 2,71 \quad \pi \approx 3,14$

Numere complexe:

82. Dacă $z = a + bi$, avem $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ şi $\overline{z} = a - bi$

83. $z \cdot \overline{z} = |z|^2$

$z \in R$ dacă şi numai dacă $z = \overline{z}$

84. $|\overline{z}| = |z|$

$|z^n| = |z|^n$

85. Forma trigonometrică a unui număr complex:

$$z = r(\cos t + i \sin t), \text{ unde } r = \sqrt{a^2 + b^2}, \begin{cases} \cos t = \dfrac{a}{r} \\ \sin t = \dfrac{b}{r} \end{cases}$$

86. Dacă $z_1 = r_1(\cos t_1 + i \sin t_1)$, $z_2 = r_2(\cos t_2 + i \sin t_2)$, atunci:

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 (\cos(t_1 + t_2) + i \sin(t_1 + t_2))$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(t_1 - t_2) + i \sin(t_1 - t_2))$$

87. Formula lui Moivre:

$$z^n = r^n (\cos nt + i \sin nt), \quad n \ge 2$$

88. Rădăcinile de ordin n ale unui număr complex z: dacă $z = r(\cos t + i\sin t)$, ecuația $u^n = z$ are soluțiile $u_k = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{t+2k\pi}{n} + i\sin\frac{t+2k\pi}{n}\right)$, $k = \overline{0, n-1}$

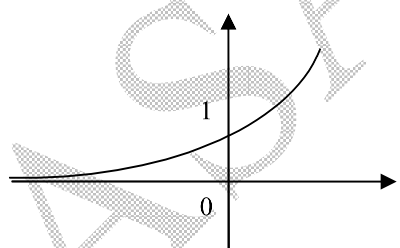
89. Rădăcinile nereale de ordinul 3 ale unității sunt $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Notația cea mai utilizată este ε şi au proprietățile: $\varepsilon^3 = 1$ şi

$$\varepsilon^2 + \varepsilon + 1 = 0.$$

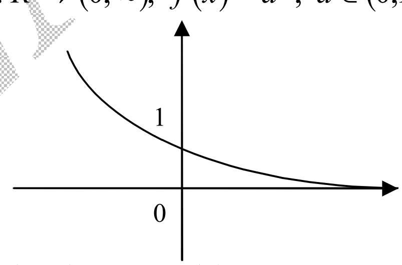
Funcții:

90. Def. 1. $f : A \to B$ se numeşte *funcție injectivă* dacă $(\forall)x_1, x_2 \in A,\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.
91. Def. 2. $f : A \to B$ se numeşte *funcție injectivă* dacă $(\forall)x_1, x_2 \in A$ cu proprietatea că $f(x_1) = f(x_2)$ rezultă că $x_1 = x_2$.
92. Def. 3. $f : A \to B$ este *funcție injectivă* dacă orice dreaptă dusă prin punctele codomeniului, paralelă cu Ox, intersectează G_f în *cel **mult** un punct*.
93. Propoziție: Dacă o funcție f este strict monotonă pe A, atunci f este injectivă pe A.
94. Def. 1. $f : A \to B$ se numeşte *funcție surjectivă* dacă $(\forall)y \in B, (\exists)x \in A$ astfel încât $f(x) = y$.
95. Def. 2. $f : A \to B$ se numeşte *funcție surjectivă* dacă $\operatorname{Im} f = Codom\ f$.
96. Def. 3. $f : A \to B$ este *funcție surjectivă* dacă orice dreaptă dusă prin punctele codomeniului, paralelă cu Ox, intersectează G_f în *cel **puțin** un punct*.
97. $f : A \to B$ se numeşte *funcție bijectivă* dacă este injectivă şi surjectivă.

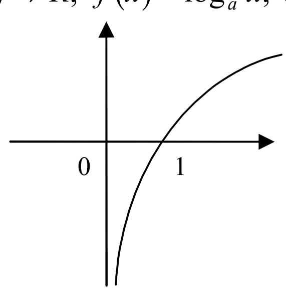
98. Funcția exponențială: $f : R \to (0, \infty)$, $f(x) = a^x$, $a > 1$



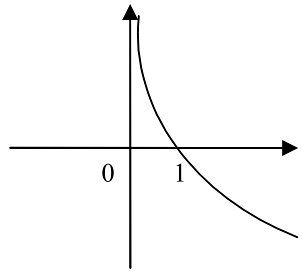
99. Funcția exponențială: $f : R \to (0, \infty)$, $f(x) = a^x$, $a \in (0,1)$



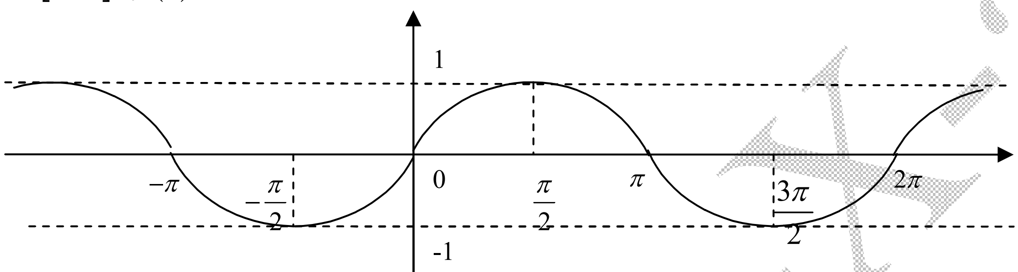
100. Funcția logaritmică: $f : (o, \infty) \to R$, $f(x) = \log_a x$, $a > 1$



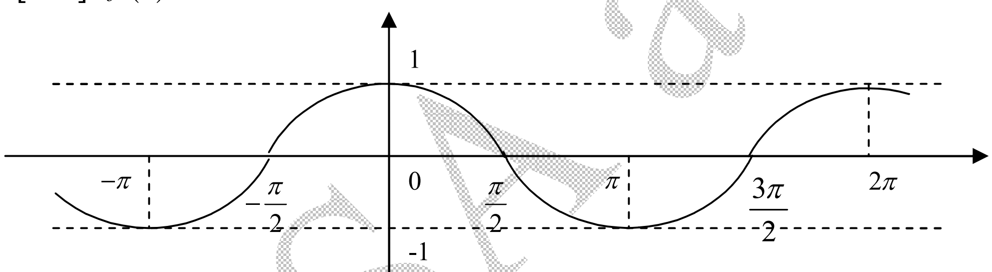
101. Funcția logaritmică: $f:(o,\infty)\to R,\ f(x)=\log_a x,\ a\in(0,1)$



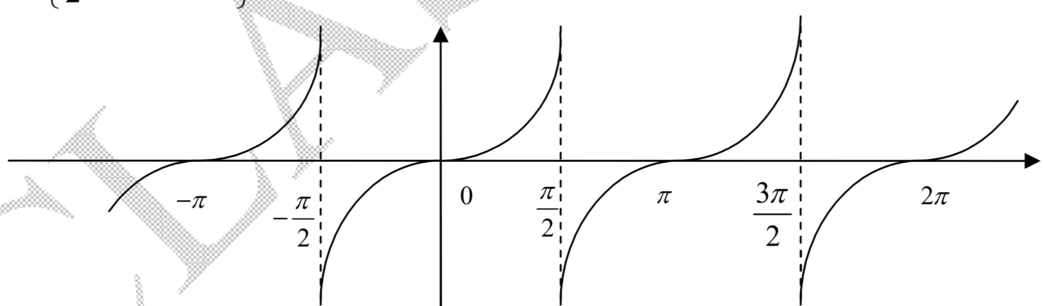
102. $f:R\to[-1,1],\ f(x)=\sin x$



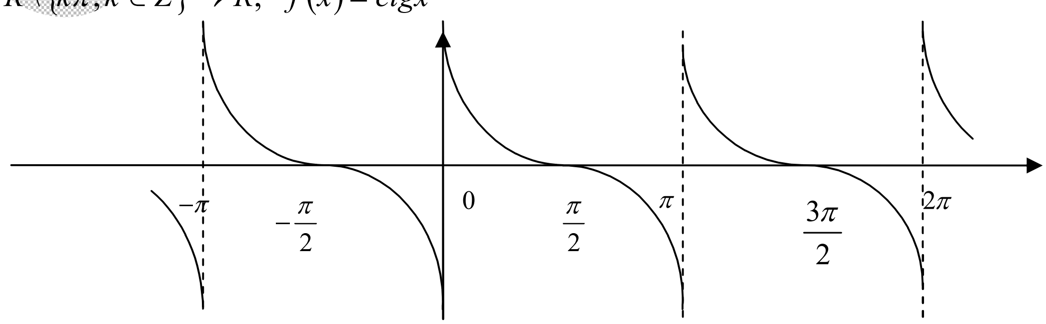
103. $f:R\to[-1,1],\ f(x)=\cos x$



104. $f:R\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z\right\}\to R,\quad f(x)=tgx$



105. $f:R\setminus\{k\pi,k\in Z\}\to R,\quad f(x)=ctgx$



106. Funcțiile trigonometrice directe sunt inversabile dacă:

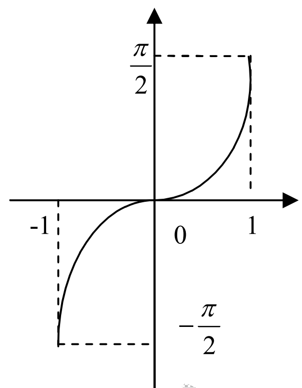
$$\sin:\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\rightarrow[-1,1]$$

$$\cos:[0,\pi]\rightarrow[-1,1]$$

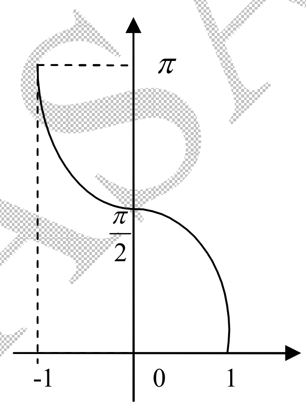
$$tg:\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\rightarrow R$$

$$ctg:(0,\pi)\rightarrow R$$

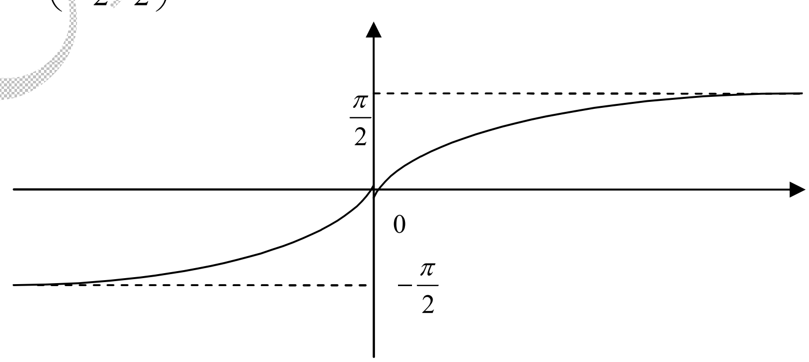
107. $\arcsin:[-1,1]\rightarrow\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$



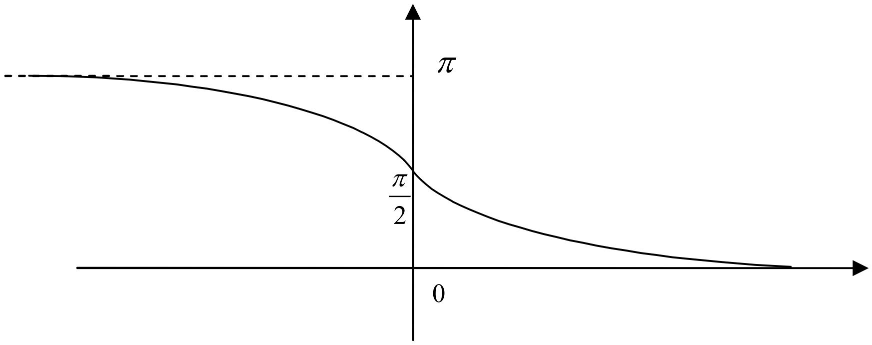
108. $\arccos:[-1,1]\rightarrow[0,\pi]$



109. $arctg:R\rightarrow\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$



110. $arcctg : R \to (0, \pi)$



111. Funcțiile arcsin și arctg sunt funcții impare:

$\arcsin(-x) = -\arcsin x, \quad (\forall)x \in [-1,1]$

$arctg(-x) = -arctgx, \quad (\forall)x \in R$

112. Punctul $P\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ este centru de simetrie pentru graficele funcțiilor arccos și arcctg:

$\arccos(-x) + \arccos x = \pi, \quad (\forall)x \in [-1,1]$

$arcctg(-x) + arcctgx = \pi, \quad (\forall)x \in R$

113. Ecuația $\sin x = a,\ a \in [-1,1]$ are $S = \{(-1)^k \arcsin a + k\pi, k \in Z\}$.

114. Ecuația $\cos x = a,\ a \in [-1,1]$ are $S = \{\pm \arccos a + 2k\pi, k \in Z\}$

115. Ecuația $tgx = a,\ a \in R$ are $S = \{arctga + k\pi, k \in Z\}$

$ctgx = a,\ a \in R$ are $S = \{arcctga + k\pi, k \in Z\}$

Combinatorică (probleme de numărare):

116. Dacă $A = \{a_1, a_2, ..., a_n\},\ B = \{b_1, b_2, ..., b_m\}$, atunci de la A la B se pot defini m^n funcții.

117. $P_n = n!,\ A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!},\ C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

118. $C_n^k = \frac{n}{k} C_{n-1}^{k-1}$

119. $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$

120. $C_p^p + C_{p+1}^p + C_{p+2}^p + ... + C_n^p = C_{n+1}^{p+1}$

121. $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n = 2^n$

122. Numărul de submulțimi ale unei mulțimi cu *n* elemente este 2^n.

123. $C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + ... = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + ... = 2^{n-1}$

124. Binomul lui Newton: $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + ... + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n$

125. Termenul general: $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$

126. $T_{k+1} = \frac{b}{a} \cdot \frac{n-k+1}{k} \cdot T_k,\ T_{k+2} = \frac{b}{a} \cdot \frac{n-k}{k+1} \cdot T_{k+1}$,

Geometrie:

127. Ecuația dreaptei ce trece prin $A(x_A, y_A)$ și $B(x_B, y_B)$ este: $AB : \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$

128. Dreapta ce trece prin $A(x_A, y_A)$ și are panta *m,* are ecuația : $y - y_A = m(x - x_A)$

129. . Dreapta ce trece prin $A(x_A, y_A)$ şi are direcția vectorului $\vec{v}(\alpha, \beta)$ are ecuația $d_{\vec{v}}^{A} : \frac{x - x_A}{\alpha} = \frac{y - y_A}{\beta}$

130. Dacă $d : ax + by + c = 0$ atunci – vectorul director este $\vec{v}(-b, a)$ - are aceeaşi direcție cu dreapta

- vectorul normal este $\vec{n}(a, b)$. – este perpendicular pe dreaptă

131. Dacă $d : ax + by + c = 0$ atunci panta este $m = -\frac{a}{b}$.

132. Dacă $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B) \Rightarrow m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

133. Dreptele $d_1 : a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$

$d_2 : a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$ sunt paralele dacă $m_1 = m_2$ sau $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

134. $d_1 \perp d_2$ dacă $a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0$ sau $m_1 \cdot m_2 = -1$

135. Dacă $A(x_A, y_A)$, $d_0 : ax + by + c = 0$ atunci $d(A, d_0) = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

136. Dacă $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$, iar *M* este mijlocul segmentului $[AB]$ atunci

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

137. Dacă $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B), C(x_C, y_C)$, iar *G* este centrul de greutate al triunghiului ABC atunci

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$