Formule de analiză matematică

Asimptote

- **Asimptote orizontale**

Pentru a studia existența asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul unei funcții se calculează $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

Cazul 1. Dacă această limită nu există sau este infinită atunci graficul nu are asimptotă orizontală spre $+\infty$.

Cazul 2. Dacă această limită există şi este finită,egală cu un număr real ℓ ,atunci graficul are asimptotă orizontală spre $+\infty$ dreapta de ecuație y= ℓ.

Analog se studiază existența asimptotei orizontale spre $-\infty$

- **Asimptote oblice**

Asimptota oblică spre $+\infty$ (dacă există) are ecuația y=mx+n unde m şi n se calculează cu formulele:

$$m = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$n = \lim_{x \to +\infty} \left[f(x) - m \cdot x \right]$$

Analog se studiază existența asimptotei oblice spre $-\infty$

- **Asimptote verticale**

Se calculează $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ x < x_0}} f(x)$ şi $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ x > x_0}} f(x)$.

Dacă una din aceste limite este infinită atunci graficul are asimptotă verticală dreapta de ecuație $x = x_0$.

Derivata unei funcții intr-un punct:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Tangenta la graficul unei funcții in punctul de abscisă x_0:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

Reguli de derivare:

$$(f+g)' = f' + g'$$
$$(f-g)' = f' - g'$$
$$(c \cdot f)' = c \cdot f'$$
$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Tabel cu derivatele unor funcții uzuale | **Tabel cu derivatele funcțiilor compuse**

$c' = 0$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(u^2)' = 2u \cdot u'$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
$x' = 1$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	$(u^3)' = 3u^2 \cdot u'$	$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$
$(x^2)' = 2x$	$(\sin x)' = \cos x$	$(u^4)' = 4u^3 \cdot u'$	$(\sin u)' = \cos u \cdot u'$
$(x^3)' = 3x^2$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$	$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$
$(x^4)' = 4x^3$	$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$	$(tgu)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	$(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$(ctgu)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\left(e^u\right)' = e^u \cdot u'$	$(\arcsin u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\left(e^{-u}\right)' = -e^{-u} \cdot u'$	$(\arccos u)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$\left(e^x\right)' = e^x$	$(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$	$\left(a^u\right)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$	$(arctgu)' = \frac{u'}{1+u^2}$
$\left(e^{-x}\right)' = -e^{-x}$	$(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$		$(arcctgu)' = -\frac{u'}{1+u^2}$
$\left(a^x\right)' = a^x \cdot \ln a$			

Tabel cu integrale nedefinite

$\int 1dx = x + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
$\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$
$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = tgx + C$
$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -ctgx + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + C$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln\lvert x\rvert + C$	$\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln\left\lvert \frac{x-a}{x+a} \right\rvert + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right) + C$
$\int e^{-x} dx = -e^{-x} + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \ln\left\lvert x + \sqrt{x^2 - a^2} \right\rvert + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C$

Formula de integrare prin părți pentru integrale nedefinite este:

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

Formula de integrare prin părți pentru integrale definite este:

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = f(x)g(x)\Big|_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

Aplicații ale integralei definite

- **Aria subgraficului unei funcții**
  Dacă $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ este o funcție continuă pozitivă atunci avem:
  $$A(\Gamma_f) = \int_a^b f(x)dx$$
- **Volumul unui corp de rotație**
  Dacă $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ este o funcție continuă atunci avem:
  $$V(C_f) = \pi\int_a^b f^2(x)dx$$

$\int u'(x)dx = u(x) + C$	$\int \sin u(x) \cdot u'(x)dx = -\cos u(x) + C$
$\int u(x) \cdot u'(x)dx = \frac{u^2(x)}{2} + C$	$\int \cos u(x) \cdot u'(x)dx = \sin u(x) + C$
$\int u^2(x) \cdot u'(x)dx = \frac{u^3(x)}{3} + C$	$\int \frac{u'(x)}{\cos^2 u(x)}dx = tgu(x) + C$
$\int u^3(x) \cdot u'(x)dx = \frac{u^4(x)}{4} + C$	$\int \frac{u'(x)}{\sin^2 u(x)}dx = -ctgu(x) + C$
	$\int \frac{u'(x)}{u^2(x) + a^2}dx = \frac{1}{a} arctg \frac{u(x)}{a} + C$
$\int u^n(x) \cdot u'(x)dx = \frac{u^{n+1}(x)}{n+1} + C$	$\int \frac{u'(x)}{u^2(x) - a^2}dx = \frac{1}{2a} \ln\left\|\frac{u(x) - a}{u(x) + a}\right\| + C$
$\int \frac{u'(x)}{u(x)}dx = \ln\|u(x)\| + C$	$\int \frac{u'(x)}{\sqrt{u^2(x) + a^2}}dx = \ln\left(u(x) + \sqrt{u^2(x) + a^2}\right) + C$
$\int e^{u(x)}u'(x)dx = e^{u(x)} + C$	$\int \frac{u'(x)}{\sqrt{u^2(x) - a^2}}dx = \ln\left\|u(x) + \sqrt{u^2(x) - a^2}\right\| + C$
$\int e^{-u(x)}u'(x)dx = -e^{-u(x)} + C$	
$\int a^{u(x)}u'(x)dx = \frac{a^{u(x)}}{\ln a} + C$	$\int \frac{u'(x)}{\sqrt{a^2 - u^2(x)}}dx = \arcsin \frac{u(x)}{a} + C$

Formule de algebră

Ecuația de gradul doi

- Ecuația $ax^2+bx+c=0$ .Se calculează $\Delta=b^2-4ac$
  - Dacă $\Delta>0$ atunci ecuația de gradul doi are două rădăcini reale diferite date de formula
$$x_1,x_2=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$$
  - Dacă $\Delta=0$ atunci ecuația de gradul doi are două rădăcini reale egale date de formula
$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$$
  - Dacă $\Delta<0$ atunci ecuația de gradul doi are două rădăcini complexe diferite date de formula
$$x_1,x_2=\frac{-b\pm i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

- $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$
- Relațiile lui Viete pentru ecuația de gradul doi $ax^2+bx+c=0$:
$$\begin{cases} S=x_1+x_2=-\dfrac{b}{a} \\ P=x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}$$
- Alte formule folositoare la ecuația de gradul doi:
$$x_1^2+x_2^2=S^2-2P$$
$$x_1^3+x_2^3=S^3-3SP$$

Funcția de gradul doi

$f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$

$f(x)=ax^2+bx+c$

Graficul funcției de gradul doi este o parabolă cu varful in punctul $V\left(-\frac{b}{2a},-\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Dacă a>0 atunci parabola are ramurile indreptate in sus.In acest caz valoarea minimă a funcției este $f_{\min}=-\frac{\Delta}{4a}$

Dacă a<0 atunci parabola are ramurile indreptate in jos.In acest caz valoarea maximă a funcției este $f_{\max}=-\frac{\Delta}{4a}$

Progresii aritmetice

- Formula termenului general:
$$a_n=a_1+(n-1)\cdot r$$

- Suma primilor n termeni ai unei progresii aritmetice este:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

- Condiția ca trei numere a,b,c să fie termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice este:

$$\frac{a+c}{2} = b$$

Progresii geometrice

- Formula termenului general:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Suma primilor n termeni ai unei progresii geometrice este:

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1}$$

- Condiția ca trei numere a,b,c să fie termeni consecutivi ai unei progresii geometrice este:

$$b^2 = a \cdot c$$

Numere complexe

$z = a + bi$ este forma algebrică a unui număr complex
$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ este forma trigonometrică a unui număr complex unde:

- $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ este modulul numărului complex
- $\theta \in [0, 2\pi)$ este argumentul redus al numărului complex şi se scoate din relația $tg\theta = \frac{b}{a}$

$i^2 = -1$

$|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\overline{z} = a - bi$

Formula lui Moivre

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = (\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

Elemente de combinatorică

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot .... \cdot n$

$P_n = n!$

$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ Calculează numărul de submulțimi **ordonate** cu k elemente ale unei mulțimi cu n elemente.

$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ Calculează numărul de submulțimi cu k elemente ale unei mulțimi cu n elemente.

Binomul lui Newton:

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \ldots + C_n^k a^{n-k} b^k + \ldots + C_n^n b^n$$

Formula termenului general din binomul lui Newton este $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$

Formule cu logaritmi

$\log_a b$ există dacă $a > 0, a \neq 1, b > 0$

$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$ Această echivalență transformă o egalitate cu logaritm intr-o egalitate fără logaritm

$$\log_a 1 = 0$$
$$\log_a a = 1$$
$$\ln 1 = 0$$
$$\ln e = 1$$
$$\lg 1 = 0$$
$$\lg 10 = 1$$
$$\log_a A + \log_a B = \log_a (A \cdot B)$$
$$\log_a A - \log_a B = \log_a \left(\frac{A}{B}\right)$$
$$\log_a A^n = n \cdot \log_a A$$
$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$
$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Probabilitatea unui eveniment

Se calculează cu formula:

$$P(E) = \frac{nr.\quad cazuri \quad favorabile}{nr.\quad total \quad cazuri \quad posibile}$$

Legi de compoziție

Fie M o mulțime nevidă pe care s-a dat o lege de compoziție notată *.

- Legea * este asociativă dacă $(x * y) * z = x * (y * z)$ $\forall x, y, z \in M$
- Legea * este comutativă dacă $x * y = y * x$ $\forall x, y \in M$
- Legea * are element neutru e dacă $x * e = e * x = x$ $\forall x \in M$
- Un element $x \in M$ se numește simetrizabil dacă $\exists x' \in M$ astfel incât $x * x' = x' * x = e$

Relațiile lui Viete pentru ecuația de gradul trei

Dacă $ax^3+bx^2+cx+d=0$ are rădăcinile x_1,x_2,x_3 atunci avem:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2+x_1\cdot x_3+x_2\cdot x_3=\dfrac{c}{a} \\ x_1\cdot x_2\cdot x_3=-\dfrac{d}{a} \end{cases}$$

Relațiile lui Viete pentru ecuația de gradul patru

Dacă $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$ are rădăcinile x_1,x_2,x_3,x_4 atunci avem:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=-\dfrac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2+x_1\cdot x_3+x_1\cdot x_4+x_2\cdot x_3+x_2\cdot x_4+x_3\cdot x_4=\dfrac{c}{a} \\ x_1\cdot x_2\cdot x_3+x_1\cdot x_2\cdot x_4+x_1\cdot x_3\cdot x_4+x_2\cdot x_3\cdot x_4=-\dfrac{d}{a} \\ x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot x_4=\dfrac{e}{a} \end{cases}$$

Formule de trigonometrie

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ formula fundamentală a trigonometriei

$\sin : \mathbb{R} \to [-1,1]$

$\sin(-x) = -\sin x$ funcția sin este impară

$\cos : \mathbb{R} \to [-1,1]$

$\cos(-x) = \cos x$ funcția cos este pară

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$tg(-x) = -tgx$

$ctg(-x) = -ctgx$

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x \quad \Rightarrow \quad \sin x = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \quad \Rightarrow \quad \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \quad \Rightarrow \quad \sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$$

$$\sin 3x = \sin x(3 - 4\sin^2 x)$$

$$\cos 3x = \cos x(4\cos^2 x - 3)$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$tg(a+b) = \frac{tga + tgb}{1 - tga \cdot tgb}$$

$$tg(a-b) = \frac{tga - tgb}{1 + tga \cdot tgb}$$

$$tgx = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$ctgx = \frac{\cos x}{\sin x}$$

Formule pentru transformarea sumelor in produse

$$\sin p + \sin q = 2\sin\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2\sin\frac{p-q}{2}\cos\frac{p+q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2\sin\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2}$$

Formule pentru transformarea produselor in sume

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}$$

$$tg3x=\frac{3tgx-tg^3x}{1-3tg^2x}$$

$$ctg3x=\frac{ctg^3x-3ctgx}{3ctg^2x-1}$$

$$\begin{cases}\sin x=\dfrac{2t}{1+t^2}\\ \cos x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}\\ tgx=\dfrac{2t}{1-t^2}\\ ctgx=\dfrac{1-t^2}{2t}\end{cases}\quad \text{unde } t=tg\frac{x}{2}$$

$$\begin{cases}\sin 2x=\dfrac{2tgx}{1+tg^2x}\\ \cos 2x=\dfrac{1-tg^2x}{1+tg^2x}\\ tg2x=\dfrac{2tgx}{1-tg^2x}\\ ctg2x=\dfrac{1-tg^2x}{2tgx}\end{cases}$$

Ecuații trigonometrice fundamentale

1)Ecuația $\sin x=a$ are soluții dacă şi numai dacă $a\in[-1,1]$.

In acest caz soluțiile sunt

$$x\in\{(-1)^k\arcsin a+k\pi \,/\, k\in\mathbb{Z}\}.$$

2)Ecuația $\cos x=b$ are soluții dacă şi numai dacă $b\in[-1,1]$.

In acest caz soluțiile sunt

$$x\in\{\pm\arccos b+2k\pi \,/\, k\in\mathbb{Z}\}.$$

3)Ecuația $tgx=c$ are soluții $\forall c\in\mathbb{R}$.

Soluțiile sunt $$x\in\{\text{arc}\,tgc+k\pi \,/\, k\in\mathbb{Z}\}.$$

4)Ecuația $ctgx=d$ are soluții $\forall d\in\mathbb{R}$.

Soluțiile sunt $$x\in\{\text{arc}\,ctgd+k\pi \,/\, k\in\mathbb{Z}\}.$$

$$\left.\begin{array}{l}\sin(\arcsin x)=x\\ \sin(\arccos x)=\sqrt{1-x^2}\\ \cos(\arccos x)=x\\ \cos(\arcsin x)=\sqrt{1-x^2}\end{array}\right\}\forall x\in[-1.1]$$

Formule de geometrie

1) Teorema lui Pitagora

Intr-un triunghi dreptunghic are loc relația:

$$cateta^2 + cateta^2 = ipotenuza^2$$

2)Teorema lui Pitagora generalizată(teorema cosinusului)

Intr-un triunghi oarecare ABC are loc relația:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$$

3)Aria unui triunghi echilateral de latură *l* este:

$$Aria = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

4)Aria unui triunghi oarecare(se aplică atunci cand se cunosc două laturi si unghiul dintre ele):

$$Aria = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2}$$

5)Aria unui triunghi oarecare(se aplică atunci cand se cunosc toate cele trei laturi):

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{formula lui } \textbf{Heron}$$

unde $p = \frac{a+b+c}{2}$ este semiperimetrul.

6)Aria triunghiului dreptunghic este:

$$Aria = \frac{cateta \cdot cateta}{2}$$

7)Teorema sinusurilor

Intr-un triunghi oarecare ABC are loc relația:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

unde a,b,c sunt laturile triunghiului
A,B,C sunt unghiurile triunghiului
R este raza cercului circumscris triunghiului

8)Distanța dintre două puncte(lungimea unui segment):

Dacă $A(x_1,y_1)$ şi $B(x_2,y_2)$ sunt două puncte in plan atunci distanța dintre ele este:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

9)Mijlocul unui segment:

Dacă $A(x_1,y_1)$ şi $B(x_2,y_2)$ sunt două puncte in plan atunci mijlocul segmentului AB este

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

10)Vectorul de poziție al unui punct:

Dacă A(x,y) atunci $\overrightarrow{OA} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$

11) Dacă A(x_1,y_1) şi B(x_2,y_2) sunt două puncte in plan atunci vectorul $\overrightarrow{AB}$ este dat de formula:

$$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1)\vec{i}+(y_2-y_1)\vec{j}$$

12)Ecuația unei drepte care trece prin două puncte date

Dacă A(x_1,y_1) şi B(x_2,y_2) sunt două puncte in plan atunci ecuația dreptei AB se poate afla cu formula:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

sau cu formula:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix}=0$$

13)Ecuația unei drepte care trece prin punctul $A(x_0,y_0)$ şi are panta dată m

Este dată de formula:

$$y-y_0=m(x-x_0)$$

14)Condiția de coliniaritate a trei puncte in plan

Fie A(x_1,y_1) , B(x_2,y_2) , C(x_3,y_3) trei puncte in plan.
Punctele A,B,C sunt coliniare dacă şi numai dacă

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}=0$$

15)Aria unui triunghi

Fie A(x_1,y_1) , B(x_2,y_2) , C(x_3,y_3) trei puncte in plan.
Aria triunghiului ABC este dată de formula

$$A_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot|\Delta|$$

unde Δ este următorul determinant

$$\Delta=\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

16)Distanța de la un punct la o dreaptă

Dacă $A(x_0,y_0)$ este un punct şi $d: ax+by+c=0$ este o dreaptă in plan atunci distanța de la punctul A la dreapta d este dată de formula:

$$dist(A,d)=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

17)Panta unei drepte

Dacă A(x_1,y_1) şi B(x_2,y_2) sunt două puncte in plan atunci panta dreptei AB este dată de formula:

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

18)Condiția de coliniaritate a doi vectori in plan:

Fie $\vec{v_1}=a_1\vec{i}+b_1\vec{j}$ şi $\vec{v_2}=a_2\vec{i}+b_2\vec{j}$ doi vectori in plan.Condiția de coliniaritate a vectorilor $\vec{v_1}$ şi $\vec{v_2}$ este:

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}$$

19)Condiția de perpendicularitate a doi vectori in plan:

Fie $\overrightarrow{v_1} = a_1\vec{i} + b_1\vec{j}$ şi $\overrightarrow{v_2} = a_2\vec{i} + b_2\vec{j}$ doi vectori in plan.Avem:

$$\overrightarrow{v_1} \perp \overrightarrow{v_2} \Leftrightarrow a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2 = 0 \text{ (produsul scalar este 0)}$$

20)Condiția de paralelism a două drepte in plan

Două drepte d_1 şi d_2 sunt paralele dacă şi numai dacă au aceeaşi pantă adică:

$$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_{d_1} = m_{d_2}$$

Altfel,dacă dreptele sunt date prin ecuația generala: $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ şi $d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ atunci dreptele sunt paralele dacă $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$.

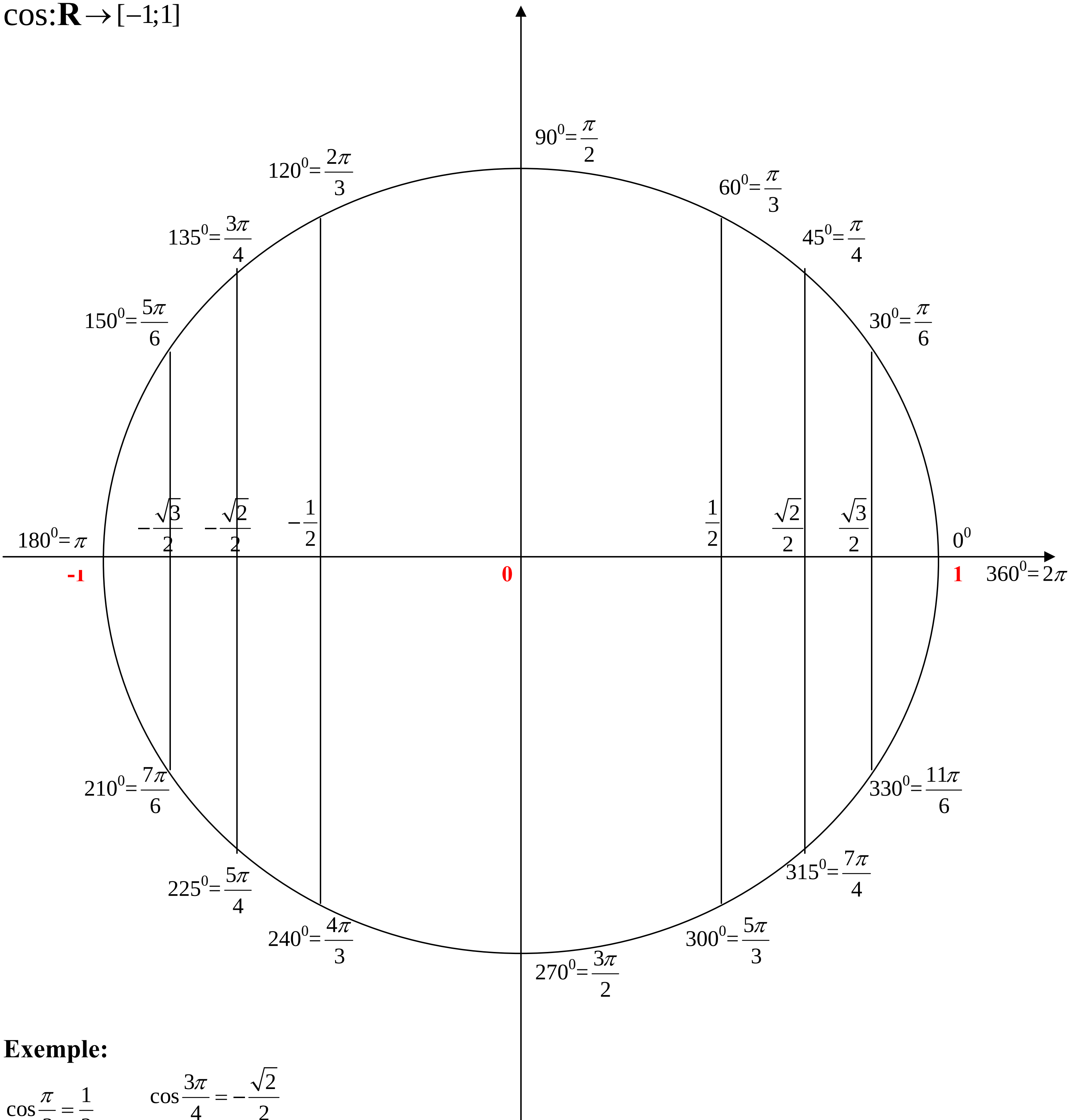
21)Condiția de perpendicularitate a două drepte in plan

Două drepte d_1 şi d_2 sunt perpendiculare dacă şi numai dacă produsul pantelor este egal cu -1 adică:

$$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_{d_1} \cdot m_{d_2} = -1$$

Funcția cosinus

$\cos : \mathbf{R} \to [-1;1]$



Exemple:

$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

$\cos\pi = -1$

$\cos 0 = 1$

$\cos\frac{\pi}{2} = 0$

$\cos\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

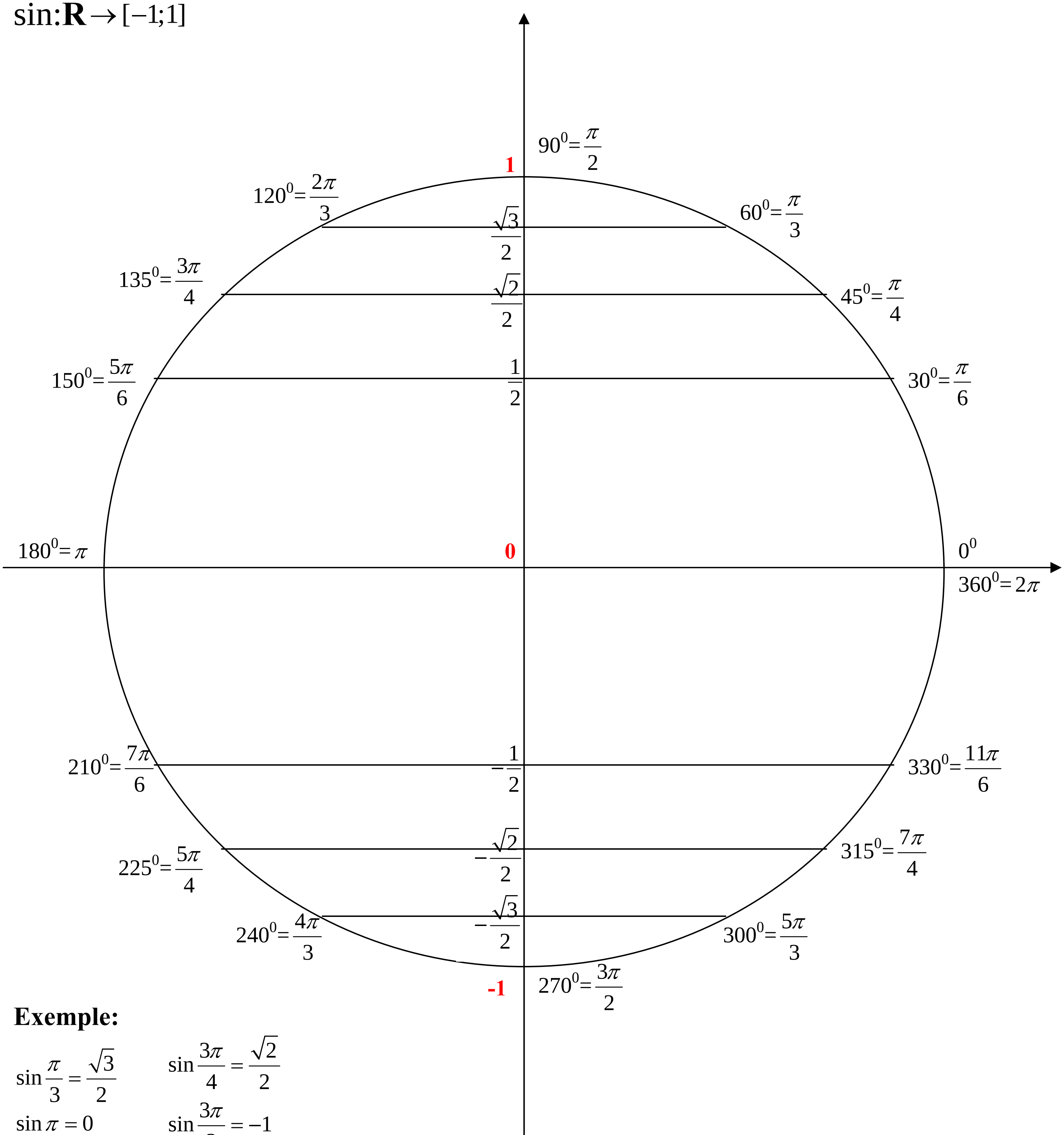
$\cos\frac{3\pi}{2} = 0$

$\cos 2\pi = 1$

$\cos\frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Funcția sinus

$\sin:\mathbf{R} \to [-1;1]$



Exemple:

$\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\pi = 0$

$\sin 0 = 0$

$\sin\frac{\pi}{2} = 1$

$\sin\frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

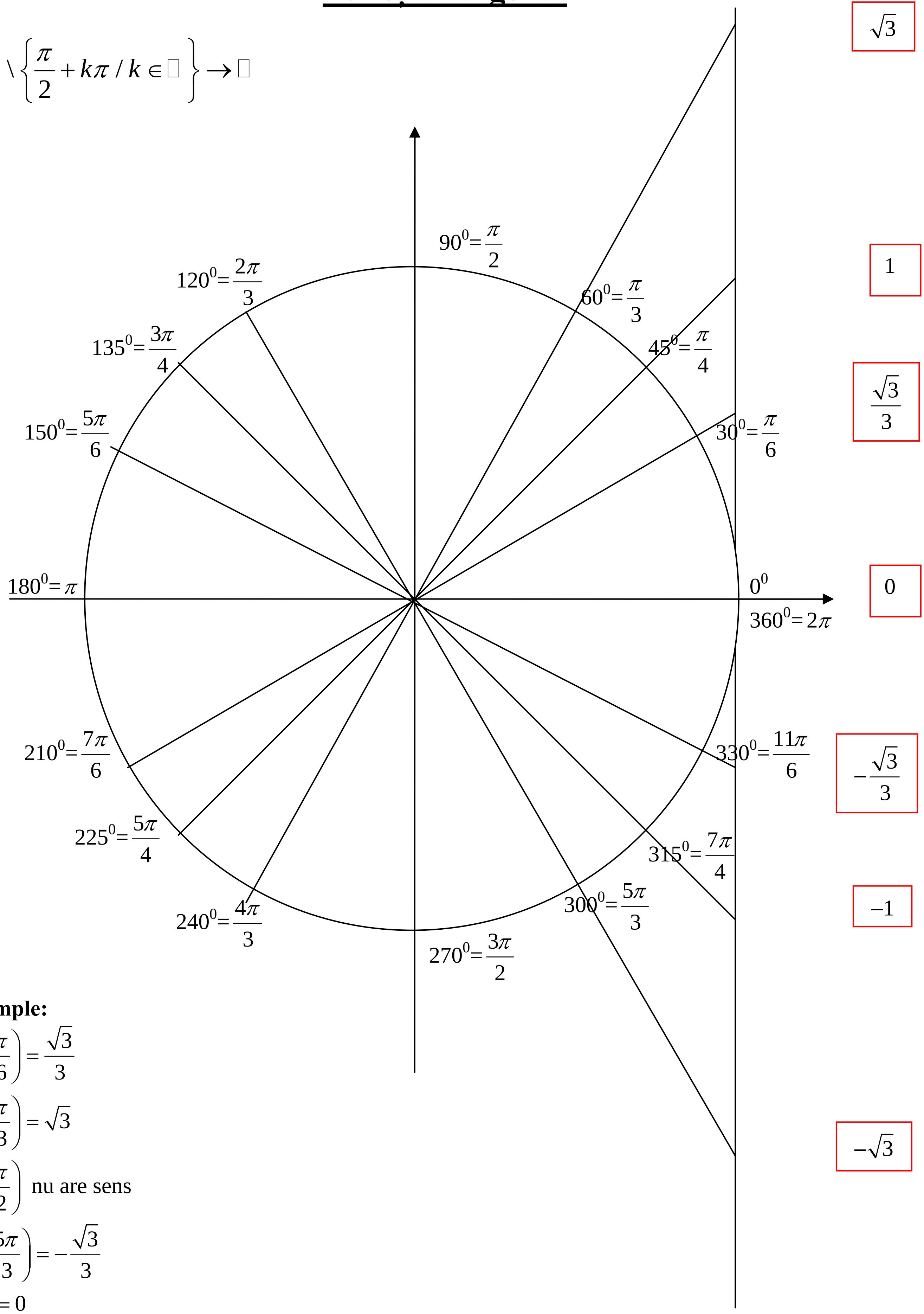
$\sin\frac{3\pi}{2} = -1$

$\sin 2\pi = 0$

$\sin\frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

Funcția tangentă

$$tg : \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \right\} \to \mathbb{R}$$



Exemple:

$$tg\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$tg\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$$

$tg\left(\frac{\pi}{2}\right)$ nu are sens

$$tg\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$tg\pi = 0$$