

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$\vec{G} + \vec{N} + \vec{F}_f = m\vec{a}$ $G \sin \alpha - F_f = ma$ $F_f = \mu N, \quad N = G \cos \alpha$ $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ <b>Răspuns:</b> $a = -2,5 \text{ m/s}^2$
b.	$v = v_0 + at$ $t_{op} = 2 \text{ s}$ $v = 0$ pentru $t \in (2, 3] \text{ s}$ graficul $v = v(t)$
c.	$\Delta E_p = mg \Delta h$ $\Delta h = -x \sin \alpha$ $x = -v_0^2 / 2a$ <b>Răspuns:</b> $\Delta E_p = -25 \text{ J}$
II.2.a.	$E_i = kx^2 / 2$ $E_f = mgh$ $kx^2 / 2 = mgh$ <b>Răspuns:</b> $h = 0,1 \text{ m}$
b.	$N = G \cos \alpha$ $\cos \alpha = (R - h) / R$ <b>Răspuns:</b> $N = 10 \text{ N}$
c.	$L = \Delta E_c$ $\frac{kx^2}{2} - \mu m_1 g x = \frac{m_1 v_1^2}{2} - 0$ $v_1 = 1,4 \text{ m/s}$ $v'_2 = 2m_1 v_1 / (m_1 + m_2)$ <b>Răspuns:</b> $v'_2 = 0,93 \text{ m/s}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1. a.	<p>principiul al doilea al dinamicii</p> $a_1 = \frac{F_1}{m}$ <p>Răspuns: <math>a_1 = 5 \text{ m/s}^2</math></p>
b.	$S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2}$ $a_2 = \frac{F_2}{m}$ $v_1 = a_1 t_1$ $S_2 = v_1 t_2 + \frac{a_2 t_2^2}{2}$ $S = S_1 + S_2$ <p>Răspuns: <math>S = 35 \text{ m}</math></p>
c.	Verificare a teoremei de variație a energiei cinetice
II.2. a.	<p>condiția de a nu cădea în B <math>\vec{F}_c + \vec{G} = 0</math></p> <p>conservarea energiei totale <math>E_A = E_B</math></p> $E_A = mgh_A$ $E_B = \frac{mv_B^2}{2} + 2mgr$ <p>Răspuns: <math>h_A = 2,5 \text{ m}</math></p>
b.	<p>conservarea energiei</p> $mgh_A = \frac{k\Delta y_{\max}^2}{2} + mg(y - \Delta y_{\max})$ <p>Răspuns: <math>k = 8800 \text{ N/m}</math></p>
c.	$\Delta E_{\text{elastic}} = -L_{\text{elastic}}$ <p>Răspuns: <math>L_{\text{elastic}} = -44 \text{ J}</math></p>

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$m \cdot g = k \cdot v_0$ ; $k = m \cdot g / v_0$ <b>Răspuns:</b> $k = 120 \text{ N} \cdot \text{s} / \text{m}$
b.	$m \cdot g - k \cdot v = m \cdot a$ $a = g \cdot (1 - (v/v_0))$ <b>Răspuns:</b> $a = -2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
c.	$mgh = mv_0^2 / 2$ ; $h = v_0^2 / (2 \cdot g)$ <b>Răspuns:</b> $h = 1,25 \text{ m}$
II.2.a.	$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ -m_2 g + T = m_2 a \end{cases}$ $a = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$ <b>Răspuns:</b> $a = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ Maimuța coboară
b.	$T = \frac{2g}{(1/m_1) + (1/m_2)}$ <b>Răspuns:</b> $T = 48 \text{ N}$
c.	$v = a \cdot t$ <b>Răspuns:</b> $v = 2 \text{ m} / \text{s}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	graficului $a = a(t)$
b.	distanța parcursă de mobil în primele 9s are valoarea egală cu aria trapezului: $d = \frac{(3+9) \cdot 3}{2}$ <b>Răspuns:</b> $d = 18 \text{ m}$
c.	teorema variației energiei cinetice: $L = \Delta E_c$ $L = (mv_2^2 / 2) - (mv_1^2 / 2)$ $v_2 = -3 \text{ m/s} \text{ și } v_1 = +3 \text{ m/s}$ <b>Răspuns:</b> $L = 0 \text{ J}$
II.2.a.	bilanțul energetic porțiunea BC - teorema variației energiei mecanice $\mu = v_B^2 / 2 \cdot g \cdot BC$ <b>Răspuns:</b> $\mu = 0,26(6) \approx 0,27$
b.	bilanțul energetic porțiunea AB - teorema variației energiei mecanice $L = (m \cdot v_B^2 / 2) - m \cdot g \cdot R$ <b>Răspuns:</b> $L = -4 \text{ J}$
c.	legea conservării energiei mecanice $m \cdot g \cdot R = m \cdot g \cdot h + m \cdot v^2 / 2$ $2 \cdot m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{R} + m \cdot g \cdot \frac{R-h}{h}$ <b>Răspuns:</b> $h = 0,33(3)m$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$mg(H-h) = \frac{mv_A^2}{2}$ $v_A = \sqrt{2g(H-h)}$ <b>Răspuns:</b> $v_A \cong 10,95 \text{ m/s}$
b.	$mgH = \frac{mv_c^2}{2}$ $v_c = \sqrt{2gH}$ <b>Răspuns:</b> $v_c \cong 12,65 \text{ m/s}$
c.	$p_c = mv_c$ $p_c = m\sqrt{2gH}$ <b>Răspuns:</b> $p \cong 25,29 \text{ N} \cdot \text{s}$
II.2.a.	$a = \mu g \quad \text{și} \quad 0 = v_0 - at_c$ $t_c = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad \text{și} \quad v_0 = \mu\sqrt{2gH}$ <b>Răspuns:</b> $v_0 \cong 1,41 \text{ m/s}$
b.	$0 = v_0^2 - 2ad$ $d = \frac{v_0^2}{2a} = \mu H$ <b>Răspuns:</b> $d = 1 \text{ m}$
c.	$\Delta E = 0 - \left( \frac{mv^2}{2} + MgH \right)$ $\Delta E = -gH(M + m\mu^2)$ <b>Răspuns:</b> $\Delta E = -21 \text{ J}$

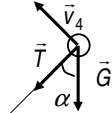
## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$mg - T = ma$ $T - F_f = Ma$ $F_f = \mu Mg$ <b>Răspuns:</b> $a = 0 \text{ m/s}^2$ .
b.	$t = \frac{h}{v}$ <b>Răspuns:</b> $t = 0,5 \text{ s}$
c.	$d = h + x_{\text{oprire}}$ $x_{\text{oprire}} = \frac{v^2}{2 a }$ $ a  = \mu g$ <b>Răspuns:</b> $d = 0,7 \text{ m}$
II.2.a.	$F_{cp} = \frac{mv^2}{\ell}$ <b>Răspuns:</b> $F_{cp} = 72 \text{ N}$
b.	$E_{\text{initial}} = E_{\text{final}}$ $h = \frac{v^2}{2g} = 7,2 \text{ m}$ $h > 2\ell$ , imposibil. Înălțimea maximă la care ajunge corpul este $h_{\text{max}} = 2\ell$ $E_{C\text{final}} = \frac{mv^2}{2} - 2mgl$ <b>Răspuns:</b> $E_{C\text{final}} = 32 \text{ J}$
c.	$T = F_{cp} - mg$ $T = \frac{2E_{C\text{max}}}{\ell} - mg$ <b>Răspuns:</b> $T = 22 \text{ N}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	<p>legea conservării energiei mecanice</p> $T = m_1 (g + a_{cp}) = 3 \text{ mg}$ <p><b>Răspuns:</b> <math>T = 120 \text{ N}</math></p>
b.	<p>expresia vitezei finale a corpului 2 după ciocnire</p> <p>calculul literal al vitezei corpului 2 în punctul</p> <p>calculul literal al distanței parcurse pe planul înclinat</p> $h_{\max} = d \sin \alpha$ <p><b>Răspuns:</b> <math>h_{\max} \cong 1 \text{ m}</math></p>
c.	<p>expresia căldurii într-o ciocnire plastică</p> $Q = \frac{m_1 m_2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)}$ <p><b>Răspuns:</b> <math>Q = 6,4 \text{ J}</math></p>
II.2.a.	<p><math>T \sin \alpha = mg</math>; <math>T \cos \alpha = m a_{cp}</math></p> $a_{cp} = \omega^2 R = 4\pi^2 v^2 / \sin \alpha$ $v = (1 / 2\pi) \cdot \sqrt{g/l \cdot \cos \alpha}$ <p><b>Răspuns:</b> <math>v = 2/\pi \cong 0,64 \text{ s}^{-1}</math></p>
b.	<p><math>v = \omega R</math></p> <p><math>p = mv</math></p> <p><b>Răspuns:</b> <math>p = 1,25 \cdot \sqrt{3} \text{ kg m/s}</math></p>
c.	<p><math>E_c = mv^2 / 2</math></p> <p><b>Răspuns:</b> <math>E_c \cong 4,7 \text{ J}</math></p>

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$a(t_1) = \frac{F(t_1)}{m}$ <b>Răspuns:</b> $a(t_1) = 2 \text{ m/s}^2$
b.	$a(t_2) = \frac{F(t_2) - F_f}{m}$ <b>Răspuns:</b> $a(t_2) = 0$
c.	$\Delta \vec{p} = \vec{R}_m \Delta t$ $mv = (F_m - \mu mg)(t_3 - t_0)$ $F_m = 20 \text{ N}$ <b>Răspuns:</b> $v = 0$
II.2.a.	$0 = v_1^2 - 2gh$ <b>Răspuns:</b> $v_1 = 2\sqrt{10} \text{ m/s} = 6,32 \text{ m/s}$
b.	$\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_3^2}{2} + mgl$ $T = \frac{mv_3^2}{l}$ <b>Răspuns:</b> $T = 6 \text{ N}$
c.	 $\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_4^2}{2} + mgl(1 + \cos \alpha)$ $T + mg \cos \alpha = \frac{mv_4^2}{l}$ $T > 0$ <b>Răspuns:</b> corpul descrie un cerc complet deci $h_{\max} = 2l = 4 \text{ m}$



## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$mg = (k_1 + k_2)\Delta l_1$ $\Delta l_2 = \frac{mg}{k_1 + k_2}$ <b>Răspuns:</b> $\Delta l_2 = \Delta l_1 = 4\text{cm}$
b.	$(k_1 + k_2)\Delta l_1 = m\omega^2(l_0 + \Delta l_1)$ $\omega = \sqrt{\frac{(k_1 + k_2)\Delta l_1}{m(l_0 + \Delta l_1)}} = \sqrt{\frac{mg}{m(l_0 + \Delta l_1)}} = \sqrt{\frac{g}{l_0 + \Delta l_1}}$ <b>Răspuns:</b> $\omega \approx 8,45\text{rad/s}$
c.	$W = W_{\text{resort1}} + W_{\text{resort2}} + E_c$ $W = \frac{k_1\Delta l_1^2}{2} + \frac{k_2\Delta l_2^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{(k_1 + k_2)\Delta l_1^2}{2} + \frac{m}{2} \cdot [\omega(l_0 + \Delta l_1)]^2$ $W = \frac{mg}{2}(l_0 + 2\Delta l_1)$ <b>Răspuns:</b> $W = 0,045\text{J}$
II.2.a.	$a_1 = \mu g$ $x_{op} = \frac{v_{01}^2}{2\mu g}$ <b>Răspuns:</b> $x_{op} = 50\text{m} = d$
b.	$t_{op1} = \frac{v_{01}}{\mu g} = 10\text{s}$ Corpul M ajunge la A în timpul $t_M = \frac{d}{v_{02}} = 10\text{s}$ , deci chiar când m se oprește <b>Răspuns:</b> $t_i = 10\text{s}$
c.	$Q = \frac{mv_{01}^2}{2} + \frac{Mv_{02}^2}{2}$ <b>Răspuns:</b> $Q = 125\text{J}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	<p>aplicarea legilor de mișcare la mișcările primului și celui de-al doilea mobil:</p> $d + x = v_0 \cdot t + a \cdot t^2 / 2$ $x = v \cdot t;$ <p>alegerea soluției corecte a ecuației: <math>a \cdot t^2 - 2 \cdot (v - v_0) \cdot t - 2 \cdot d = 0</math></p> <p><b>Răspuns:</b> <math>t = 10</math> s</p>
b.	<p><math>D = d + x = d + v \cdot t</math></p> <p><b>Răspuns:</b> <math>D = 230</math> m</p>
c.	<p>aplicarea legilor de mișcare la mișcările primului și celui de-al doilea mobil:</p> $d + x_1 = v_0 \cdot t_1 + a \cdot (t_1^2) / 2$ $x_1 = v_1 \cdot (t_1 - \tau)$ <p><b>Răspuns:</b> <math>v_1 = v = 20</math> m/s</p>
II.2.a.	<p>legea conservării energiei mecanice:</p> $E_i = E_p = (M + m) \cdot g \cdot h; E_f = E_c + E_p = \frac{(M + m) \cdot v_A^2}{2} + (M + m) \cdot g \cdot h_A$ $h_A : h_A = R \cdot (1 - \cos 60^\circ) = 10$ m <p><b>Răspuns:</b> <math>v_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - h_A)} = 20</math> m/s</p>
b.	<p>Reprezentarea forțelor și exprimarea forței de apăsare normală exercitate în punctul B:</p> $N = G \cdot \cos 60^\circ + (M + m) \cdot a_{cp} = (M + m) \cdot (g \cdot \cos 60^\circ + \frac{v_A^2}{R})$ $v_B = v_A$ <p><b>Răspuns:</b> <math>N = 1875</math> N = 1,875 kN</p>
c.	<p>aplicarea teoremei variației energiei cinetice la mișcarea între punctele A și C: <math>\Delta E_C = L</math></p> $\Delta E_C = -\frac{(M + m) \cdot v_A^2}{2}$ $L = L_{F_f} + L_G = L_{F_f} + (M + m) \cdot g \cdot (h_A - \frac{4}{5} \cdot h)$ <p><b>Răspuns:</b> <math>L_{F_f} = -4500</math> J</p>

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$p = m v$ $v(4s) = 4 \text{ m/s}$ <b>Răspuns:</b> $p = 8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
b.	$t \in [0, 2s] \quad a = 0$ $t \in [2s, 4s] \quad a = (v(4s) - v(2s))/2s = 1 \text{ m/s}^2$ $t \in [4s, 8s] \quad (v(4s) - v(8s))/4s = 0,75 \text{ m/s}^2$ <b>Răspuns:</b> $a_{\max} = 1 \text{ m/s}^2$
c.	spațiul parcurs în primele două secunde de mișcare $d_1 = 4 \text{ m}$ spațiul parcurs în următoarele două secunde de mișcare $d_2 = 6 \text{ m}$ spațiul parcurs în următoarele patru secunde de mișcare $d_3 = 10 \text{ m}$ $v_m = (d_1 + d_2 + d_3)/\Delta t$ <b>Răspuns:</b> $v_m = 2,5 \text{ m/s}$
II.2.a.	$\Delta p = F_m \tau$ <b>Răspuns:</b> $F_m = mv_o / \tau = 6 \text{ N}$
b.	legea conservării energiei mecanice $v = \sqrt{v_o^2 - 2g l \sin \alpha}$ <b>Răspuns:</b> $v = 1,16 \text{ m/s}$
c.	teorema variației energiei cinetice $h = \frac{v_o^2}{2g(1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha)}$ <b>Răspuns:</b> $h = 1,61 \text{ m}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_0^2}{2} + m_1 g \ell \cos \alpha$ $T = \frac{m_1 v_1^2}{\ell} + m_1 g \cos \alpha$ $T = \frac{m_1 v_0^2}{2} + 3m_1 g \cos \alpha$ <b>Răspuns:</b> $T = 14 \text{ N}$
b.	legea conservării energiei $v_2 = \sqrt{v_0^2 + 2g\ell}$ <b>Răspuns:</b> $v_2 = 6 \text{ m/s}$
c.	$v_3 = \frac{m_1 v_2}{m_1 + m_2}$ $h_{\max} = \frac{v_3^2}{2g}$ $\cos \alpha = \frac{\ell - h}{\ell} = \frac{1}{2}$ <b>Răspuns:</b> $\alpha = 60^\circ$
II.2.a.	$t_u = v_0 / g$ <b>Răspuns:</b> $t_u = 4 \text{ s}$
b.	legea mișcării uniform variate distanța parcursă în primele două secunde de mișcare $h_1 = 60 \text{ m}$ distanța parcursă în primele trei secunde de mișcare $h_2 = 75 \text{ m}$ <b>Răspuns:</b> $\Delta h = 15 \text{ m}$
c.	$\frac{mv_0^2}{2} = 4 \frac{mv_1^2}{2}$ $p = mv_1$ <b>Răspuns:</b> $p_1 = 10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1. a.	$h = h_1 + h_2$ $h_1 = \frac{gt_1^2}{2}$ $h_2 = h - v_1\tau - \frac{g\tau^2}{2}$ $v_1 = gt_1$ $gt_1^2 + gt_1\tau - 2h = 0$ <b>Răspuns:</b> $t_1 = (\sqrt{\tau^2 + 8h/g} - \tau)/2$
b.	$\Delta v = 0 - v_1 = -v_1$ <b>Răspuns:</b> $\Delta v = g(\tau - \sqrt{\tau^2 + 8h/g})/2$
c.	$\Delta E_c = L = L_g + L_f$ $\Delta E_c = 0$ $L_f = -L_g$ $L_g = mgh$ <b>Răspuns:</b> $L_f = -mgh$
II.2. a.	precizarea celor două mărimi fizice care se conservă în ciocnirile perfect elastice expresiile celor două legi de conservare
b.	$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t}$ $\vec{F}_{21} = m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t}$ $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ $v_1' = 2v_2 - v_1$ <b>Răspuns:</b> $F = 8KN$
c.	$v_1' = 2v_2 - v_1 = 0$ <b>Răspuns:</b> $v_1 / v_2 = 2$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$v = \frac{mv_0}{M + m}$ <b>Răspuns:</b> $v = 2m / s$
b.	$h = \frac{v^2}{2g}$ <b>Răspuns:</b> $h = 0,2m$
c.	$t = \frac{v}{g}$ <b>Răspuns:</b> $t = 0,2s$
II.2.a.	$x_1 = x_2$ <b>Răspuns:</b> $t = 12s$ , $x = 40m$
b.	$\omega = \frac{2v}{d}$ $ v_1  = 6m / s, v_2 = 3m / s$ <b>Răspuns:</b> $\omega_1 = 20rad / s$ , $\omega_2 = 10rad / s$
c.	$n = \frac{F_{cf}}{G}$ $n = \frac{v^2}{Rg}$ <b>Răspuns:</b> $n = 0,36$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II. 1. a.	<p>ecuațiile parametrice ale mișcării: <math>x = \frac{t^2}{2}</math> și <math>y = t</math></p> <p><b>Răspuns:</b> ecuația traiectoriei: <math>x = \frac{y^2}{2}</math></p> <p>reprezentare grafică</p>
b.	<p>legea vitezei: <math>\vec{v}(t) = t\vec{i} + \vec{j}</math></p> <p><math>\vec{v}(t_1) = 2\vec{i} + \vec{j}</math></p> <p><math>\vec{v}(t_2) = 4\vec{i} + \vec{j}</math></p> <p><math>\Delta \vec{p} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 2\vec{i}</math> ;</p> <p><b>Răspuns:</b> <math>\Delta p = 2kg \cdot m/s</math></p>
c.	<p>teorema variației energiei cinetice <math>L_{1-2}^{total} = \Delta E_{c1-2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}</math></p> <p><b>Răspuns:</b> <math>L_{1-2}^{total} = 6J</math></p>
II. 2. a.	<p>figurarea corectă a forțelor</p> <p>principiului II al dinamicii</p> <p><math>a = \frac{g(1-\mu)}{4}</math> ;</p> <p><b>Răspuns:</b> <math>a = 2m/s^2</math></p>
b.	<p><math>T_1 = m(a+g)</math></p> <p><math>T_2 = 2m(g-a)</math></p> <p><b>Răspuns:</b> <math>T_1 = 12N</math> ; <math>T_2 = 16N</math></p>
c.	<p><math>E_c = \frac{4mv^2}{2}</math></p> <p><math>v = at</math></p> <p><math>E_c = 2ma^2t^2</math></p> <p><b>Răspuns:</b> <math>E_c = 32J</math></p>

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	<p>Legea conservării energiei mecanice <math>E_A = E_B</math></p> $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + mgh,$ $t = \frac{v_0}{g} \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right)$ <p>Răspuns: <math>t = 0,59s</math></p>
b.	$E_p = m g h_{\max} = \frac{m v_0^2}{2}$ <p>Răspuns: <math>E_p = 100J</math></p>
c.	$\Delta t = t_u + t_c = 2t_u$ $t_u = \frac{v_0}{g}$ <p>Răspuns: <math>\Delta t = 4s</math></p>
II.2.a.	<p>Legea conservării impulsului <math>m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}</math></p> $v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ <p>Răspuns: <math>v = 2m/s</math></p>
b.	$Q = -\Delta E_c$ $Q = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)^2$ <p>Răspuns: <math>Q = 24J</math></p>
c.	$0 = v - \mu g t$ $t = v/\mu g$ <p>Răspuns: <math>t = 2s</math></p>



## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$mg + F = F_e$ <b>Răspuns:</b> $F_e = 40\text{ N}$
b.	$mg + F = k x_1$ $l_1 = l_o - x_1$ <b>Răspuns:</b> $l_1 = 0,6\text{ m}$
c.	$mg l_1 + \frac{k x_1^2}{2} = mgh_{\max}$ $h_{\max} = l_o + \frac{F^2 - m^2 g^2}{2 k m g}$ <b>Răspuns:</b> $h_{\max} = 1,4\text{ m}$
II.2.a.	diagrama corectă a forțelor $F - T = m_2 a$ și $T = m_1 a$ $a = \frac{F}{m_1 + m_2}$ <b>Răspuns:</b> $a = 2 \frac{m}{s^2}$
b.	diagrama corectă a forțelor $F - T' - F_{f2} = m_2 a'$ și $T' - F_{f1} = m_1 a'$ $F_{f1} = \mu m_1 g$ $F_{f2} = \mu m_2 g$ $a' = \frac{F}{m_1 + m_2} - \mu g$ <b>Răspuns:</b> $a' = 0$
c.	$T' - F_{f1} = 0$ <b>Răspuns:</b> $T' = 2\text{ N}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	<p>legea conservării impulsului sistemului: <math>(m_1 + m_2)v_1 = m_1v_1' - m_2v_2</math></p> <p><b>Răspuns:</b> <math>v_1' = 4 \text{ m/s}</math></p>
b.	<p><math>a = -\mu g</math></p> <p><math>t_{op} = -\frac{v_1'}{a}</math></p> <p><b>Răspuns:</b> <math>t_{op} = 20 \text{ s}</math></p>
c.	<p><math>d_{op} = -\frac{v_1'^2}{2a}</math></p> <p><math>\frac{3}{4}d_{op} = v_1't + \frac{at^2}{2}</math></p> <p>soluțiile ecuației <math>t_1 = 30 \text{ s}; t_2 = 10 \text{ s}</math></p> <p><math>t_1 &gt; t_{op}</math></p> <p><b>Răspuns:</b> <math>t = t_2 = 10 \text{ s}</math></p>
II.2.a.	<p>teorema variației energiei cinetice</p> <p><math>\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = -mgh + L_f</math></p> <p><math>L_f = -\mu mgh \cdot \text{ctg}\alpha</math></p> <p><math>v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh(1 + \mu \cdot \text{ctg}\alpha)}</math></p> <p><b>Răspuns:</b> <math>v_1 = 2\sqrt{3} \text{ m/s} \approx 3,46 \text{ m/s}</math></p>
b.	<p>legea conservării energiei: <math>\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgh</math></p> <p><b>Răspuns:</b> <math>v_2 = 6 \text{ m/s}</math></p>
c.	<p><math>p = mv_2</math></p> <p><b>Răspuns:</b> <math>p = 12 \text{ kg} \cdot \text{m/s}</math></p>

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$v = v_0 + a \cdot \Delta t$ $m = F/a$ $\frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2} = \Delta E$ $v = \frac{2 \cdot \Delta E}{F \cdot \Delta t} - v_0$ <p>Răspuns: <math>v = 3 \text{ m/s}</math></p>
b.	$m = \frac{2 \cdot \Delta E}{v^2 - v_0^2}$ <p>Răspuns: <math>m = 1 \text{ kg}</math></p>
c.	$\Delta p = m \cdot \Delta v = m \cdot (v - v_0)$ <p>Răspuns: <math>\Delta p = 2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}</math></p>
II.2.a.	$T = mg$ <p>Răspuns: <math>T = 1 \text{ N}</math></p>
b.	$T = \frac{Mv^2}{r}$ $r = \frac{Mv^2}{T}$ <p>Răspuns: <math>r = 0,8 \text{ m}</math></p>
c.	<p>Răspuns: <math>L_T = 0</math></p>

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$F_f = \mu N$ $N = mg$ $F - F_f = ma$ <b>Răspuns:</b> $a = 6 \text{ m/s}^2$
b.	Împărțirea cablului în două porțiuni și calcularea masei $m_2 = m(l - x) / \ell$ $T - \mu m_2 a = m_2 a$ <b>Răspuns:</b> $T = 2N$
c.	Teorema variației energiei cinetice Calcularea unei forțe medii de frecare $v_1 = \sqrt{(2Fd/m) - 2\mu g d - \mu g \ell}$ $v_1 = \sqrt{5} \text{ m/s} = 2,23 \text{ m/s}$
II.2.a.	$E_{C0} = mv_0^2 / 2$ $E_{P0} = mgh$ $E_{P\max} = E_{C0} + E_{P0}$ <b>Răspuns:</b> $E_{P\max} = 200 \text{ J}$
b.	$E = E_C + E_P = 4E_P = 4mgh_1$ $E = E_{P\max}$ <b>Răspuns:</b> $h_1 = 12,5 \text{ m}$
c.	$E_{P\max} = \frac{mv^2}{2}$ <b>Răspuns:</b> $v = 10\sqrt{10} \text{ m/s} = 31,6 \text{ m/s}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$x_1 = x_2$ $\frac{at^2}{2} = v_0 t$ $t = \frac{2v_0}{a}$ <b>Răspuns:</b> $t = 8s$ ; $d = x_1 = x_2 = 64m$
b.	$v = at$ <b>Răspuns:</b> $v = 16m / s$
c.	$d = d_1 + d_2$ $d_1 = \frac{v_1^2}{2a_1}$ $t_{op} = \frac{v_1}{ a_2 }$ $d_2 = s_{op} = \frac{v_1^2}{2 a_2 }$ <b>Răspuns:</b> $d = 96m$
II.2.a.	$a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ <b>Răspuns:</b> $a_1 = 4,13m / s^2$ $a_2 = -\mu g$ <b>Răspuns:</b> $a_2 = -1m / s^2$
b.	$v = \sqrt{2gh(1 - \mu \tan \alpha)}$ <b>Răspuns:</b> $v = 12,86m / s$
c.	$\Delta E_t = L_{F_f} \Leftrightarrow E_f - E_i = L_{F_f}$ $E_i = mgh$ $E_f = 0$ $L_{F_f} = -\mu mg \cos \alpha \frac{h}{\cos \alpha} - \mu mgs_{op}$ <b>Răspuns:</b> $s_{op} = h(1 - \mu \tan \alpha) = 82,7m$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$T - m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha = 0$ $m_2 \cdot g - T = 0$ <b>Răspuns:</b> $m_2 / m_1 = \sin \alpha = 0,5$
b.	$T - m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha = m_1 \cdot a$ $m_2 \cdot g - T = m_2 \cdot a$ $T = 2 \cdot m_1 \cdot g \cdot (1 + \sin \alpha) / 3 = m_1 \cdot g$ <b>Răspuns:</b> $T = 5 N$
c.	$d = a \cdot t^2 / 2$ $a = g \cdot (2 - \sin \alpha) / 3$ $h = d \cdot \sin \alpha + d$ $t = \sqrt{2 \cdot h / a \cdot (1 + \sin \alpha)}$ <b>Răspuns:</b> $t = \sqrt{0,4} s \approx 0,63 s$
II.2.a.	$E_A = (m \cdot v_A^2 / 2) + m \cdot g \cdot h_A$ $E_B = E_A$ <b>Răspuns:</b> $E_B = 594 \cdot 10^4 J$
b.	$\Delta E = E'_B - E_A$ $E'_B = (m \cdot v_B^2 / 2) + m \cdot g \cdot h_B$ $\Delta E = \frac{m \cdot (v_B^2 - v_A^2)}{2} + m \cdot g \cdot (h_B - h_A)$ $\Delta E = L_r$ <b>Răspuns:</b> $L_r = -96 \cdot 10^4 J$
c.	$E_B = E_A$ dacă $L_m = -L_r$ <b>Răspuns:</b> $L_m = 96 \cdot 10^4 J$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = 20m$ $t_c = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$ <b>Răspuns:</b> $t_c = 2 s$
b.	$E_c = \frac{m \cdot v_1^2}{2}$ <p>legea vitezei în cădere liberă</p> $E_c = \frac{m \cdot g^2 \cdot t^2}{2}$ <b>Răspuns:</b> $E_c = 100 J$
c.	<p>legea mișcării rectilinii uniform variate: <math>d = g \cdot (t_c - t_1) \cdot t_1 + \frac{g \cdot t_1^2}{2}</math></p> <b>Răspuns:</b> $d = 7,2 m$
II.2.a.	<p>legea conservării energiei mecanice:</p> $v_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ $h = R - \frac{R}{\sqrt{2}}$ <p>forța de apăsare normală : <math>N = G + m \cdot a_{cp} = m \cdot (g + \frac{v_A^2}{R})</math></p> <b>Răspuns:</b> $N \approx 0,318 N$
b.	<p>legii conservării impulsului <math>m \cdot v_A = 2 \cdot m \cdot v</math></p> $h_1 = \frac{v^2}{2 \cdot g}$ <b>Răspuns:</b> $h_1 \approx 0,1 m$
c.	$Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{m^2}{2 \cdot m} \cdot v_A^2$ <b>Răspuns:</b> $Q \approx 0,041 J = 41 mJ$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	definiția coeficientului de frecare
b.	simbolurile și denumirile celor patru forțe (greutatea $\vec{G}$ , forța care tensionează/întinde sârma $\vec{T}$ , forța de frecare $\vec{F}_f$ și forța normală de reacțiune a planului $\vec{N}$ )
c.	$T \cos \beta - mg \sin \alpha - \mu N = 0$ , $T \sin \beta + N - mg \cos \alpha = 0$ $T = mg \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \beta + \mu \sin \beta}$ sau $T \approx 268 \text{ N}$ $L = T d \cos \beta$ <b>Răspuns:</b> $L = 2,32 \cdot 10^3 \text{ J}$ sau $2,32 \text{ kJ}$
II.2.a.	$h_1 = \frac{v_1^2}{2g}$ sau $h_1 = 0,8 \text{ m}$ sau $80 \text{ cm}$ $v_2 = \sqrt{2g(2h_1 - h_1)} = \sqrt{2gh_1}$ <b>Răspuns:</b> $v_2 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
b.	legea conservării impulsului în ciocnirea plastică $v_0 = \frac{mv_2}{m+m} = \frac{v_2}{2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , expresia energiei cinetice pierdute într-o ciocnire plastică $-\Delta E_{\text{cin}} = Q = \frac{m \cdot mv_2^2}{2(m+m)}$ sau $-\Delta E_{\text{cin}} = Q = \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{2m \cdot v_0^2}{2}$ sau $-\Delta E_{\text{cin}} = Q = \frac{mv_1^2}{4} = \frac{mgh_1}{2}$ <b>Răspuns:</b> $-\Delta E_{\text{cin}} = Q = 8 \text{ J}$
c.	$E_{\text{cin}} = \frac{(2m)v_0^2}{2} + (2m)gh_1 = \frac{mv_1^2}{4} + mv_1^2 = \frac{5}{4}mv_1^2$ , sau $E_{\text{cin}} = \frac{mv_1^2}{2} + mg \cdot 2h_1 - Q = \frac{5}{4}mv_1^2$ <b>Răspuns:</b> $E_{\text{cin}} = 40 \text{ J}$



## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$t = \frac{h}{v_0}$ $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$ $v_1 = -gt ; v_2 = v_0 - gt$ $v_0 = \sqrt{gh \left( 1 + \frac{m_1}{m_2} \right)}$ <p><b>Răspuns:</b> <math>v_0 = 46,2 \text{ m/s}</math></p>
b.	$\frac{E_{C1}}{E_{C2}} = \frac{m_1 v_1^2}{m_2 v_2^2}$ $m_1 v_1 = -m_2 v_2 ; \frac{E_{C1}}{E_{C2}} = \frac{m_2}{m_1}$ <p><b>Răspuns:</b> <math>E_{C1}/E_{C2} = 3/5 = 0,6</math></p>
c.	$y = h - \frac{gt^2}{2}$ <p><b>Răspuns:</b> <math>y = 65 \text{ m}</math></p>
II.2.a.	$G_t = G \sin \varphi ; G_n = G \cos \varphi$ $F_f = \mu N$ $\mu = \tan \varphi$ <p><b>Răspuns:</b> <math>\mu = 0,58</math></p>
b.	$N = G - F_y$ $N = 0 ; G = F \sin \alpha$ <p><b>Răspuns:</b> <math>\sin \alpha = 2/3</math></p>
c.	$L = Fd \cos 30^\circ$ $a = \frac{F \cos \beta - \mu(G - F \sin \beta)}{m}$ $d = \frac{at^2}{2}$ <p><b>Răspuns:</b> <math>L = 7500 \text{ J}</math></p>

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție/ rezolvare
II.1.a.	reprezentarea corectă a forțelor
b.	Condiția de echilibru $F_e = G \cdot \sin \alpha / \cos \beta$ Răspuns: $F_e = 3 / (2 \cdot \cos \beta)$
c.	$F_e = k \cdot \Delta l$ $\Delta l = (F_e / k) = 3 / (2 \cdot k \cdot \cos 60^\circ)$ Răspuns: $\Delta l = 6 \text{ cm}$
II.2.a.	$E_0 = m \cdot g \cdot h_0$ $E_1 = (1 - f) E_0$ ; $f = 20 \%$ Răspuns: $E_1 = 3,2 \text{ J}$
b.	$E_2 = (1 - f)^2 E_0$ $E_2 = m \cdot g \cdot h_2$ $h_2 = (1 - f)^2 h_0$ Răspuns: $h_2 = 0,64 \text{ m}$
c.	$E_2 = \frac{m \cdot v_2^2}{2}$ $v_2 = (1 - f) \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0}$ Răspuns: $v_2 \cong 3,57 \text{ m/s}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție/rezolvare
II.1.a.	$L = -mgh$ Răspuns: $L = -20 \text{ J}$
b.	$h = v_o t - \frac{gt^2}{2}$ $t_1 = 0,4 \text{ s}, t_2 = 1 \text{ s}$ Răspuns: $t = 0,4 \text{ s}$
c.	$L = \Delta E_c$ $x_1 = -2,378 \text{ m}, x_2 = 0,378 \text{ m}$ Răspuns: $x = 0,378 \text{ m}$
II.2.a.	$p_o = mv_o$ $E_c = \frac{mv^2}{2}$ $F - fG = ma$ Răspuns: $F = 4 \text{ N}$
b.	$a' = fg$ $0 = v^2 - 2a' x_{op}$ Răspuns: $x_{op} = 50 \text{ m}$
c.	$t_1 = \frac{v - v_o}{a}$ $T = t_1 + t_2$ Răspuns: $T = 16 \text{ s}$

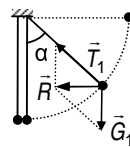
**Subiectul A. MECANICĂ**

Nr. Item	Soluție/ rezolvare
II.1.a.	Aplicarea legii fundamentale a dinamicii Răspuns: $m_1 = 5,25 \text{ kg}$
b.	$\frac{T_1}{T_2} = \frac{(g-a) \cdot m_1}{(g+a) \cdot m_2}$ Răspuns: $\frac{T_1}{T_2} = 1,75$
c.	$a = \frac{2 \cdot d}{\Delta t^2}$ $\mu = \frac{g \cdot (m_1 - m_2) - a \cdot (m_1 + m_2)}{m \cdot g}$ Răspuns: $\mu = 0,2$
II.2.a.	$E_A = E_{cin} = \frac{p^2}{2 \cdot m}; E_B = E_{pot} = \frac{k \cdot x^2}{2};$ Răspuns: $x = \frac{p}{\sqrt{m \cdot k}} = 0,05m = 5cm$
b.	$\Delta E_C = L; \Delta E_C = -\frac{p^2}{2 \cdot m}$ $L = -\frac{k \cdot x_1^2}{2} - \mu \cdot m \cdot g \cdot x_1$ Răspuns: $\mu = 0,45$
c.	$\frac{E_{B1}}{E_B} = \frac{x_1^2}{x^2}$ Răspuns: $\frac{E_{B1}}{E_B} = 0,64$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. item	Soluție/rezolvare
a.	enun' corect
b.	$a = F / (m_1 + m_2)$ $\Delta x = a \Delta t^2 / 2$ Răspuns: $\Delta x = 0,5m$
c.	$\begin{cases} F - T = m_2 a \\ T = m_1 a \end{cases}$ $T = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F$ Răspuns: $T = 40N$
II.2.a.	$m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$ $m_1 v_0^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$ $v_1 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} - v_0, v_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$ Răspuns: $v_1 = 0, v_2 = 5m/s$
b.	$\Delta E_c = Q$ $-\frac{mv_0^2}{2} = Q$ Răspuns: $ Q  = 6,25J$
c.	$a = -\mu g$ $\Delta x_1 = 0, \Delta x_2 = \frac{v_2^2}{2\mu g}$ Răspuns: $\Delta x_2 = 12,5m$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$a_1 = -m_1 g / (m_1 + m_2)$ Răspuns: $a_1 = -0,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
b.	$x = v_0 t + a t^2 / 2, x_0 = 0, t_0 = 0$ $v = v_0 + at$ Răspuns: $x_1 = 10 \text{ m}, v_1 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
c.	$a_2 = m_1 g / (m_1 + m_2)$ $v_2 = a_2 (t_2 - t_1)$ $E_c = 0,5 (m_1 + m_2) v_2^2$ Răspuns: $E_c = 28,8 \text{ J}$
II.2.a.	$\begin{cases} \vec{R} = m\vec{a} \\ \vec{R} = \vec{G}_1 + \vec{T}_1 \end{cases}$ $\cos \alpha = G_1 / T_1$ $m_1 v_1^2 / \ell = T_1 - m_1 g \cos \alpha$ $m_1 v_1^2 / 2 = m_1 g \ell \cos \alpha$ Răspuns: $\cos \alpha = 1 / \sqrt{3}$ 
b.	$(m_1 + m_2) a_c = 2T - (m_1 + m_2)g$ $a_c = v^2 / \ell$ $m_1 v_1' = (m_1 + m_2) v$ $m_1 g \ell = 0,5 m_1 v_1'^2$ Răspuns: $T = 1,7 \text{ N}$
c.	$n = Q / E_{pi}$ Răspuns: $Q = 0,5 m_1 m_2 v_1'^2 / (m_1 + m_2)$ $E_{pi} = m_1 g \ell, m_1 g \ell = 0,5 m_1 v_1'^2$ Răspuns: $n = \frac{Q}{E_{pi}} = 0,25$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_f$
b.	<p>se ciocnesc mai întâi vagoanele <math>W_1</math> și <math>W_2</math> justificarea afirmației</p> $Q = -\Delta E_{cin} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{(v_2 - v_1)^2}{2} > 0$
c.	Răspuns: $v_f = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
II.2.a.	figura corectă (cu reprezentarea celor opt forțe)
b.	<p><math>G = k(\ell_0 - d_1)</math>, <math>2G = k(\ell_0 - d_2)</math> sau echivalent</p> $k = \frac{G}{d_2 - d_1}$ <p>Răspuns: <math>k = 500 \frac{\text{N}}{\text{m}}</math></p>
c.	<p><math>\ell_0 = 2d_2 - d_1</math> Răspuns: 24 cm</p>

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	<p>acceleerația vagonului <math>a = f \cdot g</math></p> <p><math>v = v_0 - a \cdot \Delta t</math></p> <p>Răspuns: <math>v = 9m / s</math></p>
b.	<p><math>v' = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2}</math></p> <p>Răspuns: <math>v' = 3m / s</math></p>
c.	<p><math>a = f \cdot g</math></p> <p><math>d = \frac{v'^2}{2a}</math></p> <p>Răspuns: <math>d = 45m</math></p>
II.2.a.	<p><math>ma = G_t - F_f</math></p> <p><math>G_t = mg \sin \alpha</math>, <math>F_f = \mu mg \cos \alpha</math></p> <p><math>a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)</math></p> <p>Răspuns: <math>a = 2,5m/s^2</math></p>
b.	<p><math>\Delta E_c = L_{rez}</math></p> <p><math>\Delta E_c = m \cdot a \cdot d</math></p> <p>Răspuns: <math>\Delta E_c = 15J</math></p>
c.	<p><math>G_t = F_f</math></p> <p><math>\mu = tg \alpha</math></p> <p>Răspuns: <math>\mu = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0.57</math></p>



Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii  
Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

Varianta 33

Subiectul A. MECANICĂ

Nr. item	Soluție, rezolvare
II. 1.a.	$m_B g - T = m_B a$ ; $T - \mu m_A g = m_A a$ Răspuns: $a = 5 \frac{m}{s^2}$
b.	calculul tensiunii în fir T Răspuns: T=1,5 N
c.	compunerea forțelor la scripete Răspuns: $F = T \sqrt{2} \cong 2,1 \text{ N}$
II.2.a.	$d = \frac{gt^2}{2}$ Răspuns: d=5m
b.	$t_c = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ ; $t' = \sqrt{\frac{2(H - \Delta h)}{g}}$ ; $t = t_c + t'$ Răspuns: t=2s
c.	$L = \Delta E_c = \frac{m}{2} (v_2^2 - v_1^2) = \frac{m}{2} g^2 (t_2^2 - t_1^2)$ Răspuns: $\Delta E_c = 1800 J$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$a' = -a$ sau $ a'  =  a $ cu indicarea sensului $T_1 = m(g + a)$ , $T_2 = mg$ , $T_3 = m(g - a)$ Răspuns: $T_1 = 24\text{KN}$ , $T_2 = 20\text{KN}$ , $T_3 = 16\text{KN}$
b.	Viteza maximă se atinge la sfârșitul porțiunii $h_1$ $v_{\max} = \sqrt{2ah_1}$ Răspuns: $v_{\max} = 4,47\text{m/s}$
c.	$t = t_1 + t_2 + t_3$ $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{a}}$ $t_3 = \sqrt{\frac{2h_3}{a}}$ Răspuns: $t = 13,38\text{s}$
II.2.a.	$E_c = mgH$ Răspuns: $E_c = 42 \cdot 10^3\text{J}$
b.	$G_a = F_{cfA} + G$ $\frac{v^2}{R} + g = 8g$ ; $R = \frac{v^2}{7g} = \frac{2H}{7}$ Răspuns: $R = 6\text{m}$
c.	$E_{ti} = E_{tB}$ $mgH = mg \cdot 2R + \frac{mv'^2}{2}$ $N = \frac{mv'^2}{R} - mg$ ; $N = mg\left(2\frac{H}{R} - 5\right)$ Răspuns: $N = 4 \cdot 10^3\text{N}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție/ rezolvare
II.1.a.	$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_0^2}{2} - \mu m g \ell$ $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2\mu g \ell}$ Răspuns: $v_1 = 5 \text{ m/s}$
b.	$v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$ $v_2 = 4 \text{ m/s}$ <p>legea conservării energiei mecanice:</p> $\frac{(m_1 + m_2) v_3^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v_2^2}{2} + (m_1 + m_2) g h$ $v_3 = \sqrt{v_2^2 + 2gh}$ Răspuns: $v_3 = 8 \text{ m/s}$
c.	$p = (m_1 + m_2) \cdot v_3$ Răspuns: $p = 10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
II.2.a.	desen realizat corect
b.	$F \cos \alpha - mg - F_c = ma$ $F_c = \mu F \sin \alpha$ $\mu = \frac{m(g + a)}{F \sin \alpha} - \cot \alpha$ Răspuns: $\mu = 1/2\sqrt{3} \approx 0.29$
c.	$L = -F_c \cdot d$ $L = -\mu F d \sin \alpha$ Răspuns: $L = 18 \text{ J}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
I . 1.	d .
2.	c.
3.	c.
4.	b.
5.	c.
II.1.a.	$t = v / a$ Răspuns: $t = 60 \text{ s}$
b.	$F_y = F \sin \alpha$ $G = F_y + N$ Răspuns: $F = 2 \text{ N}$
c.	$F_x = F \cos \alpha$ $F_x - F_f = ma$ $F_f = \mu N$ Răspuns: $\mu = 0,394$
II.2.a.	$0 = mv_1 - Mv_2$ Răspuns: $v_2 = 2 \text{ m/s}$
b.	$v_{\text{relativ}} = v_1 + v_2$ $t = \ell / v_{\text{relativ}}$ Răspuns: $t = \frac{\ell M}{(M + m)v_1} = 2 \text{ s}$
c.	$x = v_2 t$ Răspuns: $x_2 = 4 \text{ m}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$a = -2 \text{ m/s}^2$ , $v_0 = 6 \text{ m/s}$ legea vitezei $t = \frac{v - v_0}{a}$ Răspuns: $t = 2 \text{ s}$
b.	$x_1$ spațiul parcurs în primele două secunde de mișcare $x_2$ spațiul parcurs în primele trei secunde de mișcare Răspuns: $\Delta x = x_2 - x_1 = 1 \text{ m}$
c.	graficul corect al vitezei în funcție de timp $v_m = \frac{v_1 + v_3}{2}$ Răspuns: $v_m = 2 \text{ m/s}$
II.2.a.	$F \cos \alpha - \mu N_1 - T = m_1 a$ $N_1 + F \sin \alpha - m_1 g = 0$ $T - \mu m_2 g = m_2 a$ $N_2 - m_2 g = 0$ $a = \frac{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2}$ Răspuns: $a = 6,8 \text{ m/s}^2$
b.	$L_{F_{f2}} = \vec{F}_{f2} \cdot \vec{d} = F_{f2} \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -F_{f2} \cdot d = -\mu \cdot m_2 \cdot g \cdot d$ Răspuns: $L_{f2} = -80 \text{ N}$
c.	$L_f = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos \alpha$ Răspuns: $L = 848,5 \text{ J}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	teorema de variație a energiei cinetice Răspuns: $v = \sqrt{2gl_0}$
b.	$-\frac{1}{2}k(\Delta l)_{\max}^2 + mg(l_0 + \Delta l_{\max}) = 0$ Răspuns: $\frac{\Delta l_{\max}}{l_0} = \frac{mg}{kl_0} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2kl_0}{mg}} \right)$
c.	$v = \sqrt{2g(h - l_{\max})}$ $\Delta \vec{p} = \vec{F}_m \Delta t$ $\vec{F}_m = -\frac{m\vec{v}}{\Delta t}$ $F_m = \frac{mv}{\Delta t}$ Răspuns: $F_m = \frac{m}{\Delta t} \sqrt{2g \left[ h - l_0 \left( 1 + \frac{mg}{kl_0} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2kl_0}{mg}} \right) \right) \right]}$
II.2.a.	$x_1(t) = v_1 t$ , $x_2(t) = d + v_2(t - \Delta t)$ $x_1(t) = x_2(t) = D$ $v_2 = \frac{v_1(D - d)}{D - v_1 \Delta t}$ Răspuns: $v_2 = 79,2 \frac{km}{h} = 22 \frac{m}{s}$
b.	reprezentarea grafică corectă
c.	$P_m = \frac{L}{\Delta t}$ iar $L = \Delta E_c$ $ \Delta E_c  = \frac{1}{2}mv^2$ $\Delta t_f = \frac{mv^2}{2P_f}$ Răspuns: $\Delta t_f = 6,25s$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$\vec{T} + \vec{G} + \vec{N} + \vec{F}_f = m\vec{a}$ $T - F_f = ma, \quad T = F$ $F_f = \mu N, \quad N = G$ $a = F / m - \mu g$ Răspuns: $a = 1 \text{ m/s}^2$
b.	$\vec{G} + \vec{N} + \vec{F}_f = m\vec{a}'$ $-F_f = ma'$ $a' = -\mu g$ Răspuns: $a' = -1 \text{ m/s}^2$
c.	$x = t^2 / 2; \quad t \in [0, 2 \text{ s}]$ $t_{op} = -v / a' = -(at) / a' = 2 \text{ s}$ Răspuns: $x = 2 + 2(t - 2) - (t - 2)^2 / 2; \quad t \in [2 \text{ s}, 4 \text{ s}]$ Desen corect
II.2.a.	$h_{\max} = v_{01}^2 / (2g)$ Răspuns: $h_{\max} = 20 \text{ m}$
b.	$y_1 = v_{01}t - gt^2 / 2$ $y_2 = h - gt^2 / 2$ $y_1 = y_2, \quad t = h / v_{01}$ Răspuns: $t = 2 \text{ s}$
c.	$v_1 = v_{01} - gt$ $v_2 = -gt$ $v = (m_1v_1 + m_2v_2) / (m_1 + m_2)$ Răspuns: $v = -15 \text{ m/s}$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$mgR = \frac{mv^2}{2}$ $v = \sqrt{2gR}$ Răspuns: $v \cong 4,47 \text{ m/s}$
b.	$mv = 2mu$ $u = \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{gR}{2}}$ Răspuns: $u \cong 2,23 \text{ m/s}$
c.	$2 \frac{mu^2}{2} = 2mgh$ $h = \frac{u^2}{2g} = \frac{gR}{2 \cdot 2g} = \frac{R}{2}$ Răspuns: $h = 0,25 \text{ m}$
II.2.a.	$y = v_1 t$ $x = x_0 - v_2 t$ Răspuns: $y = 2t$ , $x = 20 - 4t$
b.	$d = \sqrt{x^2 + y^2}$ Răspuns: $d = \sqrt{20t^2 - 160t + 400}$
c.	$\frac{d(d^2)}{dt} = 0$ $40t_m - 160 = 0$ Răspuns: $d_m = \sqrt{80} \text{ m} \cong 8,94 \text{ m}$ , $t_m = 4 \text{ s}$



**Subiectul A. MECANICĂ**

Nr. Item	Soluție / rezolvare
a.	Enunțuri corecte
b.	$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$ $mgh - \frac{mv^2}{2} = 0$ Răspuns: $v = \sqrt{2gh} = 2\sqrt{5} \text{ m/s}$
c.	$mgh = \mu mgd$ $\mu = \frac{h}{d}$ Răspuns: $\mu = 0,25$
II.2.a.	$\Delta E_p = E_p^B - E_p^A = mg \cdot 2\ell$ Răspuns: $\Delta E_p = 2J$
b.	$T_A = F_{cf} + G = m(4\pi^2 v^2 \ell + g)$ $T_B = F_{cf} - G = m(4\pi^2 v^2 \ell - g)$ Răspuns: $T_A = 17N, T_B = 15N$
c.	$v = \omega \ell$ Răspuns: $v = 12,56 \text{ m/s}$

## Subiectul A. MECANICĂ

	Soluție, rezolvare
II.1.a.	enunț corect al principiului al II-lea precizarea: <i>referențiale inerțiale</i>
b.	$L_{fr} = - \Delta E_{cin}$ Răspuns: $L_{fr} = - 16 \text{ J}$
c.	$\frac{a_{urcare}}{a_{coborare}} = \frac{tg\alpha + \mu}{tg\alpha - \mu}$ Răspuns: $\mu = 0,33$
II.2.a.	$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$ Răspuns: $\omega = 0,010 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ sau $\omega = 0,010 \text{ s}^{-1}$
b.	indicarea poziției (punctul superior) pentru forța de apăsare maximă-indicarea poziției (punctul inferior)
c.	$a = \frac{\omega^2 D}{2}$ Răspuns: $a = 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii

Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

Varianta 43

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1. a.	Grafic corect
b.	$d = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow d = \sqrt{(-2t + 10)^2 + (4t - 20)^2}$ Obținerea unei ecuații de gradul al II – lea în necunoscuta t Răspuns: $t_1 = 3s$
c.	$\vec{v}_r = \vec{v}_1 - \vec{v}_2, v_1 = -2 \frac{m}{s}, v_2 = 4 \frac{m}{s}$ $v_r = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ Răspuns: $v_r = 2\sqrt{5} \frac{m}{s}$
2. a	Scrierea legii a doua a dinamicii în proiecții pe axe $\Rightarrow \begin{cases} F \cos \alpha = \mu N \\ N + F \sin \alpha = G \end{cases}$ $\Rightarrow F \cos \alpha = \mu(G - F \sin \alpha)$ Răspuns: $\mu = 0,1$
b	$F = \frac{ma + \mu G}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$ Răspuns: $F = 30N$
c	$E_c = \frac{mv^2}{2}$ $v = at$ Răspuns: $E_c \cong 1170J$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție, rezolvare
II.1.a.	$m \cdot a = F - G$ $v = a \cdot \Delta t$ Răspuns: $v = 10m/s$
b.	$L = F \cdot h_1$ $h_1 = a \cdot (\Delta t)^2 / 2$ Răspuns: $L = 600J$
c.	$h_{\max} = h_1 + h_2$ $h_2 = v^2 / 2g$ Răspuns: $h_{\max} = 30m$
II.2.a.	$mv_0 = (m + M)v$ Răspuns: $v = 2m/s$
b.	$Q = \frac{1}{2} \frac{mM}{m+M} v_0^2$ Răspuns: $Q = 198J$
c.	$\Delta E_c = L_f$ $\Delta E_c = -\frac{1}{2} (m + M) v^2$ $L_f = -\mu(m + M)gd$ Răspuns: $d = 2m$

Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii

Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

Varianta 45

**Subiectul A. MECANICĂ**

Nr. item	Soluție / rezolvare
II. 1.a.	<p>accelearația sistemului <math>a = \frac{F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)}{m}</math> <math>F_f = 0</math></p> <p>Răspuns: <math>a \cong 17,3 \frac{m}{s^2}</math></p>
b.	<p><math>v = at</math> ; <math>E_c = \frac{mv^2}{2}</math></p> <p>Răspuns: <math>E_c \cong 7,5 KJ</math></p>
c.	<p><math>x = \frac{a \cdot t^2}{2}</math></p> <p><math>L = F \Delta x \cos \alpha</math></p> <p>Răspuns: <math>L \cong 7,5 KJ</math></p>
II.2.a.	<p><math>E_A = E_B</math></p> <p><math>m_1 gh = \frac{m_1 v_1^2}{2}</math></p> <p>Răspuns: <math>v_1 \cong 7,7 m / s</math></p>
b.	<p>legea conservării impulsului în ciocnirea plastică</p> <p><math>v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}</math></p> <p><math>Q = \frac{m_1 m_2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)}</math></p> <p>Răspuns: <math>Q = 36 J</math></p>
c.	<p><math>\frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} = (m_1 + m_2) gh'</math></p> <p><math>\cos \alpha = \frac{\ell - h'}{\ell}</math> , <math>h'</math> - înălțimea la care se ridică sistemul după ciocnire</p> <p>Răspuns: <math>\alpha = \arccos 0,52</math></p>

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$N = G - F_2 \sin \theta$ Răspuns: $N = 51,3 N$
b.	$F_1 + F_2 \cos \theta = \mu_m N$ $\mu_m = \frac{F_1 + F_2 \cos \theta}{mg - F_2 \sin \theta}$ Răspuns: $\mu_m = 0,68$
c.	$\vec{F}_1 + \vec{F}_{2x} + \vec{F}'_f = m\vec{a}$ $F_1 + F_2 \cos \theta - \mu' N = ma$ $a = \frac{F_1 + F_2 \cos \theta - \mu' (-F_2 \sin \theta + mg)}{m}$ Răspuns: $a = 2,92 m / s^2$
II.2.a.	$y_1 = y_2$ $y_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}; \quad y_2 = h_m - \frac{gt^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gt^2}{2}$ $t = \frac{v_0}{2g}$ Răspuns: $t = 2s; \quad y_1 = 60m$
b.	Răspuns: $y_1 = 60m$
c.	$v_1 = v_{01} - gt; \quad v_2 = gt$ $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v} \Rightarrow v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ Răspuns: $v = 5m / s$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$a = g \frac{m_1 - m_2 \sin \alpha}{m_1 + m_2}$ <p>Răspuns: <math>a = 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}</math></p>
b.	$L_2 = -m_2 g \Delta h$ $\Delta h = \Delta x \cdot \sin \alpha$ $\Delta x = x_3 - x_1$ $x_3 = 0,5 a t_3^2, \text{ cu } t_3 = 3 \text{ s} \text{ respectiv } x_2 = 0,5 a t_2^2, \text{ cu } t_2 = 2 \text{ s}$ <p>Răspuns: <math>L = -8,75 \text{ J}</math></p>
c.	$\begin{cases} \vec{R} = 0 \\ \vec{R} = \vec{G}_{t2} + \vec{T} + \vec{T}' + \vec{G}'_1 \end{cases}$ $\vec{T} = -\vec{T}'$ $m_2 g \sin \alpha = m'_1 g$ <p>Răspuns: <math>m'_1 = 50 \text{ g}</math></p>
II.2.a.	$mv_0 = mv_1 + 2mv_2$ $mv_0^2 / 2 = mv_1^2 / 2 + 2mv_2^2 / 2$ <p>Răspuns: <math>v_0 = 18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}</math></p>
b.	$\vec{p}_1 = \vec{p}_f \Rightarrow \Delta \vec{p}_{\text{corp 1}} = -\Delta \vec{p}_{\text{corp 2}}$ $ \Delta \vec{p}_2  = 2mv_2$ <p>Răspuns: <math> \Delta \vec{p}_1  = 12 \text{ N} \cdot \text{s}</math></p>
c.	$a_1 = a_2 = -\mu g$ $x_{m1} = -v_1^2 / 2a_1, x_{m2} = -v_2^2 / 2a_2$ $d = x_{m1} + x_{m2}$ <p>Răspuns: <math>d = 90 \text{ m}</math></p>

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție, rezolvare
II.1.a.	$F = F_f$ $F = \mu Mg$ Răspuns: $F = 2 \text{ N}$
b.	$Ma = 2F - F_f$ $a = \frac{F}{M}$ Răspuns: $a = 2 \text{ m/s}^2$
c.	$d = \frac{1}{2}at^2$ $L = 2Fd$ Răspuns: $L = 100 \text{ J}$
II.2.a.	Legea conservării impulsului $u = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$ Răspuns: $u = 6 \text{ m/s}$
b.	$E_{ci} = E_{cf} + Q$ $Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2$ Răspuns: $Q = 72 \text{ J}$
c.	$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 = (m_1 + m_2)gh$ $\cos \alpha = \frac{\ell - h}{\ell}$ Răspuns: $\alpha = 60^\circ$



Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție, rezolvare
II.1.a.	$a = \frac{F - mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m}$ <p>Răspuns: <math>a = 5m/s^2</math></p>
b.	$a_1 = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$ <p>Răspuns: <math>a_1 = -15m/s^2</math></p>
c.	$d_1 = v^2 / 2a_1 = ad / a_1$ <p>distanța totală <math>D = d + d_1</math>  <math>L = -\mu mg D \cos \alpha</math>                  Răspuns: <math>L = -4000J</math></p>
II.2.a.	$v = \sqrt{2gh}$ $h = l(1 - \cos \alpha)$ <p>conservarea impulsului                  conservarea energiei cinetice  <math>v_1 = -v/3</math>  <math>h_1 = l(1 - \cos \alpha)/9</math>                  Răspuns: <math>h_1 = 5cm</math></p>
b.	$v_2 = 2v/3$ $a = -\mu g$ $t = -v_2 / a$ <p>Răspuns: <math>t = \sqrt{2}s</math></p>
c.	$T = G + F_{cf}$ $F_{cf} = mv^2 / l$ $T = mg(3 - 2 \cos \alpha)$ <p>rezultat final <math>T = 4N</math></p>

**Subiectul A. MECANICĂ**

Nr. Item	Soluție/ rezolvare
II.1.a.	Reprezentarea forțelor $a = \frac{m_2 g(\sin 45^\circ - \mu \cos 45^\circ) - m_1 g(\sin 30^\circ + \mu \cos 30^\circ)}{m_1 + m_2}$ Răspuns: $a = 2,67 \text{ m/s}^2$
b.	Legea a II-a a dinamicii $T = m_1 a + m_1 g(\sin 30^\circ + \mu \cos 30^\circ)$ Răspuns: $T = 9,4 \text{ N}$
c.	$d = \frac{at^2}{2}$ Răspuns: $d = 1,335 \text{ m}$
II.2.a.	Condiția de întâlnire: $x_1 = x_2$ $4,5t^2 = 18$ $t = 2 \text{ s}$
b.	$v_1 = 2 - 8t$ $v_2 = 2 + t$ $v_1(2 \text{ s}) = -14 \text{ m/s}$ $v_2(2 \text{ s}) = 4 \text{ m/s}$ Răspuns: $E_1 = 98 \text{ J}$ ; $E_2 = 8 \text{ J}$
c.	$v_1 = v_2 \Rightarrow 2 - 8t = 2 + t$ Răspuns: $t = 0$ la momentul inițial

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție/ schiță de rezolvare
II.1.a.	$a = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$ $S = 2d_{urcare} = \frac{v_0^2}{g \cdot (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$ <b>Răspuns</b> $S = 11,28 \text{ m}$
b.	$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \mu mg S \cos \alpha$ $v = \sqrt{v_0^2 - 2\mu g S \cos \alpha}$ <b>Răspuns</b> $v = 7,78 \text{ m/s}$
c.	$L = F_t \cdot S$ $L = \mu mg S \cos \alpha$ <b>Răspuns</b> $L = 39,48 \text{ J}$
II.2.a.	$v_c = g \cdot t_c$ $t_c = \frac{v_c}{g}$ <b>Răspuns</b> $t_c = 2 \text{ s}$
b.	$v_1 = g \cdot t_1$ $E_{c1} = \frac{m \cdot v_1^2}{2}$ $E_{total} = \frac{m \cdot v_c^2}{2}$ $E_{p1} = E_t - E_{c1}$ <b>Răspuns</b> $E_{c1} = 100 \text{ J}$ $E_{p1} = 300 \text{ J}$
c.	$y = \frac{g \cdot t^2}{2}$ $\Delta y = y(2) - y(1,6)$ <b>Răspuns</b> $\Delta y = 7,2 \text{ m}$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$G_t = F_c$ $mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha$ $\alpha = \arctg \mu$ <b>Răspuns</b> $\alpha = 30^\circ$
b.	desen care să evidențieze toate forțele care acționează asupra corpului
c.	$F - G_t - F_c = ma$ $F = m(a + 2g \sin \alpha)$ <b>Răspuns</b> $F = 26 \text{ N}$
II.2.a.	legea conservării energiei $h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} = 7,2 \text{ m}$ <b>Răspuns</b> $v_0 = 12 \text{ m/s}$
b.	$mgh_{\max} = 36 \text{ J}$ <b>Răspuns</b> $m = 0,5 \text{ kg}$
c.	legea mișcării uniform variate $h' = v_0 t - g \frac{t^2}{2}$ soluțiile ecuației: $t_1 = 2 \text{ s}; t_2 = 0,4 \text{ s}$ $t_u = \frac{v_0}{g} < t_1$ <b>Răspuns</b> $t = 0,4 \text{ s}$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	<p>legea conservării energiei <math>mg l = \frac{mv_1^2}{2}</math></p> <p><math>v_1 = \sqrt{2gl}</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>v_1 = 4 \text{ m / s}</math></p>
b.	<p><math>v_1' = 2 \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} - v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1</math></p> <p><math>v_2' = 2 \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>v_1' = -2 \text{ m / s}, v_2' = 2 \text{ m / s}</math></p>
c.	<p><math>a = -\mu g</math></p> <p><math>v_2'^2 = 2\mu g d \Rightarrow \mu = \frac{v_2'^2}{2gd}</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>\mu = 0,1</math></p>
II.2.a.	<p>reprezentarea grafică a forțelor</p> <p><math>a = \frac{F}{m} - g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>a = 3 \text{ m / s}^2</math></p>
b.	<p><math>d = \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2d}{a}}</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>t_1 = 2\sqrt{5} \approx 4,46 \text{ s}</math></p>
c.	<p><math>p_{\max} = m \cdot v_{\max}</math></p> <p><math>v_{\max} = a \cdot t_1 \Rightarrow p_{\max} = m \cdot a \cdot t_1</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>p_{\max} = 1338 \text{ N} \cdot \text{s}</math></p>

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$F_{cf} = mV^2 / R$ <b>Răspuns</b> $F_{cf} = 450N$
b.	diagrama forțelor $\vec{F}_{cf}, \vec{G}$ $tg \alpha = \frac{F_{cf}}{G}$ <b>Răspuns</b> $\alpha = arctg(0,45)$
c.	$L = Fd \cos \alpha$ $\alpha = 90^0$ <b>Răspuns</b> $L = 0J$
II.2.a.	$d = \frac{a\Delta t^2}{2}$ $v = \frac{2d}{\Delta t}$ <b>Răspuns</b> $v = 20m/s$
b.	$L_s = mV^2 / 2 + F_r d$ $P = \frac{L_s}{\Delta t}$ <b>Răspuns</b> $P = 3kW$
c.	$0 = v_0 + a' \Delta t$ $a' = -\frac{2d}{\Delta t \Delta t}$ <b>Răspuns</b> $a' = -2m/s^2$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	<p>acelerația sistemului <math>a = (m_1 - m_2) \cdot g / (m_1 + m_2)</math></p> <p><math>t = \sqrt{\frac{2h}{a}}</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>t = 0,6s</math></p>
b.	<p><math>E_C = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}</math></p> <p><math>v = at</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>E_C = 3J</math></p>
c.	<p><math>v^2 = 2gh</math></p> <p><math>h' = \frac{a^2 t^2}{2g}</math></p> <p><math>h_{max} = h + h'</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>h_{max} = 0,8m</math></p>
II.2.a.	<p><math>F = m \frac{4\pi^2}{T^2} \ell</math></p> <p><math>T = 2\pi \sqrt{\frac{m\ell}{F}}</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>T = 2s</math></p>
b.	<p><math>F = m\omega_r^2 \ell</math></p> <p><math>\omega_r = \sqrt{\frac{F}{m\ell}}</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>\omega_r = 6,28rad / s</math></p>
c.	<p><math>u_1 = 2 \frac{mv}{m+M} - v</math></p> <p><math>\frac{1}{5} = \frac{m-M}{m+M}</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>M = 133,33g</math></p>

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$\frac{m \cdot v_1^2}{2} = \frac{m \cdot v_2^2}{2} + m \cdot g \cdot y_2$ $v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot y_2 + v_2^2}$ <b>Răspuns</b> $v = 377 \text{ m/s}$
b.	$m \cdot g \cdot y_{\max} = \frac{m \cdot v_2^2}{2} + m \cdot g \cdot y_2$ $y_{\max} = \frac{v_2^2}{2g} + y_2$ <b>Răspuns</b> $y_{\max} = 7125 \text{ m}$
c.	$F = (\Delta p) / \tau$ $\Delta p = m \cdot \Delta v = m \cdot (v_2 - 0)$ <b>Răspuns</b> $F = 50 \text{ kN}$
II.2.a.	$v_{\text{jos}} = \omega \cdot h$ <b>Răspuns</b> $v_{\text{jos}} = 8 \text{ m/s}$
b.	$F_{\text{sus}} = m \cdot g$ $F_{\text{jos}} = m \cdot g + m \cdot \omega^2 \cdot h$ $F_{\text{jos}} / F_{\text{sus}} = 1 + \omega^2 \cdot h / g$ <b>Răspuns</b> $F_{\text{jos}} / F_{\text{sus}} = 4,2$
c.	$v_{\text{final}} = \sqrt{v_{\text{jos}}^2 + 2g(H - h)}$ $E_{\text{cin}} = \frac{m}{2} (v_{\text{jos}}^2 + 2g(H - h))$ <b>Răspuns</b> $E_{\text{cin}} = 3,5 \text{ J}$



## FIZICĂ

## A. Mecanică

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II. 1. a.	$\vec{G}_1 + \vec{T} = m_1 \vec{a}$ ; $\vec{G}_2 + \vec{T} = m_2 \vec{a}$ $m_2 g - T = m_2 a$ și $T - m_1 g = m_1 a$ $a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}$ <b>Răspuns</b> $a_1 = a_2 = a = \frac{10}{9} \frac{m}{s^2} \cong 1,11 \frac{m}{s^2}$
b.	$T = m_1(g + a) = m_2(g - a)$ <b>Răspuns</b> $T \cong 22,22N$
c.	$F = 2T$ <b>Răspuns</b> $F \cong 44,44N$
II. 2. a.	$a = -\mu g = -0,2ms^{-2}$ expresiile vitezelor înainte de ciocnire $v_1 = v_{01} + a\Delta t$ și $v_2 = v_{02} + a \cdot \Delta t$ <b>Răspuns</b> $v_1 = 7ms^{-1}$ , respectiv $v_2 = 0ms^{-1}$
b.	legea conservării impulsului $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$ $v = m_1 v_1 / (m_1 + m_2)$ $S_{op} = \frac{v^2}{2\mu g}$ <b>Răspuns</b> $v = 2,8ms^{-1}$ $S = 19,6m$
c.	$L_1 = -F_{f1} \cdot d_1 = -\mu m_1 g \cdot d_1$ $L_2 = -F_{f2} \cdot d_2 = -\mu m_2 g \cdot d_2$ $d_1 = v_{01} \Delta t + a \frac{(\Delta t)^2}{2}$ ; $d_2 = v_{02} \cdot \Delta t + a \frac{(\Delta t)^2}{2}$ $L_{ansamblu} = -F_f \cdot S_{opr} = -\mu(m_1 + m_2)g \cdot S_{opr}$ lucrul mecanic total al forțelor de frecare $L = L_1 + L_2 + L_{ansamblu}$ <b>Răspuns</b> $L = -84,1J$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	teorema de variație a impulsului: $p_2 - p_0 = \frac{F \cdot t}{2}$ <b>Răspuns</b> $p_2 = 2 \text{ kgm/s}$
b.	$L = \Delta E_c$ $L = \frac{mv_2^2}{2} = \frac{p_2^2}{2m}$ <b>Răspuns</b> $L = 2 \text{ J}$
c.	$F_f = \mu mg$ $L = -\mu mgd$ $\frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_3^2}{2} = -\mu mgd$ <b>Răspuns</b> $d = 1,33 \text{ m}$
II.2.a.	$F_1 = 0 \rightarrow E_A = E_B$ $m_1 g R = \frac{m_1 v_1^2}{2}$ $v_1 = \sqrt{2gR}$ $v_1' = v_1 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} ; v_2' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$ <b>Răspuns</b> $v_1' = -2,1 \text{ m/s} ; v_2' = 4,21 \text{ m/s}$
b.	$\frac{m_1 v_1'^2}{2} = m_1 g h_1$ $h_1 = \frac{v_1'^2}{2g}$ <b>Răspuns</b> $h_1 = 0,22 \text{ m}$
c.	$L = \Delta E_c$ $0 - \frac{m_2 v_2'^2}{2} = -\mu m_2 g d$ $d = \frac{v_2'^2}{2\mu g}$ <b>Răspuns</b> $d = 4,43 \text{ m}$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	<b>Răspuns</b> - mișcare rectilinie uniform accelerată ( $\vec{a}, \vec{v}$ același sens ) mișcare rectilinie uniformă ( $\vec{a} = 0$ ) mișcare rectilinie uniform încetinită și apoi uniform accelerată
b.	legea vitezei $v = at_1$ $v_1 = v$ $v_2 = v_1 + a'(t_3 - t_2)$ <b>Răspuns</b> $v_2 = -2m/s$
c.	legea mișcării rectilinii uniform variate aplicată pe intervale de timp coordonata după primele două secunde $x_1 = 2m$ coordonata după următoarele două secunde $x_2 = 6m$ <b>Răspuns</b> $x_3 = 6m$
II.2.a.	aplicarea princ.fundamental $a = (F - \mu mg) / m$ legea vitezei $v = at$ <b>Răspuns</b> $v = 4m/s$
b.	legea conservării impulsului în ciocnirea plastică $u = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2} = \frac{v}{2}$ $h = u^2 / 2g$ <b>Răspuns</b> $h = 0,2m$
c.	$T = G \cos \alpha$ $\cos \alpha = 1 - (h/l)$ <b>Răspuns</b> $T = 8N$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr item	Soluție / Schiță de rezolvare
II.1. a.	$D_1 = v_1 \cdot \Delta t_1$ Intervalul de timp în care se mișcă doar primul mobil $\Delta t_1 = t_1 - 0 = 20s$ spațiul parcurs de primul mobil în acest interval de timp $D_1 = 80m$ <b>Răspuns</b> $v_1 = 4m/s$
b.	$\Delta t_2 = t_2 - t_1$ $t_1 = 20s$ $t_2 = 95s$ <b>Răspuns</b> $\Delta t_2 = 75s$
c.	$E'_{c2} = \frac{m_2 v_2'^2}{2}$ $\vec{v}_2 = \vec{v}_2' + \vec{v}_1$ $v_2' = \Delta D / \Delta t$ $\Delta D = 120m - 80m$ $\Delta t = 50s - 20s$ <b>Răspuns</b> $E'_{c2} \approx 0,89J$
II.2. a.	reprezentare forțelor
b.	explicație
c.	$\vec{F}_{ex} + \vec{F}_f = 0$ $\vec{F}_{ey} + \vec{G} + \vec{N} = 0$ $N = G - k\Delta\ell \sin \alpha$ $k\Delta\ell \cos \alpha = \mu(mg - k\Delta\ell \sin \alpha)$ $E_p = \frac{k\Delta\ell^2}{2}$ $\mu = \frac{\sqrt{2E_p k} \cos \alpha}{mg - \sqrt{2E_p k} \sin \alpha}$ <b>Răspuns</b> $\mu = 0,25$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$h_{\max} = v^2 / (2g)$ <b>Răspuns</b> $h_{\max} = 5m$
b.	$v = v_0 t - gt$ <b>Răspuns</b> $v = 5 m/s$
c.	$h = v_0 t_2 - \frac{gt_2^2}{2}$ $E_p = mgh$ <b>Răspuns</b> $E_p = 7,5 J$
II.2.a.	$v = (m_1 v_1 - m_2 v_2) / (m_1 + m_2)$ <b>Răspuns</b> $v = 2 m/s$
b.	$v_1' = 2[(m_1 v_1 - m_2 v_2) / (m_1 + m_2)] - v_1$ <b>Răspuns</b> $v_1' = -16 m/s$
c.	$m_1 v_1 - m_2 v_2 = -m_1 u_1 + m_2 u_2$ $u_2 = (v_1 - 3v_2 + u_1) / 3$ $E_{Ci} = (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) / 2$ $E_{Cf} = (m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2) / 2$ $x = (-\Delta E_C) / E_{Ci} = (E_{Ci} - E_{Cf}) / E_{Ci}$ <b>Răspuns</b> $x \approx 0,53 \approx 53\%$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	<b>Răspuns</b> $\frac{E_{p2}}{E_{p1}} = 4$
b.	$k = \frac{mg}{d}$ <b>Răspuns</b> $k = 100 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$
c.	$h = 2d$ <b>Răspuns</b> $h = 4 \text{ cm}$
II.2.a.	$t_1 = \frac{v_0}{g}$ <b>Răspuns</b> $t_1 = 2 \text{ s}$
b.	$t_{\text{întîlnire}} = \frac{v_0}{g} + \frac{\tau}{2}$ sau $t_{\text{întîlnire}} = 3 \text{ s}$ $h_{\text{întîlnire}} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2} \left( \frac{\tau}{2} \right)^2$ <b>Răspuns</b> $h_{\text{întîlnire}} = 15 \text{ m}$
c.	$v_1 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (orientată în jos) și $v_2 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (orientată în sus) conservarea impulsului (cu sensul de referință în sus): $-m \cdot v_1 + m \cdot v_2 = 2 \cdot m \cdot v_{\text{finală}}$ <b>Răspuns</b> $v_{\text{finală}} = 0$ .

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr.item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	enunțul celor două legi
b.	$\Delta E_p = L_f$ $mgh = \mu mgd + \mu mg\ell \cos \alpha$ $\cos \alpha = \sqrt{1 - (h/\ell)^2}$ <b>Răspuns</b> $\mu = 0,174$
c.	$L_f = -\mu mgd$ <b>Răspuns</b> $L_f = -3,5 J$
II.2.a.	$\Delta E_c^{relativa} = Q$ <b>Răspuns</b> $Q = 100 J$
b.	$Q = \frac{m_{redusa} v_{relativa}^2}{2} = mv^2$ $v = \sqrt{\frac{Q}{m}}$ <b>Răspuns</b> $v = 5 m/s$
c.	<b>Răspuns</b> $mv - mv = 0$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr.item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	reprezentarea forțelor $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ <b>Răspuns</b> $a \cong 2,8 m/s^2$
b.	$L_f = -\mu mg \frac{h}{\sin \alpha} \cos \alpha$ <b>Răspuns</b> $L_f \cong -8,5 J$
c.	$mgh = \frac{p^2}{2m} + L_f$ $p = \sqrt{2m^2 gh + L_f}$ <b>Răspuns</b> $p \cong 5,6 N \cdot s$
II.2.a.	$F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha) = ma$ $F = \frac{m(a + \mu g)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$ <b>Răspuns</b> $F \cong 6,6 N$
b.	$N = mg - F \sin \alpha$ $N = 0 \Rightarrow F \sin \alpha \geq mg$ $F_{\min} = mg / \sin \alpha$ <b>Răspuns</b> $F_{\min} = 40 N$
c.	$\Delta E_c = L$ $L = F_{\min} d \cos \alpha$ <b>Răspuns</b> $E_c \cong 68 J$



## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr.item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$\frac{mv^2}{2} = mgh$ $v = \sqrt{2gh}$ <b>Răspuns</b> $v = 2\sqrt{5} \frac{m}{s}$
b.	$mgh = \mu mgd$ $\mu = \frac{h}{d}$ <b>Răspuns</b> $\mu = 0,25$
c.	$v_A^2 = 2gh - 2\mu g \frac{d}{2}$ $v_A = \sqrt{gh}$ $v_B = v_A$ <b>Răspuns</b> $v_B = \sqrt{10} m$
II.2.a.	precizarea corectă a poziției de lansare (firul orizontal și viteza corpului orientată vertical în sus)
b.	$v = 2\pi\nu\ell$ $h_{\max} = \frac{v^2}{2g}$ <b>Răspuns</b> $h_{\max} \cong 8 m$
c.	$\Delta y_1 = v\tau - \frac{g\tau^2}{2}, \quad (\tau = 1s)$ <b>Răspuns</b> $\Delta y_1 \cong 7,6 m$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	<p>Reprezentarea forțelor care acționează asupra sistemului</p> $\begin{cases} mg - T = ma \\ T - \mu N_2 = Ma \\ N_2 = Mg \end{cases}$ $M = \frac{m(g - a)}{\mu g + a}$ <p><b>Răspuns</b> <math>M = 3kg</math></p>
b.	$T = \frac{mMg(1 + \mu)}{m + M}$ $\vec{F} = \vec{T} + \vec{T}'; \quad T = T'$ $F = \sqrt{2T^2} = T\sqrt{2}$ <p><b>Răspuns</b> <math>F = 18\sqrt{2}N</math></p>
c.	$E_c = \frac{(m + M)v^2}{2}$ $E_c = \frac{(m + M)a^2 t^2}{2}$ <p><b>Răspuns</b> <math>E_c = 192J</math></p>
II.2.a.	$p = mv = m \cdot at$ $a = \frac{p}{m \cdot t}$ <p><b>Răspuns</b> <math>a = 5m/s^2</math></p>
b.	$E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$ <p><b>Răspuns</b> <math>E_c = 400J</math></p>
c.	$\Delta x = \frac{at^2}{2}$ <p><b>Răspuns</b> <math>\Delta x = 40m</math></p>

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	<p>Condiția de întâlnire: <math>x_1 = x_2</math></p> $x_1 = v_0 T - \frac{gT^2}{2}$ $x_2 = H - \frac{g(T-t)^2}{2}$ $T = \frac{(2H - gt^2)}{2(v_0 - gt)}$ <p><b>Răspuns</b> <math>x_1 = x_2 = 400\text{m}</math></p>
b.	$v_1 = v_0 - gT$ $v_2 = -g(T - t)$ $Q = \left[ \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \right] (v_1 - v_2)$ <p><b>Răspuns</b> <math>Q = 2\text{KJ}</math></p>
c.	$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}'$ $v_p = \sqrt{v'^2 + 2gx_1}$ <p><b>Răspuns</b> <math>v_p = 107,7\text{m/s}</math></p>
II.2.a.	<p>Legea Galilei</p> <p>Accelerațiile pe plan inclinat:</p> $a_{\text{cob}} = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha);$ $a_{\text{urc}} = -g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$ $v_0 = \sqrt{4 \cdot \mu \cdot g \cdot h \cdot \text{ctga}}$ <p><b>Răspuns</b> <math>v_0 = 4\sqrt{3} \approx 6,93</math></p>
b.	$L_{BC} = L_{AB} = \vec{F}_f \cdot \vec{d} = F_f \cdot d \cdot \cos 180 = -F_f \cdot d \quad F_f = \mu N$ $L_{\text{tot}} = -2\mu \cdot m \cdot g \cdot h \cdot \text{ctga}$ <p><b>Răspuns</b> <math>L_{\text{tot}} = -48\text{J}</math></p>
c.	$E_c = \frac{mv_0^2}{2}$ $v_D = \sqrt{gh(1 - \mu \text{ctga})}$ <p><b>Răspuns</b> <math>E_c = 28\text{ J}</math></p>

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICA

Nr. item	Soluție / schiță de rezolvare
II. 1. a	$v = v_0 + a \cdot t$ <b>Răspuns</b> $v = 8 \text{ m/s}$
b.	$t_3 = 3 \text{ s}$ $\Delta x = x_3 - x_2$ $x_3 = v_0 t_3 + \frac{a t_3^2}{2}$ $x_2 = v_0 t_2 + \frac{a t_2^2}{2}$ $t_2 = 2 \text{ s}$ <b>Răspuns</b> $\Delta x = 4,5 \text{ m}$
c.	Legea conservării energiei $\Delta l = v \sqrt{\frac{m}{k}}$ <b>Răspuns</b> $\Delta l = 0,2 \text{ m}$
II. 2. a.	$m_1 g \sin \alpha - T - \mu_1 m_1 g \cos \alpha = m_1 a$ $m_2 g \sin \alpha + T - \mu_2 m_2 g \cos \alpha = m_2 a$ $a = \frac{g \sin \alpha (m_1 + m_2) - g \cos \alpha (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)}{m_1 + m_2}$ <b>Răspuns</b> $a = 7,3 \text{ m/s}^2$
b.	$T = m_2 (a + \mu_2 g \cos \alpha - g \sin \alpha)$ <b>Răspuns</b> $T = 6 \text{ mN}$
c.	$x' = \frac{a' t^2}{2}$ $a' = g \sin \alpha$ <b>Răspuns</b> $x = 17,3 \text{ m}$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr.item	Soluție / schiță de rezolvare
II. 1.a.	<p>legea conservării energiei sau teorema de variație a energiei cinetice</p> $E_{c0} = mgl\left(\frac{1}{2}\sin\alpha\right) + 1 - \cos\alpha$ <p><b>Răspuns</b> <math>E_{c0} = 125 \text{ J}</math></p>
b.	$\frac{1}{2}mv'^2 = E_{c0} + mg(h-l)$ <p><b>Răspuns</b> <math>v' \approx 9,2 \text{ m/s}</math></p>
c.	<p>viteza inițială <math>v = \sqrt{lg\sin\alpha}</math></p> $d = vt;$ $h - l\cos\alpha = \frac{1}{2}gt^2$ $d = \sqrt{2l(h - l\cos\alpha)\sin\alpha}$ <p><b>Răspuns</b> <math>d \approx 3,24 \text{ m}</math></p>
II.2.a.	<p>legea conservării impulsului <math>m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}'</math></p> $Q = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2$ $v_1 + v_2 = \sqrt{\frac{4Q}{m}}$ $ v_1 - v_2  = 2v'$ $v' = \sqrt{2\mu g d}$ $v_{1,2} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{4Q}{m}} \pm \sqrt{8\mu g d} \right)$ <p><b>Răspuns</b> <math>v_1 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}</math></p>
b.	$Q' = mv_{\max}^2$ <p><b>Răspuns</b> <math>Q' = 625 \text{ kJ}</math></p>
c.	$d = \frac{v_{\max}^2}{2\mu g}$ <p><b>Răspuns</b> <math>d = 125 \text{ m}</math></p>

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	<p>legea vitezei <math>v_2 = v_1 + a_1 t_1</math></p> <p><math>\Delta x = (v_2^2 - v_1^2) / 2a_1</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>\Delta x = 75\text{m}</math></p>
b.	<p><math>L = \Delta E_c</math></p> <p><math>\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = mv_2^2 / 2 - mv_1^2 / 2</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>L = 3 \text{ kJ}</math></p>
c.	<p><math>t_m = -v_2 / a_2</math></p> <p><math>\begin{cases} \vec{F}_1 = m\vec{a}_1 \\ \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a}_2 \end{cases}</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>F_2 = 65\text{N}</math>, direcția vitezei <math>v_2</math> și sens invers acesteia</p>
II.2.a.	<p><math>E_i = E_f</math></p> <p><math>E_i = \frac{(m+M)v^2}{2}</math></p> <p><math>E_f = k\Delta\ell_{\max}^2 / 2</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>v = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}</math></p>
b.	<p><math>mv_0 = (m+M)v</math></p> <p><math>E_{c0} = mv_0^2 / 2</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>E_{c0} = 200 \text{ J}</math></p>
c.	<p><math>E_i = E_f</math></p> <p><math>E_i = \frac{(m+M)v^2}{2}</math></p> <p><math>E_f = E_{p \text{ elastica}} + (m+M)v'^2 / 2</math></p> <p><b>Răspuns</b> <math>E_{p \text{ elastica}} = 1,5 \text{ J}</math></p>

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$t \in [0,2]s : v_1 = v_0 + a \cdot t = 5 \frac{m}{s}$ $t \in [2,4]s : v_2 = v_1 = 5 \frac{m}{s}$ $t > 4s : v_2 + a \cdot t_{oprire} = 0 \Rightarrow t_{oprire} = 2,5s$ $t > 6,5s$ , corpul se întoarce $v_4 = -3 \frac{m}{s}$ Reprezentare grafică
b.	$x_{max} = x_1 + x_2 + x_{oprire}$ $x_{max} = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a_1} + v_2 \cdot (t_2 - t_1) - \frac{v_2^2}{2a_2}$ (sau aria) <b>Răspuns</b> $x_{max} = 22,25 \text{ m}$
c.	$6,5s < t < 8s$ corpul se întoarce către origine în mișcare accelerată $v_4 = a_2 \cdot \Delta t$ $\Delta t = 1,5s; a_2 = -2 \frac{m}{s}$ <b>Răspuns</b> $v_4 = -3 \text{ m/s}$
II.2.a.	$L = \Delta E_c$ $v_1^2 = 2g\ell(\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha)$ <b>Răspuns</b> $v_1 = \frac{3}{\sqrt{2}} \approx 2,12 \text{ m/s}$
b.	$\vec{p}_{initial} = \vec{p}_{final}$ $m_1 v_1 = (m_1 + m_2) \cdot v$ <b>Răspuns</b> $v = \frac{9}{5\sqrt{2}} \approx 1,27 \text{ m/s}$
c.	Energia este constantă $\frac{(m_1 + m_2) \cdot v^2}{2} + (m_1 + m_2)gh = E$ <b>Răspuns</b> $E = 104,05 \text{ J}$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	reprezentarea corectă a forțelor
b.	$m_2 g - \mu m_1 g = (m_1 + m_2) a$ $a = \frac{m_2 g - \mu m_1 g}{m_2 + m_1}$ <b>Răspuns</b> $a = 2,66 \text{ m/s}^2$
c.	$F_e = k \Delta l$ $-F_e + m_2 g = m_2 a$ $\Delta l = \frac{m_2 (g - a)}{k}$ <b>Răspuns</b> $\Delta l = 3,67 \text{ cm}$
II.2.a.	$d = \frac{a \Delta t^2}{2}$ $a = \frac{2d}{\Delta t^2}$ <b>Răspuns</b> $a = 0,2(2) \text{ m/s}^2$
b.	$\vec{F} + \vec{N} + \vec{G} + \vec{F}_f = (M + m) \vec{a}$ $F = \frac{(M + m)(a + \mu g)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$ <b>Răspuns</b> $F = 19,17 \text{ N}$
c.	$N = (M + m) g - F \sin \alpha$ <b>Răspuns</b> $N = 390,42 \text{ N}$



## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$a = v^2 / 2d$ $t = 2d / v$ <b>Răspuns</b> $a = 0,25 \text{ m/s}^2$ $t = 20 \text{ s}$
b.	$F - F_f = m a$ $F = n m a / (n-1)$ <b>Răspuns</b> $F = 30 \text{ N}$
c.	$T = l / (v' - v)$ <b>Răspuns</b> $T = 5 \text{ s}$
II.2.a.	reprezentare forțelor $F_f = \mu N$ $F \cos \beta - \mu N - m g \sin \alpha = 0$ $F \sin \beta + N - m g \cos \alpha = 0$ $F = m g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) / (\cos \beta + \mu \sin \beta)$ <b>Răspuns</b> $F = 60 \sqrt{3} / 7 \approx 14,8 \text{ N}$
b.	$L_{F_f} = \vec{F}_f \cdot \vec{d} = F_f \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -F_f \cdot d$ <b>Răspuns</b> $L_{F_f} = -0,66 \text{ J}$
c.	$F = m g \cos \alpha / \sin \beta$ <b>Răspuns</b> $F = 20 \sqrt{3} \approx 34,6 \text{ N}$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / schiță de rezolvare
II.1.a.	$v_1^2 = v_0^2 + 2ax_1$ $a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2x_1}$ <b>Răspuns</b> $a = -6,25 \text{ m/s}^2$
b.	$v_1 = v_0 + at$ <b>Răspuns</b> $t = 4 \text{ s}$
c.	$t_{op} = -\frac{v_0}{a}$ $x_{op} = v_0 t_{op} + \frac{at_{op}^2}{2}$ $s = 2x_{op} - x_1$ <b>Răspuns</b> $s = 26 \text{ m}$
II.2.a.	$N = mg - \frac{mv^2}{R}$ <b>Răspuns</b> $N = 0$
b.	$E_A = mgh$ $E_B = \frac{mv_B^2}{2} + 2mgR$ $h = \frac{v_B^2}{2g} + 2R$ <b>Răspuns</b> $h = 1,25 \text{ m}$
c.	$L = \frac{mv^2}{2} + mg2R - mgH$ <b>Răspuns</b> $L = -17,5 \text{ J}$

## FIZICĂ

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. item	Soluție / schiță de rezolvare
II. 1.a.	forțe de tensiune $T_1=m_1g$ și $T_2=m_2g$ condițiile de echilibru $mg \sin \alpha - F_f - mg = 0$ $m_2g - F_f - mg \sin \alpha = 0$ <b>Răspuns</b> $m=25 \text{ kg}$
b.	$F_f = \mu N$ <b>Răspuns</b> $\mu = 0,25$
c.	forța exercitată în ax $F_{1,2} = T_{1,2} = \sqrt{2(1 + \frac{h}{l})}$ <b>Răspuns</b> $F_1 \cong 178N$ și $F_2 \cong 357N$
II.2.a.	spațiul parcurs în prima secundă spațiul parcurs în primele 2s <b>Răspuns</b> $\Delta x = 7m$
b.	$v = -2t + 10$ valoarea vitezei după 3s $\vec{p} = m_1 \vec{v}$ <b>Răspuns</b> $p=8 \text{ kg m/s}$
c.	$v_2' = \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2}$ expresia energiei cinetice <b>Răspuns</b> $E_{c2}' = 14,2 \text{ J}$

**Subiectul A. MECANICĂ**

Nr item	Soluție, rezolvare
II.1. a.	$F = ma$ $a = F/m$ Răspuns: $a = 5 \text{ m/s}^2$
b.	$F_m = (F_0 + F_g)/2$ justificarea expresiei forței rezultat final $F_m = 5 \text{ N}$
c.	teorema de variație a impulsului punctului material interpretarea ariei cuprinse între graficul forței și proiecția lui pe axa timpului teorema de variație a energiei cinetice Răspuns: $L = 1225 \text{ J}$
II. 2.a.	$v = 1/T$ $n = 60/T$ Răspuns: $v = \text{rot/s}$
b.	$E_c = \frac{mv^2}{2}$ $v = 2\pi n \ell / 60$ Răspuns: $E_c = 3,2 \text{ J}$
c.	$\left  \vec{T} \right  = m (2\pi n \ell / 60)^2 / 2$ $r = \ell$ Răspuns: $\left  \vec{T} \right  = 3,2 \text{ N}$

Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii

Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

Varianta 77

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție, rezolvare
II.1.a.	<p>acceleerația sistemului <math>a = \frac{mg - Mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m + M}</math></p> <p>expresiile: <math>G_t = Mg \sin \alpha</math> , <math>F_f = \mu Mg \cos \alpha</math></p> <p>Răspuns: <math>a = 1 \frac{m}{s^2}</math></p>
b.	<p><math>T = mg - ma</math></p> <p><math>T = \frac{mMg(1 + \sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m + M}</math></p> <p>Răspuns: <math>T = 18N</math></p>
c.	<p><math>F = T\sqrt{2[1 + \cos(90 - \alpha)]} = T\sqrt{2(1 + \sin \alpha)}</math></p> <p>Răspuns: <math>F = 18\sqrt{3,2} = 32,22N</math></p>
II.2.a.	<p><math>v = \frac{m_1 \cdot v_0}{m_1 + m_2}</math></p> <p>Răspuns: <math>v = 2 \frac{m}{s}</math></p>
b.	<p>expresia căldurii într-o ciocnire plastică</p> <p><math>Q = \frac{m_1 m_2 v_0^2}{2(m_1 + m_2)}</math></p> <p>Răspuns: <math>Q = 2 J</math></p>
c.	<p>Expresia conservării energiei: <math>(m_1 + m_2)v^2 / 2 = (m_1 + m_2)gh</math></p> <p><math>h = \frac{v^2}{2g}</math></p> <p>Răspuns: <math>h = 0,2m</math></p>

Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii

Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

Varianta 78

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
	$\begin{cases} F - G \sin \alpha - F_f = ma \\ N - G \cos \alpha = 0 \end{cases}$ $a = \frac{F}{m} - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha),$ Răspuns: $a = 3,0 \frac{m}{s^2}$
b.	$s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$ Răspuns: $t = 4,47 s$
	$s' = -\frac{v^2}{2a'}, \text{ unde } v' = \sqrt{2as}$ Răspuns: $s' = -\frac{a \cdot s}{a'}$ Răspuns: $s' = 16,4 m$
2. a	Conservare impulsului punctului material $v'_2 = 0,8 \frac{m}{s}$ $a = -\mu g$ $\mu = \frac{1}{2gd} v'^2_2$ Răspuns: $\mu = 0,16$
b	$-\Delta E_c = \frac{1}{2} m_1 v_1 - \frac{1}{2} m_1 v'^2_1$ Răspuns: $-\Delta E_c = 15 J$
c	$E'_{c2} = \frac{1}{2} m_1 v'^2_2,$ Răspuns: $E'_{c2} = 0,32 J$

Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii  
Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

Varianta 79

Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	<p>acelerația mișcării prin identificarea coeficienților legii de mișcare</p> <p>Răspuns: <math>a = -2 \frac{m}{s^2}</math></p>
b.	<p>Legea vitezei</p> <p><math>v = 20 - 2t</math></p> <p>Răspuns: <math>v = 10 \frac{m}{s}</math></p>
c.	<p>Formula energiei cinetice</p> <p><math>E_c = 8 \cdot 10^3 J</math></p>
II.2.a.	<p>reprezentarea corectă a forțelor pe desen</p>
b.	<p><math>a = \frac{mg - Mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m + M}</math></p> <p>Răspuns: <math>a = 1,25 \frac{m}{s^2}</math></p>
c.	<p><math>T = mg - ma</math></p> <p><math>T = \frac{mMg(1 + \sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m + M}</math></p> <p><math>F = T\sqrt{2[1 + \cos(90 - \alpha)]} = T\sqrt{2(1 + \sin \alpha)}</math></p> <p>Răspuns: <math>F = 30,31N</math></p>

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$m_1 a = m_1 g - T$ $m_2 a = T - m_2 g \sin \alpha - \mu m_2 g \cos \alpha$ $\mu = \frac{m_1 g - m_2 g \sin \alpha - (m_1 + m_2) a}{m_2 g \cos \alpha}$ <p>Răspuns: <math>\mu = \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0,86</math></p>
b.	$T = m_1 (g - a)$ <p>Răspuns: <math>T = 27 \text{ N}</math></p>
c.	$E_c = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2}$ $v = at$ <p>Răspuns: <math>E_c = 10 \text{ J}</math></p>
II.2.a.	$m_2 v = (m_1 + m_2) u$ $\frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) u'^2}{2} + (m_1 + m_2) g 2 \ell$ $\frac{(m_1 + m_2) u'^2}{\ell} = (m_1 + m_2) g$ <p>Răspuns: <math>v = 15 \text{ m/s}</math></p>
b.	$Q = - \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}$ <p>Răspuns: <math>Q = -7,5 \text{ J}</math></p>
c.	$T = F_{cf} + G$ $T = 6 \cdot (m_1 + m_2) g$ <p>Răspuns: <math>T = 18 \text{ N}</math></p>



## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$k = \frac{F_1}{\Delta l_1}$ <p>Răspuns: <math>k = 200 N / m</math></p>
b.	$L = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2}$ $L = \frac{F_1 \cdot \Delta l_1}{2}$ <p>Răspuns: <math>L = 9 J</math></p>
c.	$E_i = E_f$ $E_i = \frac{F_1 \cdot \Delta l_1}{2} ; E_f = \frac{mv_0^2}{2}$ $\frac{F_1 \Delta l_1}{2} = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{F_1 \cdot \Delta l_1}{m}}$ <p>Răspuns: <math>v_0 = 30 m / s</math></p>
II.2.a.	$m_1 g l = \frac{m_1 v_0^2}{2}$ <p>Răspuns: <math>v_0 = 4,47 m / s</math></p>
b.	$v_2' = \frac{2v_0}{3} ; v_1' = -\frac{v_0}{3}$ <p>Răspuns: <math>h_1 = \frac{v_1'^2}{2g} = 0,11 m ; h_2 = \frac{v_2'^2}{2g} = 0,44 m</math></p>
c.	$h_1 = h_2 \Leftrightarrow v_2' =  v_1' $ $\frac{2m_1'}{m_2' - m_1'} = 1 \Rightarrow 3m_1' = m_2'$ <p>Răspuns: <math>\frac{m_2'}{m_1'} = 3</math></p>

**Subiectul A. MECANICĂ**

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g},$ <p>Răspuns: <math>h_{\max}=500\text{m}</math></p>
b.	$y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ $y_u = y(10) - y(9) = h_{\max} - y(9)$ <p>Răspuns: <math>y_u = 5\text{m}</math></p>
c.	$y_1(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \text{ și } y_2(t) = v_0(t - \tau) - \frac{g(t - \tau)^2}{2}$ $y_1 = y_2$ <p>Răspuns: <math>t_i = \frac{v_0}{g} + \frac{\tau}{2}, t_i = 11\text{s},</math></p>
II.2.a.	$N = G - F_y$ $F_x - F_f = 0$ $F = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$ <p>Răspuns: <math>F = 54,64\text{N}</math></p>
b.	$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha, L = 472,29\text{J}$ $N = G - F_y \quad F_x - F_f = ma$ $F' = \frac{m(a + \mu g)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}, F' = 163,93\text{N}$ $L = F' \cdot d \cdot \cos \alpha,$ <p>Răspuns: <math>L' = 1418\text{J}</math></p>
c.	$P = F \cdot v \cdot \cos \alpha$ <p>Răspuns: <math>P = 37,33\text{W}</math></p>

Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii

Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

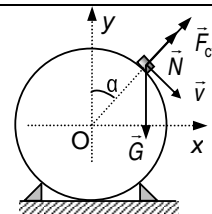
Varianta 83

**Subiectul A. Mecanică**

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II. 1. a.	$\begin{cases} mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = 0 \\ N = mg \cos \alpha \end{cases}$ $\operatorname{tg} \alpha = \mu$ Răspuns: $\alpha = 30^\circ$
b.	$\begin{cases} F - mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = 0 \\ N = mg \cos \alpha \end{cases}$ $F = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$ Răspuns: $F = 300N$
c.	$\begin{cases} F' \cos \alpha - mg \sin \alpha - \mu N = ma \\ N - mg \cos \alpha - F' \sin \alpha = 0 \end{cases}$ $F' = \frac{m(a + g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}$ Răspuns: $F' \cong 572N$
II. 2. a.	$E_p = mgh$ $h = l(1 - \cos \alpha)$ $E_p = mgl(1 - \cos \alpha)$ Răspuns: $E_p \cong 0,135J$
b.	$F_{cp} = \frac{mv^2}{l} \quad F_{cp} = T - G \cos \alpha$ $E_m = E_c + E_p \Leftrightarrow mgl(1 - \cos \alpha_0) = mgl(1 - \cos \alpha) + \frac{mv^2}{2}$ $v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$ Răspuns: $v = 2,7ms^{-1}$
c.	$T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)$ expresia $T_{\max} = mg(3 - 2 \cos \alpha_0)$ Răspuns: $T_{\max} = 2N$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție, rezolvare
II.1.a.	<p>desene:</p> $\vec{R} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{G}_t + \vec{F}_t = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} -G_t - F_t = ma_u \\ G_t - F_t = ma_c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma_u \\ mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma_c \end{cases}$ <p>din graficul dat: <math>a = \Delta v / \Delta t</math> <math>a_u = -3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}</math> și <math>a_c = 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}</math></p> <p>Răspuns: <math>\alpha = \arcsin 0,21</math></p>
b.	$L = \Delta E_c$ $L = L_{fr}$ $\Delta E_c = m(v_f^2 - v_i^2)/2$ , $v_i = 9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ și $v_f = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ <p>Răspuns: <math>L_{fr} = -2,25 \text{ J}</math></p>
c.	$\Delta p = m v_8 - m v_0$ <p>Răspuns: <math>\Delta p = -0,3 \text{ kgm} / \text{s}</math></p>
II.2.a.	<p>Conservarea energiei mecanice</p> <p>La desprindere <math>N = 0</math>, <math>F_{cp} = mg \cos \alpha</math></p> $\cos \alpha = \frac{h_0}{R}$ <p>Răspuns: <math>E_p = \frac{5mgR}{3}</math></p>
b.	<p>principiul al II-lea: <math>\begin{cases} \vec{R} = 0 \\ \vec{R} = \vec{G}_n + \vec{N} + \vec{F}_{cfi} \end{cases}</math></p> <p>condiția de desprindere: <math>N = 0</math></p> $G_n = mg \cos \alpha$ $F_{cfi} = m v_2^2 / R$ $m v_2^2 / 2 = mgR(1 - \cos \alpha)$ <p>Răspuns: <math>v_2 = \sqrt{2Rg/3}</math></p>
c.	$F_t = 0 \Rightarrow E_i = E_f$ $E_i = mg2R$ , $E_f = m v_3^2 / 2$ <p>Răspuns: <math>v_3 = 2\sqrt{gR}</math></p>



## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$v_0 = 20 \text{ m/s}$ La înălțimea maximă $v = 0$ , $t = t_u$ Răspuns: $t_u = 2 \text{ s}$
b.	Viteza după prima ciocnire este $v_1 = 10 \text{ m/s}$ $h_{\max 1} = \frac{v_1^2}{2g}$ Răspuns: $h_{\max 1} = 5 \text{ m}$
c.	Înainte de a doua ciocnire viteza este $v_1 = -10 \text{ m/s}$ După a doua ciocnire viteza este $v_2 = 5 \text{ m/s}$ $\vec{\Delta p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ $\vec{\Delta p} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$ $\Delta p = mv_2 + m v_1 $ Răspuns: $\Delta p = 0,75 \text{ N} \cdot \text{s}$
II.2.a.	$G = F_e$ $m_0 g = kx_0$ Răspuns: $k = 500 \text{ N/m}$
b.	Legea conservării impulsului $0 = m_1 v_1 - m_2 v_2$ Legea conservării energiei $\frac{k(\ell - \ell_1)^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$ $v_2 = (\ell - \ell_1) \sqrt{\frac{k}{4m_1 + m_2}}$ $v_1 = 2 \cdot v_2$ Răspuns: $v_1 = 3,26 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ; $v_2 = 1,63 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
c.	$E_p = \frac{k(\ell - \ell_1)^2}{2}$ Răspuns: $E_p = 1,6 \text{ J}$

Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii

Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

Varianta 86

### A. Mecanică

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II. 1. a.	$v_m = \frac{S}{\Delta t}$ $S =   \text{Aria } 0-5s   = 2 \cdot 2 + \frac{2 \cdot 1}{2} + \frac{1 \cdot 0,5}{2} + 1 \cdot 0,5 + \frac{1 \cdot 1}{2} = 6,5m$ <p>Răspuns: <math>v_m = 1,5 m/s</math></p>
b.	Reprezentarea corectă a(t), câte un punct pentru fiecare regiune a graficului și un punct pentru etalonarea corectă a axelor.
c.	<p>Teorema de variație a <math>E_c</math></p> <p>Răspuns: <math>L = -15 J</math></p>
II. 2. a.	<p>Ecuția lui Galilei: <math>v_1^2 = v_0^2 + 2ad</math></p> <p>Unde <math>a = -\mu g \Rightarrow</math></p> <p>Răspuns: <math>v_1 = 1 m/s</math></p>
b.	<p>Conservarea impulsului total și a energiei mecanice</p> $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2 \text{ si } m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2^2 \Rightarrow v_2 = 2 \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 0,5 m/s$ <p>Răspuns: <math>v_2 = 0,5 m/s</math></p>
c.	<p>Legea conservării energiei pentru bilă</p> $\frac{m_2 v_2^2}{2} = m_2 g l (1 - \cos \alpha)$ $\Rightarrow \cos \alpha = 1 - \frac{v_2^2}{2 g l} \cong 0,98$ <p><math>\sin \alpha \approx 0,2</math></p> <p>Răspuns: <math>\alpha \cong \arcsin 0,2</math></p>

**Subiectul A. MECANICĂ**

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	<p>aplicarea principiului fundamental</p> $a = \frac{g(m_1 - m_2 \sin \alpha - \mu m_2 \cos \alpha)}{m_1 + m_2}$ $T = m_1(g - a)$ <p>Răspuns: <math>T = 1,2N</math></p>
b.	<p><math>a_1 = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)</math></p> <p>legea vitezei <math>v = at</math></p> <p>ecuația lui Galilei <math>d = v^2 / 2a_1</math></p> <p>Răspuns: <math>d = 3m</math></p>
c.	<p>aplicarea principiului fundamental la echilibru cu masa maximă</p> $m_{1\max} = m_2(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$ <p>aplicarea principiului fundamental la echilibru cu masa minimă</p> $m_{1\min} = m_2(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ <p>Răspuns: <math>m_1 \in [40, 60]g</math></p>
II.2.a.	<p>conservarea energiei mecanice</p> $v = \sqrt{2gh}$ <p>Răspuns: <math>v = 3,16 m/s \cong \sqrt{10}m/s</math></p>
b.	<p><math>N = m(v_B^2 - Rg)/R</math></p> $v_B = \sqrt{2g(h - 2R)}$ <p>Răspuns: <math>N = 5N</math></p>
c.	<p>condiția limită de descriere a buclei <math>G = F_{cf}</math></p> $v_B' = \sqrt{gR}$ <p>Conservarea energiei mecanice</p> $h_1 = \frac{5R}{2}$ <p>Răspuns: <math>h_1 = 25cm</math></p>

Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii

Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

Varianta 88

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1. a.	<p>Răspuns: <math>\begin{cases} x_{01} = 10\text{m} \\ x_{02} = -10\text{m} \end{cases}</math></p> <p><math>d =  x_{02} - x_{01} </math></p> <p>Răspuns: <math>d = 20\text{m}</math></p> <p><math>v_{01} = 2\text{ m/s}</math> și <math>v_{02} = 2\text{ m/s}</math></p>
b.	<p>Condiția de întâlnire <math>x_1 = x_2 \Rightarrow 10 + 2t = -10 + 2t + 5t^2</math></p> <p>Răspuns: <math>t = 2\text{s}</math></p>
c.	<p>Răspuns: <math>Q = \frac{1}{2} \mu_r v_r^2</math>,</p> <p>Răspuns: <math>Q = -50\text{ J}</math></p>
2. a	<p><math>F \leq F_f</math></p> <p><math>F = F_f = \mu mg</math></p> <p>Răspuns: <math>\Delta t = 2,5\text{s}</math></p>
b	<p><math>\Delta p = A_{\text{subgratic}}</math></p> <p><math>\Delta p = mv - mv_0 \Rightarrow v = \frac{A_{\text{subgratic}}}{m}</math></p> <p>Răspuns: <math>v = 68,75\text{ m/s}</math></p>
c	<p>După primele 5 s <math>v_0 = 18,75\text{ m/s}</math></p> <p><math>v^2 = v_0^2 + 2as \Rightarrow s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow s = 218,75\text{m}</math></p> <p><math>L = F \cdot s</math>, unde <math>F = 10\text{N}</math></p> <p>Răspuns: <math>L = 2187,5\text{J}</math></p>



Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii

Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

♦ Sunt obligatorii toți itemii din două arii tematice dintre cele patru prevăzute în programă, adică: A.MECANICĂ, B.ELECTRICITATE ȘI MAGNETISM, C. ELEMENTE DE TERMODINAMICĂ ȘI FIZICĂ MOLECULARĂ, D. OPTICĂ

♦Se acordă 10 puncte din oficiu.

♦Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Varianta 89

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. item	Soluție / rezolvare
II. 1.a.	ecuațiile principiului doi ambele corpuri Răspuns: $a = 2,5 m/s^2$
b.	ecuația vitezei în mișcarea uniform variată expresia energiei cinetice Răspuns: $E_{C2} = 150J$
c.	$L = Fd \cos \alpha$ $d = \frac{at^2}{2}$ $L_{Ff} = -\mu m_1 g d$ Răspuns: $L_{Ff} = -200J$
II.2.a.	$a = -\mu g$ $d_1 = v_1 t - \frac{\mu g}{2} t^2$ și $d_2 = v_2 t - \frac{\mu g}{2} t^2$ Răspuns: $t = 2s$
b.	$v'_1 = v_1 - \mu g t$ și $v'_2 = v_2 - \mu g t$ Răspuns: $Q = -484J$
c.	distanța până la oprire Răspuns: $d_{op} = 6,25m$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$F_f = \mu N$ , $N = G_n = mg \cos \alpha$ Răspuns: $F_f \approx 17,2 N$
b.	$F = G_t + F_f$ $F = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$ Răspuns: $F \approx 67 N$
c.	$\eta = \frac{L_v}{L_c}$ $\eta = \frac{1}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha}$ Răspuns: $\eta = 74,6\%$
II.2.a.	$mv_o = (m + M)v'$ Răspuns: $v' = 1 m s^{-1}$
b.	$\frac{m + M}{2} v'^2 = (m + M)gh$ $\cos \alpha = \frac{\ell - h}{\ell} = 1 - \frac{h}{\ell} = 0,95$ Răspuns: $\alpha_{\max} = \arccos 0,95$
c.	$T_{\min} = (m + M)g \cos \alpha$ Răspuns: $T_{\min} = 0,95 N$

Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii

Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

Varianta 91

**Subiectul A. MECANICĂ**

Nr.item	Soluție / rezolvare
II. 1.a.	reprezentarea corectă a forțelor implicate:
b.	$F \geq F_f$ $F_f = \mu m_1 g$ Răspuns: $F_{\min} = 75 N$
c.	$F_f - T = 0$ $T = \mu m_1 g$ $T = 75 N$ Răspuns: $T < T_{\max}$ deci firul nu se rupe.
II.2.a.	$mg = k \Delta l; k = \frac{mg}{\Delta l}$ Răspuns: $k = 500 \frac{N}{m}$
b.	$l = l_0 + \Delta l \quad ; \quad T = k \Delta l \quad ; \quad T = m(g + a) \quad ;$ $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ determinarea din grafic $a_3 = -10 \frac{m}{s^2}$ Răspuns: $l_3 = 20 cm$
c.	Distanța străbătută de ascensor de la parter până la baza ultimului etaj conform reprezentării grafice propusă de enunț: $d = 90 m$ Răspuns: $n = 1 + \frac{d}{h_0}; n = 19$

**Subiectul A. MECANICĂ**

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$\vec{T} + \vec{F} + \vec{G} = \vec{0}$ $T \cos \alpha = mg \quad \Rightarrow \quad F = mg \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $T \sin \alpha = F$ <p>Răspuns: <math>F = \frac{\sqrt{3}}{2} N</math></p>
b.	$T = \sqrt{F^2 + G^2} = \sqrt{G^2 (tg^2 \alpha + 1)}$ $T = G \sqrt{tg^2 \alpha + 1}$ <p>Răspuns: <math>T = 1N</math></p>
c.	$\frac{m \cdot v^2}{2} = m \cdot g \cdot l(1 - \cos \alpha)$ $v = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$ <p>Răspuns: <math>v = \sqrt{2} \text{ m/s}</math></p>
II.2.a.	$E_{c1} = \frac{m_1 v_1^2}{2}$ $E_{c2} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$ <p>Răspuns: <math>E_{c1} = 160J</math>; <math>E_{c2} = \frac{375}{2} J</math></p>
b.	$(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ $v = \sqrt{\frac{p_1^2 + p_2^2}{(m_1 + m_2)^2}} ;$ $tg \alpha = \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1}$ <p>Răspuns: <math>v = 3,13m / s</math>; <math>tg \alpha = \frac{15}{16}</math></p>
c.	$Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\vec{v}_r)^2 \quad \Leftrightarrow \quad Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1^2 + v_2^2)$ <p>Răspuns: <math>Q = 175,7J</math></p>

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție/ rezolvare
II.1.a.	$v_m = v / 2$ $d = v_m \cdot t$ Răspuns: $t = 10s$
b.	$a = v^2 / 2d$ $Ma = F_t - F_r$ Răspuns: $F_t = 50N$
c.	$L = \vec{F} \cdot \vec{d}$ $L_r = -F_r d$ Răspuns: $L_r = -250J$
II.2.a.	$m_1 v_1 = m_2 v_2$ Răspuns: $v_1 = 0,2m / s$
b.	$\Delta E_{c1} = L_f$ $\Delta E_{c1} = -m_1 v_1^2 / 2$ $L_f = -\mu m_1 g d$ Răspuns: $d = 0,2m$
c.	$L = E_{c1} + E_{c2}$ $E_{c1} = m_1 v_1^2 / 2$ $E_{c1} = m_2 v_2^2 / 2$ Răspuns: $L = 25,2J$

Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii

Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

Varianta 94

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1. a.	$a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ $v = \sqrt{2a_1 \frac{h}{\sin \alpha}}$ Răspuns: $v = 20 \text{ m/s}$
b.	$a_2 = -\mu g$ Răspuns: $d = \frac{v^2}{2a_2} = 40\sqrt{3} \text{ m}$
c.	$L_f = -mgh = -32 \text{ kJ}$
2. a	Lansarea bilei se face când sfoara este orizontală și vectorul viteză orientat în sus
b	$v_0 = \omega l = 2\pi \nu l = 4\pi \text{ m/s}$ Răspuns: $h_{\max} = h + \frac{v_0^2}{2g} = 9 \text{ m}$
c	$t_u = \frac{v_0}{g}$ $t_c = \sqrt{\frac{2h_{\max}}{g}}$ Răspuns: $T = t_u + t_c = 3,59 \text{ s}$

Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii  
Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

Varianta 95

Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	<p>acelerația de frânare</p> $a = -\frac{v_0^2}{2a}$ <p>Răspuns: <math>a = -1 \frac{m}{s^2}</math></p>
b.	<p><math>F_f = ma</math></p> <p>Răspuns: <math>F_f = -5kN</math></p>
c.	<p><math>t = -\frac{v_0}{a}</math></p> <p>Răspuns: <math>t = 10s</math></p>
II.2.a.	<p><math>a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)</math></p> <p>Răspuns: <math>a = 2,5 \frac{m}{s^2}</math></p>
b.	<p><math>\Delta E_c = m a l</math></p> <p>rezultat final <math>\Delta E_c = 15J</math></p>
c.	<p><math>\mu' = \tan \alpha</math></p> <p>Răspuns: <math>\mu' = 0,58</math></p>

Proba E: Specializarea : matematică –informatică, științe ale naturii

Proba F: Profil: tehnic – toate specializările

Varianta 96

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție/ rezolvare
I. 1. a.	$mv = (m + m')v'$ Răspuns: $v' = 2m/s$
b.	Pentru $a = -\mu g$ $0 = v'^2 - 2\mu \cdot g \cdot d_0$ Răspuns: $d_0 = 5m$
c.	Pentru $L_f = \frac{1}{2}(m + m')v'^2$ Răspuns: $L_f = -100 J$
2. a	$h_1 = v_r \cdot t_1 = 2000m$ $t_2 = \frac{v_r}{g} = 5s$ $0 = v_r^2 - 2gh_2 \Rightarrow h_2 = \frac{v_r^2}{2g} = 125m$ $H_{max} = h_1 + h_2$ Răspuns: $H_{max} = 2125m$
b	În coborâre $h_3 = \frac{gt_3^2}{2} = 45m$ $v_3 = gt_3$ și $a_4 = \frac{v_4 - v_3}{t_4}$ $mg - T = ma_4 \Rightarrow T = m \left( g - \frac{v_4 - v_3}{t_4} \right)$ Răspuns: $T = 33N$
c	$h_4 = v_3 t_4 + \frac{a_4 t_4^2}{2} \Rightarrow h_4 = 68m$ $h_5 = H_{max} - (h_3 + h_4) = 2012m$ Răspuns: $T_{tot} = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = 555s$



## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$0 = v_0^2 + 2ad$ Răspuns: $a = -1m/s^2$
b.	$F_f = m a $ $L_f = -F_f d$ Răspuns: $L_f = -18MJ$
c.	reprezentarea corectă și completă a vitezei trenului în funcție de timp
II.2.a.	$m \cdot a_u = -G_t - F_f \quad F_f = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$ $a_u = -g(\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha)$ $0 = v_0^2 + 2 \cdot a_u \cdot d$ Răspuns: $d \cong 8,52m$
b.	$m \cdot a_c = G_t - F_f$ $a_c = g(\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)$ Răspuns: $a_c \cong 4,13m/s^2$
c.	$L_G = 0$ ( $G$ - forță conservativă) $L_{Ff} = -2 \cdot d \cdot F_f$ Răspuns: $L_{Ff} = 10,16J$

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$E_p = mgh$ $h \in [H, 0]$ reprezentare corectă
b.	$H = \frac{1}{2}gt^2$ $d = vt$ $d = v\sqrt{\frac{2H}{g}}$ Răspuns: $d = 240m$
c.	legea conservării energiei mecanice sau teorema de variație a energiei cinetice $v' = \sqrt{v^2 + 2gH}$ Răspuns: $v' = 85,44 \frac{m}{s}$ .
II.2.a.	$T = k\Delta l$ $k = \frac{1}{\Delta l} \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} (1 + \cos \alpha (tg \alpha + \mu))$ Răspuns: $k = 980 \frac{N}{m}$
b.	$a = g \frac{m_2 - m_1 \cos \alpha (tg \alpha + \mu)}{m_1 + m_2}$ Răspuns: $a = 2,65 \frac{m}{s^2}$
c.	$\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p$ $\Delta E_c = L_{cons.} + L_{necons.}$ , respectiv $\Delta E_p = -L_{cons.}$ , deci $\Delta E = L_{necons.} = L_{F_f}$ $\Delta E = -\mu m_1 g d \cos \alpha$ cu $d = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$ ; Rezultat final: $\Delta E = -13,25J$

## Subiectul A. MECANICA

Nr. item	Soluție / rezolvare
II. 1. a	$E_c = \frac{mv_1^2}{2}$ $v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\sin \alpha} (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$ <p>Rezultat: <math>E_c = 49,56 \text{ J}</math></p>
b.	<p>Legea conservării impulsului</p> $v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$ <p>Rezultat: <math>v = 2,81 \text{ m/s}</math></p>
c.	<p>Tensiunea în fir este maximă în poziția verticală</p> $T = (m_1 + m_2) \left( g + \frac{v^2}{l} \right)$ <p>Rezultat: <math>T = 69,74 \text{ N}</math></p>
II. 2. a.	$T = t_1 + t_2$ $T = \sqrt{\frac{2l_1}{g \sin \alpha_1}} + \frac{\sqrt{2gl_1 \sin \alpha_1}}{g \sin \alpha_2}$ <p>Rezultat: <math>T = 60 \text{ s}</math></p>
b.	$L = l_1 + l_2$ $l_2 = \frac{2gl_1 \sin \alpha_1}{2g \sin \alpha_2}$ <p>Rezultat: <math>L = 600 \text{ m}</math></p>
c.	$E = mgh = mgl_2 \sin \alpha_2$ <p>Rezultat: <math>E = 14 \text{ KJ}</math></p>

## Subiectul A. MECANICĂ

Nr. Item	Soluție / rezolvare
II.1.a.	$a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ $a_2 = -\mu g$ <p>Răspuns: <math>a_1 = 2,5 \text{ m/s}^2</math>; <math>a_2 = -2,9 \text{ m/s}^2</math></p>
b.	$v^2 = 2a_1 \frac{h}{\sin \alpha}$ $v^2 = -2a_2 x$ $x = -\frac{a_1}{a_2} \frac{h}{\sin \alpha}$ <p>Răspuns: <math>x = 1,73 \text{ m}</math></p>
c.	$L = -\mu mg \left( \cos \alpha \frac{h}{\sin \alpha} + d \right)$ <p>Răspuns: <math>L = -10 \text{ J}</math></p>
II.2.a.	$T_{\max} = mg + \frac{mv^2}{l}$ $v^2 = 2gl(1 - \cos \alpha)$ <p>Răspuns: <math>T_{\max} = mg(3 - 2 \cos \alpha)</math></p>
b.	$T = mg \cos \theta + \frac{mv'^2}{l}$ $\frac{mv'^2}{2} + mgl(1 - \cos \theta) = mgl(1 - \cos \alpha)$ <p>Răspuns: <math>T = mg(3 \cos \theta - 2 \cos \alpha)</math></p>
c.	$L = Gh \cos \pi$ $h = l(1 - \cos \alpha)$ <p>Răspuns: <math>L = -mgl(1 - \cos \alpha)</math></p>