

基于有限集统计学的多目标跟踪算法研究

摘要

多目标跟踪是根据传感器探测到的、由多个运动目标和环境噪声产生的量测序列，来估计多个目标运动状态和目标数目的目标跟踪方法。多目标跟踪方法可以分成两个方面的内容：基于数据关联的多目标跟踪方法、基于有限集统计学(Finite-Set Statistics:FISST)的多目标跟踪方法。基于数据关联的多目标跟踪方法也称为间接目标跟踪方法，基于 FISST 的多目标跟踪方法也称为直接目标跟踪方法。基于数据关联的多目标跟踪方法是单目标跟踪方法的直观推广。而基于 FISST 的多目标跟踪方法是近年来发展起来、有别于传统多目标跟踪方法的一种有着坚实数学基础的多目标跟踪方法，近年来为广大研究者所重视，得到了快速的发展和广泛认同。这种多目标跟踪方法更能反映出目标跟踪的数学本质，并改变了人们对多目标跟踪问题的传统认识。基于 FISST 的多目标跟踪方法能够成功地有效处理传统多目标跟踪方法中出现的一些问题，并且其计算复杂度相比传统的多目标跟踪方法要小得多。因此，我们要对基于 FISST 的多目标跟踪方法对未来多目标跟踪技术发展的影响有充分的认识。

本文的主要研究内容包括以下两方面：1) 基于 FISST 的多目标跟踪方法，研究有效处理传统多目标跟踪方法中仍然得不到很好有效处理的多传感器多目标被动定位跟踪问题；2) 研究有效处理基于 FISST 多目标跟踪方法中仍然存在的三个问题的方法。主要研究成果如下：

1. 基于序贯 Probability Hypothesis Density (PHD) 滤波器的多传感器多目标被动定位算

法。多传感器多目标被动定位问题是一个被广泛研究的问题。采用传统方法处理这一问题的关键问题是数据关联。数学上，可以用多维分配准确地描述多传感器多目标被动定位的数据关联问题。但是，当分配的维数大于等于 3 时，处理多维分配的计算复杂度为 NP Hard。另外，在密集杂波环境下，采用传统方法处理多传感器多目标被动定位问题也得不到令人满意的结果。基于序贯 PHD 滤波器，本文给出了两种处理多传感器多目标被动定位的方法。一种是传感器被成对使用，另外一种是传感器被分别独立使用。仿真表明，在密集杂波环境下，采用序贯 PHD 滤波器的多传感器多目标被动定位方法的性能指标 Wasserstein Distance (WD) 优于基于多维分配的多目标被动定位方法。并且，相比基于多维分配的多目标被动定位方法，其计算复杂度要小的多。

2. 带有椭球门限的高斯混合 Cardinalized PHD(GM-CPHD) 滤波器。与 PHD 滤波器不同，CPHD 滤波器在传递 PHD 函数的同时也传递目标数目分布的概率密度函数，使得对多目标状态的估计更加精确。CPHD 滤波器的这种优势是用更大的计算复杂度获得的。在 CPHD 滤波器计算精度损失不大的情况下，降低 CPHD 滤波器的计算量是一个有着工程应用价值、值得研究的问题。本文提出了采用椭球门限来降低量测集合中量测的数目，从而达到降低 CPHD 计算量目的的方法，并在仿真中讨论了采用椭球门限时应该注意的问题。仿真表明，采用椭球门限 GM-CPHD 滤波器的计算量得到了有效地降低，并且其性能损失并不明显。

3. 新出现目标强度函数未知的 GM-PHD 滤波器。在实现 PHD 滤波器或 CPHD 滤波器时，先前方法一般都假设新出现目标的强度函数已知。而在大多数实际的应用中，这一假设并不能得到满足。仿真表明，当新出现目标的强度函数未知时，PHD 滤波器可能会检测不到新出现的目标。本文给出了 GM-PHD (Gaussian Mixture PHD) 滤波器的一种

矩阵表达形式。这种 GM-PHD 滤波器的矩阵表达形式只是 GM-PHD 滤波器的另外一种表达形式，并没有改变 GM-PHD 滤波器的内容。但是，这种形式能清楚地描述出当前周期得到的高斯分量和上个周期保留高斯分量的关系，以及当前周期得到的高斯分量和传感器量测之间的关系。基于这种矩阵形式，在高斯分量修剪过程中，对应于每一个量测都至少保留一个高斯分量到下个更新周期。这样就能使 GM-PHD 滤波器在新出现目标强度函数未知的情况下，检测到新出现的目标。

4. 多传感器 GM-PHD 滤波器。单传感器的 PHD 滤波器在基于 FISST 多目标跟踪方法中有着非常重要的地位。但是，构建理论上严格的多传感器 PHD 滤波器并非易事。即使存在，其形式也非常复杂，没有实际应用的价值。R. Mahler 给出了一种多传感器序贯 PHD 滤波器，但是这种滤波器要求多个传感器的探测区域一致，至少要求被跟踪的目标位于多个传感器探测区域的交集部分。基于 GM-PHD 滤波器的矩阵表达形式，本文构建了一种多传感器 GM-PHD 滤波器。这种滤波器能在多个传感器的观测区域不一致的情况下使用。并且，当传感器的探测概率较低，和多个传感器的探测区域一致时，它仍然优于序贯 PHD 滤波器。

关键词：多目标跟踪，数据关联，有限集统计学，概率假设密度函数，S-D 分配，高斯混合滤波器。

FINITE-SET STATISTICS BASED MULTIPLE TARGET TRACKING

ABSTRACT

Multitarget tracking is a class of dynamic state estimation problems based on a sequence of measurement, in which the entity of interest is a finite set that is random in the number of elements as well as the values of individual elements. There are two types of multitarget tracking approaches. One is multitarget tracking based on data association, and other is multitarget tracking based on Finite Set Statistics (FISST). In the Random Finite Set (RFS) formulation for multitarget tracking, multitarget state and multitarget measurement are naturally modeled by random finite sets. So, the mathematical tools provided by FISST can be used to extend the Bayesian inference to multitarget tracking problem. Compared with the traditional association-based multilarget tracking approaches, the difficulties caused by data association are avoided. Though the multitarget tracking approach based on FISST was introduced a decade ago, and theoretically solid, the multitarget Bayes recursion proposed by R. Mahler is intractable in most practical applications and abandoned by many tracking researchers. The appearance of Probability Hypothesis Density (PHD) filter and its Gaussian Mixture implementation make things significant, and the gap between

engineering and theory of FISST becomes trivial.

In this dissertation, based on FISST for multitarget tracking, several problems of multitarget tracking are studied. The main contributions of the work are summarized as follows:

1. The localization of multiple emitters from passive angle measurements is a widely investigated problem. Traditionally, the central problem of state estimation for multiple targets by multiple passive sensors is data association. Mathematically, the formulation of the data association problem leads to a generalization of S-dimensional (S-D) assignment problem. Unfortunately, the complexity of solving the S-D assignment problem for $S \geq 3$ is NP hard. Additionally, it can not give satisfactory results in a dense clutter environment. In this dissertation, the sequential PHD filter using passive sensors in two different manners for localization of multiple emitters is introduced. Simulation results show that the sequential PHD filter can achieve better performance and smaller computational complexity than the method based on S-D assignment programming in a dense clutter environment.
2. The Cardinaized PHD (CPHD) filter differs from the PHD filter in that, in addition to the PHD, it propagates the entire probability distribution on target number. It provides more accurate estimate of target number than the PHD filter, and hence also of the states of the targets. This additional capability comes at the price of greater computational complexity. The computational cost of CPHD can

be reduced by means of reducing the cardinality of measurement set. In this dissertation, a new method of reducing the computational cost of the Gaussian Mixture CPHD (GM-CPHD) filter is proposed by incorporating the elliptical gating. Computer simulation results show that the computational cost of the proposed method is reduced and that the tracking performance loss incurred is not significant.

3. The intensity of birth RFS is assumed known beforehand when the PHD filter and CPHD filter are used to demonstrate their behavior in many literatures. In fact, the intensity of birth RFS is not known beforehand in many practical applications. Simulations show that new birth targets can not be detected by the GM-PHD filter without using the intensity of birth RFS. In this dissertation, a matrix reformulation of the GM-PHD filter is introduced, and a revised Gaussian component pruning method based on the matrix reformulation of the GM-PHD filter is proposed. Simulation results show that those new birth targets can be detected, if the revised Gaussian component method is employed by the GM-PHD filter without using the intensity of birth RFS. Furthermore, the performance loss incurred is not significant.

4. The PHD filter is a more tractable alternative to the optimal multitarget Bayes recursion. However, the generalization of the PHD filter to multisensor case is too complicated to be of practical use. A sequential PHD filter proposed by Mahler can only be used when all those targets lie in the intersection part of the

surveillance regions of those sensors. In this dissertation, a new multisensor GM-PHD filter is constructed based on the matrix reformulation. Simulation results show it can be used in some applications when the sequential GM-PHD filter fails. In addition, it outperforms the sequential GM-PHD filter when those sensors have poor detection probabilities, even though the surveillance regions of those sensors are same.

Key Words: Multitarget Tracking, Data association, Finite Set Statistics, Probability Hypothesis Density, S-D assignment, Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density Filter.

目 录

摘要.....	I
ABSTRACT.....	V
第一章 绪 论.....	1
1. 1 研究背景及意义.....	1
1. 1. 1 随机集理论的发展.....	1
1. 1. 2 目标跟踪的背景.....	1
1. 1. 2 多目标跟踪的意义.....	3
1. 2 传统目标跟踪方法.....	4
1. 2. 1 目标运动模型.....	4
1. 2. 2 数据关联.....	4
1. 2. 3 目标轨迹起始、维持与终结.....	5
1. 3 基于 FISST 的多目标跟踪方法.....	6
1. 3. 1 基于 FISST 多目标跟踪方法的发展概要.....	6
1. 3. 2 多目标跟踪滤波器性能评价指标.....	8
1. 3. 3 基于 FISST 多目标跟踪方法中有待解决的问题.....	10
1. 4 论文的创新点和结构安排.....	10
1. 4. 1 论文创新点.....	10
1. 4. 2 论文结构安排.....	12
第二章 基于有限集统计学的目标跟踪方法.....	13
2. 1 引言.....	13
2. 2 事件空间.....	13
2. 3 信任测度.....	14
2. 3. 1 集值函数的微分.....	14
2. 3. 2 集值函数的积分.....	15
2. 4 基于 FISST 的 BAYES 递推公式.....	16
2. 5 概率假设密度函数滤波器.....	18
2. 6 带有势分布的 PHD 滤波器.....	23
2. 7 本章小结.....	28
第三章 基于序贯 PHD 滤波器的多传感器多目标被动定位研究.....	29
3. 1 引言.....	29
3. 2 多传感器多目标被动定位问题的介绍.....	29
3. 3 多维分配计算复杂度的简单分析.....	31
3. 4 序贯 PHD 滤波器.....	33
3. 5 基于序贯 PHD 滤波器的多传感器多目标被动定位.....	34
3. 5. 1 传感器被成对使用.....	34

3.5.2 传感器被分别独立使用.....	36
3.6 仿真研究.....	37
3.7 本章小结.....	43
第四章 应用椭球门限的 GM-CPHD 滤波器.....	44
4.1 引言.....	44
4.2 GM-CPHD 滤波器.....	44
4.3 算法描述.....	47
4.4 仿真研究.....	50
4.4.1 线性 GM-CPHD 滤波器仿真.....	50
4.4.2 非线性 GM-CPHD 滤波器仿真.....	58
4.5 本章小结.....	60
第五章 新出现目标强度函数未知的 GM-PHD 滤波器.....	61
5.1 引言.....	61
5.2 GM-PHD 滤波器的矩阵表达形式.....	61
5.3 简化的高斯分量修剪方法.....	65
5.4 新出现目标强度函数未知 GM-PHD 滤波器的高斯分量修剪方法.....	66
5.5 仿真研究.....	68
5.5.1 仿真例 1.....	69
5.5.2 仿真例 2.....	71
5.6 本章小结.....	75
第六章 多传感器 GM-PHD 滤波器.....	77
6.1 引言.....	77
6.2 序贯 PHD 滤波器.....	77
6.3 多传感器 GM-PHD 滤波器.....	79
6.4 多传感器 GM-PHD 滤波器的高斯分量合并方法.....	81
6.5 仿真研究.....	87
6.6 本章小结.....	95
第七章 总结与展望.....	96
7.1 论文工作总结.....	96
7.2 研究展望.....	97
附录.....	100
附录 A 序贯 PHD 滤波器的重新推导.....	100
附录 B 跟踪单个目标的 PHD 滤波器.....	103
附录 C 需要了解的一些数学基本概念.....	107
C.1 说明.....	107
C.2 古典概率的公理化体系.....	107
C.3 现代概率论的基础概念.....	108
C.4 随机集.....	112

C. 5 随机闭集.....	113
C. 6 有限随机集.....	114
参考文献.....	115
致 谢.....	128
攻读博士学位期间发表和完成的学术论文.....	129
攻读博士学位期间参加的主要科研项目.....	130

第一章 绪 论

1.1 研究背景及意义

1.1.1 随机集理论的发展

随机集是数学研究的一个分支，已经得到了 30 多年的发展。随机集最先出现在经济学和控制学领域。1965 年，R. J. Aumann^[1]最先介绍了集值映射并定义了集值函数的积分。1973 年，D. G. Kendall^[2]提出了随机集理论的基础性内容，即可测闭集的映射。随后 G. Matheron^[3]继续这方面的研究，推广了随机集的应用范围。张文修^[4]先生是国内最早开始随机集理论和应用研究的学者，推动了随机集理论的发展。后来 L.C. Jang^{[5][6][7]} 定义了集值函数的 Choquet 积分，并讨论了这一积分的性质。其他有关的文献还有^{[8][9]}等。 随机集所有这些研究的内容为 FISST 奠定了坚实的数学基础。后来 R. Mahler 等应用随机集理论来处理信息融合的问题^{[10][14]}，其中多目标跟踪部分的内容得到了充分的发展，并受到广大目标跟踪研究者和其他领域研究者的广泛关注。

1.1.2 目标跟踪的背景

无论在军事或民用方面，目标跟踪技术都有着十分广泛的应用。如空中预警，海洋监测，战场监视，以及空中交通管制等，都离不开目标跟踪技术。随着探测目标各种类型传感器的出现，带有数据融合的目标跟踪方法也在逐步向前发展，使得人们对目标跟踪问题的数学本质有了更加深刻的认识。一直以来，目标跟踪是许多发达国家密切关注的问题。其中研究的重点和难点主要集中在多目标跟踪上。多目标跟踪的难点主要集中在以下两个方面：1) 目标的数目在不断变化；2) 由传感器得到的量测并不都是来源于目标，还包括随机杂波和蓄意干扰。在过去的几十年，多目标跟踪问题主要沿着人们直观，但在方法上间接的方式发展，也就是我们经常使用的传统的基于数据关联的多目标跟踪方法。这种多目标跟踪间接实现的方法把多目标跟踪问题分解成几个子问题分别处理^{[15][23]}，然后把这些子问题合并在一起处理多目标跟踪问题。这几个子问题分别为：

1. 单个目标的跟踪，就是根据传感器提供的量测集合，估计单个目标的运动状态；
2. 单个目标的特征融合，也就是根据传感器提供的量测集合判断目标的类型；

3. 数据关联，也就是判断传感器量测集合中哪个量测被用来更新目标的状态；
4. 目标轨迹的起始、维持与终结，根据传感器提供的量测集合，估计观测区域内目标的数目。

这种把多目标跟踪问题分解成若干个子问题的方法，一直以来被作为处理目标跟踪问题的标准方法，并且得到人们的广泛认同。原因是这种方法符合人们处理复杂问题的逻辑，即把一个复杂问题分成若干个子问题分别处理，并且人们对处理上面提到的各个子问题的方法非常熟悉。但是在工程应用上，把上面提到的处理各个子问题的方法合并在一起处理复杂环境下的多目标跟踪问题并非易事 [15]-[18]。其中难点问题出现在数据关联上，所谓数据关联就是给每个目标分配传感器的量测 [15]。文献 [15]-[22] 中有各种数据关联方法的详细介绍。单个目标跟踪的数据关联实现起来比较简单，但当跟踪多个目标时，数据关联就显得非常困难。在过去的几十年里出现的几种有代表性的数据关联方法分别为概率数据关联 [15]-[17]-[19]-[24]-[27]，其中包括 PDA 和 JPDA（联合概率数据关联）；多假设数据关联（MHT） [15]-[16]-[19]-[28]-[32]-[139]；轨迹分裂法 [15]，和基于多维分配（S-D assignment）的数据关联 [13]-[33]-[41] 等其他方法。数据关联在中文文献 [22] 中也有比较详细的介绍。然而，JPDA 只能处理目标数目不发生变化的情况 [15]，并且标准 JPDA 的计算复杂度为 NP-hard [68]。MHT 也存在组合爆炸问题 [15]。基于多维分配的数据关联方法，当分配的维数大于等于 3，即 $S \geq 3$ 时，也是一个 NP-hard 问题 [16]。特别是用多维分配方法在二维平面内处理多传感器多目标被动定位问题时，由于“鬼点”的出现使得问题变得更为复杂 [33]。一直以来，人们认为，解决多目标跟踪问题的关键就是数据关联，如果数据关联不能有效地处理，多目标跟踪问题在传统方法的意义上就很难得到有效地处理 [15]-[19]-[26]。

对于多目标跟踪问题的认识，一些学者开始考虑数据关联和多目标跟踪问题的关系，是否数据关联在多目标跟踪过程中不可缺少，或是由于人们直观处理问题所引进的一个复杂的问题。近些年来，在工程师们习惯用传统的多目标跟踪方法处理实际问题的同时，基于有限集统计学（Finite-set statistics: FISST）的多传感器多目标跟踪方法 [10]-[13] 得到了快速的发展，取得了和工程实现非常接近的可喜成果 [65]-[68]-[152]。尽管基于 FISST 的多目标跟踪方法有着坚实的理论基础，并且这项技术 10 多年前就已经有比较系统的介绍，但是由于计算上太过复杂的原因，一直以来不被研究者和工程师们所重视 [41]。随着序贯 Monte Carlo 方法的应用和概率假设密度函数滤波器（Probability Hypothesis Density: PHD）的出现，这种有着很强理论基础的多目标跟踪方法的优越性逐渐显现出来，得到了学术界的广泛重视。其中 R. Mahler 在这项技术发展过程中做出了基础性的研究工作。他的主要贡献在文献 [10]-[13]-[42]-[56] 中有全面详细的介绍。另外一个必须要提到的学者为 B.-N. Vo，他在实现由 R. Mahler 提出的基于有限随机集的 Bayes 递推公式和后来的 PHD 滤波器方面做出了深入的研究，特别是高斯混合 PHD

(GM-PHD) 滤波器的出现，有效处理了基于 FISST 多目标跟踪方法上存在的计算问题，使得更多的目标跟踪方法研究者更容易接受和实现这项技术。他们研究团队的主要贡献为文献[61]-[81]。

可以看出，基于 FISST 的多目标跟踪方法是近年来发展起来、有别于传统多目标跟踪算法的一种有着坚实数学基础的多目标跟踪方法。这种技术更能反映出目标跟踪的数学本质，并改变了人们对目标跟踪方法的传统认识。基于 FISST 的多目标跟踪方法能够成功地处理传统多目标跟踪方法中出现的一些问题，并且其计算复杂度相比传统的多目标跟踪方法要小的多。因此，我们要对这项技术对未来多目标跟踪发展的影响有充分的认识。

基于 FISST 的多目标跟踪方法代表着目标跟踪发展的方向。这种方法成功地规避了数据关联所带来的困难和麻烦。多方面的研究表明，这种方法将很快运用到工程实际当中，被用来处理传统目标跟踪方法所不能有效处理的问题。这种方法之所以受到越来越多学者的注意，根本原因是其对多目标跟踪问题的有限随机集描述。这种描述道出了多目标跟踪的数学本质，所以能够取得更令人信服的结果。

另外，由于传统的多目标跟踪方法对人们的影响，加上基于 FISST 的多目标跟踪方法难以理解，并且存在计算上的困难，而且在开始的一段时间里也没有取得令人信服的结果，使得人们对基于 FISST 的目标跟踪方法有些难以接受。即使一部分学者认识到多目标跟踪用有限随机集描述更为自然，并且对得到的 Bayes 递推公式表示认同，但是这种理论上的突破并没有给实际的工程应用带来多大的变革。2005 年国际信息融合会议上文献[64]给出的 GM-PHD 滤波器，使得基于 FISST 的目标跟踪方法的强大功能得以充分展现。

现在，基于 FISST 的多目标跟踪方法受到越来越多学者们的注意，并得到了广泛的应用，如传感器管理[50][51][58]-[60]，多目标被动跟踪[41][69][70][106][107]，地面活动目标跟踪[108]，声纳图像处理[109]-[111]，机动目标跟踪[142]-[145]，等[146]-[150]其他方面的应用。从参考文献看，以 R. Mahler 为代表的，为数不多的学者一直在从事这方面的系统研究工作。其中 B-N. Vo 在基于 FISST 的多目标跟踪方法通往工程实现的道路上做出了突出的贡献[63]-[65]。

从已经发表的文献看，国内从事这方面研究的学者比较少。而这项技术必将在复杂环境下的多目标跟踪问题上取得革命性进展，这就迫切需要在国内开展广泛深入的基础理论和实际应用技术的学习和研究。

1. 1. 2 多目标跟踪的意义

从各个国家研究者的背景中不难看出，多目标跟踪主要是应用到军事领域。无论是和平时期或战

争年代，远程预警都显得非常重要。特别是空中预警飞机的出现，使得携带有精确制导武器飞机的空战模式发生了很大的变化。作战飞机为了提高生存能力，基本都携带电磁和光学干扰装备，使得多目标跟踪的难度加大。如果采用传统的多目标跟踪方法，当杂波密度增加，敌方电磁干扰严重时，数据关联将很难完成，雷达也将丧失目标跟踪能力。由于基于 FISST 的多目标跟踪方法没有使用数据关联，在杂波密度比较高时，其跟踪目标的能力基本没有损失，并且其计算复杂度和传统的方法相比要小的多，另外轨迹起始、维持与终结都是自然完成的，不需要单独列出，所以更容易工程实现。

PHD 滤波器一度被用来作为杂波去除器^{[98]-[101]}，可以看出，PHD 滤波器对于杂波密度的增加是不敏感的。这些都是现代复杂电磁环境下目标跟踪方法所必须的。其优越性在所给出的参考文献^{[65][68][72]} 中都有所表现。同时我们也可以看出，对多目标跟踪问题的研究也推动了 FISST 的发展，反过来，也使人们更进一步认识到多目标跟踪问题的本质。

从当前学者研究的方向可以看出，基于 FISST 的目标跟踪方法将在许多领域取代传统的多目标跟踪方法。并且在不断地扩展其应用的领域。基于 FISST 的目标跟踪方法必将在远程预警，预警飞机，天基雷达，多传感器多目标被动定位，声纳图像处理等领域发挥作用。

1.2 传统目标跟踪方法

传统的以数据关联为基础的多目标跟踪方法在过去的几十年中取得了很大的成就。即使当前发展的基于 FISST 的多目标跟踪方法有取代它的趋势，其在工程实践中也得到了成功地应用。这里对其进行简单的介绍。

1.2.1 目标运动模型

目标跟踪的基础为 Kalman 滤波器，而 Kalman 滤波器需要明确知道系统的状态运动方程。所以目标的运动模型是以 Kalman 滤波器为基础的目标跟踪方法的前提。比较常见的几个目标的运动模型为：匀速模型(CV)^{[22][23]}，匀加速模型(CA)^{[22][23]}，Singer 模型^[102]，当前统计模型^{[22][23][104]}和交互多模型(IMM)^{[103][105]}等。特别是交互多模型，相对其他目标运动模型，其比较适合跟踪机动目标跟踪^[105]。

1.2.2 数据关联

数据关联是传统目标跟踪方法的重点内容，也是传统目标跟踪方法的难点。直到现在也没有得到

有效的处理方法。各种数据关联算法都存在着难以克服的缺点。由于数据关联是传统方法的难点，近几年来出现了很多处理此问题的方法。比较常用和得到广泛认同的方法有：概率数据关联(PDA)^[15]，联合概率数据关联(JPDA)^[15]多假设数据关联(MHT)^[15]和基于多维分配方法(S-D assignment)的数据关联^[16]等。PDA 成功地处理了在杂波环境下单个目标的跟踪问题。以 PDA 为基础的 JPDA 虽然给出了在杂波环境下跟踪多个目标的方法，但是 JPDA 只适用于跟踪固定数目的多个目标，而且构建所有可能关联事件地问题是一个 NP hard 问题^[68]。关于 MHT 方法在杂波环境下跟踪多个目标的问题，在多个文献上已经有详细的介绍。其存在的主要问题为组合爆炸问题，即随着传感器扫描周期的增加，各种假设的数目呈指数增长^[15]。基于多维分配的数据关联给出了数据关联的广义定义，也道出了这类问题难以逾越的难点。这种方法应用到多目标跟踪问题上时，如果 $S \geq 3$ ，数据关联也是一个 NP hard 问题^[16]。虽然 R. Pattipati 等给出了一种处理多维分配的 Lagrangian 松弛方法^[16]，但是当传感器的数目较多，并且杂波密度较大时，巨大数目的候选关联将大大降低正确数据关联的概率，从而难以得到让人满意的目标状态估计结果。另外其计算量也相当大，难以工程应用。

1.2.3 目标轨迹起始、维持与终结

目标轨迹起始是一种建立新目标档案的决策方法。它主要包括三个方面：假定轨迹形成，轨迹初始化和轨迹确定^{[15][22]}。由于新的目标随时都有可能出现，所有新的目标轨迹起始和其他目标的跟踪是同时进行的。一般来讲，用不与已知目标轨迹相关的观测集合用来形成新的假定轨迹。一旦形成新的假定目标轨迹，就需要采用轨迹确定逻辑确认目标。常用的方法有 N 次扫描中出现 M ($N \geq M$) 次相关来确定跟踪起始的方法和基于目标后验概率的决策分析方法。其中采用“全邻”方法进行假定轨迹初始化仍是一个十分困难的问题^{[15][22]}。跟踪终结是跟踪起始的逆问题。当被跟踪的目标逃离跟踪区域或被摧毁时，就需要消除其轨迹档案。典型的跟踪终结方法有 N_D 次连续扫描丢失目标观测确定跟踪终结的方法和概率决策分析的方法等。我们可以看出，在杂波环境下的多目标跟踪过程中目标轨迹的起始、维持与终结时同时进行的。传统的多目标跟踪方法是把一个大问题分成几个子问题分别处理，其中数据关联和目标轨迹起始并没有得到真正意义上的有效处理。在工程应用上，把上面提到的处理各个子问题的方法合并在一起处理复杂环境下的多目标跟踪问题并非易事。

1.3 基于 FISST 的多目标跟踪方法

1.3.1 基于 FISST 多目标跟踪方法的发展概要

避开数据关联，直接估计目标运动状态的思想由来已久^[20]。传统方法虽说在处理多目标跟踪问题上仍然存在很多问题，但却成功地处理了单个目标的跟踪问题，这主要得益于在数学上已经存在，并为许多工程技术人员所熟悉，严格系统的统计学工具。直到近些年，多传感器多目标跟踪的统计学工具才被发现，尽管这种统计学工具(Point Process Theory^{[112][121]})已经存在了几十年。FISST 和 Point Process Theory 的关系文献^[46]有比较详细的介绍。FISST 可以直接把跟踪单目标的 Bayes 递推公式拓展到多目标跟踪问题。传统目标跟踪方法中的目标轨迹起始、维持与终结也被包括在 FISST 框架下的 Bayes 递推公式当中，而不用分别单独考虑。

单个目标的状态估计问题中经常使用的卡尔曼滤波，其实是 Bayes 递推公式当目标状态模型和观测模型都是线性高斯假设下的特例^[138]，所研究的变量是单个目标的状态即随机向量，观测也是随机向量或随机变量。也就是说，单个目标的状态估计问题可以归结为一个 Bayes 问题。现在我们重新总结多目标跟踪问题为：多目标跟踪问题的主要任务是在数据关联不能确定，传感器探测受到环境和内部热噪声随机干扰情况下，根据传感器的探测集合，估计多个目标状态的同时估计不断变化的目标数目。基于随机集理论的目标跟踪方法是一个新兴的有前景的多目标跟踪方法。相对于传统的非直接的多目标跟踪方法，数据关联在基于随机集理论的多目标跟踪方法中没有出现，这样就出现了直接估计多个目标状态的算法。在这种基于随机集理论的多目标跟踪方法的框架下，多目标的状态以随机集的形式出现，其中集合中元素的数目就是目标可能出现的数目，集合中的每一个元素代表一个目标的状态向量。同样源自传感器的观测也是以随机集的形式表示。这种基于 FISST 的多目标状态和多目标观测描述使得目标的出现、消失、传感器观测受到环境和内部热噪声的影响统一用随机集的形式给出。可以看出，用随机集来表述多目标跟踪问题就显得更加自然和直接。

随机集作为研究问题的随机量，如果对于这样的随机量也存在 Bayes 递推公式，那么多目标跟踪问题也可以像单目标跟踪问题一样归结为一个 Bayes 估计问题，这样就可以回避在传统方法中遇到数据关联。研究表明基于 FISST 的 Bayes 递推公式是存在的^{[10][14][42]}。

基于 FISST 的多目标跟踪 Bayes 递推公式仍然是一个相当新的概念。如果预先知道要跟踪目标的数目，最早做这方面的研究工作是 Washburn^[118]。当目标的数目需要和各个目标的状态同时估计时，

最早做这方面研究工作为 Miller, O’Sullivan, Srivastava, Lanterman 等^{[102][119][121]}。从参考文献可以看出 R. Mahler 是第一个在 FISST 的框架下系统处理离散状态方程情况的学者。Integrated PDA (IPDA)是一种把跟踪起始、维持终结结合在一起的一种单目标检测跟踪方法^[122]。Challa 等学者的研究表明 IPDA 可以很自然地从 FISST 的 Bayes 递推公式推导出来^[123]。由此可以看出 FISST 框架下多目标跟踪方法和传统目标跟踪方法在理论上是一致的。

但是跟踪多个目标时, 此 Bayes 递推公式中包括集合函数的积分^[46], 存在计算上的困难, 在很多实际的应用中几乎没有办法实现^[46]。2003 年, R. Mahler 在文献^[46]中提出了概率假设密度函数(PHD)滤波器。概率假设密度函数其实就是随机集多目标状态在其后验概率密度函数下的一阶矩。由于概率假设密度函数的积分是在单个目标运动的状态空间内进行, 其积分相对于直接使用多目标跟踪的 Bayes 递推公式要简单的多。即使是这样, 实现递推传递概率假设密度函数的多目标跟踪算法也比较困难。B.-N. Vo 给出了 PHD 滤波器的两种收敛实现^{[63][65][66][68][76][84]}, 即序贯 Monte Carlo PHD (SMC-PHD), 即粒子滤波的方法^{[57][61][63][76][81][84][85][86][89]}, 高斯混合的 PHD (GM-PHD)^{[64][68][73][82][83][86]}。特别是 GM-PHD 滤波器, 使得基于 FISST 的多目标跟踪方法向工程应用迈进了一大步。

序贯 Monte Carlo 方法的优点和粒子滤波的优点一样, 对付非线性、非高斯情况比较理想, 其缺点也和粒子滤波一样存在粒子退化的问题^{[90][93]}。另外, 序贯 Monte Carlo 实现的方法还存在峰值提取困难的问题^[63]。高斯混合的方法是一种使用起来比较方便的方法^{[64][68]}, 峰值提取在这种方法的模式下实现起来非常容易, 而且工程实现相对于粒子滤波方法要简单的多, 计算量也比较小, 计算复杂度为 $O(NM)$ ^{[46][49]}, 其中 N 为目标数目; M 为传感器探测集合中元素的数目。另外, GM-PHD 滤波器和 GM-CPHD 滤波器可以比较容易地扩展到非线性的情况, 即基于扩展卡尔曼滤波的 GM-PHD 和基于 UKF 的 GM-PHD^[65]。更重要是, GM-PHD 滤波器本身也具有目标轨迹生成的功能^{[49][72]}。

随着研究的深入, 有学者指出, 当传感器缺失真实目标的探测时, PHD 滤波器对目标数目的估计变得非常敏感^[94]。基于此, R. Mahler 提出了带有势分布的 PHD 滤波器(Cardinalized PHD:CPHD)^{[47][49]}。相比 PHD 滤波器, CPHD 滤波器在传递 PHD 函数的同时也传递目标数目的概率密度函数。因此对有限随机集状态的估计更加精确。CPHD 滤波器能取得这样好的结果是用更大计算复杂度换取的。CPHD 的计算复杂度^[151]为 $O(NM^3)$ ^{[48][49][68]} , 其中 N 为要跟踪目标的数目, M 为传感器量测的数目。

基于 FISST 的多目标跟踪方法需要的数学知识相对较多, 相对于传统目标跟踪方法, 比较难以理解。文献^[95]中给出了关于 PHD 滤波器 和 CPHD 滤波器的一种形象解释, 虽然这种解释在理论上并

不十分严格，但它能够帮助人们从另外一个侧面去理解这项技术。基于 Poisson point process 理论，文献[96][97]给出了 PHD 滤波器的另外一种严格的推导方式。这种推导方式相对于文献[46]给出的 PHD 推导方式，比较容易理解。

最近（2007 年）B-T. Vo, B-N. Vo, 和 A. Cantoni 的研究表明，GM-CPHD 的计算量相比 JPDAF 的多目标跟踪算法计算复杂度要小的多，并且能够得到更好的多目标跟踪结果^{[49][68]}。另外文献[49][72]指出 GM-PHD 滤波器本身也具有构筑目标轨迹的功能，并在仿真中指出，和 MHT 方法跟踪多个目标相比 GM-PHD 滤波器能够取得更好的结果，而且相比 MHT, GM-PHD 滤波器的计算复杂度要小的多。

但是 R. Mahler 给出的 PHD 和 CPHD 滤波器都是基于单个传感器的，并且指出，单个传感器的 PHD 滤波器很难扩展到多个传感器的情况。其中的困难 R. Mahler 也在他的研究文章^[46]中给出比较详细的介绍。另外 Streit 在文献[97]也对构筑多传感器 PHD 存在的困难做了比较详细的介绍。R. Mahler 指出构建严格意义的多传感器 PHD 滤波器是没有实际应用的意义，并在文献[46]最后给出了一种直观的方法，即多次重复使用单传感器 PHD 滤波器的状态更新部分的多传感器 PHD 滤波器。这里称之为序贯 PHD 滤波器。Ba-Ngu Vo 在研究跟踪多个发声器时，采用了序贯 PHD 滤波器的方法^{[67][70]}。本文研究表明，序贯 PHD 滤波器应用要受到一定的限制，否则会出现丢失目标的问题。仿真表明在传感器的探测区域一致，至少要求被跟踪的目标位于各个传感器观测区域的交集部分，序贯 PHD 滤波器才能得到正确的估计结果。因此，其他类型的多传感器 PHD 滤波器是实际应用所期待的。

1.3.2 多目标跟踪滤波器性能评价指标

对于单目标跟踪算法的评价指标为最小均方误差。在目标运动的空间，用两个点间的 2-范数定义距离是很自然和方便的。最小均方误差作为目标跟踪算法的评价指标在计算上基本没有什么困难。但是，对于评价多目标跟踪算法的指标就不是那么容易定义了。这是因为算法在估计每一个目标状态的同时还要估计目标的数目。真实目标状态的集合和估计得到的目标状态集合的势并不一定相等。当两个集合的势相同时可以采用 Hausdorff 距离来处理^{[153]-[157]}。对应两个集合的势不相等的情况，J. Hoffman 和 R. Mahler 在文献[124][125]中给出了一个多目标跟踪算法的评价指标即 Wasserstein Distance (WD)。

基于 FISST 的多目标跟踪算法定义多目标的状态为有限随机集 \hat{X} ($|\hat{X}| = n$) 和实际多目标的状态 X ($|X| = m$) 之间的 WD 定义为

$$d_p^W(X, \hat{X}) = \inf_C \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} \|x_i - \hat{x}_j\|^p \right]^{1/p} \quad p < \infty \quad (1.1)$$

其中下确界是取所有 $m \times n$ 转移矩阵(“transportation matrices”) $C = \{C_{ij}\}$, $C_{ij} \geq 0$ 对于 $i = 1, \dots, m$, 和 $j = 1, \dots, n$.

$$\sum_{i=1}^m C_{ij} = \frac{1}{n}, \quad \sum_{i=1}^n C_{ij} = \frac{1}{m} \quad (1.2)$$

需要指出的是 WD 对单个目标的状态估计和对目标数目的估计的误差都有惩罚。正如 J. Hoffman 和 R. Mahler 所指出的那样, WD 是一个评价多目标跟踪系统直观且有判断能力的度量。但是, 这种多目标跟踪算法的评价指标也存在着局限性^[77], 如, 当其中一个随机集合为空集时没有给出 WD 的定义。文献^[77]对 WD 的局限性给出了详细的介绍, 并在 WD 距离定义的基础上给出了一种新的 OPTIMAL SUBPATTERN ASSIGNMENT (OSPA) 距离的定义。

记 $d^{(c)}(x, \hat{x}) \triangleq \min(c, d(x, \hat{x}))$ 为 x, \hat{x} 之间距离, 其中 c 为截断距离, 即当 x, \hat{x} 之间距离大于 c 时取 $d^{(c)}(x, \hat{x}) = c$ 。记 Π_k 为集合 $\{1, 2, \dots, k\}$ 上的所有排列, 这 k 为自然数集合 \mathbb{N} 。另外记非负整数集合为 $\mathbb{N}_0 = \{0\} \cup \mathbb{N}$ 。取 $1 \leq p < \infty$, $c > 0$, 集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ 和 $\hat{X} = \{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n\}$ 之间的距离的定义为:

如果 $n \geq m$

$$d_p^{(c)}(X, \hat{X}) \triangleq \left(\frac{1}{n} \left(\min_{\pi \in \Pi_k} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(x_i, \hat{x}_{\pi(i)})^p + c^p (n-m) \right) \right)^{p^{-1}} \quad (1.3)$$

如果 $m \geq n$

$$d_p^{(c)}(X, \hat{X}) = d_p^{(c)}(\hat{X}, X) \quad (1.4)$$

另外当 $p \rightarrow \infty$ 时, 记

$$d_p^{(c)}(X, \hat{X}) \triangleq \begin{cases} \min_{\pi \in \Pi_k} \max_{1 \leq i \leq n} d^{(c)}(x_i, \hat{x}_{\pi(i)}) & \text{if } m = n \\ c & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1.5)$$

这种距离定义的方法引入了截断距离的概念, 有效处理了 WD 距离存在的几个问题, 同时也引入了怎样确定截断距离的问题。但是, 文献^[77]没有明确给出处理这种问题的办法。这就出现了当截断

距离 c 取不同的值时，同样的两个集合之间的距离就不相等。如：

$$d_1^{(1)}(\emptyset, \{1\}) = 1, \quad d_1^{(10)}(\emptyset, \{1\}) = 10$$

其中， \emptyset 为空集。这就可能出现取不同的截断距离时，用 OSPA 对两种不同的多目标跟踪算法评价得到不一致的结果。对应不同的问题选择截断距离的问题在文献[77]中并没有给出。而不同的截断距离又影响着多目标跟踪方法的比较结果。基于此，在论文中仍然采用 WD 对目标跟踪的方法进行评价。对于评价多目标跟踪方法更合理的指标还有待于更深入的研究。

1.3.3 基于 FISST 多目标跟踪方法中有待解决的问题

虽然基于 FISST 的多目标跟踪算法从开始发展时就考虑到了多个传感器的情况。但是在推导 PHD 滤波器时发现，构建多传感器的 PHD 滤波器并不像构建单传感器 PHD 滤波器那样方便。R. Mahler 在文献[46]中比较详细地介绍了推导多传感器 PHD 滤波器时存在的困难，并给出了一种直观意义的多传感器 PHD 滤波器。这种滤波器在理论上并不严格。由于在文献[46]中没有给出仿真，R. Mahler 也没有对此滤波器给出更多的评价，但这并不影响这篇文献的意义。在他后来发表介绍的 CPHD 滤波器的文献[49]中，对多传感器 PHD 滤波器的讨论和文献[47]中是一样的。而现实工程应用中却需要多传感器的 PHD 滤波器。由于给出在理论上严格的多传感器 PHD 滤波器非常困难，利用 PHD 滤波器或 CPHD 滤波器的高斯混合实现来构建多传感器的 GM-PHD 滤波器不失为一个研究方向，这是因为 GM-PHD 滤波器具有很好的形式，并且状态抽取非常容易。

另外，扩展 FISST 目标跟踪方法的应用范围也是研究的一个方向。和传统目标跟踪的一些实用方法相结合也是这项应用研究的方向。特别是采用这项技术处理传统目标跟踪方法中碰到难点问题的研究。

1.4 论文的创新点和结构安排

1.4.1 论文创新点

本文的研究得到了国家自然科学基金（60674107），国家自然科学基金（60775022）和项目“XX 协同跟踪与信息融合技术”（A1420060161）的联合资助。论文的重点内容包括采用 FISST 的多目标跟踪方法处理传统方法不能有效处理的多传感器多目标被动定位问题，和有效处理 FISST 多目标跟踪方法中仍然存在的一些问题。论文的主要创新点有：

1. 基于序贯 PHD 滤波器的多传感器多目标被动定位方法。多传感器多目标被动定位问题是一个被广泛研究的问题。采用传统方法处理这一问题的关键问题就是数据关联。数学上，可以用多维分配准确地描述多传感器多目标被动定位的数据关联问题。但是，当分配的维数大于等于 3 时，处理多维分配的计算复杂度为 NP Hard。另外，在密集杂波环境下，采用传统方法处理多传感器多目标被动定位问题也得不到令人满意的结果。基于序贯 PHD 滤波器，本文给出了两种处理多传感器多目标被动定位的方法。一种是传感器被成对使用，另外一种是传感器被分别独立使用。仿真表明，在密集杂波环境下，采用序贯 PHD 滤波器的多传感器多目标被动定位方法的性能指标 Wasserstein Distance (WD) 优于基于多维分配的方法。并且，相比基于多维分配的方法，其计算复杂度要小的多。

2. 带有椭球门限的高斯混合 Cardinalized PHD (CPHD) 滤波器。与 PHD 滤波器不同，CPHD 滤波器在传递 PHD 函数的同时也传递目标数目分布的概率密度函数，使得对多目标状态的估计更加精确。CPHD 滤波器的这种优势是用更大的计算复杂度获得的。在 CPHD 滤波器计算精度损失不大的情况下，降低 CPHD 滤波器的计算量是一个有着工程应用价值、值得研究的问题。本文提出了采用椭球门限来降低量测集合中量测的数目，从而达到降低 CPHD 计算量目的的方法，并在仿真中讨论了采用椭球门限时应该注意的问题。仿真表明，采用门限的 CPHD 滤波器的性能损失并不明显，并且计算量得到了有效地降低。

3. 新出现目标强度函数未知的 GM-PHD 滤波器。在实现 PHD 滤波器或 CPHD 滤波器时，先前方法一般都假设新出现目标的强度函数已知。而在大多数实际的应用中，这一假设并不能得到满足。仿真表明，当新出现目标的强度函数未知时，PHD 滤波器可能会检测不到新出现的目标。本文给出了一种 GM-PHD 滤波器的矩阵表达形式。这种 GM-PHD 滤波器的矩阵表达形式只是 GM-PHD 滤波器的另外一种表达形式，并没有改变 GM-PHD 滤波器的内容。但是，这种形式能清楚地描述出当前周期得到的高斯分量和上个周期保留高斯分量的关系，以及当前周期得到的高斯分量和传感器量测之间的关系。假设每一个目标的真实量测最多只能有一个，基于这种矩阵形式，本文给出了一种高效的高斯分量修剪方法。借助这个新的高斯分量修剪方法，如果每一个量测对应的高斯分量都至少保留一个到下一更新周期，新出现目标的强度函数就可以用保留的高斯分量来代替。这样，在新出现目标的强度函数未知的情况下，GM-PHD 滤波器就能检测到新出现的目标。

4. 多传感器 GM-PHD 滤波器。理论上严格的多传感器 PHD 滤波器很难构建，R.Mahler 给出了一种多传感器 PHD 滤波器，论文中称之为序贯 PHD 滤波器。论文在附录 A 中对其进行了重新推导，推导发现，序贯 PHD 滤波器的存在是有条件的。序贯 PHD 滤波器要求各个传感器的观测区域一致，至少要求被跟踪的多个目标都位于各个传感器观测区域的交集部分。仿真实验也说明了这一点。论文在

GM-PHD 滤波器的矩阵结构的基础上，构建了一种多传感器的 GM-PHD 滤波器。本文给出的这种多传感器的 GM-PHD 滤波器能够在各个传感器观测区域不一致的情况下使用。即使在各个传感器的观测区域一致的情况下，当各个传感器的探测概率较低时，本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器的性能仍然优于序贯 PHD 滤波器。

1.4.2 论文结构安排

第一章介绍本文的选题背景和意义，描述了两种目标跟踪方法发展的特点。特别对基于 FISST 目标跟踪方法的发展过程给予了简单介绍。分析了 FISST 目标跟踪方法发展过程中有待处理的问题和一些研究方向。并对本文的创新点和结构安排进行了说明。

第二章回顾了基于 FISST 目标跟踪方法的发展和当前取得的成果。

第三章给出了两种基于序贯 PHD 滤波器的多传感器多目标被动定位跟踪方法。第一种为采用循环使用各个被动传感器组合，使得“鬼点”难以连续出现，以达到去除“鬼点”的效果。另一种方法为分别独立各个传感器的量测集合，以达到去除“鬼点”的效果，实验结果表明后一种方法的效果更好。

第四章给出了带有椭球门限和 GM-CPHD 滤波器。CPHD 滤波器的计算复杂度比较大，其计算量可以通过采用门限方法来降低。这一章实现了这种设想，并讨论了使用这种方法应该注意的问题。

第五章给出了 GM-PHD 滤波器的一种矩阵表达方式。借助这种矩阵表达形式，本章给出了一种高效的高斯分量修剪方法和新出现目标强度函数未知的 GM-PHD 滤波器。

第六章给出了一种多传感器 GM-PHD 滤波器。理论上严格的多传感器的 PHD 滤波器很难构建，本文对序贯 PHD 滤波器进行讨论，找到其存在的问题。并构建了一种多传感器的 GM-PHD 滤波器。

第七章给出了全文的总结和展望。总结了论文的创新点，对基于 FISST 目标跟踪方法的未来发展进行了展望。

附录分成三个部分。

附录 A 对序贯 PHD 滤波器的重新推导，指出了序贯 PHD 滤波器成立的一个必要条件；

附录 B 给出了跟踪单个目标的 GM-PHD 滤波器，并指出这种滤波器其实就是 IPDA 滤波器；

附录 C 介绍了现代数学分析中的一些需要了解的概念。

第二章 基于有限集统计学的目标跟踪方法

2.1 引言

基于 FISST 的多目标跟踪方法对一些从事多目标跟踪的工程人员仍然是比较陌生。这是因为这项技术是建立在现代概率论的基础之上，需要许多现代数学分析的知识，理解和掌握上存在比较大的困难。考虑到论文的完整性，在论文后面的附录 C 部分简要的介绍了现代分析和随机集的一些概念，以帮助读者更好的理解本文所介绍的内容。这些数学概念在常见的数学教课书^{[126]-[128]}上一般都有比较详细的介绍。有关随机集的详细介绍请参见文献^{[10]-[14]}。这一章主要介绍怎样在 FISST 的概念下构建多目标跟踪问题，并回顾了基于 FISST 目标跟踪方法近年来取得的成果，指出一些仍然存在的问题。

2.2 事件空间

设 $(\Omega, \sigma(\Omega), P)$ 为一概率空间，空间 E_s 为一 LCHS 空间。其中在描述多目标跟踪问题时，一般取 $E_s = R^n$, $n \geq 1$ 。

建立空间

$$(F(E_s), B(F))$$

其中 $F(E_s)$ 为空间 E_s 所有有限子集的集合， $B(F)$ 为包含 Matheron 拓扑^[3]的最小 σ 代数。因此 $(F(E_s), B(F))$ 为可测空间。这也就是多目标跟踪的状态空间。

取随机集 $X : \Omega \rightarrow F(E_s)$, 当 $|X(\omega)| < \infty$ 时，称随机集 X 为有限随机集。

定义：假设单目标在 k 时刻的状态为向量 $x_k \in E_s$ ，则有限随机集的多目标状态可以定义为：

$$X_k \triangleq \{x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,N_k}\} \in F(E_s)$$

定义：假设单目标的观测空间 E_o ，单个目标在 k 时刻的观测为 $z_k \in E_o$ ，则有限随机集的多目标观测为：

$$Z_k \triangleq \{z_{k,1}, z_{k,2}, \dots, z_{k,M_k}\} \in F(E_o)$$

这样就可用有限随机集的形式来定义多目标运动状态运动模型和观测模型。

假设 X_{k-1} 为 $k-1$ 时刻多目标有限随机集状态 Ξ_{k-1} 的实现, 在 k 时刻多目标有限随机集状态可以描述为:

$$\Xi_k = S_k(X_{k-1}) \cup N(X_{k-1}) \quad (2.1)$$

这就是有限随机集形式下的多目标运动状态运动模型, 其中 $S_k(X_{k-1})$ 为在 $k-1$ 时刻存在的目标在 k 仍然存在目标的有限随机集状态, $N(X_{k-1})$ 为新出现目标的有限随机集状态。

同样, 假设 X_k 为多目标随机集状态 Σ_k 的实现, 多目标的观测也可以用随机集来描述。

$$\Sigma_k = \Theta_k(X_k) \cup C_k(X_k) \quad (2.2)$$

其中 $\Theta_k(X_k)$ 为由 X_k 生成的有限随机集形式的多目标观测, $C_k(X_k)$ 为杂波的有限随机集形式。

2.3 信任测度

定义有限随机集 Ξ_k 和 Σ_k 信任测度为

$$\beta_{\Xi_k}(C) \triangleq P(\Xi_k \subset C) \quad (2.3)$$

$$\beta_{\Sigma_k}(C) \triangleq P(\Sigma_k \subset C) \quad (2.4)$$

注意, 此信任测度是不满足测度的可数可加性^{[10][13][14]}。

定理: Ξ_k 为一个随机集 RFS, 他的信任测度为 $\beta_{\Xi_k}(C)$, 此信任测度可以用如下形式来描述^{[11][13][14]}。

$$\beta_{\Xi_k}(C) = a_0 + \sum_{l=1}^{\infty} a_l q_l(C^l) \quad (2.5)$$

其中, $a_l = P(|\Xi_k| = l)$, $q_l(C^l) = P(\Xi_k \subset C \mid |\Xi_k| = l)$, $a_0 + \sum_{l=1}^{\infty} a_l = 1$ 。

2.3.1 集值函数的微分

定义: 假设 f 是一个非负可积的集值函数, $f : F \rightarrow [0, \infty]$, 使得

$$\int f(Z) \delta Z = 1$$

称此函数为随机集的概率密度函数^{[11][14]}。

这样定义的随机集分布密度函数 f_X 可以在空间 F 上唯一地定义出一个概率空间的概率测度，使得

$$P_X(\mathcal{O}) = \int_{\mathcal{O}} f_X(Z) \delta Z \quad (2.6)$$

记集值函数 $\Phi : F \rightarrow R^d$, $s = (\underline{v}, u) \in S$, 广义 Radon-Nikodym 微分 (GRND) 定义如下^{[11][14]}。

$$\frac{\delta\Phi}{\delta s}(T) = \lim_{j \rightarrow \infty} \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{\Phi[(T \setminus B_s(1/j)) \cup \bar{B}_s(1/i)] - \Phi[T \setminus B_s(1/j)]}{\lambda(\bar{B}_s(1/i))} \quad (2.7)$$

如果此极限存在。

如果 $s \notin T$, 有 $(\bar{B}_s(1/i)) = (\bar{B}_{\underline{v}}(1/i)) \times \{u\}$ 对于 $i > 1$ 。 GRND 可以简化为^[14]

$$\frac{\delta\Phi}{\delta s}(T) = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{\Phi[T \cup \bar{B}_s(1/i)] - \Phi[T]}{\lambda(\bar{B}_{\underline{v}}(1/i))} \quad (2.8)$$

假设 $\beta(C)$ 为一信任测度，并且集合函数 $f(Z)$ 为此测度的概率密度函数，此集值函数的微分和集合函数的积分的相互关系描述如下^{[11][13][14]}。

$$\beta(C) = \int_C \frac{\delta\beta}{\delta Z}(\emptyset) \delta Z \quad (2.9)$$

$$f(Z) = \frac{\delta}{\delta Z} \left[\int_C f(Y) \delta Y \right], \quad C = \emptyset \quad (2.10)$$

2.3.2 集值函数的积分

记 $F(k) \in B(F)$ 为一闭集，且其元素的数目为 k ，对于 $\mathcal{O} \in B(F)$ ，记 $\mathcal{O}_k = \mathcal{O} \cap F(k)$ ，定义集值函数 $f(\cdot)$ 相对于测度 μ 的积分^{[10][14]}为：

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{O}} f(Z) \delta Z &\triangleq \int_{\mathcal{O}} f(Z) d\mu(Z) \\ &= \int_{\bigcup_{k=0}^{\infty} \mathcal{O}_k} f(Z) d\mu_k(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{\mathcal{O}_k} f(Z) d\mu_k(Z) \\ &= f(\{\emptyset\}) \delta_{\{\emptyset\}}(\mathcal{O}) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} \int_{\tilde{\eta}(\mathcal{O}_k)} f(\{s_1, s_2, \dots, s_k\}) d\tilde{\lambda}(s_1, s_2, \dots, s_k) \end{aligned}$$

其中: $\mu(O) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\lambda^i(\chi^{-1}(O) \cap X^i)}{i!}$ 为在空间 $F(E_s)$ 上一个适当的参考测度^[14], λ^i 为 i 重积的 Lebesgue 测度, $\chi: \hat{X}_{i=0}^{\infty} X^i \rightarrow F(E_s)$ 为一个从向量空间到集合空间的映射即 $\chi([x_1, \dots, x_i]^T) = \{x_1, \dots, x_i\}$ 。这种参考测度经常在点过程理论中被使用^[113]。

2.4 基于FISST的Bayes递推公式

FISST框架下的多目标状态和多目标观测可以定义为有限随机集的形式。

$$X_k = \{x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,M_k}\} \in F(E_s)$$

$$Z_k = \{z_{k,1}, z_{k,2}, \dots, z_{k,N_k}\} \in F(E_o)$$

$$Z_{1:k} = \bigcup_{i=1}^k Z_i$$

其中 $F(E_s)$ 和 $F(E_o)$ 分别是空间 E_s 和 E_o 所有子集的集合, M_k 和 N_k 分别是在 k 时刻目标数目和观测集合中元素的数目。基于 FISST (Finite Set Statistics) 的多目标状态 X_k 和多目标观测 Z_k 的不确定性是用有限随机集合来表述的。

记有限随机集 Σ_k 的后验信任质量函数为:

$$\beta_{k|k}(S | Z_{1:k}) = P(\Sigma_k \subseteq S | Z_{1:k})$$

其中 $Z_{1:k} = (Z_1, Z_2, \dots, Z_k)$ 。

记描述多目标状态运动模型(2.1)的有限随机集 Σ_k 的信任质量函数为:

$$\beta_k(S | X_{k-1}) = P(\Sigma_k \subseteq S | X_{k-1})$$

记描述传感器观测模型(2.2)的有限随机集 Σ_k 的信任质量函数为:

$$\beta_k(T | X_k) = P(\Sigma_k \subseteq T | X_k)$$

记信任质量函数 $\beta_{k|k}(S | Z_{1:k})$, $\beta_k(S | X_{k-1})$ 和 $\beta_k(T | X_k)$ 对应的密度函数分别为基于 FISST 的多目标后验概率密度函数 $\pi_{k|k}(\cdot | Z_{1:k})$, 基于 FISST 的多目标状态转移密度函数 $\varphi_{k|k-1}(\cdot | X_{k-1})$ 和基于

FISST 的多目标传感器似然函数 $\rho_k(\cdot | X_k)$ 。于是就可以得到基于 FISST 的多目标跟踪的最优 Bayes 递推公式^{[11]-[14][46]}。

$$\pi_{k|k-1}(X_k | Z_{1:k-1}) = \int \varphi_{k|k-1}(X_k | X) \pi_{k-1|k-1}(X | Z_{1:k-1}) \delta(X) \quad (2.11)$$

$$\pi_{k|k}(X_k | Z_{1:k}) = \frac{\rho_k(Z_k | X_k) \pi_{k|k-1}(X_k | Z_{1:k-1})}{\int \rho_k(Z_k | X_k) \pi_{k|k-1}(X_k | Z_{1:k-1}) \delta(X)} \quad (2.12)$$

此 Bayes 递推公式中包含集合函数的积分，对于多目标的情况计算起来比较困难。

另外和单个目标状态运动模型一样，多目标状态的运动模型和多目标观测的随机性也可以分别用多目标 Markov 传递概率密度函数 $f_{k|k-1}(\cdot | X_{k-1})$ 和多目标传感器似然函数 $h_k(\cdot | X_k)$ 来描述。记多目标状态后验概率密度函数记为 $p_{k|k}(X_k | Z_{1:k})$ 。基于概率测度的多目标跟踪最优 Bayes 递推公式^{[62][63]}为：

$$p_{k|k-1}(X_k | Z_{1:k-1}) = \int f_{k|k-1}(X_k | X) p_{k-1|k-1}(X | Z_{1:k-1}) \mu(dX) \quad (2.13)$$

$$p_{k|k}(X_k | Z_{1:k}) = \frac{h_k(Z_k | X_k) p_{k|k-1}(X_k | Z_{1:k-1})}{\int h_k(Z_k | X) p_{k|k-1}(X | Z_{1:k-1}) \mu(dX)} \quad (2.14)$$

其中 $\mu(O) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\lambda^i (\chi^{-1}(O) \cap X^i)}{i!}$ 为在空间 $F(E_s)$ 上一个适当的参考测度^[14]。

需要说明的是，上面给出的 Bayes 递推公式(2.13)和(2.14)是文献^{[62][63]}从概率测度的角度推出来的。和文献^{[11]-[14][46]}给出的基于 FISST 给出的 Bayes 递推公式(2.11)和(2.12)是不一样的。但是两者是等价的。等价性如下，等价性的详细证明参见文献^{[62][63]}。

$$p_{k-1|k-1}(X | Z_{1:k-1}) = K_s^{|X|} \pi_{k-1|k-1}(X | Z_{1:k-1})$$

$$p_{k|k-1}(X | Z_{1:k-1}) = K_s^{|X|} \pi_{k|k-1}(X | Z_{1:k-1})$$

$$f_{k|k-1}(X | X_{k-1}) = K_s^{|X|} f_{k|k-1}(X | X_{k-1})$$

$$h_k(Z | X_k) = K_o^{|Z|} \rho_k(Z | X_k)$$

$$p_{k|k}(X | Z_{1:k}) = K_s^{|X|} \pi_{k|k}(X | Z_{1:k})$$

其中 K_s 和 K_o 为分别空间 E_s 和 E_o 的容积度量单位， $| \cdot |$ 为集合的势运算符号。

这两个 Bayes 递推公式在跟踪单个目标时，其计算量并不大。在目标的运动模型和观测模型都是线性高斯的假设前提下，文献[122]给出了采用此 Bayes 递推公式进行单个目标跟踪的计算公式，此公式和文献[123]给出的 IPDA (Integrated Probabilistic Data Association) 是等价的。但是，当跟踪多个目标时，由于此 Bayes 递推公式中包括多个在有限集空间上集合的积分，在计算上是难以实现。

2.5 概率假设密度函数滤波器

对于多目标跟踪问题的 Bayes 递推公式难以实现的问题，在 Poisson RFSs 假设下，R. Mahler 在文献[46]中给出了一种只传递随机集分布的一阶矩，即概率假设密度函数的实现方法。对于一个在空间 X 上的有限随机集 X ，其概率分布为 P ，它的一阶矩是一个在空间 X 上的非负函数 ν ，称之为概率假设密度函数(Probability Hypothesis Density:PHD)。概率假设密度函数也称为强度函数。

对于每一个区域 $S \subset X$ ，概率假设密度函数(PHD)有如下性质^{[63][113]}.

$$\int |X \cap S| P(dX) = \int_S \nu(x) dx \quad (2.15)$$

其中 $|\cdot|$ 为集合的势，即集合元素的个数。此公式所表达的意思为：概率假设密度函数在任何一个区域的积分等于该区域存在的目标数。特别要说明的是，如果一个非负函数在任何一个区域的积分等于该区域存在的目标数，那么这个函数也是一个概率假设密度函数^[46]。

因为 PHD 滤波器递推的是后验多目标状态的一阶统计矩，相比最优多目标跟踪 Bayes 递推公式来说要容易处理得多。另外，因为 PHD 滤波器的积分是在单个目标运动的状态空间上完成的，所以需要的计算量比较小。

假设：

1. 每一个目标的运动和产生的观测都是相互独立的；
2. 杂波 RFS 也是服从 Poisson 分布，并且和目标产生的观测也是相互独立的；
3. 预测多目标 RFS 状态也服从 Poisson 分布。

在以上假设的基础上，可以得到的 PHD 滤波器的递推公式^[46]为：

$$\nu_{k|k-1}(x) = \int \phi_{k|k-1}(x, \zeta) \nu_{k-1}(\zeta) d\zeta + \gamma_k(x) \quad (2.16)$$

$$\nu_k(x) = [1 - p_D(x)] \nu_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z_k} \frac{\psi_{k,z}(x) \nu_{k|k-1}(x)}{\kappa_k(z) + \int \psi_{k,z}(\xi) \nu_{k|k-1}(\xi) d\xi} \quad (2.17)$$

其中： $\phi_{k|k-1}(x, \zeta) = e_{k|k-1}(\zeta) f_{k|k-1}(x | \zeta) + \beta_{k|k-1}(x | \zeta)$

$$\psi_{k,z}(x) = p_D(x)h_k(z|x)$$

$\gamma_k(x)$ 为在时刻 k 新出现目标随机集的强度函数;

$\beta_{k|k-1}(x|\zeta)$ 为在时刻 k 当目标的状态为 ζ ，由其衍生目标随机集的强度函数;

$e_{k|k-1}(\zeta)$ 为当目标的状态为 ζ ，在时刻 k 其仍然存在的概率;

$p_D(x)$ 为当目标的状态为 x 其被探测到的概率;

$\kappa_k(z)$ 为在时刻 k 杂波随机集合的强度函数。

PHD 滤波器的推导相对复杂，对数学的基本知识要求比较高。对于从事目标跟踪的工程师们而言，如果能得到一种数学知识要求不高的直观解释，能够有一个感性的认识是非常必要的。同时一些学者也试图用其他更简单的方法推导此 PHD 滤波器递推公式。文献[95][96]在这方面做出了努力，其中文献[95]给出了 PHD 和 CPHD 滤波器的直观的解释，但这种解释在理论上并不十分严格。文献[96]从 Poisson 点过程(Poisson point process:PPP)的观点出发，根据 Bayes 递推公式的原理，直接推导出 PHD 滤波器递推公式。这些文献采用不同于文献[46]的知识得到了 PHD 滤波器，对于理解基于有限随机集的多目标跟踪方法是有帮助的。

在上面的介绍中提到，实现 PHD 滤波器的主要方法包括序贯 Monte Carlo (SMC-PHD) 实现的方法 [63] 和高斯混合(GM-PHD)的方法 [65][66]。SMC-PHD 滤波器能有效处理 PHD 滤波器的非线性、非高斯情况的实现问题，但是最后得到的是 PHD 函数，而非目标的状态。SMC-PHD 滤波器在得到的 PHD 函数中进行峰值提取，进而得到多目标目标状态的估计并不是一件容易的事情，实现起来比较麻烦。而 GM-PHD 滤波器是一种有着简单峰值提取方法的滤波器，在 GM-PHD 函数中提取出目标的状态非常容易自然。因此 GM-PHD 滤波器受到了更多研究者的青睐。

这里不得不提到另外一位学者 B-N. Vo。他在文献[63]给出了 PHD 滤波器的序贯 Monte Carlo 实现方法，而且也给出了分别采用信任测度和概率测度得到的 Bayes 递推公式之间的关系。在文献[65][66]中，B-N. Vo 给出了 PHD 滤波器高斯混合实现方法。高斯混合实现的方法在计算 PHD 滤波器时提供了很大的方便。这种方法的关键之处就是把人们都非常熟悉的 Kalman 滤波器用两个引理来描述，然后把这两个引理直接应用到 R. Mahler 给出 PHD 滤波器中，就自然地得到了 GM-PHD 滤波器。

这两个引理分别为 [65]:

引理 1: 给出 F, d, Q, m 和 P , 其中 Q 和 P 为正定对称矩阵。记 $N(\cdot; m, P)$ 为均值为 m 协方差矩阵为 P 的正态分布函数。

$$\int N(x; F\zeta + d, Q)N(\zeta; m, P) = N(x; Fm + d, Q + FP F^T) \quad (2.18)$$

引理 2: 给出 H, R, m 和 P , 其中 R 和 P 为正定对称矩阵。

$$N(z; Hx, R)N(x; m, P) = q(z)N(x; \hat{m}, \hat{P}) \quad (2.19)$$

其中: $q(z) = N(z; Hm, R + PH^T)$

$$K = PH^T (PH^T + R)^{-1}$$

$$\hat{m} = m + K(z - Hm)$$

$$\hat{P} = (I - KH)P$$

可以看出, 这两个引理就是 Kalman 滤波器的变形, 所不同的是**引理 2** 得到的是一个带有权值的正态分布函数, 权值 $q(z)$ 可以看成对被估计结果的评价。而 Kalman 滤波器只是给出了被估计量的正态分布函数, 并没有明确地给出对此正态分布函数给出评价。这就是**引理 2** 的特别之处。

如果每一个被跟踪目标的运动模型和传感器观测模型都是线性高斯的, 即:

$$f_{k|k-1}(x | \zeta) = N(x; F_{k-1}\zeta, Q_{k-1}) \quad (2.20)$$

$$h_k(z | x) = N(z; H_k x, R_k) \quad (2.21)$$

其中 $N(\cdot; m, P)$ 为具有均值 m 和协方差矩阵 P 的高斯分布密度函数, F_{k-1} 为目标状态传递矩阵, Q_{k-1}

为过程噪声协方差矩阵, H_k 为传感器观测矩阵, R_k 为观测噪声协方差矩阵。

GM-PHD 滤波器可以用两个在文献[65]已经证明过的命题来描述。

命题 1: 假设在 $k-1$ 时刻多目标状态的强度函数具有高斯混合的形式, 即:

$$\nu_{k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} w_{k-1}^{(i)} N(x; \hat{x}_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)}) \quad (2.22)$$

则在 k 时刻多目标预测状态的强度函数仍然具有高斯混合的形式, 即:

$$\nu_{k|k-1}(x) = \nu_{k-1}^{(s)}(x) + \nu_{k|k-1}^{(\beta)}(x) + \gamma_k(x) \quad (2.23)$$

$$\text{其中: } \nu_{k|k-1}^{(s)}(x) = e_k \sum_{i=1}^{J_{k-1}} w_{k-1}^{(i)} N(x; F_{k-1} x_{k-1}^{(i)}, Q_{k-1} + F_{k-1} P_{k-1}^{(i)} F_{k-1}^T)$$

$$\nu_{k|k-1}^{(\beta)}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \sum_{j=1}^{J_k^{(\beta)}} w_{k-1}^{(i)} w_k^{(\beta, j)} N(x; \hat{x}_{k|k-1}^{(i, j)}, P_{k|k-1}^{(i, j)})$$

$$\hat{x}_{k|k-1}^{(i, j)} = \hat{x}_{k-1}^{(i)} + \hat{x}_k^{(\beta, j)}$$

$$P_{k|k-1}^{(i, j)} = P_{k-1}^{(i)} + P_k^{(\beta, j)}$$

$$\gamma_k(x) \sum_{i=1}^{J_k^\gamma} w_k^{(\gamma, i)} N(x; m_k^{(\gamma, i)}, P_k^{(\gamma, i)})$$

命题 2: 假设在 k 时刻多目标预测状态的强度函数具有高斯混合的形式, 即:

$$\nu_{k|k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_k} w_{k|k-1}^{(i)} N(x; \hat{x}_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)}) \quad (2.24)$$

则在 k 时刻多目标状态的后验强度函数仍然具有高斯混合的形式, 即:

$$\begin{aligned} \nu_k(x) &= (1 - p_D) \nu_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z_k} \nu_k^{(D)}(x; z) \\ \nu_k^{(D)}(x; z) &= \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \frac{p_D w_{k|k-1}^{(i)} q_k^{(i)}(z) N[x; \hat{x}_k^{(i)}(z), P_k^{(i)}]}{\kappa_k(z) + p_D \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(j)} q_k^{(j)}(z)} \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\text{其中: } q_k^{(j)}(z) = N(z; H_k x_{k|k-1}^{(j)}, R_k + H_k P_{k|k-1}^{(j)} H_k^T)$$

$$\hat{x}_k^{(i)}(z) = \hat{x}_{k|k-1}^{(i)} + K_k^{(i)}(z - H_k \hat{x}_{k|k-1}^{(i)})$$

$$P_k^{(i)} = (I - K_k^{(i)} H_k) P_{k|k-1}^{(i)}$$

$$K_k^{(i)} = P_{k|k-1}^{(i)} H_k^T (H_k P_{k|k-1}^{(i)} H_k^T + R_k)^{-1}$$

采用扩展 Kalman 滤波器^{[15][158][159]}, 和 U-Kalman 滤波器^[140], 可以得到当状态模型方程和观测方程都是非线性情况的 EK-GM-PHD 滤波器^[65]和 UK-GM-PHD 滤波器^{[65][140]}。

文献[66]给出了 GM-PHD 滤波器收敛性的证明。另外文献[49][72]指出 GM-PHD 滤波器同时也是一个多目标跟踪器。也就是说, GM-PHD 滤波器能在杂波环境下检测出目标的同时, 稍加改造也能建立每个目标的运动轨迹, 实现传统意义上的数据关联需要实现的内容。同时 GM-PHD 滤波器的计

算复杂度也比较低，为 $O(NM)$ ，其中 N 为被跟踪的目标数目， M 为一个周期内传感器探测集合中元素的数目。

但是这是一个单传感器的 PHD 滤波器，把它扩展到多个传感器的 PHD 滤波器是非常困难，这些 R. Mahler 在他文献[46]中有比较详细的讨论。并且认为构建理论上严格的多传感器 PHD 滤波器没有实际应用价值。采用多次使用单传感器 PHD 滤波器状态更新部分的方法，文献[46]给出了一种可以有效处理这种困难的办法。

假设多传感器的观测集合为：

$$Z_k = Z_k^{[1]} \cup Z_k^{[2]} \cup, \dots, Z_k^{[\tau]}, \dots \cup Z_k^{[L]}$$

$$Z_{1:k} = \bigcup_{i=1}^k Z_i$$

其中 $Z_k^{[\tau]}$ 为 k 时刻源自传感器 τ 的量测集合， L 为传感器的数目。

假设 $p(X_k | Z_{1:k-1})$ 是近似 Poisson 的，用源自传感器 1 的观测集合 $Z_k^{[1]}$ 来更新它得到 $p(X_k | Z_{1:k-1}, Z_k^{[1]})$ ，仍然假设 $p(X_k | Z_{1:k-1}, Z_k^{[1]})$ 是近似 Poisson 的，用源自传感器 2 的观测集合 $Z_k^{[2]}$ 来更新它得到 $p(X_k | Z_{1:k-1}, Z_k^{[1]}, Z_k^{[2]})$ ，按照此种方式做下去，直到得到 $p(X_k | Z_{1:k})$ 。这种 L 次应用 Poisson 假设，然后使用各个传感器的量测集合来进行 L 次更新的方法仍然非常复杂。最直观的方法是对一个先验强度函数多次使用单个传感器 PHD 滤波器的状态更新部分。此多传感器序贯 PHD 滤波器的更新部分为：

$$v_k(x) \cong G_k^{[1]}(Z_k^{[1]} | x) \cdots G_k^{[L]}(Z_k^{[L]} | x) v_{k|k-1}(x) \quad (2.26)$$

$$\text{其中: } G_k^{[j]}(Z_k^{[j]} | x) = \sum_{z^{[j]} \in Z_k^{[j]}} \frac{p_{D,j}(x) L_{z^{[j]}}^{[j]}(x)}{\kappa_{k,j}(z^{[j]}) + v_{k|k-1}[p_{D,j} L_{z^{[j]}}^{[j]}]} + 1 - p_{D,j}(x)$$

$$L_{z^{[j]}}^{[j]}(x) = h_{k,j}(z^{[j]} | x)$$

$$v_{k|k-1}[p_{D,j} L_{z^{[j]}}^{[j]}] = \int p_{D,j} h_{k,j}(z^{[j]} | x) v_{k|k-1}(x) \mu(dx)$$

在文献[46]中，R. Mahler 没有过多地对这种方法进行讨论。仿真发现，序贯 PHD 滤波器在各个传感器的观测区域一致，至少被跟踪的目标存在于各个传感器的交集区域，并且每个传感器对目标的探测概率比较高时，才能被使用。在论文后面的附录 A 中对序贯 PHD 滤波器进行了重新推导，得出序

贯穿 PHD 滤波器存在的一个必要条件，并给出了使用它时应该注意的问题。

2.6 带有势分布的 PHD 滤波器

文献[94]指出，当传感器缺失真实目标探测时，PHD 滤波器将会出现对被跟踪的目标数目估计不稳定的现象，并提出是否能给出一种滤波器在传递 PHD 函数的同时能够传递目标数目分布的高阶矩想法。CPHD 滤波器就是由 R. Mahler 为解决 PHD 滤波器的局限性而提出的。R. Mahler 在文献[48]中声明，传递随机集分布函数二阶矩以上的滤波器是计算不可实现的。R. Mahler 在文献[48][49]中给出了传递 PHD 函数的同时也传递目标数目分布的概率密度函数的 PHD 滤波器，即带有势分布的 PHD 滤波器(CPHD)。为了能够得到 CPHD 滤波器的高斯混合形式，B.-T. Vo 等对文献[48][49]中给出的 CPHD 滤波器的变形形式^[68]。在此基础上，得到了 CPHD 滤波器高斯混合实现^[68]。介绍 CPHD 滤波器递推公式之前，首先介绍几个定义的符号。

$$\text{组合系数 } C_j^l = \frac{l!}{j!(l-j)!}$$

$$\text{组合排列系数 } P_j^n = \frac{n!}{(n-j)!}$$

记两个实函数 α 和 β 的内积为 $\langle \alpha, \beta \rangle = \int \alpha(x)\beta(x)dx$ ，或者 $\langle \alpha, \beta \rangle = \sum_{l=0}^{\infty} \alpha(l)\beta(l)$ ，当 α 何

β 是实序列时。

对于实数集合 Z 定义具有 j 阶的元素相称性函数^{[48][49]}(elementary symmetric function)为：

$$\sigma_j(Z) = \sum_{S \subseteq Z, |S|=j} \left(\prod_{\varsigma \in S} \varsigma \right)$$

设定 $\sigma_0(Z) = 1$ 。

CPHD 滤波器建立在如下几个假设之上：

1. 每一个目标生成的量测之间相互独立；
2. 新出现目标的随机集和幸存目标的随机集之间相互独立；
3. 杂波的随机集和传感器探测目标得到的量测随机集之间相互独立；
4. 先验和预测多目标状态即目标随机集之间是不相关的随机集过程。

记 $v_{k|k-1}$ 和 $p_{k|k-1}$ 分别为多目标预测状态的概率假设密度函数（或强度函数）和目标数目分布的概率密度函数或目标势分布概率密度函数，记 v_k 和 p_k 为多目标状态的后验强度函数和目标势分布概率密度函数。

命题3：当上个周期多目标状态的强度函数 v_{k-1} 和目标势分布概率密度函数 p_{k-1} 已知时，多目标预测状态的强度函数 $v_{k|k-1}$ ，和预测目标的势分布概率密度函数 $p_{k|k-1}$ 为：

$$p_{k|k-1}(n) = \sum_{j=0}^n p_{\Gamma,k}(n-j) \Pi_{k|k-1}[v_{k-1}, p_{k-1}] \quad (2.27)$$

$$v_{k|k-1}(x) = \int p_{s,k}(\zeta) f_{k|k-1}(x|\zeta) v_{k-1}(\zeta) d\zeta + \gamma_k(x) \quad (2.28)$$

$$\text{其中: } \Pi_{k|k-1}[v, p] = \sum_{l=j}^{\infty} C_j^l \frac{ < p_{s,k}, v >^j < 1 - p_{s,k}, v >^{l-j} }{ < 1, v >^l } p(l)$$

$f_{k|k-1}(\cdot|\xi)$ 为描述单个目标运动模型的传递概率密度函数，其中 ζ 为单个目标的当前状态；

$p_{s,k}(\zeta)$ 为在 k 时刻单个目标状态为 ζ 是的幸存概率；

$\gamma_k(\cdot)$ 为在 k 时刻新出现目标的强度函数；

$p_{\Gamma,k}(\cdot)$ 为在 k 时刻，新出现目标数目的概率分布密度函数。

命题4：当上个周期多目标预测状态的强度函数 $v_{k|k-1}$ 和预测目标势分布概率密度函数 $p_{k|k-1}$ 已知时，多目标状态后验强度函数 v_k ，和目标的势分布的后验概率密度函数 p_k 分别为：

$$p_k(n) = \frac{\Upsilon_k^0[v_{k|k-1}, Z_k](n) \cdot p_{k|k-1}(n)}{ < \Upsilon_k^0[v_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} > } \quad (2.29)$$

$$v_k(x) = [1 - p_{D,k}(x)] \frac{ < \Upsilon_k^1[v_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} > }{ < \Upsilon_k^0[v_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} > } v_{k|k-1}(x) \\ + \sum_{z=Z_k} \frac{ < \Upsilon_k^1[v_{k|k-1} \setminus \{z\}, Z_k], p_{k|k-1} > }{ < \Upsilon_k^0[v_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} > } \psi_{k,z}(x) v_{k|k-1}(x) \quad (2.30)$$

$$\text{其中: } \Upsilon_k^n[v, Z](n) = \sum_{j=0}^{\min(|Z|, n)} (|Z|-j)! p_{K,k}(|Z|-j) P_{j+u}^n \cdot \frac{ < 1 - p_{D,k}, v >^{n-(j+u)} }{ < 1, v >^n } \sigma_j(\Xi_k(v, Z))$$

$$\psi_{k,z}(x) = \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle}{\kappa_k(z)} g_k(z|x) p_{D,k}(x)$$

$$\Xi_k(v, Z) = \{ \langle v, \psi_{k,z} \rangle : z \in Z \}$$

Z_k 为 k 时刻的传感器量测集合;

$g_k(\cdot|x)$ 为在 k 时刻, 当目标的当前状态为 x 时, 单个目标的观测似然函数;

$p_{D,k}(x)$ 为在 k 时刻目标的状态为 x 时, 被探测到的概率;

$\kappa_k(\cdot)$ 为在 k 时刻传感器量测集合中杂波分布的强度函数;

$p_{K,k}(\cdot)$ 为在 k 时刻杂波势分布概率密度函数。

命题3 和 **命题4** 分别为 CPHD 滤波器的时间预测和状态更新部分, 文献[49][68]已经给出了这两个命题的完整证明。

和得到 GM-PHD 滤波器的原理一样, CPHD 滤波器的高斯混合形式也可以在目标运动模型和观测模型都是线性高斯的假设前提下得到。

假设每一个被跟踪目标的运动模型都是线性高斯的, 即:

$$f_{k|k-1}(x|\zeta) = N(x; F_{k-1}\zeta, Q_{k-1}) \quad (2.31)$$

$$h_k(z|x) = N(z; H_k x, R_k) \quad (2.32)$$

其中 $N(\cdot; m, P)$ 为具有均值为 m 和协方差矩阵为 P 的高斯分布概率密度函数, F_{k-1} 为目标状态传递矩阵, Q_{k-1} 为过程噪声协方差矩阵, H_k 为传感器观测矩阵, R_k 为观测噪声协方差矩阵。

目标的幸存概率, 和传感器的探测概率都是状态独立的, 即

$$\begin{aligned} p_{s,k}(x) &= p_{s,k} \\ p_{D,k}(x) &= p_{D,k} \end{aligned}$$

另外假设新出现目标随机集的强度函数也具有高斯混合的形式,

$$\gamma_k(x) = \sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}} \omega_{\gamma,k}^{(i)} N(x; m_{\gamma,k}^{(i)}, P_{\gamma,k}^{(i)}) \quad (2.33)$$

其中 $\omega_{\gamma,k}^{(i)}$, $m_{\gamma,k}^{(i)}$ 和 $P_{\gamma,k}^{(i)}$ 分别为高斯混合强度函数中单个高斯分量的权值, 均值和协方差矩阵。

根据上面提到的假设可以得到 CHPD 滤波器的高斯混合形式。

命题 5: 假设在 $k-1$ 时刻多目标状态的强度函数 ν_{k-1} 和目标的势分布概率密度函数 p_{k-1} 已知, 并且 ν_{k-1} 具有高斯混合的形式, 即

$$\nu_{k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} N(x; m_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)}) \quad (2.34)$$

则 $\nu_{k|k-1}$ 也具有高斯混合的形式, 于是 CPHD 滤波器的时间预测部分可以简化为:

$$p_{k|k-1}(n) = \sum_{j=0}^n p_{\Gamma,k}(n-j) \sum_{l=j}^{\infty} C_j^l p_{k-1}(l) p_{s,k}^j (1-p_{s,k})^{l-j} \quad (2.35)$$

$$\nu_{k|k-1}(x) = \nu_{s,k|k-1}(x) + \gamma_k(x) \quad (2.36)$$

其中: $p_{\Gamma,k}(\cdot)$ 为在 k 时刻新出现目标的势分布函数;

$\gamma_k(x)$ 为新出现目标的强度函数;

$$\nu_{s,k|k-1}(x) = p_{s,k} \sum_{j=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(j)} N(x; m_{s,k|k-1}^{(j)}, P_{s,k|k-1}^{(j)})$$

$$m_{s,k|k-1}^{(j)} = F_{k-1} m_{k-1}^{(j)}$$

$$P_{s,k|k-1}^{(j)} = Q_{k-1} + F_{k-1} P_{k-1}^{(j)} F_{k-1}^T$$

$$C_i^l = \frac{l!}{i!(l-i)!} \text{ 为二项式系数。}$$

命题 6: 假设多目标预测状态的强度函数 $\nu_{k|k-1}$ 和预测目标的势分布概率密度函数 $p_{k|k-1}$ 已知, 并且 $\nu_{k|k-1}$ 具有高斯混合的形式。

$$\nu_{k|k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(i)} N(x; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)}) \quad (2.37)$$

则 ν_k 也具有高斯混合的形式, 于是 CPHD 滤波器的状态更新部分可以简化为:

$$p_k(n) = \frac{\Psi_k^0[\omega_{k|k-1}, Z_k](n) p_{k|k-1}(n)}{<\Psi_k^0[\omega_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1}>} \quad (2.38)$$

$$\nu_k(x) = \frac{\langle \Psi_k^1[\omega_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle}{\langle \Psi_k^0[\omega_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle} (1 - p_{D,k}) \nu_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z_k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \omega_k^{(j)} N(x; m_k^{(j)}(z), P_k^{(j)}) \quad (2.39)$$

其中: $\Psi_k^u[\omega, Z](n) = \sum_{j=0}^{\min(|Z|, n)} (|Z|-j)! p_{K,k}(|Z|-j) P_{j+u}^n \cdot \frac{(1-p_{D,k})^{n-(j+u)}}{<1, \omega>^{j+u}} \sigma_j(\Lambda_k(\omega, Z))$

$$\Lambda_k(\omega, Z) = \left\{ \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle}{\kappa_k(z)} p_{D,k} \omega^T q_k(z) : z \in Z \right\}$$

$$\omega_{k|k-1} = \left[\omega_{k|k-1}^{(1)}, \dots, \omega_{k|k-1}^{(J_{k|k-1})} \right]^T$$

$$q_k(z) = \left[q_k^{(1)}(z), \dots, q_k^{(J_{k|k-1})}(z) \right]$$

$$q_k^{(j)}(z) = N(z, H_k m_{k|k-1}^{(j)}, S_k^{(j)})$$

$$S_k^{(j)} = H_k P_{k|k-1}^{(j)} H_k^T + R_k$$

$$\omega_k^{(j)}(z) = p_{D,k} \omega_{k|k-1}^{(j)} q_k^{(j)}(z) \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle}{\kappa_k(z)} \frac{\langle \Psi_k^1[\omega_{k|k-1}, Z_k \setminus \{z\}], p_{k|k-1} \rangle}{\langle \Psi_k^0[\omega_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle}$$

$$m_k^{(j)}(z) = m_{k|k-1}^{(j)} + K_k^{(j)}(z - H_k m_{k|k-1}^{(j)})$$

$$P_k^{(j)} = \left[I - K_k^{(j)} H_k \right] P_{k|k-1}^{(j)}$$

$$K_k^{(j)} = P_{k|k-1}^{(j)} H_k^T \left[S_{k|k-1}^{(j)} \right]^{-1}$$

同样，采用扩展 Kalman 滤波器，和 U-Kalman 滤波器，上面提到的两个命题也可以扩展到非线性形式。文献[68]给出了这两个命题的完整证明。

CPHD 滤波器在传递 PHD 函数的同时也传递目标的势分布概率密度函数。和 PHD 滤波器相比，CPHD 滤波器能够在目标数目平稳变化时得到更好的目标状态估计结果，其代价就是需要更大的计算量，CPHD 滤波器的计算复杂度为 $O(NM^3)$ [68]。另外，采用文献[129]给出的方法，可以降低 CPHD 滤波器的计算复杂度为 $O(NM^2 \log^2(M))$ 。

深入研究表明，基于 FISST 的目标跟踪方法和传统基于数据关联的多目标跟踪方法存在一致性，并且克服了传统方法中数据关联带来的问题。文献[68]指出 CPHD 滤波器在跟踪固定数目的目标时优于 JPDA，并且计算复杂度要小的多。这是因为 JPDA 构建可能交联事件的问题是一个 NP-Hard 问题。和多假设 MHT 多目标跟踪方法相比，文献[108]指出在跟踪单个目标时，CPHD 滤波器和 MHT 是相

似的，所不同的是，CPHD 滤波器采用了序贯似然检测目标状态的方法。但是在跟踪多个目标时，CPHD 滤波器优越于 MHT。后面的章节中将指出，序贯 PHD (Sequential PHD)滤波器也优于基于 S-D assignment 的多目标跟踪方法。

近来文献[13]给出了一种多目标多Bernoulli 滤波器(multi-target multi-recursion Filter)，但是这种滤波器对目标数目的估计在理论上是一个有偏估计。针对这一问题，最近发表的文献[141]给出了一种平衡目标多Bernoulli 滤波器(Balanced multi-target multi-recursion Filter)，并给出了他的实现形式。这种滤波器对目标数目的估计为一无偏估计。

2.7 本章小结

本章回顾了基于 FISST 多目标跟踪方法近年来取得的一些成果，指出了一些仍然存在的问题，如多传观感器的 PHD 滤波器问题。FISST 是一种处理多目标跟踪问题的有效工具，代表着目标跟踪方法发展的方向，利用它处理传统多目标跟踪算法难以有效处理的问题是近段来的一个研究热点。

第三章 基于序贯 PHD 滤波器的多传感器多目标被动定位研究

3.1 引言

多传感器多目标被动定位是一个被广泛研究的问题^{[33][41]}。采用传统的多目标跟踪方法处理多传感器多目标被动定位问题的关键是数据关联。多目标被动定位的数据关联在数学本质上是一个多维分配问题(S-dimensional (S-D) assignment problem)。不幸的是，多维分配在维数大于或等于 3 时是一个 NP hard 问题^{[33][34]}。一种实用的处理办法是采用文献^{[34][35][36]}给出多步 Lagrangian 松弛的办法(multistage Lagrangian relaxation)。但是这种方法的计算量随着传感器的数目增加呈爆炸趋势。另外，这种方法在杂度环境下也不能给出令人满意的目标状态估计结果。处理多目标被动定位的难点是“鬼点”的去除问题，这个问题一直以来没有得到很好的解决。基于 FISST 多目标跟踪方法，本章就多传感器多目标被动定位问题进行深入的探讨，给出了有效处理此问题的办法。

3.2 多传感器多目标被动定位问题的介绍

这里需要重新描述一下本章要解决的问题：在某一平面区域，存在 n ($n \geq 3$) 个探测概率小于 1 的被动传感器。在同一时刻，每个被动传感器分别给出一个和其他传感器相互独立的量测集合。并假设每个传感器量测集合内的量测之间相互独立。这些量测要么为真实量测，即各个目标相对于传感器的方位角，要么就是杂波。需要解决的问题是在二维平面内估计出多个目标位置的同时，估计出目标的数目。这就是多传感器多目标被动定位问题。

众所周知，在平面内，一个目标的位置可以用多个方位角线交叉点定出。但是，当平面内同时出现多个目标时，问题就不是那么简单了，这时会出现模糊解问题，即“鬼点”的问题^[33]，如图 3.1 所示。只采用两个被动传感器处理不了“鬼点”的问题。如果想唯一地到多个目标的位置，就需要其他更多传感器的信息。文献^[33]给出的结论为：**在平面内被动定位 N 个目标所需要的最少传感器数目为 $N + 1$ 。**

文献^[40]给出了一种多传感器多目标被动定位的方法，但是这种方法假设不同目标辐射的频率各不相同。利用这种信息，就可以采用单个目标定位的方法分别定出多个目标的位置。但是当多个目标的辐射频率相同时，这种方法将不能使用^[16]。文献^[33]也给出了在零杂波环境下的多目标被动定位

方法，这种方法相对于基于多维分配的多传感器多目标被动定位方法来说，计算量要小的多。但是这种方法在杂波环境下不能使用。

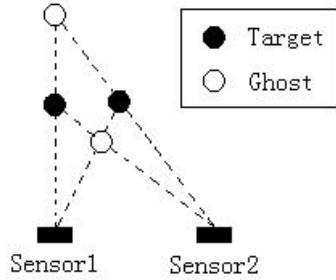


图 3.1 “鬼点”问题图解

Fig 3.1 Picture description of Ghost Problems.

目前最常用，也是最有影响的多目标被动定位方法仍然为基于多维分配的多传感器多目标被动定位方法^{[16][34][35][36]}。这种方法把数据关联问题变成一个有约束的最优化问题，其中目标函数为全局似然函数。这种方法的最大缺点就是多维分配的缺点，即多维分配当维数大于等于 3 时是一个 NP hard 问题。即使在没有杂波的理想情况下，处理这样的问题也是非常复杂的。本章 3.3 节给出了采用多维分配处理已知目标数的多传感器多目标被动定位问题的复杂度。文献[16]表明，一个 NP hard 问题是不可能用一个多项式复杂度的算法来处理。一种近似处理此问题的办法为采用多步 Lagrangian 松弛的方法，其计算复杂度为 $O(kM^3)$ ，其中 k 为松弛循环的次数， M 为传感器量测集合的势。一般来说，增加传感器的数目可以增加目标的定位精度，但是这种方法的计算量将随传感器数目的增加呈爆炸趋势。另外这种方法在杂波环境下也不能给出让人满意的目标状态估计结果。

基于 FISST 的多目标跟踪方法近年来得到了广泛的关注。这种方法有效地避开了数据关联给多目标跟踪所带来的困难。因此多传感器多目标被动定位问题中数据关联所引出的问题就可以用有限随机集地方法来回避。文献[14][41]介绍了基于 FISST 的 Bayes 公式的序贯 Monte Carlo 实现。文献[41]的一个例子中成功的处理了多目标被动定位问题。另外基于 PHD 滤波器，之前我们在文献[107]中给出了一种多目标被动定位的方法，其计算复杂度为 $O(NM^2)$ ，其中 N 为目标的数目， M 为其中一个传感器量测集合的势。这种方法的特点是循环使用不同的传感器组对 (pair)。但是一个周期只使用

一个传感器组对，这样就损失了其他传感器带来的信息。基于序贯 PHD 滤波器，文献[69][70]也给出了一种在语音环境下被动跟踪多个发生器的例子。和文献[70]的方法相比，本文给出的多传感器多目标定位问题也可以用序贯 PHD 滤波器来处理，两者的差别只是量测方程不同而已。

这一章主要介绍使用序贯 PHD 滤波器来处理多传感器多目标被动定位问题。其中传感器的使用方式分为两种，一种是循环使用不同的传感器组合，另外一种序贯独立使用各个传感器的量测集合。仿真表明序贯 PHD 滤波器能够成功去除“鬼点”，并且在杂波环境下得到了优于基于多维分配的多传感器多目标被动定位方法。

3.3 多维分配计算复杂度的简单分析

本节简要地分析了基于多维分配的多传感器多目标被动定位方法在目标数目已知情况下的计算复杂度。从中我们将看到，看似简单的问题，用这种方处理多传感器多目标定位问题需要的计算量非常大。这里只讨论计算复杂度的问题，为了减小介绍问题所使用的篇幅，这里所使用的符号和文献[34]中使用的相一致。如文献[34]所介绍的那样，采用基于数据关联的方法，平面内多传感器多目标被动定位问题在数学本质上就是一个多维分配。如果传感器的数目为 3 时，这个问题就是一个三维分配问题。即

$$J^* = \min_{\rho \in P} J(\rho) \quad (3.1)$$

其中：

$$J(\rho) = \sum_{i_1=0}^{n_1} \sum_{i_2=0}^{n_2} \sum_{i_3=0}^{n_3} c_{i_1 i_2 i_3} \cdot \rho_{i_1 i_2 i_3} \quad (3.2)$$

$$c_{i_1 i_2 i_3} = \sum_{s=1}^3 \left[\left(1 - \delta_{0i_s} \right) \left(\ln \left(\frac{\sqrt{2\pi} \sigma_s}{P_{D_s} \Phi_s} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{z_{si_s} - \hat{\theta}_{sj}}{\sigma_s} \right)^2 - \delta_{0i_s} \ln \left(1 - P_{D_s} \right) \right) \right] \quad (3.3)$$

约束方程，也就是所有可能情况的集合可以用如下三方程来描述。

$$\sum_{i_1=0}^{n_1} \sum_{i_2=0}^{n_2} \rho_{i_1 i_2 i_3} = 1, \quad \text{for all } i_3 = 1, 2, \dots, n_3 \quad (3.4)$$

$$\sum_{i_1=0}^{n_1} \sum_{i_3=0}^{n_3} \rho_{i_1 i_2 i_3} = 1, \quad \text{for all } i_2 = 1, 2, \dots, n_2 \quad (3.5)$$

$$\sum_{i_3=0}^{n_1} \sum_{i_2=0}^{n_2} \rho_{i_3 i_2 i_1} = 1, \quad \text{for all } i_1 = 1, 2, \dots, n_1 \quad (3.6)$$

在没有缺失探测零杂波的情况下，并且假设目标的数目为两个时。

即 $n_1 = n_2 = n_3 = 2$ ，记

$$\rho = [\rho_{111} \quad \rho_{112} \quad \rho_{121} \quad \rho_{122} \quad \rho_{211} \quad \rho_{212} \quad \rho_{221} \quad \rho_{222}]^T$$

$$c = [c_{111} \quad c_{112} \quad c_{121} \quad c_{122} \quad c_{211} \quad c_{212} \quad c_{221} \quad c_{222}]$$

其中 T 为转置运算符号。

所以有

$$J(\rho) = c \cdot \rho \quad (3.7)$$

因此，这个三维分配问题就可以用标准的 0-1 规划来处理，即

$$J^* = \min J(\rho) \quad (3.8)$$

约束方程 A.4, A.5 和 A.6 可以变形为

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \rho_{111} \\ \rho_{112} \\ \rho_{121} \\ \rho_{122} \\ \rho_{211} \\ \rho_{212} \\ \rho_{221} \\ \rho_{222} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

这样就可以直接使用“Matlab”中的函数“*bintprog*”^[131]来处理这个三维分配问题。

但是，下面这个例子是没有解的，也就是说，在杂波的环境下这个三维分配问题没有解。

$$Z_1 = \{0.1906\text{rad} \quad 1.3389\text{rad} \quad -1.1345\text{rad}\}$$

$$Z_2 = \{-1.0653\text{rad} \quad 1.0650\text{rad}\}$$

$$Z_3 = \{-1.3011\text{rad} \quad -0.1967\text{rad}\}$$

这是由于集合 Z_1 出现的一个杂波必须包括在所求的最优解中，因为约束方程 3.4, 3.5 和 3.6 必须包

括这个杂波。

因此，如果采用多维分配的方法处理多目标被动定位问题，需要预先知道目标的数目。这就需要在所有可能解的集合中找最优解，这个问题的计算量就变得非常大。

例如，假设传感器的探测概率为1，要定位的目标数目为2。用三个传感器定位两个目标的三维分配问题的所有可能解的数目为：

$$Num_{partition} = \prod_{i=1}^3 \frac{n_i(n_i-1)}{2} \quad (3.10)$$

所以，此问题的计算复杂度为 $O(n^6)$ ，如果 $n_i = n$ ， $i = 1, 2, 3$ 。

假设被动传感器的数目为4，目标的数目为3时，所有可能解的数目为：

$$Num_{partition} = \prod_{i=1}^4 C_{n_i}^3 \quad (3.11)$$

其中 $C_i^l = \frac{l!}{i!(l-i)!}$ 为二项式系数。

这个问题的计算复杂度 $O(n^{12})$ ，如果 $n_i = n$ ， $i = 1, 2, 3, 4$ 。

对于用 l 个传感器定位 m 个目标的所有可能解的数目为：

$$Num_{partition} = \prod_{i=1}^l C_{n_i}^m \quad (m < l) \quad (3.12)$$

问题的复杂度为 $O(n^{lm})$ ，如果 $n_i = n$ ， $i = 1, 2, \dots, l$ 。

这还是在假设所有的传感器的探测概率为1时的情况，如果预先不知道目标的数目，并且传感器的探测概率小于1时，问题将变的更加复杂。

3.4 序贯 PHD 滤波器

单传感器的 PHD 滤波器在向多传感器扩展时遇到了很大的困难，这些困难在文献[46]和[97]有比较详细的介绍。主要的困难来源于理论上严格的多传感器 PHD 滤波器非常复杂几乎没有实际应用的价值。于是文献[46]给出了一种直观的处理办法，就是序贯使用 PHD 滤波器的更新部分。基于此序贯 PHD 滤波器，文献[69][70]演示了在语音环境下跟踪多个发声器的例子。序贯 PHD 滤波器的状态更新部分为：

$$\nu_k(x) = \Psi_k^{[l]}(Z_k^{[l]} | x) \cdots \Psi_k^{[1]}(Z_k^{[1]} | x) \nu_{k|k-1}(x) \quad (3.13)$$

其中：

$$\Psi_k^{[j]}(Z_k^{[j]} | x) = \sum_{z^{[j]} \in Z_k^{[j]}} \frac{p_{D,j}(x) h_{k,j}(z^{[j]} | x)}{\kappa_{k,j}(z^{[j]}) + \nu_{k|k-1}^{[j-1]}[p_{D,j} h_{k,j}(z^{[j]} | x)]} + 1 - p_{D,j}(x)$$

$$\nu_{k|k-1}^{[j-1]}[p_{D,j} h_{k,j}(z^{[j]} | x)] = \int p_{D,j} h_{k,j}(z^{[j]} | x) \nu_{k|k-1}^{[j-1]}(x) \mu(dx)$$

$$\nu_{k|k-1}^{[0]}(x) = \nu_{k|k-1}(x)$$

$$Z_k = Z_k^{[1]} \cup Z_k^{[2]} \cup \dots \cup Z_k^{[l]}$$

文献[69][70]指出此序贯 PHD 滤波器的输出结果依赖于各个传感器量测集合的被使用顺序。文献[108]给出了序贯 PHD 滤波器的高斯混合实现，并说明在线性高斯假设前提下，序贯 PHD 滤波器的高斯混合实现优于序贯 Monte Carlo 实现方法。序贯 PHD 滤波器的计算复杂度为 $O(lMN)$ ，其中 l 为传感器的数目， M 为传感器量测集合的势， N 为要跟踪目标的数目。

3.5 基于序贯 PHD 滤波器的多传感器多目标被动定位

基于单传感器 PHD 滤波器，文献[107]种给出了成对使用被动传感器的方法，但是一个周期只能使用了一个传感器组对(Pair)，而浪费了其他传感器提供的信息。这是因为 PHD 滤波器在一个周期内只能使用一个传感器的量测集合。对于序贯 PHD 滤波器而言就没有这种限制，传感器可以被成对使用，也可以被分别独立使用。我们将探讨这两种不同的传感器使用方式对序贯 PHD 滤波器的影响。

3.5.1 传感器被成对使用

假设有 l 个被动传感器，如果传感器被成对的使用，对于 l 个被动传感器而言将有 $\frac{l(l-1)}{2}$ 个传

感器组对。如果序贯 PHD 滤波器在一个周期内把每个传感器都至少使用一次，那么最少在一个周期

内要使用 $\lceil 0.5l \rceil = \begin{cases} 0.5l & l \text{ is even} \\ 0.5(l+1) & l \text{ is odd} \end{cases}$ 个传感器组对。这里定义传感器组合为包含最少的传感器

组对，且每一个传感器都包括在其中至少一个传感器组对里。可以看出对于 l 个被动传感器有

$\frac{l(l-1)}{2\lceil 0.5l \rceil}$ 组合。如果传感器被成对使用的话，我们建议至少要有三个传感器组合被序贯 PHD 滤波器使用。

下面用一个例子来介绍传感器组合的概念。如图 3.2 所示， T 为观测区域内的一个目标，有四个被动传感器被等间隔排列在 X 坐标轴上。 α, β, γ 和 θ 分别为传感器 O_1, O_2, O_3 和 O_4 的量测。四个传感器的量测都是非线性的。即

$$\alpha = \arctan \frac{x}{y}, \quad \beta = \arctan \frac{x-L}{y},$$

$$\gamma = \arctan \frac{x-2L}{y}, \quad \theta = \arctan \frac{x-3L}{y}$$

其中假设 $L_1 = L_2 = L_3 = L$ 。

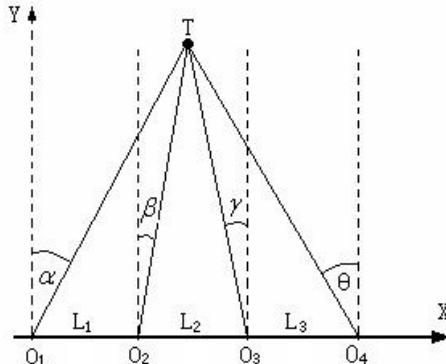


图 3.2 平面内被四个传感器观测到的一个目标

Fig 3.2 A target in the surveillance region (four passive sensors).

这里给出两个被动传感器组对的量测似然函数

$$p(Z_k^1 | X_k) = N[Z_k^1; \varphi_1(X_k), R_k] \quad (3.14)$$

$$p(Z_k^2 | X_k) = N[Z_k^2; \varphi_2(X_k), R_k] \quad (3.15)$$

其中 $R_k = \sigma_\omega^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, σ_ω^2 为观测噪声方差。 $\varphi_1(X_k) = \begin{bmatrix} \alpha \\ \gamma \end{bmatrix}$ 为被动传感器组对 $o_1 o_3$ 的量测方程,

$\varphi_2(X_k) = \begin{bmatrix} \beta \\ \theta \end{bmatrix}$ 为被动传感器组对 $o_2 o_4$ 的量测方程。 可以看出由两个传感器组对而成的量测集合的

势为 $n_i n_j (i \neq j)$, 其中 n_i 为传感器 i 的量测集合的势。 如果传感器被序贯 PHD 滤波器组对使用, 并且在一个周期内所有的传感器被至少使用一次。 因此, 在这个例子中传感器组对 $o_1 o_3$ 和 $o_2 o_4$ 应该被序贯 PHD 滤波器序贯使用。这样就构成了一个传感器组合 $\{o_1 o_3, o_2 o_4\}$ 。其他两个传感器组合分别为 $\{o_1 o_2, o_3 o_4\}$ 和 $\{o_1 o_4, o_2 o_3\}$ 。对于三个传感器的情况, 三个传感器组合分别为 $\{o_1 o_2, o_2 o_3\}$, $\{o_1 o_3, o_1 o_2\}$ 和 $\{o_2 o_3, o_1 o_3\}$ 。

序贯 PHD 滤波器在文献[69][70]中成功的处理了在语音环境下跟踪多个发声器的问题。同样序贯 PHD 滤波器也可以用来处理多传感器多目标被动定位问题。两者的差别只是传感器的量测方程不同而已。但是仿真表明如果传感器被成对使用, 并且每个周期只使用一个传感器组合时, 得到的滤波效果并不好, 有许多的“鬼点”不能被去除, 如图 3.3 所示。这是由于这些“鬼点”的出现和真实的目标的出现基本没有差别。如果循环使用各个传感器组合, 即, 在第 $k-1$ 周期内使用传感器组合 $\{o_1 o_2, o_2 o_3\}$, 在第 k 周期内使用传感器组合 $\{o_1 o_3, o_1 o_2\}$, 在第 $k+1$ 周期使用传感器组合 $\{o_2 o_3, o_1 o_3\}$, 这样就能打乱“鬼点”出现的规律性, 使得它们的出现和杂波相类似。这样序贯 PHD 滤波器就能向去除杂波一样去除它们。由于传感器的观测方程是非线性的, 我们采用 EK-GM-PHD 滤波器[49](即 EKF 对应的高斯混合序贯 PHD 滤波器)来处理观测非线性的问题。由于传感器被成对使用, 一个周期要使用一个传感器组合。而一个传感器组对的量测集合的势为 M^2 (假设两个传感器的量测数相等)。这样序贯 PHD 滤波器的计算复杂度将为 $O(\lceil 0.5l \rceil M^2 N)$, 其中 l 为被动传感器的数目, N 为被跟踪目标的数目。

3.5.2 传感器被分别独立使用

在文献[107]给出的方法中, 传感器被成对的使用, 这是由于 PHD 滤波器一个周期只能使用一个传感器的量测集合。前面探讨过传感器被序贯 PHD 滤波器成对使用的情况。然而, 对于序贯 PHD 滤

波器，一个周期内可以使用多个传感器的量测集合。而且成对使用多个传感器的量测集合会增加序贯 PHD 滤波器的计算复杂度，而且构建传感器对的量测集合相对麻烦。在一个周期内分别独立使用各个传感器的量测集合要更加直观。并且这样做不会增加序贯 PHD 滤波器的计算复杂度。其计算复杂度仍为 $O(lMN)$ 。

3.6 仿真研究

这里仍然采用 $\text{WD}(d_2^W)$ ^{[124][125]} 来评估算法的性能。

假设目标的运动模型为线性高斯的。

$$x_k = F_k x_{k-1} + w_k \quad (3.16)$$

其中 w_k 是均值为零协方差矩阵为 Q_k 高斯白噪声， x_k 是目标的状态向量，其中包括目标的位置和速度两个部分， k 为第 k 个采样周期。

$$\begin{aligned} x_k &= [x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y}]^T \\ F_k &= \begin{bmatrix} \tilde{F} & \\ & \tilde{F} \end{bmatrix}, \quad \tilde{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ Q_k &= \begin{bmatrix} \tilde{Q} & \\ & \tilde{Q} \end{bmatrix}, \quad \tilde{Q} = \sigma_w^2 \begin{bmatrix} T^4/4 & T^3/2 \\ T^3/2 & T^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

其中 $\sigma_w = 10(m/s^2)$ ，采用周期 $T = 1s$ 。

假设目标可能出现在两个不同的区域，并且假设新出现目标为一个泊松 RFS，其强度函数为：

$$\gamma_k(x_k) = 0.2N(x_k; \bar{m}_1, \bar{P}) + 0.2N(x_k; \bar{m}_2, \bar{P}) \quad (3.17)$$

其中： $\bar{m}_1 = [317, 0, 1500, 0]^T$ ， $\bar{m}_2 = [317, 0, 1072, 0]^T$ ，

$$\bar{P} = \text{diag}([100, 50, 100, 50]^T)$$

假设杂波为一 Poisson RFS，其强度函数为：

$$\kappa_k(z_k) = \rho_k V u(z_k) \quad (3.18)$$

其中 $\rho_k(\text{rad}^{-1})$ 为杂波密度， $V = \pi$ 为观测区域的容积， $u(z_k) = \pi^{-1}$ 为在观测区域上呈均匀分布

的概率密度函数，假设 $\sigma_{\omega} = \frac{\pi}{180} rad$ ，目标幸存概率 $e_{k|k-1} = 0.99$ ，四个传感器的探测概率分别为

$p_{D,i} = 0.98, i = 1, 2, 3, 4$ ，在高斯分量修剪方法中，取舍弃门限 $Tr = 10^{-5}$ ，合并门限 $U = 5$ 。取高斯混合强度函数中高斯分量权值大于等于 0.5 高斯分量为目标状态的估计。

对于本章的仿真例子，传感器都被等间隔放置 X 坐标轴上，传感器 O_i 位于坐标原点，如图 3.2 所示。设每两个传感器的间隔 $L=1000(m)$ ，杂波密度 $\lambda_k = 0 rad^{-1}$ 。如果传感器被序贯 PHD 滤波器成对使用，并且各个周期使用相同的传感器量测组合。仿真表明序贯 PHD 滤波器得到的估计结果并不理想，如图 3.3 所示。然而，如果所选择的三个传感器组合被序贯 PHD 滤波器循环使用的话，得到的滤波结果就相对理想，如图 3.4 所示。这是因为循环使用传感器组合的方法将打乱“鬼点”出现的有序性，使得它们的出现更像杂波，这样序贯 PHD 滤波器就能像去除杂波一样去除它们。因此如果传感器必须要成对使用的话，建议循环使用这些传感器组合。

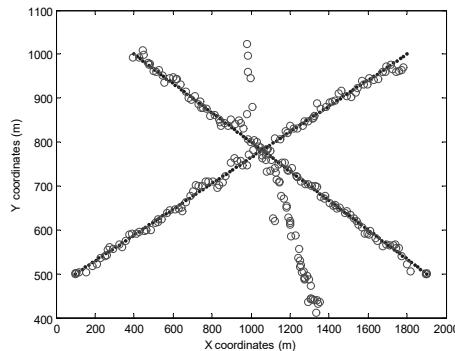


图 3.3 在每个周期使用相同的传感器组合时，序贯 PHD 滤波器的目标轨迹估计结果，其中目标位置的估计和目标真实位置分别用圆和点表示 ($L=1000m, \lambda_k = 0 rad^{-1}$)

Fig 3.3 Estimation tracks in the x,y-plane, if only one sensor combination is used by the sequential PHD filter at each time index, the true tracks and estimates for each tracks are denoted by dots and circles respectively ($L=1000m, \lambda_k = 0 rad^{-1}$).

文献[34]给出采用多维分配的方法来处理多传感器多目标被动定位问题，其中传感器的数目为 3。文献[33]指出，对于三个被动传感器，如果使得每个周期都不存在模糊解的问题，即没有“鬼点”出

现，三个被动传感器最多只能跟踪两个目标。对于在杂波环境下跟踪更多个目标的问题，就需要更多的传感器。文献[35]中指出，随着传感器数目的增加，在数据关联中的候选关联将非常多，而且这些候选的关联大部分相互之间是有联系的，这样就很难把一个这样复杂的问题分解成若干个子问题来分别处理，使得问题非常复杂。从前面介绍的采用多维分配的方法处理固定目标数的多目标被动定位问题的计算复杂度来看。很小的一个问题，就需要很大的计算量。为了方便，在不影响算法性能比较的前提下，我们尽量使用简单的仿真例子来说明问题。这里演示的仿真例子为跟踪在平面内交叉运动的两个目标，两个目标在它们运动轨迹的交叉点相遇。

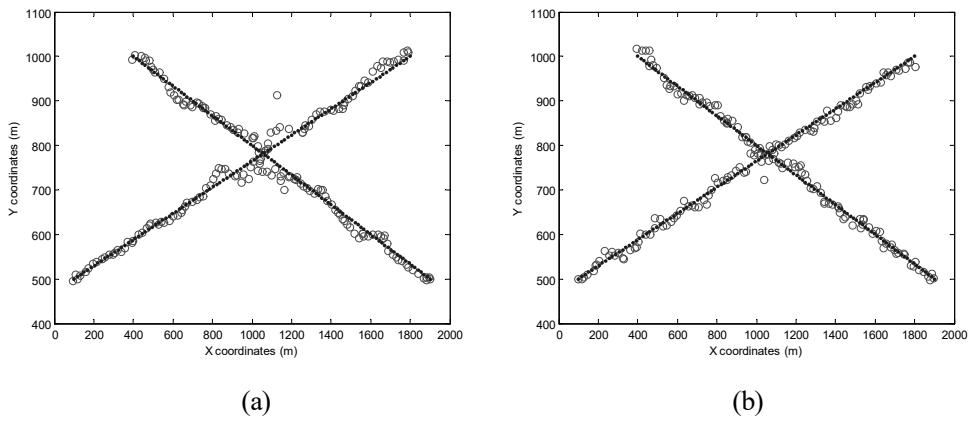


图 3.4 序贯 PHD 滤波器的目标轨迹估计结果，其中目标位置的估计和真实位置分别用圆和点表示

$(L=1000\text{m}, \lambda_k = 0 \text{ rad}^{-1})$ ，(a)：为在个周周期采用不同传感器组合，(b)：传感器在一个周期内被

分别独立使用。

Fig 3.4 Simulation result of the sequential PHD filter, (a): estimation tracks in the x,y-plane, if several sensor combinations are used in a cyclic fashion, (b): estimation tracks in the x,y-plane, if those sensors are used separately. The true tracks and estimates for each tracks are denoted by dots and circles respectively ($L=1000$

$$\text{m}, \lambda_k = 0 \text{ rad}^{-1})$$
.

基于同样且每次都相互独立的数据，100 次 Monte Carlo 仿真表明序贯 PHD 滤波器在杂波环境下的性能优于基于多传感器多维分配的多目标被动定位方法，以及文献[107]给出的方法。如图 3.5 所示。同样，对应不同的杂波密度，100 次 Monte Carlo 仿真也说明了这一点，如图 3.6 所示。从图 3.5 和图 3.6 中可以看出，和传感器被成对使用相比，当各个传感器的量测集合被分别独立使用时，序贯 PHD

滤波器能得到的更好目标状态估计结果。并且，当各个传感器被分别独立使用时，序贯 PHD 滤波器的计算复杂度更小。

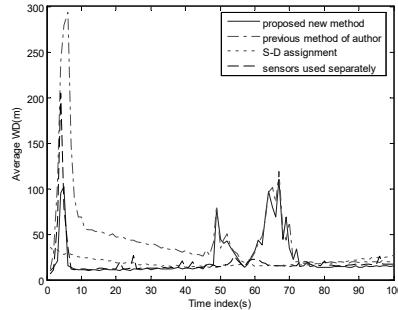


图 3.5 对应不同周期四种方法的性能(平均 WD)比较, ($\lambda = 0.15 \text{ rad}^{-1}$, 100 次 MC 仿真).

Fig 3.5 Performance measures (MC average WD) comparison of four methods versus time

($\lambda = 0.15 \text{ rad}^{-1}$ is fixed, 100 MC runs).

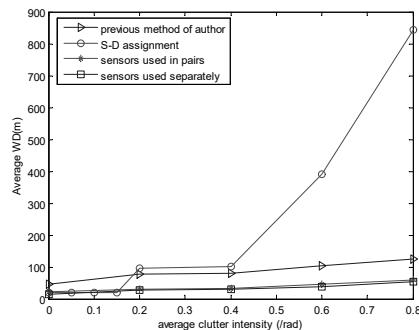


图 3.6 对应于不同的杂波密度四种不同方法的性能比较($p_{D,k} = 0.98$, 100 次 MC 仿真)

Fig 3.6 Tracking performance measure of four methods versus clutter intensity

($p_{D,k} = 0.98$ is fixed, 100 MC runs).

相比传统的基于数据关联的多传感器多目标被动定位方法，序贯PHD滤波器能够取得更好的目标状态估计结果。这是由于传统的基于数据关联的多目标跟踪方法把多目标跟踪问题分成若干个子问题分别处理，然后再把这些子问题合并在一起。其中包括单个目标的跟踪问题和数据关联问题。这种算法在很大程度上取决于数据关联的效果。如果数据关联得到的正确关联概率较低，这种方法就很难取得很好的目标状态估计结果。并且在杂波密度较大时，处理数据关联问题并不是一件容易的事情，数据关联的效果也不能让人满意。而基于随机集的多目标跟踪方法成功规避的数据关联带来的困难，直

接进行多目标的状态估计，这样由数据关联引出的困难就不复存在。许多文献的仿真表明，用PHD滤波器进行多目标状态的估计时，对杂波密度的增加并不十分敏感。因此，和基于多维分配的多传感器多目标被动定位的方法相比，基于序贯PHD滤波器的多传感器多目标被动定位方法更有效。特别是在有杂波的环境下。

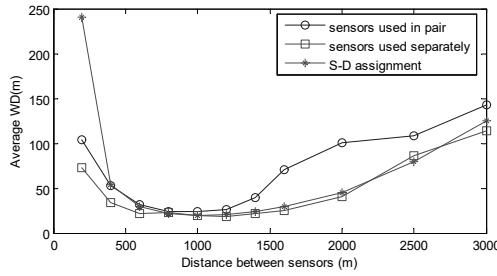


图3.7 对应于不同传感器之间的间隔，三种方法的性能比较

$$(p_{D,k} = 0.98 \text{ and } \lambda_k = 0 \text{ rad}^{-1}, \text{ 100次MC仿真}).$$

Fig 3.7 Tracking performance (MC average WD) of three methods for different distance between sensors

$$(p_{D,k} = 0.98 \text{ and } \lambda_k = 0 \text{ rad}^{-1}, \text{ 100 MC runs}).$$

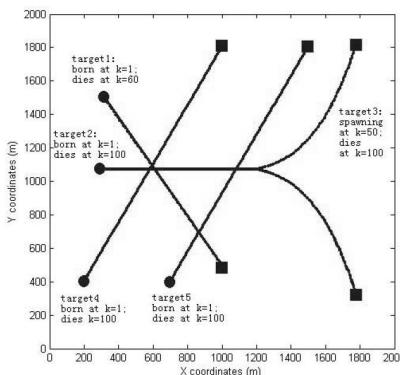


图 3.8 在 x, y 平面内真实目标的运动轨迹，其中目标运动的起始点和结束点分别用●/■表示

Fig 3.8 True target tracks in the x,y-plane for another example.

The start/end points for each track are denoted by ●/■ respectively.

序贯 PHD 滤波器在多传感器多目标被动定位方面优于文献[107]给出的方法是非常明显的。这是因为文献[107]给出的方法在一个周期内只使用的一对传感器的量测，而序贯 PHD 滤波器使用了所有传感器的量测，当然性能更加优越。

另外还需要说明的是，多目标被动定位算法的性能也受传感器之间的距离影响。如图 3.7 所示，对于不同的传感器间隔距离，各种方法的性能都有变化，并且变化的趋势是一致的。当传感器间隔距离 $L=3000(m)$ 时，各种滤波器的性能都不理想。特别是传感器被成对使用的情况。这是因为当传感器间隔距离比较大时，“鬼点”之间的距离也会变的更小，这样在一个区域内“鬼点”出现就相对稠密。如果把这些“鬼点”看做杂波的话，就是说增加了这个区域的杂波密度。然而这些“鬼点”并不是真正的杂波，它们的出现在某种程度上比杂波的出更有规律。如果传感器被序贯 PHD 滤波器成对使用时，就很难去除掉这些“鬼点”。特别在两个目标运动轨迹的交叉点位置附近，“鬼点”出现的就变得更加稠密。因此，在交叉点位置，如果传感器被成对使用，序贯 PHD 滤波器的性能就受到比较大的影响。

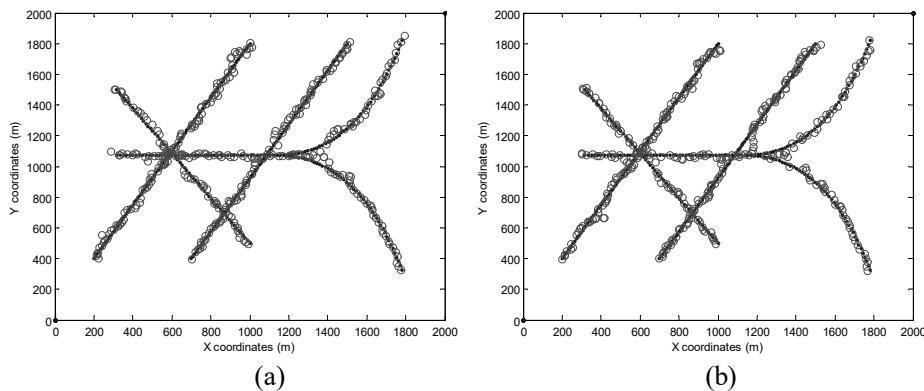


图 3.9 对于不两种不同的杂波密度，采用序贯 PHD 滤波器在一个周期内分别独立序贯使用每个传感器时，多目标被动跟踪的仿真结果。其中 $L=1000(m)$ ，(a): $\lambda_k = 0 \text{ rad}^{-1}$ ，(b): $\lambda_k = 0.4 \text{ rad}^{-1}$

Fig 3.9 Simulation result of the sequential PHD filter for two different clutter intensities, estimation tracks in the x,y-plane, if those sensor are used separately,

$$L=1000(\text{m}), \text{(a): } \lambda_k = 0 \text{ rad}^{-1}, \text{ (b): } \lambda_k = 0.4 \text{ rad}^{-1}$$

基于多维分配的多传感器多目标被动定位方法，当传感器数目增加时，其计算量将曾爆炸的方式增加。而基于序贯PHD滤波器的多目标被动定位方法的计算量和传感器数目成正比。当传感器的数目增加时，其计算量的增加并不大。这里演示了采用四个被动传感器跟踪五个目标的例子，如图3.8 所示为目标运动的真实轨迹。仿真表明，当目标数目变化时，序贯PHD滤波器仍能出色地处理多传感器多目标的被动定位问题，如图3.9 所示。

需要说明的是WD距离是当前被认为比较有效的评价多目标跟踪算法的标准。WD距离既能反映出算法对目标数目的估计，也能反映出算法对目标运动状态的估计。特别是算法对目标数目的估计能够反映出算法对新出现目标的检测能力和存在目标消失的判断能力，其中存在目标被认为消失的现象为失跟。也就是说WD距离能够反映出传统目标跟踪算法的提到的航迹起始和航迹终结能力以及失跟率。因此，WD距离做为评价多目标跟踪算法的指标是比较客观全面地。图3.5所示，可以看出，在杂波密度比较低时，基于多维分配的多传感器多目标定位方法的新目标检测能力要优于基于序贯PHD滤波器多传感器多目标定位方法。但是随着杂波密度的增加，基于序贯PHD滤波器对新目标的检测能力和对消失目标的判断能力要优于基于多维分配的多传感器多目标定位方法，如图3.6 所示。

另外，由于基于FISST的多目标跟踪技术避开了数据关联，这种算法中没有明确的航迹概念，因此难以用误跟率评价这种算法。

3.7 本章小结

基于序贯 PHD 滤波器，本章给出平面内多传感器多目标被动定位问题的两个有效处理办法。这种方法成功地避开数据关联带来的困难。仿真表明这种方法优于基于多维分配的多传感器多目标被动定位方法。并且序贯 PHD 滤波器的计算复杂度要小得多。另外，和传感器被组对使用的情况向比，当传感器被分别独立使用时，序贯 PHD 滤波器能取得更好的目标状态估计结果。如果传感器需要成对使用时，建议在不同的周期循环使用不同的传感器组合。最后一个仿真例子表明，基于序贯 PHD 滤波器的多目标被动定位方法可以很容易的扩展到更多传感器的情况，并且计算量的增加并不大，而且能够处理目标数目不断变化的情况。

第四章 应用椭球门限的 GM-CPHD 滤波器

4.1 引言

从前面章节的介绍中知道, CPHD 滤波器是 R. Mahler 在文献[47][48][49]中为处理文献[94]指出的 PHD 滤波器对缺失探测敏感的问题而提出的。相比 PHD 滤波器, CPHD 滤波器在传递 PHD 函数的同时也传递目标数目分布的概率密度函数。在目标数目平稳变化时, 它能取的比 PHD 滤波器更好的目标状态估计结果^[68], 特别是对目标数目的估计更加精确^[68]。相比 PHD 滤波器, CPHD 滤波器之所以能取的更好的结果是用更大计算量获得的。CPHD 滤波器的计算复杂度为 $O(NM^3)$ ^[49], 而 PHD 滤波器的计算复杂度为 $O(NM)$ ^[49], 其中 N 为跟踪的目标数目, M 为传感器量测集合的势, 从 CPHD 滤波器的计算复杂度的表达式中可以看出, CPHD 滤波器的计算量能够通过减少有效量测数目的方法来降低其计算量^[68]。传统目标跟踪方法中的门限本身就是一种减少有效量测数目的方法。

4.2 GM-CPHD 滤波器

为了得到 CPHD 滤波器高斯混合形式, 文献[68]对其进行变形推导, 使得文献[64][65]给出的两个引理就能直接地应用到 CPHD 滤波器的变形形式当中, 从而得到高斯混合形式的 CPHD 滤波器^[68]。这就需要在保留 CPHD 滤波器的原始假设的前提下, 还需要假设单个目标的运动模型和观测模型都是线性高斯的, 同样也假设新出现目标的强度函数也具有高斯混合的形式。

假设每个目标的运动模型和观测模型都是线性高斯的, 即

$$f_{k|k-1}(x | \varsigma) = N(x; F_{k-1}\varsigma, Q_{k-1}) \quad (4.1)$$

$$g_k(z | x) = N(z; H_k x, R_k) \quad (4.2)$$

其中 $N(\cdot; m, P)$ 是均值为 m 协方差矩阵为 P 的正态分布函数, F_{k-1} 为单个目标运动的状态转移矩阵, Q_{k-1} 是过程噪声的协方差矩阵, H_k 是观测矩阵, R_k 是观测噪声的协方差矩阵, k 表示第 k 个取样周期。

假设目标的幸存概率和传感器探测概率都是状态独立的, 即

$$p_{s,k}(x) = p_{s,k}, \quad p_{D,k}(x) = p_{D,k}$$

在 k 时刻新出现目标 RFS 的强度函数为高斯混合的形式

$$\gamma_k(x) = \sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}} \omega_{\gamma,k}^{(i)} N(x; m_{\gamma,k}^{(i)}, P_{\gamma,k}^{(i)}) \quad (4.3)$$

其中 $\omega_{\gamma,k}^{(i)}$, $m_{\gamma,k}^{(i)}$ 和 $P_{\gamma,k}^{(i)}$ 分别为高斯混合 PHD 函数中单个高斯分量的权值, 均值和协方差矩阵. 记 $v_{k|k-1}$ 和 v_k 分别为多目标状态密度函数 $p(X_k | Z_{1:k-1})$ 和 $p(X_k | Z_{1:k})$ 的概率假设密度函数即 PHD 函数。另外, 记 $p_{k-1}(n)$ 和 $p_{k|k-1}(n)$ 分别为目标数目分布的先验概率密度函数和预测概率密度函数。在以上线性高斯假设的前提下, 高斯混合 CPHD 滤波器(GM-CPHD)^[68]可以分为时间预测和状态更新两个部分来描述。

时间预测: 在 $k-1$ 时刻, 假设先验强度函数为 $v_{k-1}(x)$, 先验目标数目分布的概率密度函数为 $p_{k-1}(n)$,

并且 $v_{k-1}(x)$ 具有如下高斯混合的形式

$$v_{k-1}(x) = \sum_{j=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(j)} N(x; m_{k-1}^{(j)}, P_{k-1}^{(j)}) \quad (4.4)$$

则 $v_{k|k-1}$ 也是高斯混合的, 于是 CPHD 滤波器的预测部分可以描述为:

$$p_{k|k-1}(n) = \sum_{i=0}^n p_{\Gamma,k}(n-i) \sum_{l=i}^{\infty} C_i^l p_{k-1}(l) p_{s,k}^i (1-p_{s,k})^{l-i} \quad (4.5)$$

$$v_{k|k-1}(x) = v_{s,k|k-1}(x) + \gamma_k(x) \quad (4.6)$$

其中: $p_{\Gamma,k}(\cdot)$ 为 k 时刻新出现目标的势分布函数;

$\gamma_k(x)$ 为新出现目标的强度函数;

$$v_{s,k|k-1}(x) = p_{s,k} \sum_{j=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(j)} N(x; m_{s,k|k-1}^{(j)}, P_{s,k|k-1}^{(j)})$$

$$m_{s,k|k-1}^{(j)} = F_{k-1} m_{k-1}^{(j)}$$

$$P_{s,k|k-1}^{(j)} = Q_{k-1} + F_{k-1} P_{k-1}^{(j)} F_{k-1}^T$$

$$C_i^l = \frac{l!}{i!(l-i)!} \text{ 为二项式系数。}$$

状态更新：假设预测多目标状态的强度函数 $\nu_{k|k-1}$ 和预测目标集合的势分布概率密度函数 $p_{k|k-1}$ 已知，

并且 $\nu_{k|k-1}$ 具有高斯混合的形式。

$$\nu_{k|k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(i)} N(x; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)}) \quad (4.7)$$

则 ν_k 也是高斯混合的，于是 CPHD 滤波器的更新部分可以简化为：

$$p_k(n) = \frac{\Psi_k^0[\omega_{k|k-1}, Z_k](n) p_{k|k-1}(n)}{\langle \Psi_k^0[\omega_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle} \quad (4.8)$$

$$\nu_k(x) = \frac{\langle \Psi_k^1[\omega_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle}{\langle \Psi_k^0[\omega_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle} (1 - p_{D,k}) \nu_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z_k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \omega_k^{(j)} N(x; m_k^{(j)}(z), P_k^{(j)}) \quad (4.9)$$

其中： $\Psi_k^u[\omega, Z](n) = \sum_{j=0}^{\min(|Z|, n)} (|Z| - j)! p_{K,k}(|Z| - j) P_{j+u}^n \cdot \frac{(1 - p_{D,k})^{n-(j+u)}}{\langle 1, \omega \rangle^{j+u}} \sigma_j(\Lambda_k(\omega, Z))$

$$\Lambda_k(\omega, Z) = \left\{ \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle}{\kappa_k(z)} p_{D,k} \omega^T q_k(z) : z \in Z \right\} \quad (4.10)$$

$$\omega_{k|k-1} = \left[\omega_{k|k-1}^{(1)}, \dots, \omega_{k|k-1}^{(J_{k|k-1})} \right]^T$$

$$q_k(z) = \left[q_k^{(1)}(z), \dots, q_k^{(J_{k|k-1})}(z) \right]$$

$$q_k^{(j)}(z) = N(z, H_k m_{k|k-1}^{(j)}, S_k^{(j)})$$

$$S_k^{(j)} = H_k P_{k|k-1}^{(j)} H_k^T + R_k$$

$$\omega_k^{(j)}(z) = p_{D,k} \omega_{k|k-1}^{(j)} q_k^{(j)}(z) \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle}{\kappa_k(z)} \frac{\langle \Psi_k^1[\omega_{k|k-1}, Z_k \setminus \{z\}], p_{k|k-1} \rangle}{\langle \Psi_k^0[\omega_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle} \quad (4.11)$$

$$m_k^{(j)}(z) = m_{k|k-1}^{(j)} + K_k^{(j)}(z - H_k m_{k|k-1}^{(j)})$$

$$P_k^{(j)} = \left[I - K_k^{(j)} H_k \right] P_{k|k-1}^{(j)}$$

$$K_k^{(j)} = P_{k|k-1}^{(j)} H_k^T \left[S_{k|k-1}^{(j)} \right]^{-1}$$

$\kappa_k(\cdot)$ 为 k 时刻杂波强度函数;

$p_{K,k}(\cdot)$ 为 k 时刻杂波数目的概率分布密度函数;

$P_j^n = \frac{n!}{(n-j)!}$ 为组合排列系数;

$\langle \alpha, \beta \rangle = \int \alpha(x) \beta(x) dx$ 为实函数 α 和 β 的内积，当 α 和 β 为实序列时

$$\langle \alpha, \beta \rangle = \sum_{l=0}^{\infty} \alpha(l) \beta(l);$$

$\sigma_j(\cdot)$ 为非空实数集合 Z 阶数为 j 的均衡函数^{[48][49][68]}(elementary symmetric function of

order j)。 $\sigma_j(Z) \triangleq \sum_{S \subseteq Z, |S|=j} \left(\prod_{\varsigma \in S} \varsigma \right)$, 取 $\sigma_0(Z)=1$ 。例如：如果 $Z=\{z_1, z_2, z_3\}$ ，则

$$\sigma_1(Z)=z_1+z_2+z_3, \quad \sigma_2(Z)=z_1z_2+z_1z_3+z_2z_3, \quad \sigma_3(Z)=z_1z_2z_3.$$

同样，采用扩展 Kalman 滤波器，和 U-Kalman 滤波器，上面提到的 CPHD 滤波器时间预测和状态更新两个部分也可以扩展到非线性的形式^[68]。

4.3 算法描述

传统基于数据关联的多目标跟踪算法中，门限扮演着非常重要的角色。传统的多目标跟踪算法中的联合概率数据关联(JPDA)，联合综合概率数据关联(JIPDA)等，都是对落入门限内的量测进行计算完成对目标的跟踪。如果能把门限应用到 CPHD 滤波器，就可以减少量测集合内元素的数目，从而减少 CPHD 滤波器的计算量。椭球门限是一个在目标跟踪算法中经常被使用的方法，在我们所提出的这个算法中，椭球门限将被应用到 CPHD 滤波器中。

根据高斯假设，门限所包含的确认区域是一个超椭球^[22]，即：

$$\Omega(k, \gamma) = \left\{ z : [z - Hm_{k|k-1}]^T S_k^{-1} [z - Hm_{k|k-1}] \leq \gamma \right\}$$

其中 γ 为设置的门限值

此椭球确认区域的体积为^[15]

$$V_k = c_{n_z} \sqrt{|S_k|} \cdot \gamma^{\frac{n_z}{2}}$$

其中系数 c_{n_z} 依赖于观测空间的维数 n_z ($c_1 = 2, c_2 = \pi, c_3 = 4\pi/3$),

如果 p_G 为正确量测落入确认区域的概率, 那么:

$$\gamma = -2 \ln(1 - p_G), \quad \text{当 } n_z = 2 \text{ [22]}$$

CPHD 滤波器的计算量主要来自每个更新周期都要计算 $M + 1$ 个元素的均衡函数, 其计算复杂度为 $O(NM^3)$ 。因此可以通过减少量测数目的方法来减少 CPHD 滤波器的计算量。采用门限的方法是一个很好的选择。

在这里采用的门限分成以下三个步骤来描述,

假设在 k 时刻, 高斯混合预测强度函数为:

$$v_{k|k-1}(x) = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(j)} N(x; m_{k|k-1}^{(j)}, P_{k|k-1}^{(j)})$$

传感器量测集合为 Z_k .

第一步: 去除不需要保留的高斯混合分量

这里需要设置一个高斯混合分量权值门限 T_e ($0.1 > T_e >> T_{tr}$), 其中 T_{tr} 为文献[65][68]中高斯混合分量修剪过程中使用的权值门限。

去除那些没有必要保留的高斯分量后得到一个高斯混合分量的集合

$$W_k = \left\{ \omega_{k|k-1}^{(j)} N(x; m_{k|k-1}^{(j)}, P_{k|k-1}^{(j)}) \mid \omega_{k|k-1}^{(j)} > T_e, j = 1, \dots, J_{k|k-1} \right\} \quad (4.12)$$

假设新出现目标 RFS 的强度函数为高斯混合形式。为了能保证使用门限后, CPHD 滤波器仍然可以检测到新出现的目标, 就需要新出现目标的强度函数的高斯分量被集合 W_k 所包括。这里设置新出现目标强度函数的每一高斯分量对应的权值大于等于 0.1。

第二步: 使用椭球门限得到新的量测集合

设置门限 $\gamma = -2 \ln(1 - p_G)$, 假设 $n_z = 2$, 记

$$D_k(z) = \left\{ d_k^{(1)}(z), \dots, d_k^{(i)}(z), \dots, d_k^{(\Gamma_{w_k})}(z) \mid z \in Z_k \right\}$$

其中 Γ_{w_k} 为在 k 时刻集合 W_k 中元素的数目;

$$d_k^{(i)}(z) = [z - Hm_{k|k-1}^{(i)}]^T \left(S_k^{(i)} \right)^{-1} [z - Hm_{k|k-1}^{(i)}]$$

$$S_k^{(i)} = H_k P_{k|k-1}^{(i)} H_k^T + R_k$$

$$\omega_{k|k-1}^{(i)} N(x; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)}) \in W_k$$

对于高斯分量集合 W_k 的联合门限区域为 Ω_k 可以表示为:

$$\Omega_k = \bigcup_{i=1}^{\Gamma_{W_k}} \Omega_k^i(\gamma) \quad (4.13)$$

其中: $\Omega_k^i(\gamma) = \{z : d_k^{(i)}(z) \leq \gamma\}, i = 1, \dots, \Gamma_{W_k}$.

落入此联合门限区域的量测集合就可以描述为:

$$Z_k^{new} = \{z \in Z_k \mid \min(D_k(z)) \leq \gamma\} \quad (4.14)$$

可以看出, 采用此椭球门限可能会去除掉所有和已经被探测目标不相关的量测, 这就使得新出现的目标很难被检测到。为了处理这个问题, 我们假设新出现目标的强度函数已知, 并且具有高斯混合的形式。

第三步: 更新 $v_{k|k-1}(x)$ 和 $p_{k|k-1}(n)$

于是预测多目标状态的强度函数 $v_{k|k-1}(x)$ 和预测的目标数目分布的概率密度函数 $p_{k|k-1}(n)$ 就可以直用量测集合 Z_k^{new} 来更新。

在 CPHD 滤波器的更新阶段, 由于只有落入联合门限区域 Ω_k 内的量测才对整个状态更新过程起作用。即使联合门限内的杂波分布和在整个被观测区域内的杂波分布相同。但是联合门限区域和整个观测区域相比可能要小的多。这就需给出分布在联合门限区域内杂波强度函数的表达形式。假设在联合门限区域内的杂波模型仍为一个 Poisson RFS, 其强度函数为 $\kappa_k^{new}(z) = \lambda V_k^{new} u_k^{new}(z)$, 其中 λ 为单位容积内杂波的个数, 即平均杂波强度, V_k^{new} 为联合门限区域的容积, $u_k^{new}(z)$ 为在联合门限区域上服从均匀分布的概率密度函数。这样, GM-CPHD 滤波器中的两个部分需要修改以适椭球门限的使用, 这两个部分分别为公式(4.10)和公式(4.11), 其中杂波强度函数在这两个公式中分别被使用。这两个公式应该变形为:

$$\Lambda_k(\omega, Z) = \left\{ \frac{\langle 1, \kappa_k^{new} \rangle}{\kappa_k^{new}(z)} p_{D,k} \omega^T q_k(z) : z \in Z \right\} \quad (4.15)$$

$$\omega_k^{(j)}(z) = p_{D,k} \omega_{k|k-1}^{(j)} q_k^{(j)}(z) \frac{\langle 1, \kappa_k^{new} \rangle}{\kappa_k^{new}(z)} \frac{\langle \Psi_k^1[\omega_{k|k-1}, Z_k \setminus \{z\}], p_{k|k-1} \rangle}{\langle \Psi_k^0[\omega_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle} \quad (4.16)$$

其中 $\Lambda_k(\omega, Z)$ 是用来计算均衡函数的实数集合， $\omega_k^{(j)}(z)$ 为更新后 GM-CPHD 滤波器中高斯分量对应的权值。

$$\frac{\langle 1, \kappa_k^{new} \rangle}{\kappa_k^{new}(z)} = \frac{\lambda V_k^{new}}{\lambda V_k^{new} u_k^{new}(z)} = \frac{1}{u_k^{new}(z)} = V_k^{new} \quad (4.17)$$

在 k 时刻联合门限区域的容积可以用近似得到

$$V_k^{new} \approx \begin{cases} V' = \sum_{i=1}^{\Gamma_{W_k}} V_k^{(i)}, & V' \leq V \\ V, & V' > V \end{cases} \quad (4.18)$$

其中 V 为观测区域的容积， $V_k^{(i)} = c_{n_z} \sqrt{\gamma S_k^{(i)}}$ 为对应于第 i 个椭球门限的门限区域， Γ_{W_k} 为集合 W_k 的势。为了计算上的方便，椭球门限区域的交集部分没有考虑在内。所以得到的联合门限区域要小于或等于传感器的观测区域 V 。

于是，在联合门限内的量测数目可以近似为

$$m_{new} = n + \lambda V_k^{new} \quad (4.19)$$

其中 n 为要跟踪目标数目。

因此，带有椭球门限的 GM-CPHD 滤波器的计算复杂度为 $O(n m_{new}^3)$ 。可以看出，采用门限的方法可以降低有效量测集合的势，从而达到降低 GM-CPHD 滤波器计算量的目的。

4.4 仿真研究

采用数字仿真是研究的一个主要内容，我们将在这个部分采用仿真的方式验证我们提出的方法，找出其中可能存在的问题。仿真内容包括两个部分检验 GM-CPHD 滤波器采用门限后对目标的跟踪情况。第一部分中目标的运动和观测都是线性高斯的情况；第二部分中观测为非线性的，包括对机动目标的跟踪。

4.4.1 线性 GM-CPHD 滤波器仿真

假设传感器的观测区域为 2000 米长 2000 米宽方形区域，如图 4.1 所示。

假设目标的运动模型为线性高斯的。

$$x_k = F_k x_{k-1} + w_k \quad (4.20)$$

其中 w_k 是一均值为零协方差矩阵为 Q_k 高斯白噪声, x_k 为目标的状态向量其中包括目标的位置和速度, k 为第 k 个采样周期

$$\begin{aligned} x_k &= [x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y}]^T \\ F_k &= \begin{bmatrix} \tilde{F} & \\ & \tilde{F} \end{bmatrix}, \quad \tilde{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ Q_k &= \begin{bmatrix} \tilde{Q} & \\ & \tilde{Q} \end{bmatrix}, \quad \tilde{Q} = \sigma_w^2 \begin{bmatrix} T^4/4 & T^3/2 \\ T^3/2 & T^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

其中 $\sigma_w = 5(m/s^2)$, 采用周期 $T = 1s$ 。

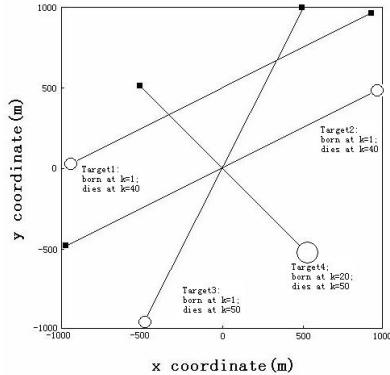


图 4.1 目标运动的真实轨迹, 其中目标的起始点和结束点分别用○/■表示

Fig 4.1 True target tracks in the x y-plane.

The start/end points for each track are denoted by ○/■ respectively.

由目标产生的量测 z_k 为受噪声 v_k 干扰的坐标 (x, y) , 即

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (4.21)$$

其中 $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 量测噪声 v_k 是一均值为零协方差矩阵为 $R = \sigma_v^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, ($\sigma_v = 5m$),

的高斯白噪声。

假设目标可能出现在四个不同的区域，并且新出现的目标为一个泊松 RFS，其强度函数为：

$$\gamma_k(x_k) = \sum_{i=1}^4 w_i N(x_k; \bar{m}_i, \bar{P}_{\gamma,i}) \quad (4.22)$$

其中： $\bar{m}_1 = [-980, 0, 10, 0]^T$, $\bar{m}_2 = [980, 0, 480, 0]^T$

$$\bar{m}_3 = [-480, 0, -980, 0]^T, \quad \bar{m}_4 = [480, 0, -480, 0]^T$$

$$\bar{P}_{\gamma,i} = \text{diag}([100, 50, 100, 50]), \quad i = 1, 2, 3 ;$$

$$\bar{P}_{\gamma,4} = \text{diag}([100, 400, 100, 400])$$

$$w_i = 0.1, \quad i = 1, 2, 3, 4 .$$

设置新出现目标强度函数的每一高斯分量权值都为 0.1，即 $w_i > T_e$ ，这样在使用门限后，新出现目标的强度函数在每个周期都能得以保留，从而使滤波器能够检测新出现的目标。

新目标出现的区域是一个随机量，不同的区域对应一个目标出现的概率 P_a ，这里取 $P_a = 0.9$ 。

由新目标出现的概率 P_a 就能计算出四个新目标出现的区域，如图 4.1 所示。这里的四个圆分别为四个目标可能出现区域。四个圆的圆心分别为 $o_i = H\bar{m}_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$)，对应它们的半径分别为 $r_i \approx 28.9$, $i = 1, 2, 3$, $r_4 \approx 49.5$ 。

假设新出现目标的强度函数已知，这种假设在现实应用当中有一定的实际意义。如机场内起飞的飞机一定会出现在跑道两端的某个区域。

仿真中假设传感器对目标的探测概率 $p_{D,k} = 0.98$ ，目标在下个周期仍然存在的概率，即目标的幸存概率 $p_{s,k} = 0.99$ ，并且传感器的量测 x 和 y 的观测噪声相互独立。传感器的真实量测淹没在杂波当中，假设杂波为一 Poisson RFS，其强度函数为：

$$\kappa_k(z) = \lambda V u(z) \quad (4.23)$$

其中 $\lambda = 1.25 \times 10^{-5} (m^{-2})$ 为单位容积内杂波的个数，也称之为杂波强度。 V 为观测区域的容积， $u(z)$ 为在观测区域上服从均匀分布的概率密度函数。图 4.1 给出了四个目标运动的真实轨迹，对应于时间周期图 4.2 给出淹没在杂波中的传感器量测。

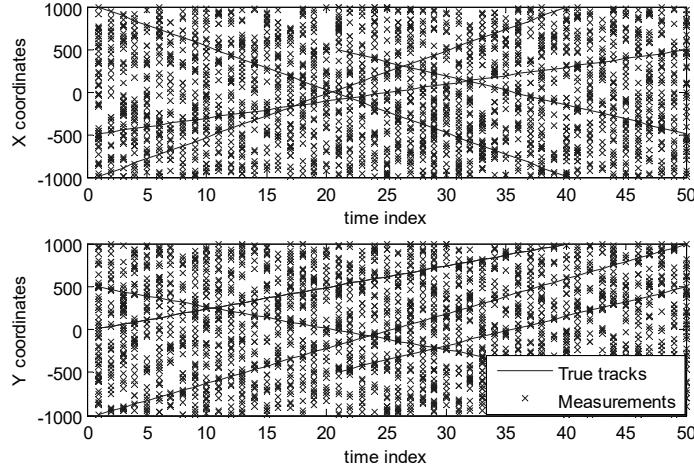


图 4.2 淹没在杂波中的传感器的量测 (杂波密度 $\lambda = 1.5 \times 10^{-5} m^{-2}$)

Fig 4.2 Measurements and true target tracks in x- and y-coordinates versus time

(clutter intensity $\lambda = 1.5 \times 10^{-5} m^{-2}$).

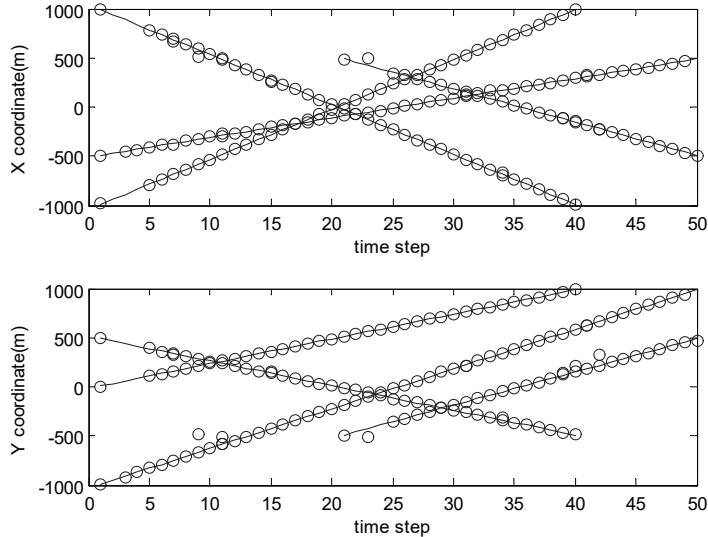


图 4.3 采用门限后的 GM-CPHD 滤波器多目标状态在 x 和 y 坐标上的估计结果

Fig 4.3 GM-CPHD filter with the proposed Gating technique estimates and true target tracks in x and y coordinates versus time. The true tracks and estimates for each tracks are denoted by $-/\circ$, respectively.

在所有的仿真例子中，设置门限 $T_e = 100 \cdot T_{tr}$ 。为了确保由目标产生的量测被包括在联合门限区

域内，取 $p_G = 1 - 10^{-4}$ 。高斯分量的修剪仍然采用文献[64][65][68]所采用的方法，其中高斯分量舍弃门限 $T_{tr} = 10^{-5}$ ，合并门限 $U = 6m$ ，取最多需要保留高斯分量的个数 $J_{\max} = 200$ 。取高斯混合强度函数中高斯分量权值大于等于 0.5 高斯分量作为目标状态的估计。

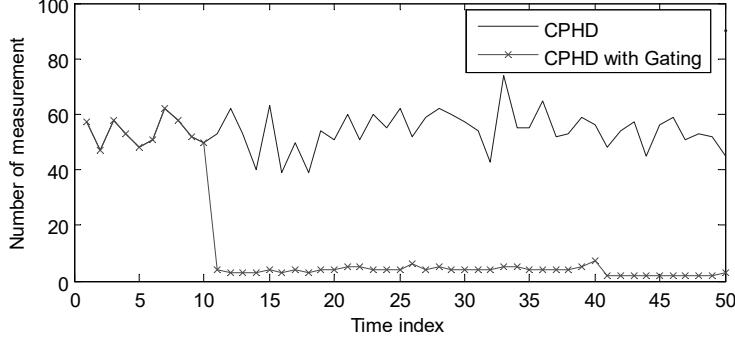


图 4.4 采用门限前后观测集合势的比较(杂波密度 $\lambda = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$)

Fig 4.4 Cardinality comparison to original measurement set and new measurement set versus time (clutter intensity $\lambda = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$).

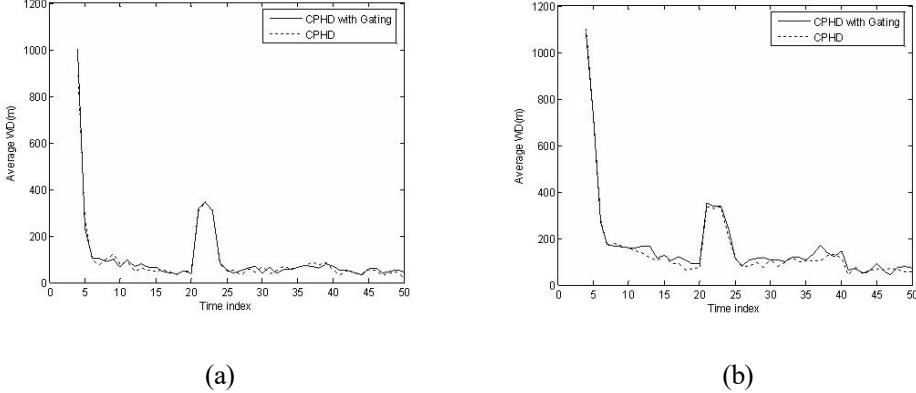


图 4.5 两种杂波情况下，GM-PHD 滤波器采用和不采用门限的性能比较，

(a):($\lambda = 1 \times 10^{-5} m^{-2}$),(b):($\lambda = 5 \times 10^{-5} m^{-2}$).

Fig 4.5 Performance measures (MC average WD) comparison between the GM-CPHD with and without our proposed gating technique versus time for two different clutter intensities

(a):($\lambda = 1 \times 10^{-5} m^{-2}$),(b):($\lambda = 5 \times 10^{-5} m^{-2}$).

计算机仿真结果表明，如果在初始的几个周期内就使用门限，GM-CPHD 滤波器的表现并不好，有可能会出现丢失目标的情况。出现这种情况原因是 GM-CPHD 滤波器在启动过程中存在目标跟踪起始的功能，如果在目标跟踪起始还没有完成就采用门限，就可能把目标的真实探测剔除掉，从而丢失目标。所以，建议在 GM-CPHD 滤波器自身运行几个周期后再使用门限，这样就不会破坏 GM-CPHD 滤波器的目标跟踪起始功能。如图 4.3 所示，如果在 GM-CPHD 滤波器运行几个周期后采用门限就能成功地检测到每一个目标，得到满意的滤波结果。如图 4.4 所示，可以看出落入门限区域的量测数目有了明显地减少，这样就能在很大程度上减小 GM-CPHD 滤波器的计算量。

另外仿真也发现，如果新出现目标的强度函数未知，带有门限的 GM-CPHD 滤波器可能检测不出新出现的目标，这是由于联合门限区域是由上周期被检测出的目标决定的，新出现的目标可能位于联合门限区域以外而被联合门限所剔除。为了处理这个问题，我们只有假设新出现目标的强度函数已知，并且保证每个周期都会被保留。

这里采用 Wasserstein Distance (WD) [124][125] 来评估目标跟踪算法的性能。WD 是近年来新出现的一个评估多目标跟踪算法的评价指标。目标实际状态集合 $X (|X|=m)$ 和估计状态集合 $\hat{X} (|\hat{X}|=n)$ 之间的 WD 为：

$$d_p^W(X, \hat{X}) = \inf_C \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} \|x_i - \hat{x}_j\|^p \right]^{1/p}, \quad p < \infty \quad (4.24)$$

其中下确界 ‘ \inf ’ 是取所有 $m \times n$ 的转移矩阵 $C = \{C_{ij}\}$, $C_{ij} \geq 0$, 对于所有的 $i = 1, \dots, m$, 和 $j = 1, \dots, n$ 。

$$\sum_{i=1}^m C_{ij} = \frac{1}{n}, \quad \sum_{i=1}^n C_{ij} = \frac{1}{m}$$

需要说明的是 WD 能同时反映出每个目标的估计精度，和目标数目的估计精度。其中 p 取值越大对错误估计目标数目的结果惩罚越大 [125]。在本章的仿真例子中，我们采用 WD d_2^W 来评估 GM-CPHD 滤波器采用门限前后的性能变化。

采用 Monte Carlo (MC) 仿真检验多目标跟踪算法是各种文献中经常使用的办法。这里采用 200 次 Monte Carlo (MC) 仿真来检验在使用门限后 GM-CPHD 滤波器的表现。如图 4.5 所示，采用门限前后 GM-CPHD 滤波器的平均 WD 比较。可以看出，采用本文所提出的门限后 GM-CPHD 滤波器的性能

损失并不明显。另外如图 4.6 所示, 200 次 MC 仿真表明, 对应于不同的杂波强度 GM-CPHD 滤波器采用门限后的性能损失也不明显。但是 GM-CPHD 滤波器采用门限后每个周期所使用的时间降低非常明显, 如图 4.7 所示(仿真所使用的软件为 Matlab, 所使用的计算机为 IBM X-60)。

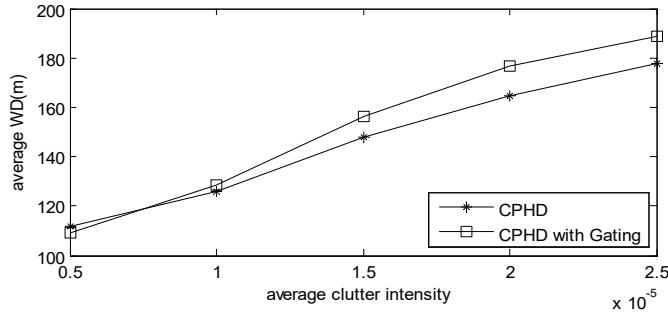


图 4.6 对应于不同杂波密度 λ (m^{-2}),

GM-PHD 滤波器采用和不采用门限的性能比较($p_{D,k} = 0.98$ 取常数)。

Fig 4.6 Tracking performance for varying λ (m^{-2}), ($p_{D,k} = 0.98$ is fixed).

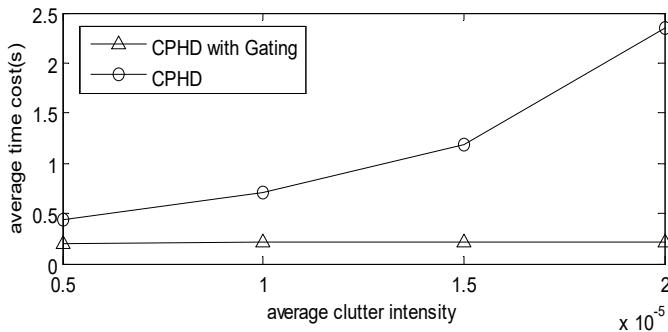


图 4.7 GM-PHD 滤波器采用门限前后每个周期的平均用时比较

Fig 4.7 Average time cost of one time step.

在另外的一个例子中, 如图 4.8 所示, 我们比较了三种多目标跟踪算法跟踪两个在平面内交叉运动目标的性能。这三种方法分别为跟踪固定目标数目的 GM-CPHD 滤波器 (即文献[68]在第五部分给出的 GM-CPHD 滤波器的一种特殊形式), 使用门限的 GM-CPHD 滤波器和 JPDA(Joint Probabilistic Data Association) 滤波器。200 次 MC 仿真显示, 使用门限的 GM-CPHD 滤波器和跟踪固定数目的 GM-CPHD 滤波器的性能都优于 JPDA 滤波器, 如图 4.9 和图 4.10 所示。因此我们得出, 本章提出的

椭球门限能有效降低 GM-CPHD 滤波器的计算量，并且 GM-CPHD 滤波器的性能损失并不明显。

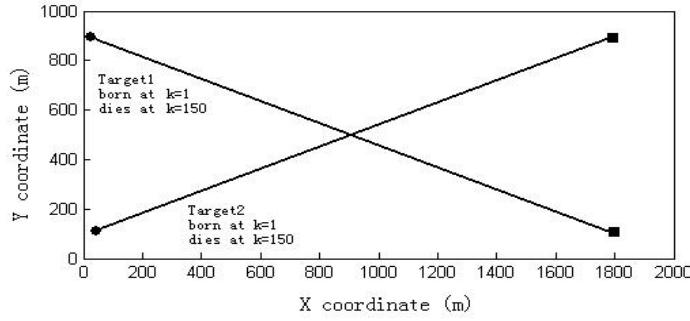


图 4.8 在 x-y 平面上真实目标的运动轨迹，目标的起始和终结点分别用●/■表示。

Fig 4.8 True target tracks in the x y-plane.

The start/end points for each track are denoted by ●/■ respectively.

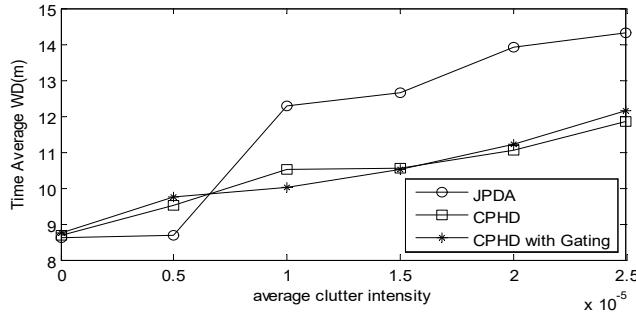


图 4.9 对应于不同杂波密度 $\lambda (m^{-2})$ ，三种方法的性能比较 ($p_{D,k} = 0.98$ 取常数)

Fig 4.9 Tracking performance for varying $\lambda (m^{-2})$ ($p_{D,k} = 0.98$ is fixed).

评论：对于采用门限后的 GM-CPHD 滤波器，最关键的是要确保每个周期，每一个目标的量测都能被包括到联合门限区域内。因此方程 (4.12) 使用的 T_e 是一个非常重要的参数。这里我们建议 $T_e \leq 0.001$ ，否则，使用门限后的 GM-CPHD 滤波器性能将大打折扣。这是由于在 $k+1$ 时刻目标的真实量测可能不被包括在联合门限区域内，如果这个目标在第 k 个周期传感器探测不到这个目标。另外为了能够检测到新出现的目标，就除了需要保证新出现目标强度函数的每一个高斯分量的权值大于 T_e 外，还需要这些高斯分量的协方差矩阵的迹尽量大。

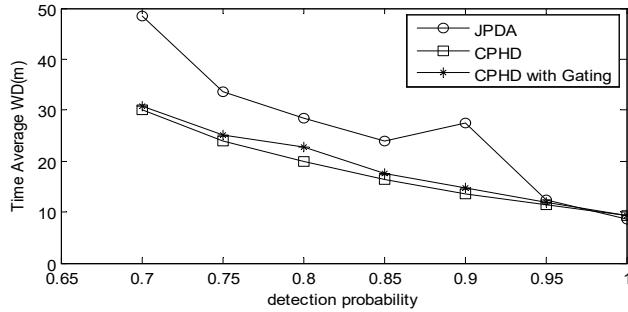


图 4.10 对应于不同传感器探测概率 $p_{D,k}$ ，三种方法的性能比较 ($\lambda = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$ 取常数)

Fig 4.10 Tracking performance for varying $p_{D,k}$ ($\lambda = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$ is fixed)

4.4.2 非线性 GM-CPHD 滤波器仿真

在这个例子中，我们假设传感器的量测方程是非线性的。仿真例子中包括五个机动目标和五个非机动目标。目标的运动轨迹如图 4.11 所示。

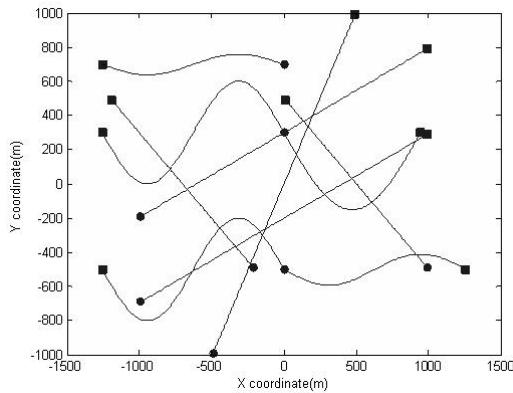


图 4.11 在 x-y 平面上真实目标的运动轨迹，目标的起始和终结点分别用●/■表示。

Fig 4.11 True target tracks in the x y-plane.

The start/end points for each track are denoted by ●/■ respectively.

每一个目标的幸存概率 $p_{s,k} = 0.99$ ，被探测到的概率 $p_{D,k} = 0.98$ 。目标的运动模型仍然是线性高斯的。为了能够跟踪到机动目标这里需要放大了过程噪声的方差，取 $\sigma_w = 10(m/s^2)$ 。但是观测

方程是非线性的，非线性探测中包括受噪声干扰的目标距离和目标方位。即

$$\begin{aligned} z_k = & \begin{bmatrix} \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \\ a \sin \frac{y_k^2}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \end{bmatrix} + \varepsilon_k \end{aligned} \quad (4.25)$$

其中 $\varepsilon_k \sim N(\cdot; 0, R_k)$, $R_k = \text{diag}([\sigma_R^2, \sigma_\alpha^2])$, $\sigma_R = 10 \text{ m}$, $\sigma_\alpha = \pi/180 \text{ rad}$ 。传感器的真实量测淹没在杂波当中，假设杂波为一 Poisson RFS，其强度函数为：

$$\kappa_k(z) = \lambda V u(z)$$

其中 $\lambda = 3.5 \times 10^{-7} (\text{m}^{-2})$ 为单位容积内杂波的个数， $V = 6 \times 10^6 \text{ m}^2$ 为观测区域的容积， $u(z)$ 为在观测区域上服从均匀分布的概率密度函数。对于观测非线性的情况，我们采用 EK-GM-CPHD 滤波器 (Extended Kalman Gaussian Mixture CPHD)^[68]。高斯分量的修剪方法仍然采用本节中提到的方法，参数一致。如图 4.12 所示，可以看出在跟踪多个机动目标时，使用门限后的 GM-CPHD 滤波器仍然可以出色的完成任务。

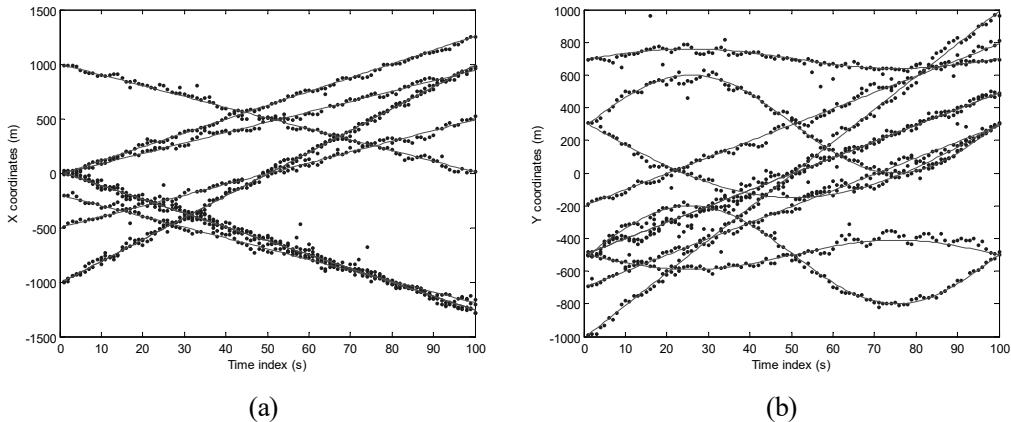


图 4.12 采用门限后 GM-CPHD 滤波器对机动目标在 x, y 坐标上的跟踪结果，其中真实目标运动轨迹和估计运动轨迹分别用 -/· 表示

Fig 4.12 GM-CPHD filter with our proposed gating technique estimates and true target tracks in x and y coordinates versus time. The true tracks and estimates for each tracks are denoted by -/·, respectively.

GM-PHD 滤波器是一种比较接近工程实践应用的多目标跟踪滤波器。降低其计算量有着很强的

工程应用价值。即使 GM-PHD 滤波器的计算复杂度相比 GM-CPHD 滤波器要小的多，同样，采用本章给出的方法，也可以降低 GM-PHD 滤波器的计算量。这样，就更有利于基于 FISST 目标跟踪技术在工程实践当中得到广泛的应用。

4.5 本章小结

这一章中，我们提出了一种减小 GM-CPHD 滤波器计算量的方法，即把椭球门限应用到 GM-CPHD 滤波器中。仿真表明这种方法可以有效地降低 GM-CPHD 滤波器的计算量，同时 GM-CPHD 滤波器的性能损失也不明显。另外和多目标跟踪算法 JPDA 滤波器相比，采用门限后的 GM-CPHD 滤波器仍然可以取得优于 JPDA 滤波器的性能。要注意的是采用门限后可能会剔除掉所有和上周期存在目标不相关的量测，造成丢失目标或检测不到新出现的目标。这就需要，根据具体的问题，在设计 GM-CPHD 滤波器时应选择合适的门限 T_e （方程 4.12），确保所有目标的真实量测被包括在联合门限区域内。

第五章 新出现目标强度函数未知的 GM-PHD 滤波器

5.1 引言

在文献[63][65][68][72]中，当 PHD 滤波器和 CPHD 滤波器被用来仿真时，都假设新出现目标的强度函数已知。假设新出现目标的强度函数已知有一定的应用背景，如起飞的飞机一定会出现在机场跑道两端的某个区域，民航飞机都是沿固定航线飞行等。但是，军事上入侵的飞机并不沿已知航线飞行。因此，这种假设并不能满足实际应用的需要。仿真表明，在杂波环境下，当新出现目标的强度函数未知时，GM-PHD 滤波器会发生检测不到新出现目标的情况。这一章将就 GM-PHD 滤波器应用中存在的一这一问题进行讨论，找出有效处理的办法。

在 GM-PHD 滤波器的基础上，本文给出 GM-PHD 滤波器的矩阵表达形式。这种 GM-PHD 滤波器的矩阵表达形式并没有改变 GM-PHD 滤波器的内容，只是在 GM-PHD 滤波器的另外一种表达形式。但是，这种形式能清楚地描述出当前周期得到的高斯分量和上个周期保留高斯分量的关系，以及当前周期得到的高斯分量和传感器量测之间的关系。在 GM-PHD 滤波器的矩阵表达式中，可以看出，和上个周期保留高斯分量有关系的高斯分量在此矩阵描述中分行排列，而和传感器量测有关系的高斯分量分列排列。在未知新出现目标强度函数的情况下，采用 GM-PHD 滤波器进行目标跟踪时，将会出现检测不到新出现目标的情况。这是因为，当有新目标出现时，如果这些新出现目标的量测距离上个周期存在目标的距离较远，那么当前周期得到的，和这些量测有关系高斯分量的权值可能小于舍弃门限，被高斯分量修剪方法去除掉，从而失去检测到新出现目标的可能。如果能在 GM-PHD 滤波器矩阵表达式的每一列至少保留一个高斯分量，那么就能保证新出现目标的信息保留到下一个周期，这样 GM-PHD 滤波器就能顺利地检测到新出现的目标。仿真表明，这种方法能在新出现目标强度函数未知的情况下成功地检测出新出现的目标。并且和新出现目标强度函数已知时的 GM-PHD 滤波器相比，其性能损失并不大。

5.2 GM-PHD 滤波器的矩阵表达形式

前面已经介绍过 GM-PHD 滤波器，为了描述 GM-PHD 滤波器矩阵表达式的需要，这里重新对其进行介绍，熟悉 GM-PHD 滤波器的读者可以跳过这个部分。

已知 PHD 滤波器为：

$$v_{k|k-1}(x) = \int \phi_{k|k-1}(x, \zeta) v_{k-1}(\zeta) d\zeta + \gamma_k(x) \quad (5.1)$$

$$v_k(x) = [1 - p_D(x)] v_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z_k} \frac{\psi_{k,z}(x) v_{k|k-1}(x)}{\kappa_k(z) + \int \psi_{k,z}(\xi) v_{k|k-1}(\xi) d\xi} \quad (5.2)$$

在每个目标的运动模型和观测模型都是线性高斯的情况下，GM-PHD 滤波器可以用时间预测和状态更新两个部分来描述。

时间预测： $k-1$ 时刻，多目标状态的强度函数，即先验概率假设密度函数 $v_{k-1}(x)$ 具有高斯混合的形式

$$v_{k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} w_{k-1}^{(i)} N(x; m_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)}) \quad (5.3)$$

那么，多目标预测状态的概率假设密度函数也具有高斯混合的形式

$$v_{k|k-1}(x) = v_{k|k-1}^{(s)}(x) + v_{k|k-1}^{(\beta)}(x) + \gamma_k(x) \quad (5.4)$$

其中： $v_{k|k-1}^{(s)}(x) = e_k \sum_{i=1}^{J_{k-1}} w_{k-1}^{(i)} N(x; F_{k-1} m_{k-1}^{(i)}, Q_{k-1} + F_{k-1} P_{k-1}^{(i)} F_{k-1}^T)$ 为预测幸存目标状态的强度函数；

$$v_{k|k-1}^{(\beta)}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \sum_{j=1}^{J_k^{(\beta)}} w_{k-1}^{(i)} w_k^{(\beta, j)} N(x; m_{k|k-1}^{(i, j)}, P_{k|k-1}^{(i, j)})$$

$$m_{k|k-1}^{(i, j)} = m_{k-1}^{(i)} + m_k^{(\beta, j)}, \quad P_{k|k-1}^{(i, j)} = P_{k-1}^{(i)} + P_k^{(\beta, j)}$$

$\gamma_k(x) \sum_{i=1}^{J_k^{(\beta)}} w_k^{(\gamma, i)} N(x; m_k^{(\gamma, i)}, P_k^{(\gamma, i)})$ 新出现目标状态的强度函数，假设为高斯混合形式；

$$\beta_{k|k-1}(x | \zeta) = \sum_{j=1}^{J_k^{(\beta)}} w_k^{(\beta, j)} N(x; \zeta + m_k^{(\beta, j)}, P_k^{(\beta, j)})$$
 为衍生目标状态的强度函数。

状态更新：如果多目标预测状态的强度函数具有高斯混合的形式即

$$v_{k|k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(i)} N(x; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)}) \quad (5.5)$$

那么多目标状态的后验强度函数也具有高斯混合的形式，其形式为：

$$v_k(x) = (1 - p_D(x))v_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z_k} v_k^{(D)}(x; z) \quad (5.6)$$

$$v_k^{(D)}(x; z) = \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \frac{p_D(x) w_{k|k-1}^{(i)} q_k^{(i)}(z) N[x; m_k^{(i)}(z), P_k^{(i)}]}{\kappa_k(z) + p_D(x) \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(j)} q_k^{(j)}(z)}$$

其中: $q_k^{(j)}(z) = N(z; H_k m_{k|k-1}^{(j)}, R_k + H_k P_{k|k-1}^{(j)} H_k^T)$

$$m_k^{(i)}(z) = m_{k|k-1}^{(i)} + K_k^{(i)}(z - H_k m_{k|k-1}^{(i)})$$

$$P_k^{(i)} = (I - K_k^{(i)} H_k) P_{k|k-1}^{(i)}$$

$$K_k^{(i)} = P_{k|k-1}^{(i)} H_k^T (H_k P_{k|k-1}^{(i)} H_k^T + R_k)^{-1}$$

这两个部分说明，在目标运动模型和观测模型为线性高斯的前提下，PHD 滤波器的时间预测和状态更新两个部分都具有高斯混合的形式^{[64][65]}。

文献[64][65][68]给出的高斯分量修剪方法中，当前周期的高斯分量和上个周期的高斯分量的关系，以及当前周期的高斯分量和传感器量测的关系都没有被利用。如果能明确的知道这些关系，并在实际应用中加以恰当地利用，将是有意义的。

记 $A = [a_{ij}]$ 为一 $m \times n$ 的矩阵，定义

$$\left[a_{ij} \right]^{\oplus} \triangleq \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij}$$

因此 GM-PHD 滤波器时间预测和状态更新部分中的公式 (5.3)，(5.5)，和(5.6)可以分别写成如下形式：

$$v_{k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} w_{k-1}^{(i)} N(x; m_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)}) = \left[a_{ij}^{k-1} \right]^{\oplus} \quad (5.3*)$$

$$v_{k|k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(i)} N(x; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)}) = \left[a_{ij}^{k|k-1} \right]^{\oplus} \quad (5.5*)$$

$$v_k(x) = (1 - p_{D,k})v_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z_k} v_k^{(D)}(x; z) = \left[a_{ij}^k \right]^{\oplus} + \left[a_{i0}^k \right]^{\oplus} \quad (5.6*)$$

其中: $\left[a_{ij}^{k-1} \right]$ 是 $J_{k-1} \times 1$ 矩阵， $a_{il}^{k-1} \triangleq X_{k-1}^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} N(x; m_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)})$ ；

$\left[a_{ij}^{k|k-1} \right]$ 是 $J_{k|k-1} \times 1$ 矩阵， $a_{i1}^{k|k-1} \triangleq X_{k|k-1}^{(i)} = w_{k|k-1}^{(i)} N(x; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)})$ ；

$$\left[a_{i0}^k \right] = (1 - p_{D,k}) \left[a_{ij}^{k|k-1} \right], \text{ 即}$$

$$a_{i0}^k = X_k^{(i0)} = w_k^{(i0)} N(x; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)}) , \quad w_k^{(i0)} = (1 - p_D) w_{k|k-1}^{(i)};$$

$\left[a_{ij}^k \right]$ 是 $J_{k|k-1} \times M_k$ 矩阵, $Z_k = \{z_{k,1}, z_{k,2}, \dots, z_{k,M_k}\}$ 为在 k 周期的量测集合,

$$a_{ij}^k \triangleq X_k^{(ij)} = w_k^{(ij)} N[x; m_k^{(i)}(z_{k,j}), P_k^{(i)}], \quad j \neq 0$$

$$w_k^{(ij)} = \frac{L_k^{(ij)}}{\kappa_k(z_k^{[j]}) + \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} L_k^{(ij)}}, \quad (j \neq 0),$$

$$L_k^{(ij)} = p_{D,k} w_{k|k-1}^{(i)} q_k^{(i)}(z_{k,j}) \quad (j \neq 0),$$

$$q_k^{(i)}(z_{k,j}) = N(z_{k,j}; H_k m_{k|k-1}^{(i)}, R_k + H_k P_{k|k-1}^{(i)} H_k^T).$$

于是, GM-PHD 滤波器可以写成如下矩阵表达形式

$$\left[a_{ij}^{k-1} \right]^\oplus \xrightarrow{\text{Prediction}} \left[a_{ij}^{k|k-1} \right]^\oplus \xrightarrow{\text{Update}} \left[a_{ij}^k \right]^\oplus + \left[a_{i0}^k \right]^\oplus \quad (5.7)$$

如果把第 k 个周期的量测也包括进来, GM-PHD 滤波器就可以表示为:

$$\begin{array}{c} z_{k,1} & z_{k,2} & \cdots & z_{k,j} & \cdots & z_{k,M_k} & \emptyset \\ \left[\begin{array}{c} X_{k-1}^{(1)} \\ X_{k-1}^{(2)} \\ \vdots \\ X_{k-1}^{(J_{k-1})} \\ \vdots \\ X_{k|k-1}^{(J_{k|k-1})} \end{array} \right]^\oplus & \xrightarrow{\text{Prediction}} & \left[\begin{array}{c} X_{k|k-1}^{(1)} \\ X_{k|k-1}^{(2)} \\ \vdots \\ X_{k|k-1}^{(J_{k-1})} \\ \vdots \\ X_{k|k-1}^{(J_{k|k-1})} \end{array} \right]^\oplus & \xrightarrow{\text{Update}} & \left[\begin{array}{cccccc} X_k^{(11)} & X_k^{(12)} & \cdots & X_k^{(1j)} & \cdots & X_k^{(1M_k)} \\ X_k^{(21)} & X_k^{(22)} & \cdots & X_k^{(2j)} & \cdots & X_k^{(2M_k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ X_k^{(J_{k-1}1)} & X_k^{(J_{k-1}2)} & \cdots & X_k^{(J_{k-1}j)} & \cdots & X_k^{(J_{k-1}M_k)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_k^{(J_{k|k-1}1)} & X_k^{(J_{k|k-1}2)} & \cdots & X_k^{(J_{k|k-1}j)} & \cdots & X_k^{(J_{k|k-1}M_k)} \end{array} \right]^\oplus & + & \left[\begin{array}{c} X_k^{(10)} \\ X_k^{(20)} \\ \vdots \\ X_k^{(J_{k-1}0)} \\ \vdots \\ X_k^{(J_{k|k-1}0)} \end{array} \right] \end{array} \quad (5.8)$$

对应的权值矩阵为:

$$W_k = \left[w_k^{(ij)} \right]_{J_{k|k-1} \times (M_k+1)} = \left[\begin{array}{cccccc|c} z_{k,1} & z_{k,2} & \cdots & z_{k,j} & \cdots & z_{k,M_k} & \emptyset \\ w_k^{(11)} & w_k^{(12)} & \cdots & w_k^{(1j)} & \cdots & w_k^{(1M_k)} & w_k^{(10)} \\ w_k^{(21)} & w_k^{(22)} & \cdots & w_k^{(2j)} & \cdots & w_k^{(2M_k)} & w_k^{(20)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ w_k^{(J_{k-1}1)} & w_k^{(J_{k-1}2)} & \cdots & w_k^{(J_{k-1}j)} & \cdots & w_k^{(J_{k-1}M_k)} & w_k^{(J_{k-1}0)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ w_k^{(J_{k|k-1}1)} & w_k^{(J_{k|k-1}2)} & \cdots & w_k^{(J_{k|k-1}j)} & \cdots & w_k^{(J_{k|k-1}M_k)} & w_k^{(J_{k|k-1}0)} \end{array} \right] \quad (5.9)$$

$$\text{记 } w_k^{(j)} = \sum_{i=1}^{J_{kk-1}} w_k^{(ij)}, \quad (j \neq 0), \text{ 由于 } w_k^{(ij)} = \frac{L_k^{(ij)}}{\kappa_k(z_k^{[j]}) + \sum_{i=1}^{J_{kk-1}} L_k^{(ij)}}, \text{ 有 } 0 < w_k^{(j)} \leq 1.$$

可以看出, GM-PHD 滤波器的矩阵表达只是 GM-PHD 滤波器的另外一种表述形式。在这种形式中, 位于同一行的高斯分量都起源于上个周期保留的同一高斯分量, 位于同一列的高斯分量都只和同一个量测有关系, 而不同列的高斯分量对应于不同的量测。

同样也可以得到一个权值矩阵, 即公式(5.9)

在杂波环境下, 可以看出每个高斯分量权值都是大于零小于 1 的标量, 并且属于同一列的高斯分量权值的和仍然小于等于 1。这样属于同一列权值大于等于 0.5 的高斯分量最多只能有一个。文献[64][65]给出的高斯分量修剪方法中, 选取权值大于等于 0.5 的高斯分量作为目标状态的估计, 也就是说, 对应于同一个量测的目标最多只能有一个。这和实际情况相符合的, 也说明这种目标状态的选取方法是有一定的道理的。

5.3 简化的高斯分量修剪方法

如果假设同一个目标产生的真量测最多只有一个, 这样在 GM-PHD 滤波器中属于不同列的高斯分量就没有必要合并在一起, 即 $X_k^{(*t)} = w_k^{(*t)} N(x; m_k^{(*t)}, P_k^{(t)})$ 和 $X_k^{(*l)} = w_k^{(*l)} N(x; m_k^{(*l)}, P_k^{(l)})$ 不能合并在一起如果 $t \neq l$ ($t, l \neq 0$)。因此在高斯分量修剪算法中只考虑合并同一列的高斯分量就可以了。这样就可以得到一个简化的高斯风量修剪办法。如果新出现目标的强度函数已知, 这种基于 GM-PHD 滤波器矩阵描述的高斯分量修剪办法就可以直接使用。仿真表明采用这种高斯分量修剪办法对 GM-PHD 滤波器能几乎没有影响。然而, 本文给出的这种高斯分量修剪方法在编程上要简单的多, 并且计算复杂度和原来的方法相比也小的多。分析文献[64][65]给出的高斯分量修剪方法, 其计算复杂度为 $O(NM^2)$ 。这是因为这种高斯分量修剪方法在高斯分量合并时, 每一次合并时都需要在整个高斯分量中找到权值最大的那个高斯分量, 然后再和剩下的所有高斯分量相比较, 找出需要合并的高斯分量, 每一次高斯合并的计算复杂度为 $O(NM)$ 。如果需要保留高斯分量的最大数目为 J_{\max} , 由于每一个量测都可能是一个目标, 所以有 $J_{\max} \geq M$ 。这样的合并最少需要运行 J_{\max} 次。可见整个高斯分量修剪方法的计算复杂度为 $O(NM^2)$ 。而本文提出的高斯分量修剪方法就没有这样复杂, 高斯合

并只需要在高斯分量矩阵的每一列内合并就可以了，而且每一列只需要合并一次，每次合并的计算复杂度为 $O(N)$ ，而最多需要 M 次合并，这样本文给出的高斯分量修剪方法的计算复杂度为 $O(NM)$ 。

5.4 新出现目标强度函数未知 GM-PHD 滤波器的高斯分量修剪方法

如果不知道新出现目标的强度函数，在高斯分量修剪过程中，属于同一列的高斯分量的权值都小于高斯分量修剪方法中给出的舍弃门限，那么这一列的高斯分量就不会被保留到下个周期。如果这一列对应的量测为一个新出现目标的量测，那么 GM-PHD 滤波器很可能就检测不到这个新出现的目标。为了处理这个问题，在高斯分量修剪过程中，每一列至少要保留一个高斯分量到下个周期。如下给出修正后的高斯分量修剪方法的详细描述：

假设高斯分量舍弃门限为 T_{th} ，高斯分量合并门限 U 。

假设第 k 个周期的权值矩阵为 $W_k = \left[w_k^{(ij)} \right]_{h \times m}$

记 $\bar{w}_k^{(j)} = \sum_{i=1}^h w_k^{(ij)}$, ($j \neq 0$), 有 $0 < \bar{w}_k^{(j)} \leq 1$

$\left\{ X_k^{(ij)} \right\}_{i=1}^h$ 为高斯分量矩阵 $X_k = \left[X_k^{(ij)} \right]_{h \times m}$ 第 j 列的高斯分量

for $j = 1, 2, \dots, m$

$$\pi_j = \arg \max_{1 \leq i \leq h} w_k^{(ij)},$$

$$\text{if } \max_{1 \leq i \leq h} w_k^{(ij)} \leq T_{th}$$

$$\Omega_j = \{1, \dots, \pi_j - 1, \pi_j + 1, \dots, h\}$$

$$\tilde{w}_k^{(j)} = T_{th}, \quad \tilde{m}_k^{(j)} = m_k^{(\pi_j j)}, \quad \tilde{P}_k^{(j)} = P_k^{(\pi_j j)}.$$

else

$$\Omega_j = \left\{ 1 \leq i \leq h \mid (m_k^{(\pi_j j)} - m_k^{(\tau j)})^T (P_k^{(\tau j)})^{-1} (m_k^{(\pi_j j)} - m_k^{(\tau j)}) \leq U \right\}.$$

$$\tilde{w}_k^{(j)} = \sum_{i \in \Omega_j} w_k^{(ij)}.$$

$$\tilde{m}_k^{(j)} = \frac{1}{\tilde{w}_k^{(\pi_j j)}} \sum_{i \in \Omega_j} w_k^{(ij)} m_k^{(ij)}.$$

$$\tilde{P}_k^{(j)} = \frac{1}{\tilde{w}_k^{(\pi_j j)}} \sum_{i \in \Omega_j} w_k^{(ij)} \left(P_k^{(ij)} + (m_k^{(\pi_j j)} - m_k^{(ij)}) (m_k^{(\pi_j j)} - m_k^{(ij)})^T \right).$$

end

end

于是，就可以得到另外一个权值矩阵 $\hat{W}_k = [\hat{w}_k^{(ij)}]_{h \times m}$

$$\text{其中 } \hat{w}_k^{(ij)} = \begin{cases} \tilde{w}_k^{(j)} & i = \pi_j \\ 0 & i \in \Omega_j, \quad i = 1, 2, \dots, h, \quad j = 1, 2, \dots, m \\ w_k^{(ij)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{记 } \hat{w}_k^{(j)} = \sum_{i=1}^h \hat{w}_k^{(ij)}, \text{ 有 } 0 < \hat{w}_k^{(j)} \leq 1.$$

因此高斯分量矩阵中的每一个高斯分量变成为 $X_k^{(ij)} = \{\hat{w}_k^{(ij)}, \hat{m}_k^{(ij)}, \hat{P}_k^{(ij)}\}$

$$\text{其中 } \hat{m}_k^{(ij)} = \begin{cases} \tilde{m}_k^{(j)} & i = \pi_j \\ m_k^{(ij)} & \text{otherwise} \end{cases}, \quad \hat{P}_k^{(ij)} = \begin{cases} \tilde{P}_k^{(j)} & i = \pi_j \\ P_k^{(ij)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, h, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

取 $l = 0$

for $i = 1 : h$

for $j = 1 : m$

if $\hat{w}_k^{(ij)} \geq T_{th}$

$$l = l + 1, \quad \underline{w}_k^l = \hat{w}_k^{(ij)}, \quad \underline{m}_k^l = \hat{m}_k^{(ij)}, \quad \underline{P}_k^l = \hat{P}_k^{(ij)}.$$

else

end

end

end

输出 $\{\underline{w}_k^{(l)}, \underline{m}_k^{(l)}, \underline{P}_k^{(l)}\}_{l=1}^{J_k}$, 做为修剪后的高斯分量。

取权值大于等于 0.5 的高斯分量对应的均值做为目标状态的估计。

可以看出，在新出现目标的权值函数未知的情况下，如果对应于每一个传感器的量测都需要至少保留一个高斯分量传递到下个周期，那么就需要保留更多的高斯分量传递到下个周期，这势必会增加 GM-PHD 滤波器的计算量。

5.5 仿真研究

数字仿真部分我们将验证两个方面的内容，一为在新出现目标的强度函数已知的情况下，验证本文给出的高斯分量修剪方法对 GM-PHD 滤波器性能的影响；二为在新出现目标的强度函数未知的情况下，分别使用本文给出的高斯分量修剪方法和文献[64][65]给出的高斯分量修剪方法时，GM-PHD 滤波器的性能比较。

设单个目标在笛卡尔平面上的运动模型为：

$$\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{F}_k \boldsymbol{x}_{k-1} + \boldsymbol{\omega}_k \quad (5.10)$$

其中 \boldsymbol{x}_k 为目标在 k 时刻的状态向量，这个状态向量包括目标的位置和速度两部分， $\boldsymbol{\omega}_k$ 为均值为零协方差矩阵为 \boldsymbol{Q}_k 的高斯白噪声， \boldsymbol{F}_k 为状态转移矩阵。

$$\boldsymbol{F}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{F}} & \\ & \tilde{\boldsymbol{F}} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\boldsymbol{F}} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Q}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{Q}} & \\ & \tilde{\boldsymbol{Q}} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\boldsymbol{Q}} = \sigma_{\omega}^2 \begin{bmatrix} T^4/4 & T^3/2 \\ T^3/2 & T^2 \end{bmatrix}$$

其中 $\sigma_{\omega}^2 = 25(m/s^2)^2$ ，采样周期 $T = 1s$ 。

目标的观测模型为：

$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{\nu}_k \quad (5.11)$$

其中观测矩阵 $\boldsymbol{H}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ， $\boldsymbol{\nu}_k$ 为均值为零协方差矩阵为 $\boldsymbol{R} = \sigma_v^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的高斯白噪声

$$\boldsymbol{R} = \sigma_v^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{这里取 } \sigma_v^2 = 25m^2.$$

进一步假设，如果新出现目标的强度函数已知时，新出现目标的状态为一 Poisson RFS，其强度函数具有高斯混合的形式

$$\gamma_k(\boldsymbol{x}_k) = \sum_{i=1}^4 0.1N(\boldsymbol{x}_k; \bar{\boldsymbol{m}}_i, \bar{\boldsymbol{P}}_\gamma) \quad (5.12)$$

其中： $\bar{\boldsymbol{m}}_1 = [10, 0, 900, 0]^T$ $\bar{\boldsymbol{m}}_2 = [10, 0, 10, 0]^T$

$$\bar{m}_3 = [1900, 0, 10, 0]^T \quad \bar{m}_4 = [1900, 0, 900, 0]^T,$$

$$\bar{P}_{\gamma} = diag([100, 50, 100, 50]^T)$$

在仿真中，假设传感器的探测概率为 0.98，目标在下个时间周期幸存的概率为 0.99。传感器的量测淹没在杂波中，假设杂波也是一个 Poisson RFS，其强度函数为：

$$\kappa_k(z) = \lambda_k V u(z) \quad (5.13)$$

其中 λ_k 为在单位容积内杂波的数目， V 为传感器观测区域的容积， $u(z) = V^{-1}$ 为在传感器观测区域上服从均匀分布的概率密度函数。图 5.1 给出了目标运动的真实轨迹。

仿真子中，在新出现目标的强度函数已知的情况下，如果使用文献[64][65]提供的高斯分量修剪方法，设置高斯分量修剪方法中的高斯分量舍弃门限 $T_{th} = 10^{-5}$ ，高斯分量合并门限 $U = 6m$ ，最多保留高斯分量的数目 $J_{max} = 200$ 。在新出现目标的强度函数未知的情况下，如果使用本文提供的高斯分量修剪方法，高斯分量的舍弃门限 $T_{th} = 10^{-3}$ 。和其他章节一样，把高斯分量权值大于等于 0.5 的高斯分量对应的均值作为目标状态的估计。

5.5.1 仿真例 1

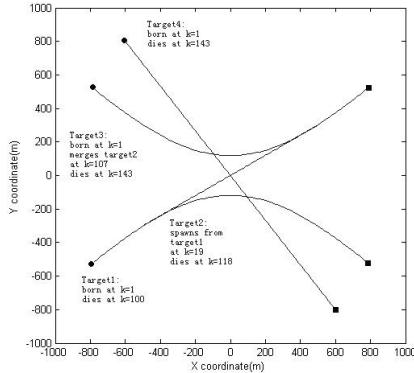


图 5.1 目标在传感器观测区域的运动轨迹，目标的起始点和终结点分别用●/■表示

Fig 5.1 True target tracks in the xy-plane of example 1.

The start/end points for each track are denoted by ●/■ respectively.

这个例子将验证在新出现目标的强度函数已知的情况下，本文给出的高斯分量修剪方法对 GM-PHD 滤波器性能的影响；传感器的观测区域，和目标运动的真实轨迹如图 5.1 所示。传感器的量测如图 5.2 所示。可知观测区域的面积 $V = 4 \times 10^6 (m^2)$ 。200 次 Monte Carlo 仿真表明，当新出现目标的强度函数已知时，GM-PHD 滤波器使用两种高斯分量修剪方法的性能几乎没有差别，如图 5.3 和图 5.4 所示，这里采用 $WD(d_2^W)$ 做为比较两种方法的性能指标。其中方法 PHD1 为使用文献[64][65]提供的高分量修方法，方法 PHD2 为使用本文提供的高分量修剪方法。

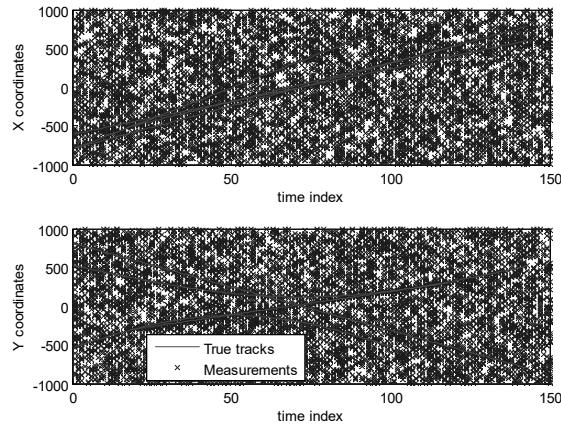


图 5.2 淹没在杂波中的传感器量测，杂波密度 $\lambda_k = 1.25 \times 10^{-5}$

Fig 5.2 Measurement ($\lambda_k = 1.25 \times 10^{-5}$) and true target tracks in x- and y-coordinates versus time

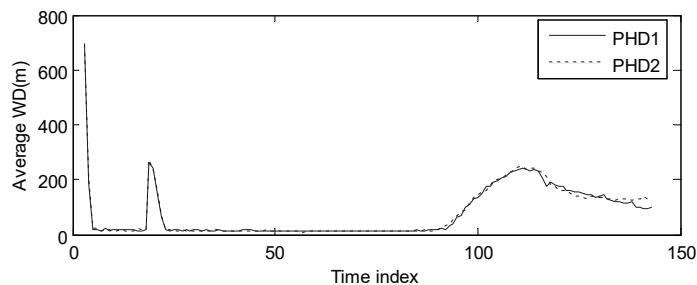


图 5.3 相同杂波环境下使用两种高斯分量修剪方法的 GM-PHD 滤波器的性能比较，

$$\text{杂波密度 } \lambda_k = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$$

Fig 5.3 Performance measure (MC average WDs) comparison between two Gaussian components pruning methods

versus time ($\lambda_k = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$).

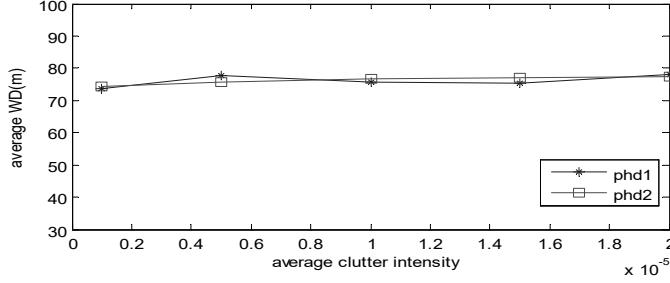


图 5.4 对应不同的杂波密度，在相同的条件下使用两种高斯分量修剪方法 GM-PHD 滤波器的性能比较，传感器的探测概率 $p_{D,\tau} = 0.98$

Fig 5.4 Tracking performances of two Gaussian components pruning method for varying clutter intensity
($p_{D,\tau} = 0.98$ is fixed).

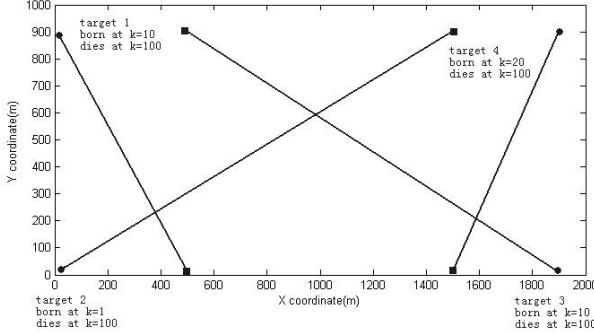


图 5.5 在 xy 平面目标的运动真实轨迹，其中目标开始和结束运动的位置由●/■分别给出

Fig 5.5 True target tracks in the xy-plane.

The start/end points for each track are denoted by ●/■ respectively.

5.5.2 仿真例 2

在这个仿真例子中，假设新出现目标的强度函数未知。传感器的观测区域为 1000 米长乘 2000 米宽的矩形区域，其面积 $V = 2 \times 10^6 (m^2)$ ，如图 5.5 所示。使用文献[64][65]提供的高斯分量修剪方法的 GM-PHD 滤波器的仿真结果由图 5.6 给出，其中图 5.6(a)为新出现目标的强度函数已知情况下 GM-PHD 滤波器的目标状态估计结果，这里假设目标 1, 3, 4 为新出现的目标。图 5.6.(b)为在新出

现目标的强度函数为未知的情况下 GM-PHD 滤波器的滤波结果。可以看出，这里假设在第一个周期就出现的目标 2 为已知存在目标，当其他新出现目标的位置距离目标 2 很远时。这些新出现目标都不能被 GM-PHD 滤波器检测到。这是由于和这些目标对应高斯分量的权值太小，而被舍弃掉的原因。

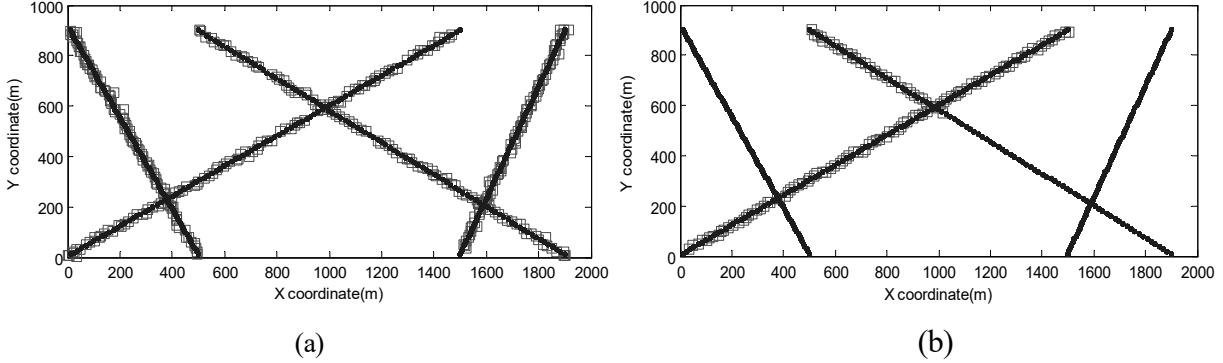


图 5.6 采用 GM-PHD 滤波器多个运动目标的位置估计，(a)为新出现目标强度函数为已知时，(b)为新出现目标强度函数为未知时. (杂波密度 $\lambda_k = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$)，其中估计目标位置和实际目标位置分别用小正方形和圆点表示.

Fig 5.6 Position estimates of the GM-PHD filter (clutter intensity $\lambda_k = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$), and true positions of targets, (a): the intensity of birth RFS is known beforehand, (b): the intensity of birth RFS is not known beforehand. Where position estimates and true positions of targets are denoted by squares and dots, respectively.

然而，即使在新出现目标的强度函数未知的情况下，采用本文提供的高斯分量修剪方法仍然可以跟踪到新出现的目标，如图 5.7 所示。但是，由于对应每个量测都保留了一个高斯分量，增加了每一个周期需要保留的高斯分量数目，这势必会增加滤波器的计算量。200 次 Monte Carlo 结果说明了这一点，如图 5.8 所示。图 5.8 为使用两种高斯分量修剪方法在每个周期需要保留的高斯分量数目。上面提到，本文给出的高斯分量修剪方法的计算复杂度低于文献[64][65]所给出高斯分量修剪方法的计算复杂度，为什么这里又会增加 GM-PHD 滤波器的计算量呢。这里的高斯分量修剪方法的计算量仍然小于文献[64][65]给出的高斯分量修剪方法，但是并没有改变 GM-PHD 滤波器的计算复杂度，而对应于每一个量测都相应保留了一个高斯分量，增加了保留高斯分量的数目，而下个周期的 GM-PHD 滤

波器的计算量相当于 $N_g M$ 次 Kalman 滤波。其中 N_g 为上个周期保留高斯分量的数目。可以看出，高斯分量保留的越多，GM-PHD 滤波器所需的计算量越大。

这里仍然采用 $WD(d_2^W)$ ^{[124][125]} 来评估 GM-PHD 滤波器的性能。如图 5.9 所示， M 为 200 次 Monte Carlo 仿真得到两种方法的平均 WD。其中“PHD-original”为 GM-PHD 滤波器采用文献[64][65]提供的高斯分量修剪方法，并且新出现目标的强度函数为已知；“PHD-revised”为 GM-PHD 滤波器采用本文提供的高斯分量修剪方法，并假设新出现目标的强度函数未知。

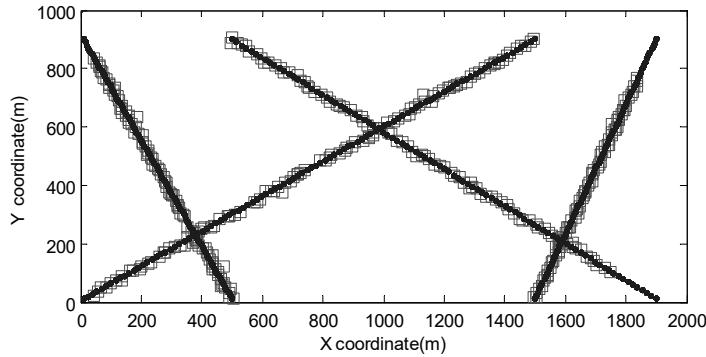


图 5.7 新出现目标强度函数未知，采用本文提供的高斯分量修剪方法时 GM-PHD 滤波器目标位置估计。
(杂波密度 $\lambda_k = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$)，其中估计目标位置和实际目标位置分别用小正方形和圆点表示。

Fig 5.7 Position estimates of the GM-PHD filter (clutter intensity $\lambda_k = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$) and true positions of targets, position estimates and true positions of targets are denoted by squares and dots, respectively.

图 5.10 为对应于不同杂波密度情况下分别使用两种方法，200 次 Monte Carlo 仿真得到平均 WD。图 5.11 为对应于不同的传感器探测概率分别使用两种方法，200 次 Monte Carlo 仿真的到的平均 WD。可以看出在新出现目标的强度函数未知的情况下，采用本文提供的高斯分量修剪方法的 GM-PHD 滤波器仍然可以取得令人满意的效果。和已知新出现目标强度函数的情况下使用 GM-PHD 滤波器得到的平均 WD 相差不大。两者的差别主要体现在，当新出现目标的强度函数已知时，新出现的目标很快就能被 GM-PHD 滤波器检测到，而在新出现目标的强度函数未知时，GM-PHD 滤波器要检测到新出现的目标需要几个周期的积累。而当目标跟踪稳定时，两种方法的差别并不大。

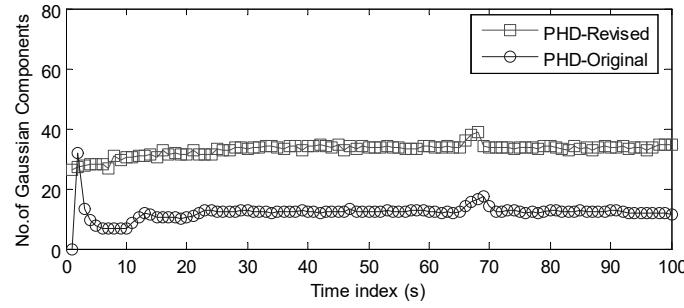


图 5.8 两种方法每个周期保留高斯分量的数目(杂波密度 $\lambda_k = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$)

Fig 5.8 Average number of reserved Gaussian components versus time

(clutter intensity $\lambda_k = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$).

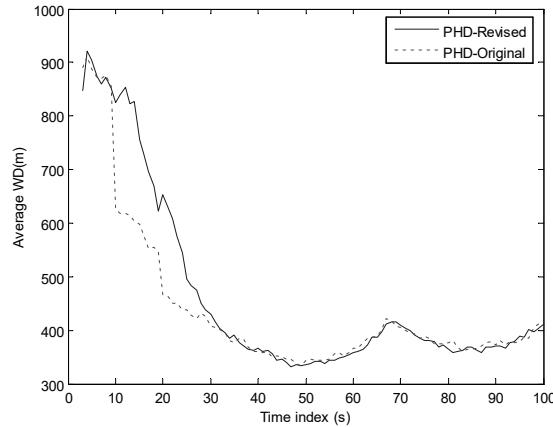


图 5.9 在相相同的条件下使用两种方法时, GM-PHD 滤波器的性能比较, 杂波密度 $\lambda = 1.25 \times 10^{-5}$

(m^{-2}) , 传感器探测目标的概率 $p_{D,k} = 0.98$

Fig 5.9 Comparison of performance measures (MC average WD) of the GM-CPHD filter using different

Gaussian component pruning method. ($\lambda = 1.25 \times 10^{-5} (m^{-2})$, $p_{D,k} = 0.98$ are fixed).

另外需要说明的是, 在简化的高斯分量修剪方法中, 舍弃门限 $T_{th} = 10^{-3}$, 而文献[64][65]给出的高斯分量修剪方法中的舍弃门限 $T_{th} = 10^{-5}$ 。这是由于在新出现目标的强度函数未知的情况下, 对应于每一个量测都至少保留一个高斯分量用来在下个周期检测新目标的出现。如果舍弃门限 $T_{th} = 10^{-5}$,

所保留的高斯分量数目将会更多。而检测新出现目标的高斯分量都已经存在，就没有必要保留更多的高斯分量，因此取舍弃门限 $T_{th} = 10^{-3}$ 。另外在本文给出的高斯分量修剪方法中，如果对应于一个量测的所有高斯分量的权值都小于舍弃门限，我们就保留权值最大的一个高斯分量到下个周期，但是其权值太小，如果这个量测是新出现的目标，要检测出来就需要更长的周期。为了加快检测到新出现的目标，我们改变这个高斯分量的权值，使其等于舍弃门限。也就是说，当对应于某一个量测的所有高斯分量的权值都小于舍弃门限而都不能保留时，保留一个权值最大的高斯分量，并改变其权值为舍弃门限。仿真表明 $T_{th} = 10^{-3}$ 时 GM-PHD 滤波器能得到令人满意的结果。

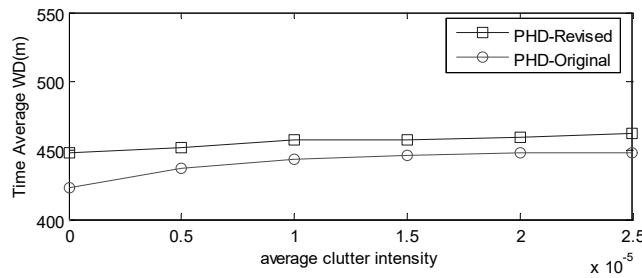


图 5.10 在相同的条件下，对应不同的杂波密度，使用两种方法 GM-PHD 的性能比较，传感器探测目标的概率为 $p_{D,k} = 0.98$

Fig 5.10 Tracking performance for varying clutter rate λ (m^{-2}) ($p_{D,k} = 0.98$ is fixed).

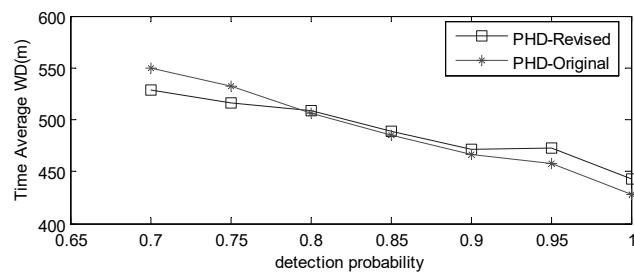


图 5.11 在相同的条件下，对应于不同传感器探测目标的概率，使用两种方法 GM-PHD 的性能比较。杂波密度 $\lambda = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$

Fig 5.11 Tracking performance for varying detection probability $p_{D,k}$ ($\lambda = 1.25 \times 10^{-5} m^{-2}$ is fixed)

5.6 本章小结

这一章我们给出了 GM-PHD 滤波器的矩阵表达形式，在这种形式的基础上，提出了一种简化的高

斯分量修剪方法，这种方法的计算复杂度相比原来使用的高斯分量修剪方法的计算复杂度要小，并且基本不影响对多目标状态的估计。另外在新出现目标的强度未知时，为了保证 GM-PHD 滤波器能检测出新出现的目标，在简化的高斯分量修剪方法使用时，对应于每一量测，至少保留一个高斯分量到下个周期。仿真表明，这种方法能在新出现目标的强度函数未知的情况下检测出新出现的目标。同时，和已知新出现目标强度函数的 GM-PHD 滤波器的估计结果相比，这种方法的性能损失并不大。

第六章 多传感器 GM-PHD 滤波器

6.1 引言

PHD 滤波器和 GM-PHD 滤波器的出现，使得基于 FISST 的多目标跟踪方法突破了计算上的瓶颈。但是文献[46][49]给出 PHD 滤波器为单传感器的滤波器。要想得到在数学上严格意义的多传感器多目标 PHD 滤波器非常困难^[46]。即使有，也很难在实际应用当中发挥作用。其中的困难在文献[46][97]中有比较详细的介绍。R. Mahler 在文献[46]中给出了序贯 PHD 滤波器。这种方法就是多次使用 PHD 滤波器的更新部分。同样文献[69][70]研究在语音环境下跟踪多个发声器时也碰到了这个问题。其中使用的也是序贯 PHD 滤波器。文献[106]在比较序贯 PHD 滤波器的两种实现方式时给出了它的高斯混合实现形式。但是在用序贯 PHD 滤波器跟踪目标时发现，当传感器的观测区域不一致时，序贯 PHD 滤波器只能跟踪到位于各个传感器观测区域交集部分的目标。因此我们在本文的附录 A 中重新推导了序贯 PHD 滤波器。推导发现序贯 PHD 滤波器成立的一个必要条件为在任意时刻，每一个传感器的量测集合必须源于同一个目标状态集合。另外文献[70]也指出，序贯 PHD 滤波器依赖传感器量测集合的使用顺序。一般来说，序贯 PHD 滤波器只能在各个传感器的观测区域一致时才能被使用，至少被跟踪的目标都位于各个传感器观测区域的交集部分。但是，当序贯 PHD 滤波器的必要条件被严重违背时，序贯 PHD 滤波器就会出现检测不到位于传感器观测区域并集内的一些目标。因此其他类型的多传感器 PHD 滤波器是令人期待的。

第五章介绍了 GM-PHD 滤波器的矩阵表达形式。在高斯分量矩阵中，位于同一行的高斯分量都起源与上个周期保留的同一高斯分量，位于同一列的高斯分量都只和同一个量测有关系，而不同列的高斯分量对应于不同的量测。利用当前周期高斯分量与上个周期高斯分量，以及传感器量测之间的关系，本文给出了一种多传感器 GM-PHD 滤波器。仿真表明，这种形式的多传感器 GM-PHD 滤波器能够在各个传感器观测区域不一致的情况下使用。并且，在传感器的探测概率较低时，即使各个传感器的观测区域一致，本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器的性能仍优于序贯 PHD 滤波器。

6.2 序贯 PHD 滤波器

这里要先介绍一下序贯 PHD 滤波器。从单传感器多目标 PHD 滤波器扩展到多传感器多目标 PHD

滤波器的困难在文献[46][97]中有比较详细的介绍，其中的困难为：

1. 各个传感器的观测空间并不一定一致；
2. 各个传感器的观测区域并不一定相同；
3. 各个传感器的探测概率和对应出现的杂波密度也各不相同；
4. 各个传感器的杂波分布各不相同。

这样就很难得到一个在理论上严格且实用的多传感器多目标 PHD 滤波器。直观的方法就是多次使用 PHD 滤波器的更新部分，这里称之为序贯 PHD 滤波器。

假设多个传感器的量测集合为：

$$Z_k = \bigoplus_{\tau=1}^L Z_k^{[\tau]}$$

其中 ‘ \oplus ’ 为不考虑交集部分的集合并运算， L 为传感器的数目， $Z_k^{[\tau]}$ 为源自传感器 τ 的量测集合。

序贯 PHD 滤波器的更新部分为：

$$\nu_k(x) \cong \Psi_k^{[L]}(Z_k^{[L]} | x) \cdots \Psi_k^{[1]}(Z_k^{[1]} | x) \nu_{k|k-1}(x) \quad (6.1)$$

其中：

$$\Psi_k^{[\tau]}(Z_k^{[\tau]} | x) = \sum_{z^{[\tau]} \in Z_k^{[\tau]}} \frac{p_{D,\tau}(x) h_{k,\tau}(z^{[\tau]} | x)}{\kappa_{k,\tau}(z^{[\tau]}) + \int p_{D,\tau} h_{k,\tau}(z^{[\tau]} | x) \nu_{k|k-1}^{[\tau-1]}(x) \mu(dx)} + 1 - p_{D,\tau}(x)$$

$$\nu_{k|k-1}^{[\tau]}(x) = \Psi_k^{[\tau]}(Z_k^{[\tau]} | x) \nu_{k|k-1}^{[\tau-1]}(x)$$

$p_{D,\tau}(\cdot)$ 为传感器 τ 的探测概率

$\kappa_{k,\tau}(\cdot)$ 为 k 时刻传感器 τ 探测区域的杂波分布强度函数

$h_{k,\tau}(\cdot | x)$ 为 k 时刻传感器 τ 的观测似然函数

$$\nu_k(x) = \nu_{k|k-1}^{[L]}(x)$$

$$\nu_{k|k-1}^{[0]}(x) = \nu_{k|k-1}(x)$$

文献[70]指出，在使用序贯 PHD 滤波器时， $\Psi_k^{[\tau]}(Z_k^{[\tau]} | x), \tau = 1, \dots, L$ 的位置不能互换，也就是说，序贯 PHD 滤波器依赖传感器量测集合被使用的顺序。序贯 PHD 滤波器的计算复杂度为 $O(LMN)$ ，其中 L 为传感器的数目， M 为单个传感器量测集合的势， N 为被跟踪目标的数目。套用推导估计一个

随机变量的序贯 Bayes 递推公式, 附录 A 中给出了一个估计一个随机集合的序贯 Bayes 递推公式。在此序贯 Bayes 递推公式基础上, 我们重新推导了序贯 PHD 滤波器。并得到了序贯 PHD 滤波器成立的一个必要条件。如引言中介绍可那样, 序贯 PHD 滤波器应用是有条件的。

6.3 多传感器 GM-PHD 滤波器

在上一章中我们得到了 GM-PHD 滤波器的矩阵表达形式。

$$\left[\begin{array}{c} a_{ij}^{k-1} \end{array} \right]^\oplus \xrightarrow{\text{Prediction}} \left[\begin{array}{c} a_{ij}^{k|k-1} \end{array} \right]^\oplus \xrightarrow{\text{Update}} \left[\begin{array}{c} a_{ij}^k \\ a_{i0}^k \end{array} \right]^\oplus$$

如果把传感器量测也包括到这种矩阵形式中就得到

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c} X_{k-1}^{(1)} \\ X_{k-1}^{(2)} \\ \vdots \\ X_{k-1}^{(J_{k-1})} \end{array} \right]^\oplus \xrightarrow{\text{Prediction}} \left[\begin{array}{c} X_{k|k-1}^{(1)} \\ X_{k|k-1}^{(2)} \\ \vdots \\ X_{k|k-1}^{(J_{k-1})} \\ X_{k|k-1}^{(J_{kk-1})} \end{array} \right]^\oplus \xrightarrow{\text{Update}} \left[\begin{array}{ccccccc} z_{k,1} & z_{k,2} & \cdots & z_{k,j} & \cdots & z_{k,M_k} & \emptyset \\ X_k^{(11)} & X_k^{(12)} & \cdots & X_k^{(1j)} & \cdots & X_k^{(1M_k)} & \\ X_k^{(21)} & X_k^{(22)} & \cdots & X_k^{(2j)} & \cdots & X_k^{(2M_k)} & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots & \\ X_k^{(J_{k-1}1)} & X_k^{(J_{k-1}2)} & \cdots & X_k^{(J_{k-1}j)} & \cdots & X_k^{(J_{k-1}M_k)} & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ X_k^{(J_{kk-1}1)} & X_k^{(J_{kk-1}2)} & \cdots & X_k^{(J_{kk-1}j)} & \cdots & X_k^{(J_{kk-1}M_k)} & \end{array} \right]^\oplus + \left[\begin{array}{c} X_k^{(10)} \\ X_k^{(20)} \\ \vdots \\ X_k^{(J_{k-1}0)} \\ \vdots \\ X_k^{(J_{kk-1}0)} \end{array} \right] \\ (6.2) \end{aligned}$$

这种形式明确了两个关系, 一个为高斯分量和传感器量测之间的关系, 另外一个为当前周期高斯分量和上个周期高斯分量的关系。即位于同一行的高斯分量都起源与上个周期被保留的同一高斯分量, 位于同一列的高斯分量都和同一个量测有关系, 而不同列的高斯分量对应于不同的量测。这种关系非常有利于构建多传感器的高斯混 PHD 滤波器。其中的主要问题是多传感器信息融合问题, 即多传感器单目标的状态融合问题。这个问题可以用属于同一行中的高斯分量合并的方式来处理, 这是因为属于同一行的高斯分量都源于上个周期中的保留下来的同一个高斯分量。这样多传感器 GM-PHD 滤波器的状态更新部分就可以写成:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c} z_{k,1}^{[1]} \\ z_{k,2}^{[1]} \\ \cdots \\ z_{k,j}^{[1]} \\ \cdots \\ z_{k,M_k}^{[1]} \\ \cdots \\ z_{k,1}^{[L]} \\ z_{k,2}^{[L]} \\ \cdots \\ z_{k,j}^{[L]} \\ \cdots \\ z_{k,M_k}^{[L]} \end{array} \right] \xrightarrow{\text{Update}} \left[\begin{array}{ccccccc} X_{k,l}^{(11)} & X_{k,l}^{(12)} & \cdots & X_{k,l}^{(1j)} & \cdots & X_{k,l}^{(1M_k^l)} & X_{k,L}^{(11)} & X_{k,L}^{(12)} & \cdots & X_{k,L}^{(1j)} & \cdots & X_{k,L}^{(1M_k^l)} \\ X_{k,l}^{(21)} & X_{k,l}^{(22)} & \cdots & X_{k,l}^{(2j)} & \cdots & X_{k,l}^{(2M_k^l)} & X_{k,L}^{(21)} & X_{k,L}^{(22)} & \cdots & X_{k,L}^{(2j)} & \cdots & X_{k,L}^{(2M_k^l)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ X_{k,l}^{(J_{k-1}1)} & X_{k,l}^{(J_{k-1}2)} & \cdots & X_{k,l}^{(J_{k-1}j)} & \cdots & X_{k,l}^{(J_{k-1}M_k^l)} & X_{k,L}^{(J_{k-1}1)} & X_{k,L}^{(J_{k-1}2)} & \cdots & X_{k,L}^{(J_{k-1}j)} & \cdots & X_{k,L}^{(J_{k-1}M_k^l)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{k,l}^{(J_{kk-1}1)} & X_{k,l}^{(J_{kk-1}2)} & \cdots & X_{k,l}^{(J_{kk-1}j)} & \cdots & X_{k,l}^{(J_{kk-1}M_k^l)} & X_{k,L}^{(J_{kk-1}1)} & X_{k,L}^{(J_{kk-1}2)} & \cdots & X_{k,L}^{(J_{kk-1}j)} & \cdots & X_{k,L}^{(J_{kk-1}M_k^l)} \end{array} \right]^\oplus + \left[\begin{array}{c} X_k^{(10)} \\ X_k^{(20)} \\ \vdots \\ X_k^{(J_{k-1}0)} \\ \vdots \\ X_k^{(J_{kk-1}0)} \end{array} \right] \\ (6.3) \end{aligned}$$

多传感器 GM-PHD 滤波器的时间预测部分和 GM-PHD 滤波器的一样，这里没有重复给出。

其中 $\left[a_{ij} \right]^{[\oplus]}$ 和 $\left[a_{ij} \right]^{\oplus}$ 是不相同的，它的意思是在这个多传感器矩阵表达式中的高斯分量经过列行合并后所有的高斯分量相加。 $Z_k^{[\tau]} = \left\{ z_{k,1}^{[\tau]}, z_{k,2}^{[\tau]}, \dots, z_{k,j}^{[\tau]}, \dots, z_{k,M_k^{\tau}}^{[\tau]} \right\}$, $\tau = 1, 2, \dots, L$. 为在 k 时刻 L 个传感器的量测集合。

其中：

$$X_{k,\tau}^{(ij)} = w_{k,\tau}^{(ij)} N(x; m_{k,\tau}^{(ij)}, P_{k,\tau}^{(i)}) , \quad \tau = 1, 2, \dots, L$$

$$X_k^{(i0)} = w_k^{(i0)} N(x; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)})$$

$$w_k^{(i0)} = (1 - p_{D,\tau}) w_{k|k-1}^{(i)}$$

$$w_{k,\tau}^{(ij)} = \frac{L_{k,\tau}^{(ij)}}{\kappa_{k,\tau}(z_{k,\tau}^{[j]}) + \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} L_{k,\tau}^{(ij)}}, \quad (j \neq 0), \quad \tau = 1, 2, \dots, L$$

$$L_{k,\tau}^{(ij)} = p_{D,\tau} w_k^{(i)} q_{k,\tau}^{(i)} (z_{k,\tau}^{[j]}) \quad (j \neq 0)$$

$$q_{k,\tau}^{(i)}(z) = N(z; H_{k,\tau} m_{k|k-1}^{(i)}, R_{k,\tau} + H_{k,\tau} P_{k|k-1}^{(i)} H_{k,\tau}^T)$$

$$m_{k,\tau}^{(ij)} = m_{k|k-1}^{(i)} + K_k^{(i)} (z_{k,\tau}^{[j]} - H_{k,\tau} m_{k|k-1}^{(i)})$$

多传感器 GM-PHD 滤波器的权值矩阵 $W_k = \begin{bmatrix} W_{k,1} & \cdots & |W_{k,\tau} & \cdots & |W_{k,L} & |W_{k,0} \end{bmatrix}$

$$\begin{array}{ccccccccc} z_{k,1}^{[1]} & z_{k,2}^{[1]} & \cdots & z_{k,J_{k|k-1}}^{[1]} & \cdots & z_{k,1}^{[L]} & z_{k,2}^{[L]} & \cdots & z_{k,J_{k|k-1}}^{[L]} & \emptyset \\ \left[\begin{array}{cccccc} w_{k,1}^{(11)} & w_{k,1}^{(12)} & \cdots & w_{k,1}^{(1J_{k|k-1})} & \cdots & w_{k,1}^{(1M_1)} & w_{k,L}^{(11)} & w_{k,L}^{(12)} & \cdots & w_{k,L}^{(1J_{k|k-1})} & \cdots & w_{k,L}^{(1M_L)} & w_k^{(10)} \\ w_{k,1}^{(21)} & w_{k,1}^{(22)} & \cdots & w_{k,1}^{(2J_{k|k-1})} & \cdots & w_{k,1}^{(2M_1)} & w_{k,L}^{(21)} & w_{k,L}^{(22)} & \cdots & w_{k,L}^{(2J_{k|k-1})} & \cdots & w_{k,L}^{(2M_L)} & w_k^{(20)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ w_{k,1}^{(J_{k|k-1}1)} & w_{k,1}^{(J_{k|k-1}2)} & \cdots & w_{k,1}^{(J_{k|k-1}J_{k|k-1})} & \cdots & w_{k,1}^{(J_{k|k-1}M_1)} & w_{k,L}^{(J_{k|k-1}1)} & w_{k,L}^{(J_{k|k-1}2)} & \cdots & w_{k,L}^{(J_{k|k-1}J_{k|k-1})} & \cdots & w_{k,L}^{(J_{k|k-1}M_L)} & w_k^{(J_{k|k-1}0)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ w_{k,1}^{(J_{kk-1}1)} & w_{k,1}^{(J_{kk-1}2)} & \cdots & w_{k,1}^{(J_{kk-1}J_{kk-1})} & \cdots & w_{k,1}^{(J_{kk-1}M_1)} & w_{k,L}^{(J_{kk-1}1)} & w_{k,L}^{(J_{kk-1}2)} & \cdots & w_{k,L}^{(J_{kk-1}J_{kk-1})} & \cdots & w_{k,L}^{(J_{kk-1}M_L)} & w_k^{(J_{kk-1}0)} \end{array} \right] \quad (6.4) \end{array}$$

其中 $W_{k,\tau} = \left[w_{k,\tau}^{(ij)} \right]_{J_{k|k-1} \times M_\tau}, \tau = 1, 2, \dots, L$, $W_{k,0} = \left[w_k^{(i0)} \right]_{J_{k|k-1} \times 1}$ 。

记 $w_{k,\tau}^{(j)} = \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} w_{k,\tau}^{(ij)}$, $(j \neq 0, \tau = 1, 2, \dots, L)$, 同样有 $0 < w_{k,\tau}^{(j)} \leq 1$ 。

6.4 多传感器 GM-PHD 滤波器的高斯分量合并方法

多传感器 GM-PHD 滤波器的高斯分量合并可以分三个步骤来完成。第一步根据预先设置的舍弃门限去除权值小于舍弃门限的高斯分量；第二步在高斯分量矩阵中对每一列进行高斯分量合并，即假设在同一传感器的量测集合中源自同一目标的真实量测最多只有一个，因此在高斯分量矩阵中，只有属于同一列的高斯分量才能合并；第三步在高斯分量矩阵中进行高斯分量的行合并。

多传感器 GM-PHD 滤波器的高斯分量行合并方法中包含多传感器信息融合的内容，也就是目标轨迹与轨迹间的融合。一个重要问题是怎样确定属于同一行，源自不同传感器量测的高斯分量是否源自同一个目标。第二个问题是怎样合并这些被选中的高斯分量，即采用什么方式完成高斯分量的行合并问题。这两个问题会在后面描述的高斯分量行合并方法中给出。还需要说明的是，单传感器 GM-PHD 滤波器跟踪目标时不存在多传感器信息融合的问题，所以，在使用单传感器 GM-PHD 滤波器时没有必要进行高斯分量的行合并。

多传感器 GM-PHD 滤波器高斯分量的行合并在高斯分量的列合并完成之后进行。第一步就是在同一行中找出权值最大的那个高斯分量。第二步就是找出那些和上一步被选中高斯分量距离比较接近的高斯分量，这里我么采用的是文献[16, p.267,equation (10-8)]给出的方法。由于这些高斯分量属于同一行，源自上个周期同一个被保留的高斯分量，因此我们假设这些被选中的高斯分量源自同一个目标。第三步就是合并这些被选中的高斯分量。然后在本行剩余的高斯分量中重复进行上面三个步骤直到所有的高斯分量都参与了合并。

高斯分量的行合并和高斯分量的列合并的方法是不相同的，这是由于在同一行中被选中的高斯分量可能源自不同的传感器量测。如附录 B 所介绍的那样，对应于每一个高斯分量的权值可以看成这个高斯分量是一个目标的概率。假设在高斯分量行合并中被选中的高斯分量为 $w_k^{(i)} N(x; m_k^{(i)}, P_k^{(i)})$ ，

$i = 1, \dots, n$ ，行合并后的高斯分量为 $w_k N(x; m_k, P_k)$ 。为了确保只被一个传感器探测到的目标被多传感器 GM-PHD 滤波器检测到，行合并后的高斯分量的权值用如下公式计算。

$$w_k = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - w_k^{(i)}) \quad (6.5)$$

这个权值可以看成为一个目标至少被一个传感器探测到的概率

单个目标状态 m_k 和协方差矩阵 P_k 可以用多传感器信息融合中采用标量作为权重的方法

(multisensor fusion rule weighted by scalars) [132] 得到。所以有：

$$\mathbf{m}_k = \sum_{i=1}^L \frac{w_i}{\sum_{i=1}^L w_i} \mathbf{m}_k^{(i)} \quad (6.6)$$

$$P_k^{(i)} = \sum_{i=1}^L \left(w_i / \sum_{i=1}^L w_i \right)^2 \left(P_k^{(i)} + (\mathbf{m}_k - \mathbf{m}_k^{(i)}) (\mathbf{m}_k - \mathbf{m}_k^{(i)})^T \right) \quad (6.7)$$

这里我们给出的高斯分量行合并的方法在理论上并不是十分严格，这是由于在行合并过程中，被选中的高斯分量对应的量测可能源自同一个传感器。因此这些源自同一个传感器的高斯分量就不能用上面提到的行合并方法进行合并。在进行上面提到的行合并方法前，这些源自同一个传感器的高斯分量应该用列合并的方法进行合并。然后再进行上面提到的行合并。但是这样就会出现在行合并前有些高斯分量的权值大于 1 的情况。另外，如果在被选中的高斯分量中找出源自同一个传感器的高斯分量分别进行合并，然后再进行本文给出的行合并方法进行合并，这样就会使得行合并的方法过于复杂。为了计算上的方便，我们仍然采用本文给出的这种高斯分量的行合并方法，假设这些被选中的高斯分量都源自不同的传感器。仿真表明，本文提出的多传感器 GM-PHD 滤波器表现良好。

多传感器 GM-PHD 滤波器的高斯分量修剪方法的详细过程如下。

第一步. 小权值高斯分量的舍弃

假设高斯分量的舍弃门限为 T_{th} 。

可得到 L 个新的单传感器高斯分量权值矩阵 $\bar{W}_{k,\tau} = [\bar{w}_{k,\tau}^{(ij)}]_{J_{kk-1} \times M_\tau}$, ($\tau = 1, 2, \dots, L$)

$$\text{其中 } \bar{w}_{k,\tau}^{(ij)} = \begin{cases} w_{k,\tau}^{(ij)} & w_{k,\tau}^{(ij)} > T_{th} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

这样每一个高斯分量就变成了 $X_{k,\tau}^{(ij)} = \bar{w}_{k,\tau}^{(ij)} N(x; \mathbf{m}_{k,\tau}^{(ij)}, P_{k,\tau}^{(i)})$

第二步. 高斯分量的列合并

假设高斯分量列合并的合并门限为 U_c 。

$\{X_{k,\tau}^{(ij)}\}_{i=1}^h$ 为高斯分量矩阵 $\mathbf{X}_k = [X_{k,\tau}^{(ij)}]_{J_{kk-1} \times M_\tau}$ 的第 j 列。

for $\tau = 1, 2, \dots, L$, $j = 1, 2, \dots, M_\tau$

$$\pi_j = \arg \max_{1 \leq i \leq h} \bar{w}_{k,\tau}^{(ij)},$$

$$\Omega_{j,\tau} = \left\{ 1 \leq i \leq h \mid (m_{k,\tau}^{(\pi_j j)} - m_{k,\tau}^{(ij)})^T \left(P_{k,\tau}^{(ij)} \right)^{-1} (m_{k,\tau}^{(\pi_j j)} - m_{k,\tau}^{(ij)}) \leq U_c \right\}.$$

$$\tilde{w}_{k,\tau}^{(\pi_j j)} = \sum_{i \in \Omega_j} \bar{w}_{k,\tau}^{(ij)}.$$

$$\tilde{m}_{k,\tau}^{(\pi_j j)} = \frac{1}{\tilde{w}_{k,\tau}^{(\pi_j j)}} \sum_{i \in \Omega_j} w_{k,\tau}^{(ij)} m_{k,\tau}^{(ij)}.$$

$$\tilde{P}_{k,\tau}^{(\pi_j j)} = \sum_{i \in \Omega_{j,\tau}} \frac{w_{k,\tau}^{(ij)}}{\tilde{w}_{k,\tau}^{(\pi_j j)}} \left(P_{k,\tau}^{(ij)} + (m_{k,\tau}^{(\pi_j j)} - m_{k,\tau}^{(ij)}) (m_{k,\tau}^{(\pi_j j)} - m_{k,\tau}^{(ij)})^T \right).$$

于是，近一步得到 L 个新的单传感器高斯分量权值矩阵：

$$\hat{W}_{k,\tau} = \left[\hat{w}_{k,\tau}^{(ij)} \right]_{J_{k,k-1} \times M_\tau} (\tau = 1, 2, \dots, L)$$

$$\text{其中 } \hat{w}_{k,\tau}^{(ij)} = \begin{cases} \tilde{w}_{k,\tau}^{(\pi_j j)} & i = \pi_j \\ 0 & i \in \Omega_{j,\tau}, (j \neq 0) \\ w_{k,\tau}^{(ij)} & otherwise \end{cases}$$

这时每一个高斯分量为 $X_{k,\tau}^{(ij)} = \hat{w}_{k,\tau}^{(ij)} N(x; \hat{m}_{k,\tau}^{(ij)}, \hat{P}_{k,\tau}^{(ij)})$

$$\text{其中 } \hat{m}_{k,\tau}^{(ij)} = \begin{cases} \tilde{m}_{k,\tau}^{(\pi_j j)} & i = \pi_j \\ m_{k,\tau}^{(ij)} & otherwise \end{cases}, \quad \hat{P}_{k,\tau}^{(ij)} = \begin{cases} \tilde{P}_{k,\tau}^{(\pi_j j)} & i = \pi_j \\ P_{k,\tau}^{(ij)} & otherwise \end{cases}$$

记 $\hat{w}_{k,\tau}^{(j)} = \sum_{i=1}^h \hat{w}_{k,\tau}^{(ij)}$, ($\tau = 1, 2, \dots, L$), 有 $0 < \hat{w}_{k,\tau}^{(j)} \leq 1$ 。

第三步. 高斯分量的行合并

假设高斯分量行合并门限为 U_r 。

$$\text{记 } \Sigma_i = \left\{ \check{X}_{k,i}^{(l)} \right\}_{l=1}^{J_{k,i}} = \bigoplus_{\tau=1}^L \left\{ X_{k,\tau}^{(ij)} \right\}_{j=1}^{M_\tau}, \quad i = 1, 2, \dots, h$$

其中 $\check{X}_{k,i}^{(l)} = \check{w}_{k,i}^{(l)} N(x; \check{m}_{k,i}^{(l)}, \check{P}_{k,i}^{(l)})$, “ \oplus ” 为不考虑交集部分的集合并运算,

$$\text{因此有 } J_{k,i} = \sum_{\tau=1}^L M_\tau.$$

$$I_i = \left\{ l = 1, \dots, J_{k,i} \mid \check{w}_{k,i}^{(l)} > 0 \right\}$$

$$\eta = 0$$

循环

$$\eta = \eta + 1$$

$$\xi_i = \arg \max_{l \in I_i} w_{k,i}^{(l)}$$

$$\Xi_{k,i} = \left\{ l \in I_i \mid (\tilde{m}_{k,i}^{(l)} - \tilde{m}_{k,i}^{(\xi_i)})^T \left(\tilde{P}_{k,i}^{(\xi_i)} + \tilde{P}_{k,i}^{(l)} \right)^{-1} (\tilde{m}_{k,i}^{(l)} - \tilde{m}_{k,i}^{(\xi_i)}) \leq U_r \right\}$$

$$\bar{w}_i = \sum_{l \in \Xi_{k,i}} \tilde{w}_{k,i}^{(l)}$$

$$\tilde{w}_{k,i}^{(\eta)} = 1 - \prod_{l \in \Xi_{k,i}} (1 - \tilde{w}_{k,i}^{(l)})$$

$$\tilde{m}_{k,i}^{(\eta)} = \frac{1}{\bar{w}_i} \sum_{l \in \Xi_{k,i}} w_{k,i}^{(l)} m_{k,i}^{(l)}$$

$$\tilde{P}_{k,i}^{(\eta)} = \sum_{l \in \Xi_{k,i}} \left(\frac{\tilde{w}_{k,i}^{(l)}}{\bar{w}_i} \right)^2 \left(\tilde{P}_{k,i}^{(l)} + (\tilde{m}_{k,i}^{(l)} - \tilde{m}_{k,i}^{(\xi_i)}) (\tilde{m}_{k,i}^{(l)} - \tilde{m}_{k,i}^{(\xi_i)})^T \right)$$

$$I_i = I_i \setminus \Xi_{k,i}$$

直到 $I_i = \emptyset$

于是得到 $\Psi_{k,i} = \left\{ \tilde{w}_{k,i}^{(l)} N(x; \tilde{m}_{k,i}^{(l)}, \tilde{P}_{k,i}^{(l)}) \right\}_{l=1}^{\eta-1}, \quad (i = 1, 2, \dots, h)$

输出 $\Psi_k = \bigcup_{i=1}^{J_{k|k-1}} \Psi_{k,i}$ 作为高斯分量行合并后的高斯分量

第四步. 多目标状态提取

取权值大于等于 0.5 的高斯分量的均值作为目标状态的估计。

可以看出这种多传感器的 GM-PHD 滤波器和传感器的使用顺序没有关系。

多传感器 GM-PHD 滤波器的高斯分量列合并的思想为用较少的高斯分量的和来代表此列中所有高斯分量的和。多传感器 GM-PHD 滤波器的高斯分量的列合并框图如图 6.1 所示

多传感器 GM-PHD 滤波器的高斯分量行合并的思想类似于航迹融合，把来自不同传感器的量测得到的位于同一行的高斯分量进行航迹融合。多传感器 GM-PHD 滤波器的高斯分量的行合并框图如图 6.2 所示。

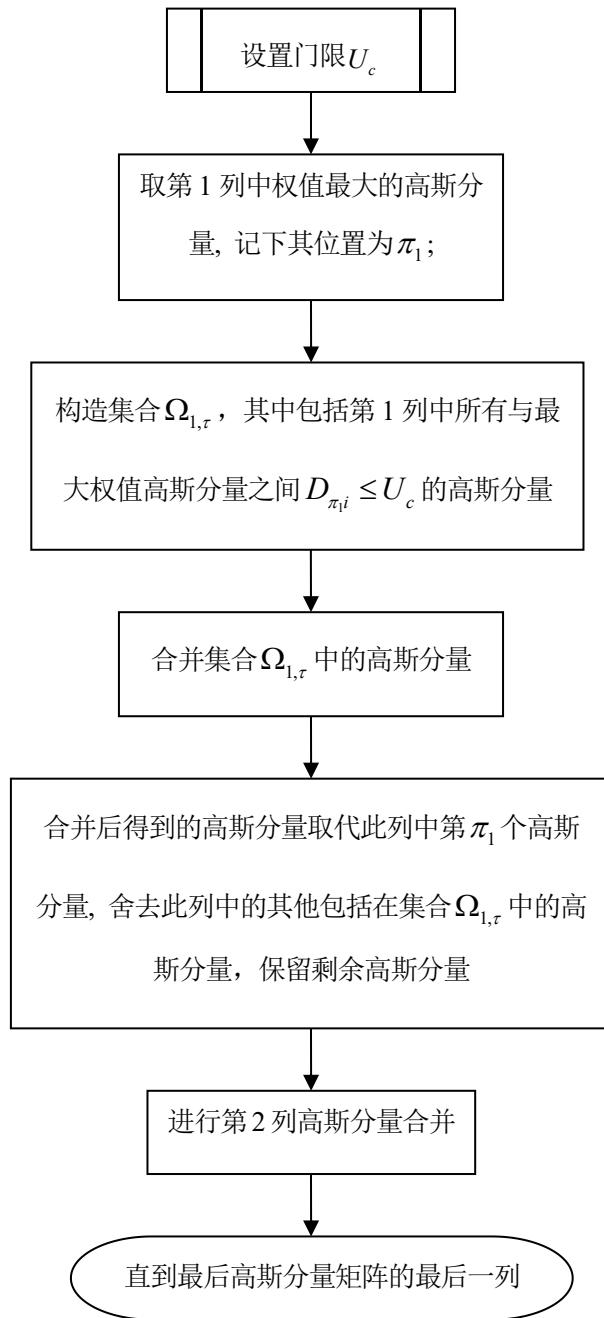


图 6.1 多传感器 GM-PHD 滤波器高斯分量列合并流程图

Fig6.1 diagram of Gaussian components merging within same colomes

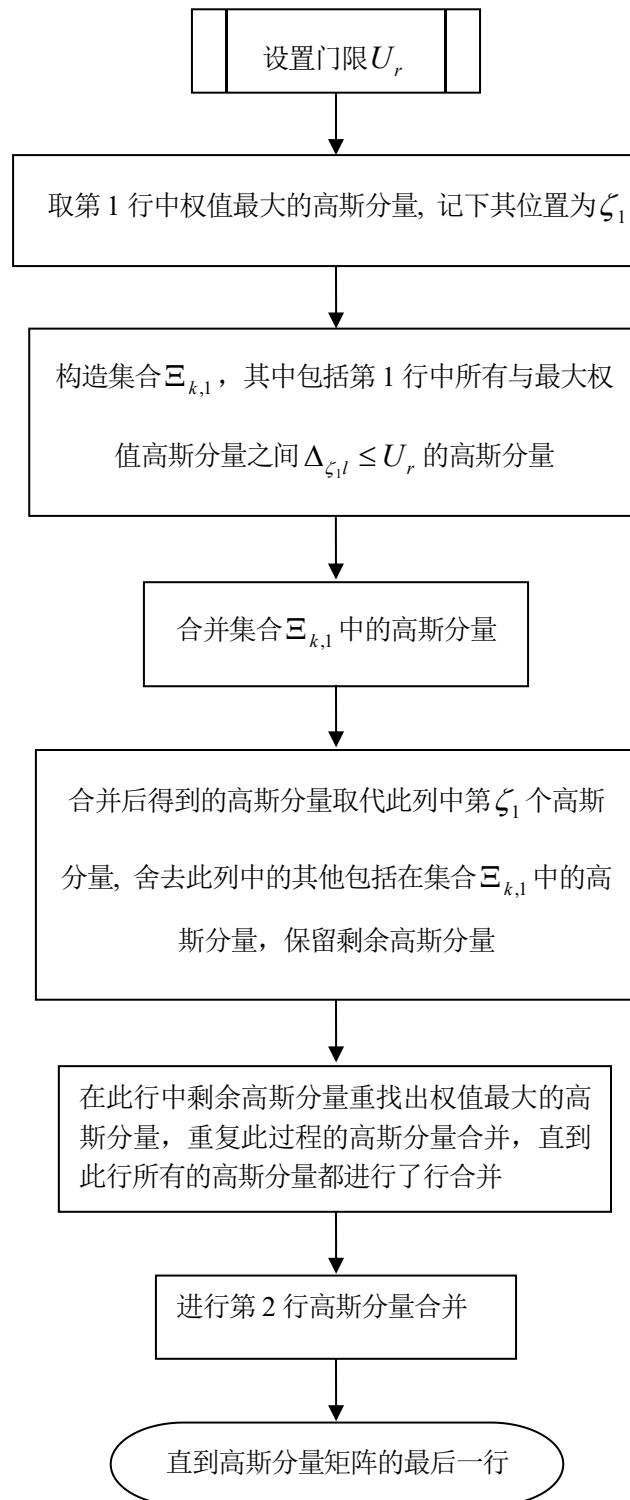


图 6.2 多传感器 GM-PHD 滤波器高斯分量列合并流程图

Fig6.2 diagram of Gaussian components merging within same rows

$$\text{流程图中 } D_{\pi_j i} \triangleq (\mathbf{m}_{k,\tau}^{(\pi_j j)} - \mathbf{m}_{k,\tau}^{(ti)})^T \left(P_{k,\tau}^{(ij)} \right)^{-1} (\mathbf{m}_{k,\tau}^{(\pi_j j)} - \mathbf{m}_{k,\tau}^{(ti)})$$

$$\Delta_{\zeta_i l} \triangleq (\tilde{\mathbf{m}}_{k,i}^{(l)} - \tilde{\mathbf{m}}_{k,i}^{(\zeta_i)})^T \left(\tilde{P}_{k,i}^{(\zeta_i)} + \tilde{P}_{k,i}^{(l)} \right)^{-1} (\tilde{\mathbf{m}}_{k,i}^{(l)} - \tilde{\mathbf{m}}_{k,i}^{(\zeta_i)})$$

高斯分量行合并中得到的高斯分量的权值，高斯分量均值，高斯分量协方差矩阵分别为：

$$\tilde{w}_{k,\tau}^{(\pi_j j)} = \sum_{i \in \Omega_j} \bar{w}_{k,\tau}^{(ij)} .$$

$$\tilde{\mathbf{m}}_{k,\tau}^{(\pi_j j)} = \frac{1}{\tilde{w}_{k,\tau}^{(\pi_j j)}} \sum_{i \in \Omega_{j,\tau}} w_{k,\tau}^{(ij)} \mathbf{m}_{k,\tau}^{(ij)} .$$

$$\tilde{P}_{k,\tau}^{(\pi_j j)} = \sum_{i \in \Omega_{j,\tau}} \frac{w_{k,\tau}^{(ij)}}{\tilde{w}_{k,\tau}^{(\pi_j j)}} \left(P_{k,\tau}^{(ij)} + (\mathbf{m}_{k,\tau}^{(\pi_j j)} - \mathbf{m}_{k,\tau}^{(ij)}) (\mathbf{m}_{k,\tau}^{(\pi_j j)} - \mathbf{m}_{k,\tau}^{(ij)})^T \right)$$

高斯分量列合并中得到的高斯分量的权值，高斯分量均值，高斯分量协方差矩阵分别为：

$$\tilde{w}_{k,i}^{(\eta)} = 1 - \prod_{l \in \Xi_{k,i}} (1 - \tilde{w}_{k,i}^{(l)})$$

$$\tilde{\mathbf{m}}_{k,i}^{(\eta)} = \frac{1}{\bar{w}_i} \sum_{l \in \Xi_{k,i}} w_{k,i}^{(l)} \mathbf{m}_{k,i}^{(l)}$$

$$\tilde{P}_{k,i}^{(\eta)} = \sum_{l \in \Xi_{k,i}} \left(\frac{\tilde{w}_{k,i}^{(l)}}{\bar{w}_i} \right)^2 \left(\tilde{P}_{k,i}^{(l)} + (\tilde{\mathbf{m}}_{k,i}^{(l)} - \tilde{\mathbf{m}}_{k,i}^{(\zeta_i)}) (\tilde{\mathbf{m}}_{k,i}^{(l)} - \tilde{\mathbf{m}}_{k,i}^{(\zeta_i)})^T \right)$$

$$\text{其中 } \bar{w}_i = \sum_{l \in \Xi_{k,i}} \tilde{w}_{k,i}^{(l)}$$

6.5 仿真研究

我们用两个例子来进行数字仿真，检验算法的性能。

这里假设在笛卡尔平面上单个目标的运动模型和观测模型都是线性高斯的。目标的运动模型为：

$$x_k = F_k x_{k-1} + \omega_k \quad (6.8)$$

其中 $x_k = [x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y}]^T$ 为目标在 k 时刻的状态向量，包括目标的位置和目标的速度两个部分。 ω_k

为均值为零协方差矩阵为 Q_k 的高斯白噪声， F_k 为状态转移矩阵。

$$F_k = \begin{bmatrix} \tilde{F} & \\ & \tilde{F} \end{bmatrix}, \quad \tilde{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q_k = \begin{bmatrix} \tilde{Q} & \\ & \tilde{Q} \end{bmatrix}, \quad \tilde{Q} = \sigma_\omega^2 \begin{bmatrix} T^4/4 & T^3/2 \\ T^3/2 & T^2 \end{bmatrix}$$

其中 $\sigma_\omega^2 = 25(m/s^2)^2$, 采样周期 $T = 1s$ 。

进一步假设新出现目标的强度函数已知, 新出现目标的状态为一 Poisson RFS, 其强度函数为高斯混合的形式。

$$\gamma_k(x_k) = \sum_{i=1}^4 0.1N(x_k; \bar{m}_i, \bar{P}_\gamma) \quad (6.9)$$

其中:

$$\bar{m}_1 = [-785, 0, -519, 0]^T, \quad \bar{m}_2 = [-500, 0, -300, 0]^T,$$

$$\bar{m}_3 = [-785, 0, 519, 0]^T, \quad \bar{m}_4 = [-600, 0, 800, 0]^T$$

$$\bar{P}_\gamma = diag([100, 50, 100, 50]^T)$$

例 1 中两个传感器的观测区域并不一样, 其中传感器 1 的观测区域为: $[-2000, 1000] \times [0, 2000](m^2)$, 传感器 2 的观测区域为 $[-1000, 2000] \times [0, 2000](m^2)$ 。区域 $[-1000, 1000] \times [0, 2000](m^2)$ 为两个传感器观测区域的交集部分。其中目标 2 和目标 3 在两个传感器观测区域的交集部分, 而目标 1 只在传感器 1 的观测区域内, 目标 4 只在传感器 2 的观测区域内, 如图 6.3 所示。在例 2 中所有的传感器的观测区域是一致的, 如图 6.4 所示。

目标产生的量测 $z_k^{[\tau]}$ 为受噪声干扰的目标位信信息 (x, y) , 即

$$z_k^{[\tau]} = H_{k,\tau} x_k + v_k^{[\tau]}, \quad \tau = 1, 2 \quad (6.10)$$

其中 $H_{k,\tau} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 观测噪声 $v_{k,\tau}$ 为均值为零协方差矩阵为 $R = \sigma_\tau^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的高斯白噪声, 设 $\sigma_\tau^2 = 25m^2$ 。

仿真中, 假设各个传感器的探测概率(即目标存在, 被传感器检测到的概率)为 0.98, 目标在下个时间周期幸存的概率为 0.99。传感器的量测淹没在杂波中, 假设杂波也是一个 Poisson RFS, 其强度

函数为：

$$\kappa_k(z) = \lambda_k V u(z) \quad (6.11)$$

其中 λ_k 为在单位容积内杂波的数目， $u(z) = V^{-1}$ 为在传感器观测区域上服从均匀分布的概率密度函数， V 为传感器观测区域的容积，例 1 中 $V = 4 \times 10^6 (m^2)$ ，例 2 中 $V = 6 \times 10^6 (m^2)$ 。图 6.3 给出了例 1 中目标运动的真实轨迹。图 6.4 给出了例 2 中目标运动的真实轨迹。

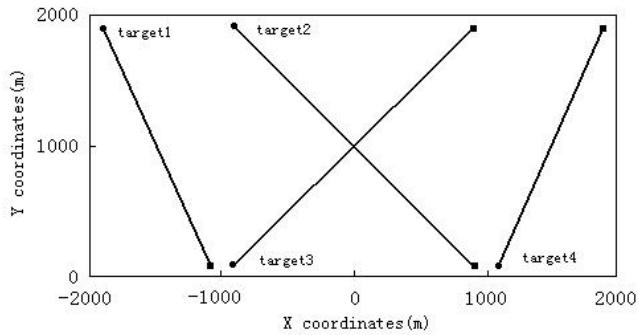


图6.3 例1中在xy平面内目标运动真实轨迹，其中目标运动的起始点和结束点分别由●/■表示

Fig 6.3 True target tracks in the xy-plane of example 1.

The start/end points for each track are denoted by ●/■ respectively.

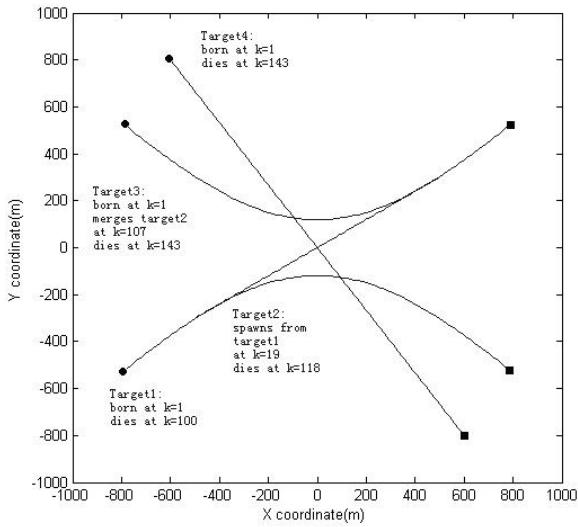


图6.4 例2中在xy平面真实内目标运动轨迹，其中目标运动的起始点和结束点分别由●/■表示

Fig 6.4 True target tracks in the xy-plane of example 2, all those four targets born at $k=1$ and die at $k=100$. The start/end points for each track are denoted by ●/■ respectively.

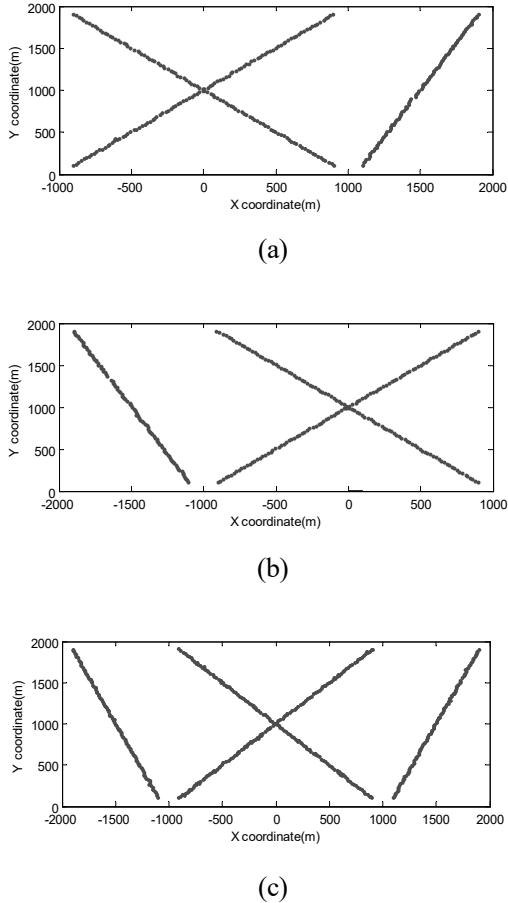


图 6.5 采用序贯 GM-PHD 滤波器目标位置估计结果(杂波密度 $\lambda_k = 1.25 \times 10^{-6} m^{-2}$), (a): 为先使用传感器 1 的量测集合, 后使用传感器 2 的量测集合.(b): 为先使用传感器 2 的量测集合, 后使用传感器 1 的量测集合. (c): 为采用本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器时目标位置的估计结果.

Fig 6.5 Target state estimates of the sequential GM-PHD ($\lambda_k = 1.25 \times 10^{-6} m^{-2}$ is fixed), (a): using sensor 1 first and sensor 2 second, (b): using sensor 2 first and sensor 1 second, (c): Target state estimates of the proposed multisensor GM-PHD filter.

如图 6.5 (a)所示, 采用序贯 PHD 滤波器, 当传感器量测集合的使用顺序为(1,2), 序贯 PHD 滤波器检测不到目标 1。如图 6.5(b)所示, 当传感器量测集合的使用顺序为(2,1), 序贯 PHD 滤波器检测不到目标 4。然而, 如果使用本章提出的多传感器 GM-PHD 滤波器, 所有的目标都能被检测到, 如图 6.5

(c) 所示。于是我们得出这样的结论，当多个传感器的观测区域不一样时，并且所有的目标不是都位于各个传感器观测区域的交集部分时，本文提出的多传感器 GM-PHD 滤波器优于序贯 PHD 滤波器。

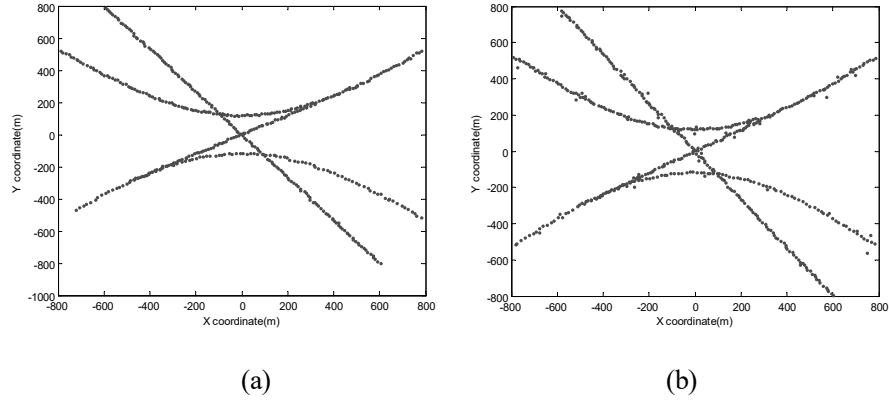


图 6.6 在各个传感器探测区域一样时，(a) 为采用序贯 PHD 滤波器时目标位置的估计结果。 (b) 为采用本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器时目标位置的估计结果。

$$(\text{杂波密度 } \lambda_k = 1.25 \times 10^{-5} \text{ m}^{-2})$$

Fig 6.6 (a): Target state estimates of the sequential GM-PHD, (b): Target state estimates of the proposed multisensor GM-PHD filter. ($\lambda_k = 1.25 \times 10^{-5} \text{ m}^{-2}$ is fixed)

仿真表明，没有位于传感器观测区域交集部分的目标是否被序贯 PHD 滤波器检测到，依赖于传感器量测集合被使用的顺序。这是由于 PHD 滤波器对缺失探测敏感的原因，如果一个目标没有被序贯 PHD 滤波器最后使用的传感器探测到，序贯 PHD 滤波器就很可能就检测不到这个目标。但是，本文提出的多传感器 GM-PHD 滤波器却能检测到每一个目标，哪怕这个目标只被其中一个被使用的传感器探测到。这种功能是由高斯分量的行合并完成的。从高斯分量的行合并过程可以看出，只要一个目标被其中一个传感器探测到，无论传感器的使用顺序如何，多传感器的 GM-PHD 滤波器都能保证最大可能地检测到这个目标。

但是，当多个传感器的观测区域一样，并且传感器的探测概率都比较高时，序贯 PHD 滤波器的性能要优于本文给出多传感器 GM-PHD 滤波器。如图 6.6 所示。因此有必要考察两种多传感器 PHD 滤波器在多个传感器观测区域一致时的性能表现。这里我们仍然采用 Monte Carlo 仿真的方法检验算法的性能，其中多目标跟踪算法评价标准采用 $WD(d_w^2)$ 。

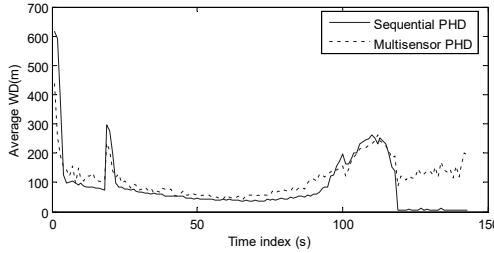


图 6.7 当传感器的探测区域一样, 杂波密度 $\lambda_k = 1.25 \times 10^{-6} m^{-2}$, 分别采用序贯 GM-PHD 滤波器和本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器得到的平均 WD 的比较.

Fig 6.7 Performance measure (MC average WDs) comparison between the sequential GM-PHD filter and the proposed multisensor GM-PHD filter versus time ($\lambda_k = 1.25 \times 10^{-6} m^{-2}$).

如图 6.7, 和图 6.8 所示, 200 次 Monte Carlo 仿真表明, 对应于不同的杂波密度, 当多个传感器的观测区域一样, 并且传感器的探测概率足够高时, 序贯 PHD 滤波器的性能优于本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器。但是当传感器的探测概率低于某一个值时, 尽管各个传感器的观测区域一样, 本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器的性能要优于序贯 PHD 滤波器的性能, 如图 6.9 和图 6.10 所示。同时仿真亦说明, 本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器和传感器量测集合被使用的顺序没有关系。

另外, 如图 6.11 所示, 我们采用 NEES(Normalized state estimation error squared)来检验两种方法跟踪单个目标的情况, 50 次 Monte Carlo 仿真表明, 这两种方法在跟踪单个目标时的性能都是可以接受的。

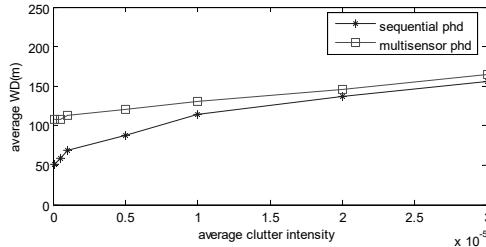


图 6.8 对应于不同的杂波密度, 在各个传感器探测区域一样时, 分别采用序贯 GM-PHD 滤波器和本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器得到的平均 WD 的比较.

(探测概率 $p_{D,\tau} = 0.98$, $\tau = 1, 2$).

Fig 6.8 Tracking performance comparison between the sequential GM-PHD filter and the proposed multisensor GM-PHD filter for varying clutter intensity ($p_{D,\tau} = 0.98$, $\tau = 1, 2$ is fixed).

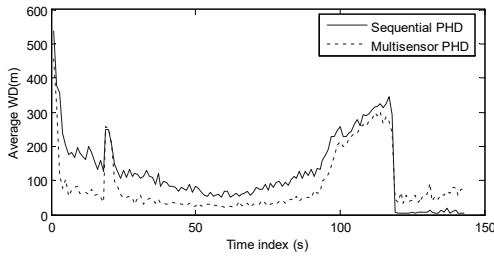


图 6.9 在各个传感器探测区域一样时, 分别采用序贯 GM-PHD 滤波器和本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器得到的平均 WD 的比较 ($\lambda_k = 1.25 \times 10^{-6} m^{-2}$, $p_{D,\tau} = 0.85$ $\tau = 1, 2$)

Fig 6.9 Performance measure (MC average WDs) comparison between the sequential GM-PHD filter and the proposed multisensor GM-PHD filter versus time

$$(\lambda_k = 1.25 \times 10^{-6} m^{-2}, p_{D,\tau} = 0.85, \tau = 1, 2)$$

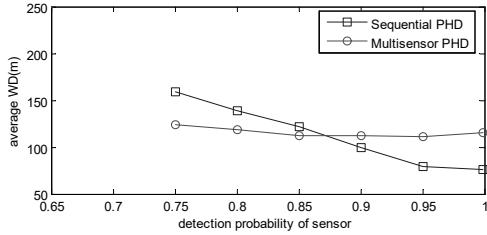


图 6.10 在各个传感器探测区域一样时, 对应于不同传感器的探测概率, 分别采用序贯 GM-PHD 滤波器和本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器得到的平均 WD 的比较 ($\lambda = 1.25 \times 10^{-6} m^{-2}$)

Fig 6.10 Tracking performance for varying $p_{D,k}$ ($\lambda = 1.25 \times 10^{-6} m^{-2}$ is fixed)

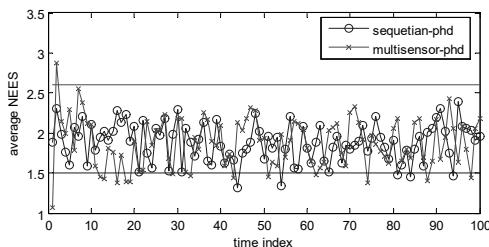


图 6.11 两种方法跟踪单个目标时, 50 Monte Carlo 仿真得到(NEES), 在 95% 信任区间的分布.

$$(p_{D,k} = 0.99, \lambda = 1.25 \times 10^{-6} m^{-2})$$

Fig 6.11 Normalized state estimation error squared (NEES) from 50 Monte Carlo runs with its 95% probability regions ($p_{D,k} = 0.99$ and $\lambda = 1.25 \times 10^{-6} m^{-2}$ are fixed)

评论：本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器是真实多传感器 PHD 滤波器的一种近似形式。当传感器的观测区域一样，相比本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器，在逼近真实多传感器 PHD 滤波器程度上，序贯 PHD 滤波器要好一些。

GM-PHD 滤波器退化成单个目标跟踪滤波器时，在满足下面三个条件时，就是标准的 Kalman 滤波器。

1. 传感器的探测概率为 1，并且没有杂波；
2. 目标在下个周期仍然存在，即目标的幸存概率为 1；
3. 每个周期只保留一个高斯分量。

在目标只有一个，并且满足上面三个条件时，序贯 GM-PHD 滤波器将退化成序贯 Kalman 滤波器。

然而，本文提出的多传感器 GM-PHD 滤波器跟踪单个目标时，在满足上面三个条件时不能退化成序贯 Kalman 滤波器。它只能退化成采用标量做为权值的多传感器单个目标轨迹融合问题。

例如：假设在同一行中被选中 L 个高斯分量分别为：

$$w_k^{(i)} N(x; m_k^{(i)}, P_k^{(i)}) , \quad w_k^{(i)} = 1, \quad i = 1, \dots, L.$$

合并后的高斯分量为 $w_k N(x; m_k, P_k)$ 。

$$\text{其中: } w_k = 1 - \prod_{i=1}^L (1 - w_k^{(i)}) = 1,$$

$$m_k = \sum_{i=1}^L \frac{1}{L} m_k^{(i)}$$

$$P_k^{(i)} = \sum_{i=1}^L \left(\frac{1}{L} \right)^2 \left(P_k^{(i)} + (m_k - m_k^{(i)})(m_k - m_k^{(i)})^T \right)$$

我们知道，序贯 Kalman 滤波器为一最优滤波器，而本文提出的多传感器在上面三个条件满足时退化不到序贯 Kalman 滤波器，这说明，在序贯 PHD 滤波器的必要条件满足时，序贯 PHD 滤波器是真实多传感器 PHD 滤波器的更好逼近形式。

另外需要说明的是，基于 FISST 的多目标跟踪技术仍然在不断的发展当中，其中多传感器 PHD 滤波器问题是这种方法的一个难点。基于 FISST 的多目标跟踪方法中的多传感器问题非常复杂，得到一般意义上理论上严格的多传感器 PHD 滤波器几乎是不可能的，即使存在，也非常复杂，缺乏实际的应用价值^[46]。当前普遍存在的研究方法为尽量考虑更少的影响因素，使问题简单化，找出适用于一些特

殊条件下的多传感器PHD滤波器。Mahler提出序贯PHD滤波器就是一种适用于各个传感器的观测区域一致的多传感器多目标跟踪滤波器，并且序贯PHD滤波器依赖传感器量测集合的被使用顺序。虽然B.-N. Vo 提出最可信赖的传感器应优先使用，但是在实际应用当中“最可信赖”的提法基本上没有可操作性。由于跟踪多个目标的序贯PHD并不是完全Bayes的，因此用它来讨论传感器的被使用顺序也非常困难。论文第六章给出的是平行使用各个传感器的多传感器的GM-PHD滤波器，它要求单个目标的运动模型是线性高斯的。平行使用各个传感器的优点是各个传感器的性能指标可以各不相同，因此这种滤波器的输出不依赖传感器量测集合的被使用顺序。多传感器的GM-PHD滤波器在各个传感器的观测区域不一致时也可以使用，弥补了序贯PHD滤波器的这一缺点。并且在各个传感器的探测概率比较低时，即使各个传感器的探测区域一致，多传感器的GM-PHD滤波器仍然优于序贯PHD滤波器。

在比较论文提出的多传感器GM-PHD滤波器和序贯PHD滤波器性能时，如果各个传感器的性能指标各不相同，就需要知道序贯PHD滤波器传感器的最优被使用顺序。否则，在一些条件下，当序贯PHD滤波器的性能劣于论文提出的多传感器GM-PHD滤波器，就难以说明问题。而得到序贯PHD滤波器的传感器最优使用顺序本身就是一个非常复杂的问题。因此，在论文比较两种多传感器滤波器的性能时，假设各个传感器的性能指标基本一致，没有过多考虑各个传感器性能指标不一致的情况。

6.6 本章小结

本章指出了序贯 PHD 滤波器存在的缺点。并在附录 A 中对其进行了重新推导，给出了序贯 PHD 滤波器成立的一个必要条件。基于单传感器 GM-PHD 滤波器的矩阵表达式，本文给出了一种多传感器 GM-PHD 滤波器，这种多传感器 GM-PHD 滤波器能在序贯 PHD 滤波器不能工作的一些情况下得到良好的目标状态估计结果，并且不依赖传感器量测集合被使用的顺序。另外，当传感器的探测概率较低时，即使各个传感器的观测区域一样，本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器仍然优于序贯 PHD 滤波器。但是本文给出的多传感器多目标 PHD 滤波器在序贯 PHD 滤波器的必要条件严格满足时，性能要劣于序贯 PHD 滤波器。

第七章 总结与展望

7.1 论文工作总结

多目标跟踪技术无论在军事或民用方面都发挥着重要的作用。一直以来，人们对多目标跟踪数学本质的探讨一直没有停止过。从多目标跟踪发展的两个阶段看，在基于数据关联的多目标跟踪方法很难取得突破性进展的时候，基于 FISST 的多目标跟踪方法的出现，使人们认识到，数据关联在多目标跟踪方法中并不是不可缺少的。之所以基于数据关联的多目标跟踪方法很难再能取得较大的进展，是因为我们在处理多目标跟踪问题时一直认为数据关联必不可少，而在杂波环境下的数据关联实现起来非常困难。基于数据关联的多目标跟踪方法把多个目标跟踪问题分成若干个单目标跟踪问题，而数据关联是这种方法的关键部分。近年来基于 FISST 的多目标跟踪方法的出现，使人们看到，多目标跟踪问题并不是单目标跟踪问题在数据关联的基础上的简单推广。

基于数据关联多目标跟踪方法不能有效处理的几个问题为：

1. 多传感器多目标被动定位问题；
2. 密集杂波环境下的多目标跟踪问题；
3. 多传感器多目标跟踪问题。

本文的主要研究内容包括采用 FISST 多目标跟踪方法处理这些问题的更好处理办法，也包括研究处理基于 FISST 多目标跟踪方法本身存在的一些问题。论文的研究得到国家自然科学基金 60775022，国家自然科学基金 60674107 和 XX 项目 A1420060161 的联合资助。论文主要完成的工作分为以下几个方面：

1. 基于序贯 PHD 滤波器的多传感器多目标被动定位方法。多传感器多目标被动定位问题是基于数据关联多目标跟踪方法中的相对比较难以处理的问题。已存在的处理办法要么适用范围单一，要么计算量非常大，工程应用根本不能忍受，而且在杂波环境下得到的目标状态估计精度也不能接受。本文给出了基于序贯 PHD 滤波器的多传感器多目标被动定位方法。研究表明，这种方法的适用范围宽广，计算复杂度为 $O(LMN)$ ，具有工程实现容易的特点。唯一的限制是要求多个传感器的观测区域一致。
2. 带有椭球门限的高斯混合 Cardinalized PHD (CPHD) 滤波器。与 PHD 滤波器不同，CPHD 滤波器在传递 PHD 函数的同时，也传递目标数目分布的概率密度函数，提高了多目标状态的估计精度。但

是CPHD滤波器的计算量相比PHD滤波器要大的多。PHD滤波器的计算复杂度为 $O(NM)$,而CPHD滤波器的计算复杂度为 $O(NM^3)$ 。在CPHD滤波器计算精度损失不大的情况下,降低CPHD滤波器的计算量是一个有着工程应用价值、值得研究的问题。本文提出了采用椭球门限来降低量测集合中量测的数目,从而达到降低CPHD计算量目的的方法,并在仿真中讨论了采用椭球门限时应该注意的问题。仿真表明,采用门限的CPHD滤波器的性能损失并不明显,并且计算量得到了有效地降低。

3. 新出现目标强度函数未知的GM-PHD滤波器。在实现PHD滤波器或CPHD滤波器时,先前方法一般都假设新出现目标的强度函数已知。而在大多数实际的应用中,这一假设并不能得到满足。仿真表明,当新出现目标的强度函数未知时,PHD滤波器可能会检测不到新出现的目标。本文给出了一种GM-PHD(Gaussian Mixture PHD)滤波器的矩阵表达形式。这种GM-PHD滤波器的矩阵表达形式只是GM-PHD滤波器的另外一种表达形式,并没有改变GM-PHD滤波器的内容。但是,这种形式能清楚地描述出当前周期得到的高斯分量和上个周期保留高斯分量的关系,以及当前周期得到的高斯分量和传感器量测之间的关系。基于这种矩阵形式,在高斯分量修剪过程中,对应于每一个量测都至少保留一个高斯分量到下个更新周期。这样就能使GM-PHD滤波器在新出现目标强度函数未知的情况下,检测到新出现的目标。

4. 多传感器GM-PHD滤波器。多传感器多目标跟踪问题是一个比较复杂的问题,即使是采用FISST的方法,要得到理论上严格的多传感器PHD滤波器并不是一件容易的事情。其中的困难文献[46]和[96]中都有具体的介绍。文献[46]给出了多次使用单传感器PHD滤波器状态更新部分的直观方法,即序贯PHD滤波器。仿真表明这种滤波器在多个传感器的观测区域不一样时,出现失跟目标的情况。本文在附录A中重新推导了序贯PHD滤波器公式。推导显示,序贯PHD滤波器成立的一个必要条件是多个传感器的观测集合必须是来自相同的目标集合。这就要求多个传感器的观测区域一样,至少要求被跟踪的目标位于多个传感器观测区域的交集部分。基于GM-PHD滤波器的矩阵表达形式,本文构建了一种多传感器GM-PHD滤波器。这种滤波器能在多个传感器的观测区域不一致的情况下使用。并且,当传感器的探测概率较低,和多个传感器的探测区域一致时,它仍然优于序贯PHD滤波器。

7.2 研究展望

多目标跟踪问题是一个被广泛研究的问题。为了更加有效处理多目标跟踪中出现的问题,各国

的研究者们采用过不同的方法，并取得了在实践应用中许多成功的案例。这些方法涉及范围非常广泛。同时多目标跟踪技术也是一个无论在军事或民用上都被广泛应用的技术，如空中交通管制，水下目标声纳探测与跟踪，卫星遥测控制等等。随着多目标跟踪方法的深入研究和应用范围的扩展仍然存在许多问题有待于进一步的研究解决。这些问题主要包括：

1. 传感器量测的乱序问题(out of sequence)^{[133]-[136]}。在多传感器目标跟踪中，都是假设传感器的量测是时间和空间一致的，而实际情况并非如此。多个传感器的位置不同，目标和各个传感器之间的距离也不一样，由于信号传播的速度是一定的，这就可能出现先到达的量测对应目标的运动的实际位置落后于后到达量测对应目标运动的实际位置。在基于 FISST 目标跟踪问题中，这个问题还没看到研究成果出现。有待于进一步的研究。

2. 基于 FISST 多传感器的 PHD 滤波器问题，本文给出的多传感器 GM-PHD 滤波器是基于单传感器 GM-PHD 滤波器的一种滤波器。对应目标运动模型和观测模型都是线性高斯的情况，这种滤波器可以胜任，但是在非线性很强而且是非高斯的情况下，这种方法就难以胜任。进一步研究多传感器 PHD 滤波器的更好逼近形式，仍然是一个研究方向。本文研究者认为，多传感器的 PHD 滤波器的研究，可能需要借助一些新的数学工具，这个问题的有效处理可能是多目标跟踪问题的又一突破进展。

3. 本文采用 WD 做为多目标跟踪算法的性能评价指标，但是这种多目标跟踪算法的评价指标存在着局限性^[77]。例如，当其中一个集合为空集时，WD 没有定义。文献^[77]对 WD 的局限性给出了详细的介绍。并提出了一种新的评价指标 OSPA。定义 OSPA 距离时引入了截断距离的概念，有效处理了 WD 距离存在的几个问题。同时也引入的怎样确定截断距离的问题，文献^[77]并没有明确提出处理这个问题的办法。这就出现了当截断距离 c 取不同的值时，同样的两个集合之间的距离就有不相等的情况如：

$$d_1^{(1)}(\emptyset, \{1\}) = 1, \quad d_1^{(10)}(\emptyset, \{1\}) = 10$$

其中， \emptyset 为空集。这就可能出现取不同的截断距离时，用 OSPA 对两种不同的多目标跟踪算法评价得到不一致的结果。研究新的多目标跟踪算法评价标准仍是一个没有得到理想处理的问题。

4. 序贯 PHD 滤波器的性能和传感器量测集合的被使用顺序有关，B.-N. Vo 在文献^[70]指出了这一点，并给出了传感器应该使用的顺序。另外文献^[137]研究了多传感器 JPDA 和传感器量测集合使用顺序的关系，并指出应该先使用量测精度低的传感器。这一结论和文献^[70]给出的相反。文献^[123]指出 IPDA 滤波器是 PDA 滤波器考虑目标存在可能性的扩展，而 IPDA 滤波器和基于 FISST Bayes 递推公

式的关系在文献[122]中有详细的介绍。本文在附录 B 中给出跟踪单目标的 PHD 滤波器和 IPDA 滤波器的关系。可以看出，PHD 滤波器 和 PDA 滤波器存在着理论上的一致性。那么为什么两个文献会得出不同的结论呢。这些都需要进一步的研究。指出发生这种问题的原因。

5. 目前基于 FISST 的多目标跟踪方法近些年逐渐得到了人们的重视。有一段时间，这种方法的研究者比较少，其中的主要原因是这种方法需要更多的现代数学分析的知识，而且难以理解和实现。即使现在出现了 PHD 滤波器和 GM-PHD 滤波器，从主要的参考文献数目，和对应的研究团队来看，仍然不多。但是基于 FISST 的多目标跟踪方法是多目标跟踪方法研究的主要方向，随着研究的深入，其中需要解决的问题还有许多这里没有指出来。需要对多目标跟踪方法关心的学者和工程师们认识到这一点。

总之，本文基于 FISST 目标跟踪方法对多目标跟踪领域内存在的一些问题进行了研究和探讨，大量的问题还有待于进一步深入的研究。

附录

附录 A 序贯 PHD 滤波器的重新推导

仿真结果显示，当多个传感器的观测区域不一样时，且要跟踪的多个目标并不都位于各个传感器观测区域的交集部分，序贯 PHD 滤波器将不能使用。为了更进一步了解问题的原因，这里需要重新推导序贯 PHD 滤波器，找出问题所在。

和推导估计一个随机变量的序贯 Bayes 递推公式原理一样，我们重新推导了估计一个有限随机集的序贯 Bayes 递推公式。估计一个有限随机集的序贯 Bayes 公式在文献[46]有过简单的介绍。假设多个传感器的量测集合为

$$\begin{aligned} Z_k &= \bigoplus_{\tau=1}^L Z_k^{[\tau]} \\ Z_k &= \bigcup_{\tau=1}^L Z_k^{[\tau]} \end{aligned}$$

L 为传感器的数目， $Z_k^{[\tau]}$ 为源自传感器 τ 的量测集合，其中 ‘ \oplus ’ 为不考虑交集部分的集合并运算，(例如：集合 $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{2, 3\}$ 则， $A \oplus B = \{1, 2, 2, 3\}$ ，即集合中有重复出现的元素)，

基于 FISST，估计一个有限随机集的 Bayes 公式可以分如下步骤推出

假设 $p(X_{k-1} | Z_{1:k-1}) = p(X_{k-1} | Z_{1:k-1}^{[1]}, Z_{1:k-1}^{[2]}, \dots, Z_{1:k-1}^{[L]})$ 已知。存在

$$\begin{aligned} p(X_k | Z_{1:k}) &= p(X_k | Z_k^{[1]}, Z_k^{[2]}, \dots, Z_k^{[L]}, Z_{1:k-1}) \\ &= \frac{h_{k,L}(Z_k^{[L]} | X_k) p(X_k | Z_k^{[1]}, Z_k^{[2]}, \dots, Z_k^{[L-1]}, Z_{1:k-1})}{p(Z_k^{[L]} | Z_k^{[1]}, Z_k^{[2]}, \dots, Z_k^{[L-1]}, Z_{1:k-1})} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

其中 $h_{k,L}(Z_k^{[L]} | X_k)$ 为传感器 L 的多目标量测似然函数。

在 k 时刻，如果每一个传感器的量测集合 $Z_k^{[\tau]} \in Z_k$ ($\tau = 1, \dots, L$) 都源自同一个有限随机集状态，有

$$p(X_k | Z_k^{[1]}, Z_k^{[2]}, \dots, Z_k^{[L-1]}, Z_{1:k-1}) = \frac{h_{k,L-1}(Z_k^{[L-1]} | X_k) p(X_k | Z_k^{[1]}, Z_k^{[2]}, \dots, Z_k^{[L-2]}, Z_{1:k-1})}{p(Z_k^{[L-1]} | Z_k^{[1]}, Z_k^{[2]}, \dots, Z_k^{[L-2]}, Z_{1:k-1})}$$

...

$$p(X_k | Z_k^{[1]}, Z_k^{[2]}, Z_{1:k-1}) = \frac{h_{k,2}(Z_k^{[2]} | X_k) p(X_k | Z_k^{[1]}, Z_{1:k-1})}{p(Z_k^{[2]} | Z_k^{[1]}, Z_{1:k-1})} \quad (\text{A.2})$$

$$p(X_k | Z_k^{[1]}, Z_{1:k-1}) = \frac{h_{k,1}(Z_k^{[1]} | X_k) p(X_k | Z_{1:k-1})}{p(Z_k^{[1]} | Z_{1:k-1})} \quad (\text{A.3})$$

这样就得到估计一个有限随机集合的序贯 Bayes 递推公式

$$p(X_k | Z_{1:k}) = \frac{h_{k,L}(Z_k^{[L]} | X_k)}{p(Z_k^{[L]} | Z_k^{[1]}, Z_k^{[2]}, \dots, Z_k^{[L-1]}, Z_{1:k-1})} \cdot \dots \cdot \frac{h_{k,1}(Z_k^{[1]} | X_k)}{p(Z_k^{[1]} | Z_{1:k-1})} \cdot p(X_k | Z_{1:k-1}) \quad (\text{A.4})$$

其中：

$$p(X_k | Z_{1:k-1}) = \int f_{k|k-1}(X_k | X_{k-1}) p(X_{k-1} | Z_{1:k-1}) \mu(dX_{k-1})$$

基于文献[46]给出的单传感器 PHD 滤波器，序贯 PHD 滤波器可以从上面给出的序贯 Bayes 公式导出。

记 $p(X_k | Z_k^{[1]}, Z_{1:k-1})$ 的概率假设密度函数，即 PHD 函数为 $v_{k|k-1}^{[1]}(x)$ ，通过公式(A.3)就可以得到 $v_{k|k-1}^{[1]}(x)$ ，其形式如下：

$$\begin{aligned} v_{k|k-1}^{[1]}(x) &= \left\{ \sum_{z^{[1]} \in Z_k^{[1]}} \frac{p_{D,1}(x) h_{k,1}(z^{[1]} | x)}{\kappa_{k,1}(z^{[1]}) + \int p_{D,1} h_{k,1}(z^{[1]} | x) v_{k|k-1}^{[0]}(x) \mu(dx)} + 1 - p_{D,1}(x) \right\} v_{k|k-1}(x) \\ &= \Psi_k^{[1]}(Z_k^{[1]} | x) v_{k|k-1}(x) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

其中： $v_{k|k-1}^{[0]}(x) = v_{k|k-1}(x)$

记 $p(X_k | Z_k^{[1]}, Z_k^{[2]}, Z_{1:k-1})$ 的 PHD 函数为 $v_{k|k-1}^{[2]}(x)$ ，通过公式(A.2)就可以得到 $v_{k|k-1}^{[2]}(x)$ ，其形式如下：

$$\begin{aligned} v_{k|k-1}^{[2]}(x) &= \left\{ \sum_{z^{[2]} \in Z_k^{[2]}} \frac{p_{D,2}(x) h_{k,2}(z^{[2]} | x)}{\kappa_{k,2}(z^{[2]}) + \int p_{D,2} h_{k,2}(z^{[2]} | x) v_{k|k-1}^{[1]}(x) \mu(dx)} + 1 - p_{D,2}(x) \right\} v_{k|k-1}^{[1]}(x) \\ &= \Psi_k^{[2]}(Z_k^{[2]} | x) v_{k|k-1}^{[1]}(x) \\ &= \Psi_k^{[2]}(Z_k^{[2]} | x) \Psi_k^{[1]}(Z_k^{[1]} | x) v_{k|k-1}(x) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

同理，一直这样下去，就可以从公式(A.1) 和 (A.4) 得到 $p(X_k | Z_{1:k})$ 的 PHD 函数 $v_k(x)$ 。

$$v_k(x) = \Psi_k^{[L]}(Z_k^{[L]} | x) v_{k|k-1}^{[L-1]}(x) = \Psi_k^{[L]}(Z_k^{[L]} | x) \cdots \Psi_k^{[1]}(Z_k^{[1]} | x) v_{k|k-1}(x) \quad (\text{A.7})$$

$$\text{其中: } \Psi_k^{[\tau]}(Z_k^{[\tau]} | x) = \sum_{z^{[\tau]} \in Z_k^{[\tau]}} \frac{p_{D,\tau}(x) h_{k,\tau}(z^{[\tau]} | x)}{\kappa_{k,\tau}(z^{[\tau]}) + \int p_{D,\tau} h_{k,\tau}(z^{[\tau]} | x) v_{k|k-1}^{[\tau-1]}(x) \mu(dx)} + 1 - p_{D,\tau}(x)$$

$p_{D,\tau}(\cdot)$ 为传感器 τ 的探测概率;

$\kappa_{k,\tau}(\cdot)$ 为 k 时刻, 传感器 τ 所探测区域的杂波密度;

$h_{k,\tau}(\cdot | x)$ 为 k 时刻传感器 τ 探测单目标的量测似然函数;

$$v_k(x) = v_{k|k-1}^{[L]}(x)$$

$$v_{k|k-1}^{[0]}(x) = v_{k|k-1}(x)$$

这样就得到了序贯 PHD 滤波器(A.7)。从推导的过程可以看出, 序贯 PHD 滤波器成立的一个必要条件就是, 所有传感器的探测集合应该源自同一个感兴趣的目标集合。这样在使用序贯 PHD 滤波器时, 要求各个传感器的探测区域一样, 至少, 要保证所有被跟踪的目标位于多个传感器观测区域的交集部分。另外文献[70]指出, 序贯 PHD 滤波器依赖传感器量测集合被使用的顺序。

附录 B 跟踪单个目标的 PHD 滤波器

如文献[122]所介绍的那样，综合概率数据关联 integrated probability data association (IPDA)滤波器，在同样的假设条件下，可以从文献[11]-[14][46]给出的基于 FISST 的 Bayes 递推公式得到。有限随机集形式的多目标运动模型为：

$$\Gamma_k = \Phi_k(X_{k-1}, V_{k-1}) \cup B_k(X_{k-1}) \quad (\text{B.1})$$

其中 $\Phi_k(X_{k-1}, V_{k-1})$ 为存在目标的运动模型， $B_k(X_{k-1})$ 为新出现目标的运动模型。

对于跟踪单个目标的问题，即目标的状态为：

$$X_k = \begin{cases} \emptyset & \text{with probability } 1 - p_v \\ \{x_k\} & \text{with probability } p_v \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

由于单目标跟踪问题不存在新出现目标的问题，所以多目标运动模型可以退化为：

$$\Gamma_k = \Phi_k(X_{k-1}, V_{k-1}) \quad (\text{B.3})$$

对应的信任测度为[122]：

$$\beta_{\Gamma_{k|k-1}}(S | \{x_{k-1}\}) = 1 - p_v + p_v \int f_{k|k-1}(x_k | x_{k-1}) dx_k \quad (\text{B.4})$$

其中 $f_{k|k-1}(x_k | x_{k-1})$ 为单个目标的 Markov 传递密度函数。

因此，引入密度函数为[46]：

$$\frac{\delta \beta_{\Gamma_{k|k-1}}}{\delta X}(\emptyset) = p_v f_{k|k-1}(X | x_{k-1}) \quad (\text{B.5})$$

由公式(B.2)得出

$$\begin{aligned} \beta_{\Gamma_{k|k-1}}(S | \{x_{k-1}\}) &= \int p_v f_{k|k-1}(X | x_{k-1}) \delta X \\ &= p_v f_{k|k-1}(\emptyset | x_{k-1}) + \frac{1}{1!} \int p_v f_{k|k-1}(x | x_{k-1}) dx \\ &= 1 - p_v + p_v \int f_{k|k-1}(x | x_{k-1}) dx \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

假设传感器的多目标量测模型为：

$$\Sigma_k = \Sigma'_k \cup \Lambda_k \quad (\text{B.7})$$

其中 Σ'_k 为由目标产生的量测， $\Lambda_k = \bigcup_{j=1}^M \Lambda_k(j)$ 为杂波产生的量测。

于是，当有目标存在时，就可以得到传感器的整体观测似然函数为^[122]：

$$h_{\Sigma_k}(Z_k | X_k) = p_c(M_k) \left(1 - p_D + \frac{p_D V}{\lambda_{FA}} \sum_{i=1}^{M_k} h(z_k^{(i)} | x) \right) \quad (\text{B.8})$$

其中： $h(z_k^{(i)} | x)$ 为传感器探测单个目标的似然函数；

p_D 为传感器的探测概率；

p_{FA} 为传感器观测区域出现杂波的概率；

$$p_c(M_k) = \frac{1}{V^{M_k}} \lambda^{M_k} e^{-\lambda_{FA}},$$

$$\lambda_{FA} = p_{FA} M_k$$

当没有目标存在时，也就是说 $\Sigma' = \emptyset$ ，传感器的整体观测似然函数为：

$$h_{\Sigma_k}(Z_k | \emptyset) = p_c(M_k) \quad (\text{B.9})$$

于是基于 FISST 的多目标状态估计的 Bayes 公式

$$p(X_k | Z_{1:k}) = \frac{h_k(Z_k | X_k) \int f_{k|k-1}(X_k | X) p(X | Z_{1:k-1}) \mu(dX)}{\int h_k(Z_k | X) p(X | Z_{1:k-1}) \mu(dX)}$$

就退化为单传感器，跟踪单个目标的 Bayes 递推公式

$$\begin{aligned} & p(X_k | Z_{1:k}) \\ &= \frac{1}{\Delta} h_{\Sigma_k}(Z_k | X_k) \left\{ \begin{aligned} & f_{k|k-1}(X_k | \emptyset) p(\emptyset | Z_{1:k-1}) \\ &+ \int f_{k|k-1}(X_k | \{x_{k-1}\}) p(\{x_{k-1}\} | Z_{1:k-1}) dx_{k-1} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

由于 $f_{k|k-1}(\emptyset | \emptyset) = 1$ [122, Eq.(11)]，有 $f_{k|k-1}(\{x_k\} | \emptyset) = 0$ 。

$$p(\{x_k\} | Z_{1:k}) = \frac{1}{\Delta} h_{\Sigma_k}(Z_k | \{x_k\}) \int f_{k|k-1}(\{x_k\} | \{x_{k-1}\}) p(\{x_{k-1}\} | Z_{1:k-1}) dx_{k-1} \quad (\text{B.11})$$

于是就可以得到对应于 $p(X_k | Z_{1:k})$ 的 PHD

$$\begin{aligned}
 v_k(x) &= \int p(\{x\} \cup X_k | Z_{1:k}) \delta X_k \\
 &= p(\{x\} \cup \emptyset | Z_{1:k}) + \int p(\{x\} \cup \{x_k\} | Z_{1:k}) \delta x_k \\
 &= p(\{x\} | Z_{1:k})
 \end{aligned} \tag{B.12}$$

其中：当 $|X_k| \geq 2$ 是， $p(X_k | Z_{1:k}) = 0$ ； $|X_k|$ 为集合 X_k 势。

于是就可以得到

$$v_k(x_k) = \frac{1}{\Delta} h_{\Sigma_k}(Z_k | \{x_k\}) \int f_{k|k-1}(\{x_k\} | \{x_{k-1}\}) p(\{x_{k-1}\} | Z_{1:k-1}) dx_{k-1} \tag{B.13}$$

由于

$$\int p(X_k | Z_{1:k}) \delta X_k = p(\emptyset | Z_{1:k}) + \frac{1}{1!} \int p(\{x_k\} | Z_{1:k}) dx_k = 1 \tag{B.14}$$

得到

$$p(\emptyset | Z_{1:k}) = 1 - \int p(\{x_k\} | Z_{1:k}) dx_k = 1 - \int v_k(x_k) dx_k \tag{B.15}$$

于是就可以得到跟踪单个目标的 PHD 滤波器的更新部分为：

$$\begin{aligned}
 p(\{x_k\} | Z_{1:k}) &= v_k(x_k) \\
 &= \frac{1}{\Delta} h_{\Sigma_k}(Z_k | \{x_k\}) \int f_{k|k-1}(\{x_k\} | \{x_{k-1}\}) p(\{x_{k-1}\} | Z_{1:k-1}) dx_{k-1}
 \end{aligned} \tag{B.16}$$

如果单目标的运动模型为线性高斯的，就可以利用文献[65]给出的两个引理得到高斯混合的跟踪单个目标的 GM-PHD 滤波器，其形式如下：

$$\begin{aligned}
 p(\{x_k\} | Z_{1:k}) &= v_k(x_k) \\
 &= \alpha_{k,v}^{(0)} N(x_k; m_{k|k-1}, P_{k|k-1}) + \sum_{i=1}^{M_k} \alpha_{k,v}^{(i)} N(x_k; m_{k|k}^{(i)}, P_{k|k}^{(i)})
 \end{aligned} \tag{B.17}$$

其中： $\alpha_{k,v}^{(0)} = \frac{(1-p_D)p_{k|k-1,v}}{1 - \left(p_D - \sum_{i=1}^{M_k} \frac{p_D V}{\lambda_{FA}} q_k(z_{k,i}) \right) p_{k|k-1,v}}$

$$\alpha_{k,v}^{(i)} = \frac{\frac{p_D V}{\lambda_{FA}} q_k(z_{k,i}) p_{k|k-1,v}}{1 - \left(p_D - \sum_{i=1}^{M_k} \frac{p_D V}{\lambda_{FA}} q_k(z_{k,i}) \right) p_{k|k-1,v}}$$

$$q_k(z_{k,i}) = N(z_{k,i}; H_k m_{k|k-1}^{(i)}, R_k + H_k P_{k|k-1}^{(i)} H_k^T)$$

如果在每个周期只考虑落入门限内的传感器量测，并假设真实量测落入门限的概率为 p_G ，公式(B.17) 中的 p_D 要用 $p_D p_G$ 代替。

这样就得到了文献[123]给出的 IPDA 滤波器，可以看出 IPDA 为 GM-PHD 滤波器跟踪单个目标的特殊形式。另外，跟踪多个目标 PHD 滤波器在实际状态更新部分不满足递推的条件，为了满足递推的要求，在 Kullbac-Leibler 差别最小的条件下用一个服从 Poisson 分布 RFS 的强度函数来逼近^[46]。这样不可避免会出现了信息损失。但是，当跟踪单个目标时，存在 $p(\{x_k\} | Z_{1:k}) = v_k(x_k)$ ，这样就不会出现信息损失。

在 IPDA 滤波器中，权值 $\sum_{i=0}^{M_k} \alpha_{k,v}^{(i)}$ 被认为是目标存在的概率^[123]，所以多目标跟踪的 GM-PHD 滤波器中对应于每一个高斯分量的权值也可以作为此高斯分量为目标的概率。单传感器 GM-PHD 滤波器的矩阵表达形式存在许多优点，在构建多传感器的高斯混 PHD 滤波器时可以恰当地利用这一点。

附录 C 需要了解的一些数学基本概念

C. 1 说明

目标跟踪的数学基础是概率论和统计学知识。随着测度空间的引入，相对于古典概率论的公理化定义，概率测度空间更能准确得描述概率论研究的本质问题，并能把概率论向更宽广的应用领域拓展。也为定义其他如随机集提供了稳固的数学基础。这里首先简要介绍古典概率论的公理化定义。然后在概率测度空间的基础上给出现代概率论中各种对应概念的定义。并给出随机集和有限随机集的定义，介绍 FISST 的相关内容。

C. 2 古典概率的公理化体系

设 ε 为一个随机试验， Ω 为其基本空间。如果对于 ε 的每一个事件 A 都规定一个实数 $P(A)$ 与其对应，而且这种规定满足如下三个公理：

公理 1. $0 \leq P(A) \leq 1$ ；

公理 2. $P(\Omega) = 1$ ， $P(\emptyset) = 0$ ，其中空间 \emptyset 的补集为 Ω ，即： $\delta\emptyset = \Omega$ ；

公理 3. 若 A_1, A_2, \dots, A_k 是 ε 的 k 个两两互不相容的事件，则

$$P\left(\bigcup_{i=1}^k A_i\right) = \sum_{i=1}^k P(A_i) \quad (\text{C.1})$$

若 $A_1, A_2, \dots, A_k, \dots$ 是 ε 的可列无穷多个两两互不相容的事件，则

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) \quad (\text{C.2})$$

便称 $P(A_i)$ 是事件 A_i 的概率。

随机变量的定义为：设 ε 为一个随机试验， Ω 为其基本空间，如果对于 U 中的每一个基本事件 ω 都有一个确定的实数 $X(\omega)$ 与其对应，便称 $X(\omega)$ 是试验 ε 的一个随机变量，简单记为 X 。

随机变量的分布函数的定义：设 X 的某个随机试验 ε 的随机变量，那末，对于任意一个实数 x 说来，便有一个实数 $P\{X \in (-\infty, x)\}$ 或 $P(X < x)$ 与其对应，这样，便得到一个定义在整个实数轴上的

函数

$$F(x) = P(X < x) \quad (-\infty < x < +\infty)$$

称 $F(x)$ 为 X 的分布函数。

连续随机变量的概率密度函数的定义：设 X 为一随机变量，其分布函数为 $F(x)$ ，如果存在一个定义在整个实数轴上的非负函数 $f(x)$ ，使得对于一切实数 x 都有

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt \tag{C.3}$$

便称 X 为一个连续型随机变量，并称 $f(x)$ 为 X 的概率密度函数或分布密度函数。

C. 3 现代概率论的基础概念

这一节简要介绍数学基础分析理论中的一些定义和结果，其中包括：拓扑空间，测度和勒贝格积分。这些定义在后面介绍的概率空间中将用得到。这里将要介绍的概率空间是建立随机集理论所必须的。

C. 3. 1 拓扑空间

这里首先给出拓扑空间的定义。

定义：拓扑空间 (X, τ) 包括非空集合 X 和 X 的一组子集组成的集合 τ ， τ 满足下面的一些性质

1. 空集 $\emptyset \in \tau$ 并且 $X \in \tau$ ；
2. 任取 $s \subset \tau$ 有 $\bigcup\{u : u \in s\} \in \tau$ ；
3. 任取 $s \subset \tau$ ，并且 s 是有限的，有 $\bigcap\{u : u \in s\} \in \tau$ 。

我们称 s 中的每一个集合为开集，它们的补集为闭集。

邻域： $x \in X$ ，称包含 x 的每个开集为 x 的一个邻域；

闭集： $A \subset X$ ，如果 A 的补集 δA 为开集，称 A 为闭集；

定义：存在一族集合 D 属于拓扑空间 X ，即 $D \subset X$ 。如果任取 $A \in X$ ， $A = \bigcup_{i \in I} D_i$ ，这里 $D_i \in D$ 。

称 D 为拓扑空间 X 的基。

定义：设 X 为一拓扑空间，如果对 X 的任意两点 x, y 必存在 x 的邻域 G_x 及 y 的邻域 G_y ，使得

$G_x \cap G_y = \emptyset$, 则称 X 为 Hausdorff 空间。

可见在 Hausdorff 空间内点列的极限是唯一的。

定义：拓扑空间 (X, τ_X) 和 (Y, τ_Y) 的积拓扑空间为 $(X \times Y, \tau_X \times \tau_Y)$ 。

定义： (X, τ_X) 为一拓扑空间，取集合 $A \subset X$ ，存在一族开集 $G \subset \tau_X$ ，如果集合 A 被 G 所覆盖，

即： $A \subset \bigcup \{G : G \in G\}$ 。如果每一 $K \in \tau_X$ 的覆盖都存在一个有限子覆盖 $H \subset G$ ，称集合 K 为紧集。

定义：对于拓扑空间 X ，对于任取 $x \in X$ ，都存在一个开集 $U \in \tau_X$ ，且 $x \in U$ ， \bar{U} 是一个紧集，

称拓扑空间 X 为局部紧。其中 $\bar{U} \triangleq \{x \in X : \text{所有包含 } x \text{ 的集合 } U \text{ 有 } A \cap U \neq \emptyset\}$ 。

定义：如果 $\bar{Y} = X$ ，称集合 Y 在集合中 X 稠密；如果在集合 X 存在可数个稠密集合，称集合 X 是可分的。

这里我们记局部紧，且可分的 Hausdorff 空间为 LCHS 空间。

关于 Hausdorff 空间，紧和局部紧，以及可分离和稠密概念的详细介绍请参考有关泛函分析的教科书。

C. 3.2 σ -代数和 Borel 集

定义 Borel 集需要 σ -代数的概念。 σ -代数对于测度理论来说是必须的，如果用测度空间重新定义概率空间，那么 σ -代数对于概率论来说也是必须的。

定义：一个 σ -代数 χ 就是由集合 X 一组子集构成集合，并且满足下面的要求

1. $X \in \chi$;
2. 如果 $A \in \chi$ ，记 δA 为 A 的补集，那么 $\delta A \in \chi$;
3. 如果 $A_i \in \chi$ 其中 $i = 1, 2, \dots$ ，有 $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \chi$ 。

从定义可以看出，一个 σ -代数中的所有集合在可数个集合运算的交或并下是封闭的，并且包括空集 \emptyset 和全集 X 。取 $P(X)$ 为集合 X 所有子集构成的集合，一般称 $P(X)$ 为幂集。可以看出 $P(X)$ 是 X 的一个 σ -代数。取 $\Lambda \subset P(X)$ ，有时候需要一个包括 Λ 的 σ -代数。

定义：由 $\Lambda \subset P(X)$ 生成的一个 σ -代数记为 $\sigma(\Lambda)$ ， σ -代数 $\sigma(\Lambda)$ 就是包括所有 Λ 中集合的最小的一个 σ -代数。

这样的 σ -代数是存在的。生成办法可以参考有关基础分析的一些书籍。

定义：在一个拓扑空间 (X, τ) ，由一组闭集 F 生成的最小 σ -代数，称它们为 Borel 集，记为 $B(X) = \sigma(F)$ 。

C. 3.3 测度空间

下面简单介绍一下测度，测度空间和可测函数的概念。

定义：我们称 (X, χ, μ) 为一个测度空间，如果 χ 是 X 的一个 σ -代数，函数 $\mu: \chi \rightarrow [0, +\infty)$ 是 χ 上的一个测度，并且满足

1. $\mu(\emptyset) = 0$ ；
2. 集合序列 $(E_i)_{i=1}^{\infty}$ ，其中 $E_i \cap E_j = \emptyset$ ，当 $i \neq j$ 有

$$\mu\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \mu(E_i) \quad (\text{C.4})$$

性质 2 就是可数可加性。

定义：在一个 σ -代数 χ 存在两个测度 μ_1 和 μ_2 ，对于任取 $E \in \chi$ 有 $\mu_1(E) = 0 \Rightarrow \mu_2(E) = 0$ ，称 μ_1 和 μ_2 是绝对连续的，记为 $\mu_1 \ll \mu_2$ 。

可测函数就是在测度的意义下有着良好性质的函数它的定义为：

定义：设 (X, χ, μ) 和 (Y, γ, ν) 为两个测度空间。取函数 $f: X \rightarrow Y$ ，如果对于任意 $E \in \gamma$ ， E 的原象 $\tilde{f}(E) \in \chi$ ，称 f 相对于 σ -代数 χ 可测，或 χ -可测。

从定义可以看出，可测函数可以把 σ -代数 χ 上的测度 μ 传递到 σ -代数 γ 的上面。这是定义随机量所必须的。

下面介绍有函数生成的 σ -代数

定义：设 (X, χ, μ) 和 (Y, γ, ν) 为两个测度空间，取函数 $f: X \rightarrow Y$ ，包含所有函数 f 原象的最小

的 σ -代数成为由函数 f 生成的 σ -代数，记为 $\sigma(f)$ 。

$$\sigma(f) \triangleq \sigma\left(\{\tilde{f}(y) : y \in \gamma\}\right) \quad (\text{C.5})$$

可以看出，如果 f 为 χ -可测，则 $\sigma(f) \subset \chi$ 。

黎曼积分对于被积函数有着非常苛刻的要求，存在着种种缺陷，使得其适用范围受到很大的限制。现代科学的发展要求数学概念尽可能包含更多的研究对象，要求数学理论中的种种限制条件尽可能的少，以便能够灵活自如地进行推理和计算。为了改造黎曼积分，出现的勒贝格积分得到了广泛的应用，并产生了对数学发展的深远影响。由于其定义比较常见，并且为许多工程人员所熟知，具体定义这里不再给出。

下面介绍和勒贝格积分对应的 Radon-Nikodym 微分（RND）的概念。

记 (X, χ, μ) 为一测度空间，设 ν 为此测度空间的另外一个测度，并且 $\nu << \mu$ 。则存在一个 χ -可测函数 $f: X \rightarrow \bar{R}$ ($\bar{R} = R \cup \{-\infty\} \cup \{\infty\}$) 对于所有 $A \in \chi$ 使得

$$\nu(A) = \int_A f d\mu \quad (\text{C.6})$$

函数 $f \triangleq \frac{d\nu}{d\mu}$ 为 ν 相对于测度 μ Radon-Nikodym 微分。

C. 3.4 概率空间

下面直接利用测度空间定义概率空间。相对于概率的公理化定义，利用测度空间定义概率要更加直接和严格。

定义：对于测度空间 $(\Omega, \mathfrak{R}, P)$ ，如果 $P(\Omega) = 1$ ，称其为概率空间。这里 Ω 为样本空间， σ -代数 \mathfrak{R} 为所有可能发生的事件， P 为概率测度。记 $P(E)$ 为事件 $E \in \mathfrak{R}$ 发生的概率。

定义：随机量 $x: \Omega \rightarrow X$ 是一个从概率空间 $(\Omega, \mathfrak{R}, P)$ 到可测空间 (X, χ) 的可测映射。对于任取 $B \in \chi$ 存在

$$\bar{x}(B) = \{\omega \in \Omega : x(\omega) \in B\} \in \mathfrak{R} \quad (\text{C.7})$$

对于所有可测集合 $B \in \chi$ ，上面的定义保证概率测度 P 能够定义如下另外一个概率测度 P_x

$$P_x(B) \triangleq P(\bar{x}(B)) \quad (\text{C.8})$$

因此空间 (X, χ, P_x) 也是一个概率空间。

可以看出, 当 $X = R, \chi = B(R)$, x 是一随机变量, 当 $X = R^n, \chi = B(R^n), n < \infty$, x 为一随机向量。

我们经常用到概率密度函数可以用可测函数给出它的定义, 这里概率密度函数也称为一个测度的密度。

定义: 假设随机量 $x: \Omega \rightarrow X$ 在可测空间 (X, χ) 产生一个概率测度 P_x , 另外在 (X, χ) 存在一个 σ -有限测度 μ , 且 $P_x << \mu$ 。则随机量 x 的概率密度函数为 $f_x: X \rightarrow [0, \infty)$, 并且对于所有 $E \in \chi$ 有

$$P_x(E) = \int_E f_x(x) d\mu(x) \quad (\text{C.9})$$

就是说 $f_x = \frac{dP_x}{d\mu}$ 是 P_x 对于 μ 的一个 Radon-Nikodym 微分。

C.4 随机集

这一节主要介绍随机集概念。直观上讲, 根据上面随机量定义, 当随机量的值为集合时这个随机量就是随机集。下面我们用一个简单的例子来进一步说明随机集概念。设集合 U 有 n 个元素, 即 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 。记集合 U 的幂集为 $\mathcal{A} \triangleq \text{Power}(U)$, \mathcal{A} 中集合的数目也是是有限的, 其数目为 2^n 。定义随机量 $x: \Omega \rightarrow \mathcal{A}$, 其中 $(\Omega, \mathfrak{R}, P)$ 为概率空间, \mathcal{A} 的 σ -代数为 $\text{Power}(\mathcal{A})$ 。对于任取 $A \in \mathcal{A}$ 可以通过概率空间 $(\Omega, \mathfrak{R}, P)$ 定义其测度, 即: $P_x(\{A\}) = P(x = A)$ 。本文中记 $m_x(A) = P_x(\{A\})$ 。

为了方便, 有时用信任函数描述一个随机集的分布。

$$\beta_x(A) \triangleq P(x \subset A) = \sum_{B \subset A} m_x(B) \quad (\text{C.10})$$

信任函数 $\beta_x(A)$ 和概率分配函数 $m_x(B)$ 是一一对应的。由 $m_x(B)$ 可以唯一地确定一个 $\beta_x(A)$, 同样

由 $\beta_x(A)$ 也可以唯一确定一个 $m_x(B)$ 。从 $\beta_x(A)$ 得到 $m_x(B)$ 公式为 Möbius 逆公式^{[10][13][14]}

$$m_x(A) = \sum_{B \subset A} (-1)^{|A \setminus B|} \beta_x(B) \quad (\text{C.11})$$

其中 $|\bullet|$ 为集合的势，即集合包含元素的数目， $A \setminus B = \{\omega \in \Omega : \omega \in A, \omega \notin B\}$ 。

C.5 随机闭集

这一节将简要地介绍一下随机闭集的概念。假设空间 Θ 为一局部紧，可分离的 Hausdorff 空间 (LCHS)。我们平常碰到的 Euclidean 空间 \mathbf{R}^d 就是这样的一个空间。假设 F ， G 和 K 为空间 Θ 的紧集，闭集和开集分别构成的三个集合。任取 $A \in \Theta$ ，

定义：集合 $F^{-A} = \{F \in F ;: F \cap A = \emptyset\}$ 为 A 的 missing 集合；

定义：集合 $F_A = \{F \in F ;: F \cap A \neq \emptyset\}$ 为 A 的 hitting 集合；

取 F^K 和 F_G ，其中 $K \in K$ ， $G \in G$ 。由 F^K 和 F_G 的子集可以产生一个拓扑，这个拓扑的基为：

$$D_{H/M} \equiv \left\{ F^K \cap F_{G_1} \cap F_{G_2} \cap \dots \cap F_{G_n} : n \geq 0, K \in K, G \in G \right\}$$

这就是“hit-or-miss”拓扑。

我们得到的这个拓扑空间 $(F, D_{H/M})$ 是一个 LCHS 空间。

记这拓扑空间的 Borel 集为 $B(F)$ ，记概率空间为 (Ω, \mathcal{R}, P) 。于是我们就可以用一个在 $B(F)$ 上可测映射 $X : \Omega \rightarrow F$ 定义随机闭集。对于事件 $A \in B(F)$ ，它的概率为

$$P_X(A) = P(X(A)) \quad (\text{C.12})$$

这样拓扑空间 $(F, B(F), P_X)$ 就是一个概率空间。

由于直接定义概率测度 P_X 是不现实的，Matheron^[3]建议采用函数 $T : T \rightarrow [0,1]$ 间接的方式定义这个概率测度。其中 $T : T \rightarrow [0,1]$ 具有一下性质^{[3][10][14]}：

1. $T(\emptyset) = 0$, $0 \leq T(\cdot) \leq 1$;

2. $\{K_i\}$ 为一属于紧集的不升集合序列, 即 $K_i \supset K_j$ 如果 $i < j$, 并且有 $\bigcap_{i=1}^{\infty} K_i = K$, 于是有

$$\lim_{i \rightarrow \infty} T(K_i) = K.$$

3. 对于 $n \geq 1$ 定义函数 S_n 如下:

$$S_1(K; K_1) = T(K \cup K_1) - T(K) \geq 0 \quad (\text{C.13})$$

$$S_n(K; K_1, \dots, K_n) = S_{n-1}(K; K_1, \dots, K_{n-1}) - S_{n-1}(K \cup K_n; K_1, \dots, K_{n-1}) \quad (\text{C.14})$$

定理(Choquet): 符合上面三个条件的函数 T 可以在 $B(F)$ 上唯一的确定出一个概率测度 P_X , 使得:

$$P_X(F_K) = T(K), \quad \forall K \in \mathcal{K} \quad (\text{C.15})$$

函数 T 被称为 Choquet 容量泛函^{[10][13][14]}。

另外可以看出

$$P_X(F_K) = 1 - P_X(F^c_K) = 1 - P(X \subset \delta K) \quad (\text{C.16})$$

其中 δK 为 K 的补集。

C. 6 有限随机集

定义: 随机闭集 $X : \Omega \rightarrow F$, 对于 $\forall \omega \in \Omega$, 有 $|X(\omega)| < \infty$ 。称随机集 X 为有限随机集。

本章简要的介绍了现代分析的一些概念, 以及 FISST 必须的基本概念。有利于读者在阅读此文献时候使用。帮助读者理解论文中用到的这些基本概念。

参考文献

- [1] R. J. Aumann, “Integrals of set-valued functions,” *J. Math. Anal. Appl.*, No12, pp.1-12, 1965.
- [2] D. G. Kendall, “Foundation of a Theory of Random Sets,” In *Stochastic Geometry* John Wiley Sons, New York, 1973.
- [3] G. Matheron. “Random Sets and Integral Geometry.” John Wiley & Sons, Inc., New York, 1975.
- [4] Wenyi Zhang, “Set-valued Measure and Random Sets,” Xi'an Jiaotong University Press, Xi'an, 1989.
- [5] L. C. Jang, B. M. Kilm, “Some properties of Choquet integrals of set-valued functions,” *Fuzzy Sets and Systems*, Vol 91, No 1, pp. 95-98, 1997.
- [6] L. C. Jang, B. M. Kilm, “On set-valued Choquet integral and convergence theorems,” *Adv. Stud. Contemp. Math.* Vol 6. pp. 63-76, 2003.
- [7] L. C. Jang, J. S. Kwon, “On the representation of Choquet integrals of set-valued functions, and null sets,” *Fuzzy Sets and Systems*, Vol 112, pp. 233-239, 2000.
- [8] G. Choquet, “Theory of capacities,” *Annales de L'Institut Fourier*, Vol 5, pp.131-295, 1965.
- [9] Zhenyuan Wang, George J. Klir, “Fuzzy Measure Theory,” Plenum Press, New York, 1992.
- [10] I.R. Goodman, R. Mahler, and H. Nguyen, “Mathematics of Data Fusion,” Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [11] R. Mahler, “An Introduction to Multisource-Multitarget Statistics and Its Applications.” Lockheed Martin, Eagan, MN, Technical Monograph, 2000.
- [12] J. Goutsias, R. Mahler, and H. Nguyen, “Random Sets Theory and Applications.” New York: Wiley, 2003.
- [13] R. Mahler, “Statistical Multisource Multitarget Information Fusion,” Norwood MA:Artech House, 2007.
- [14] M. Vihola, “Random sets for multitarget tracking and data fusion.” Licentiate Thesis, Tampere University of Technology. 2004.
- [15] Y. Bar-Shalom and T.E. Fortmann, “Tracking and Data Association,” Academic Press, Boston, 1988.
- [16] Y. Bar-Shalom, “Multitarget-multisensor tracking: Advanced Applications,” Norwood MA: Artech House, 1990.

- [17] Y. Bar-Shalom, and X.R. Li, "Multitarget-multisensor tracking: Principles and Techniques," Storrs, CT: YBS 1995.
- [18] S. S. Blackman, "Multiple Targets Tracking with Radar Applications," Norwood, MA: Artech House, 1986.
- [19] S. S. Blackman and R.Popoli, "Design and analysis of Modern Tracking System," Norwood, MA: Artech House, 1999.
- [20] L.D.Stone, C.A. Barlow and T.L. Corwin. "Bayesian Multiple Target Tracking." Norwood, MA: Artech House, 1999.
- [21] Y. Bar-Shalom, X. Rong Li, T. Kirubarajan. "Estimation with Application to Tracking and Navigation". John Wiler & Sons, Inc. 2001.
- [22] 周宏仁, 敬忠良, 王培德, 机动目标跟踪[M], 北京: 国防工业出版社. 1991.8.
- [23] 蔡庆宇, 薛毅, 张伯彦, 相控阵雷达数据处理及其仿真技术[M], 北京: 国防工业出版社, 1997.1.
- [24] Y. Bar-Shalom and E. Tse, "Tracking in a cluttered environment with probabilistic data association," Automaticu, Vol. 11, pp. 45 1460, September. 1975.
- [25] Y. Bar-Shalom, T. E. Fortmann, and M. Scheffe, "Joint probabilistic data association for multiple targets in clutter," presented at the Conf. Informantion Sciences and Systems, Princeton, NJ, 1980.
- [26] T. Kirubarajan, Y.Bar-Shalom, "Probabilistic Data Association Techniques for Target Tracking in Clutter," in Proceeding of IEEE Vol,92, No. 3, pp.536-556, Mar 2004.
- [27] T. Kirubarajan, Y, Bar-Shalom, W.D. Blair, and G.A. Watson, "IMMPDA solution t benchmark for radar resource allocation and tracking in the presence of ECM," IEEE Transactions on Aerospace and Electronics System, Vol.34, pp.1.23-1036, Oct. 1998.
- [28] D.B. Reid, "An Algorithm for Tracking Multiple Targets," IEEE Trans. Automatic Control, Vol, AC-24, pp.843-854, December, 1979.
- [29] S.S. Blackman, R. J. Dempster, M.T. Busch, and R.F. Popoli, "IMM/MHT solution to redar benchmark tracking problem," IEEE Transactions on Aerospace and Electronics System, Vol.35, pp.730-738, April, 1999.
- [30] S.S. Blackman, "Multiple Hypothesis Tracking for Multiple Target Tracking". IEEE A&E Systems magazine, Vol.19, No.1, pp.5-18, January, 2004.

- [31] van Keuk, G. "Multiple hypothesis tracking with electronically scanned radar." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 31, pp.916-927, July 1995.
- [32] Koch W., and van Keuk, G. "Multiple hypotheses track maintenance with possibly unresolved measurements." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol.33, pp.883-891., July, 1997.
- [33] A.N. Bishop and P. N. Pathirana, "Localization of Emitters via the Intersection of Bearing Lines: A Ghost Elimination Approach," IEEE Trans. On Vehicular Technology, 56(5): 3106-3109, September, 2007.
- [34] K.R. Pattipati, D. Somnath, Y. Bar-Shalom, and R.B. Washburn Jr. "A new relaxation algorithm and passive sensor data association," IEEE Transactions on Automatic Control, 37(2):198-213, February 1992.
- [35] S. Deb, M. Yeddanapudi, K.R. Pattipati, and Y. Bar-Shalom. "A generalized S-D assignment algorithm for multisensor-multitarget state estimation," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 33(2): 523-538 April 1997.
- [36] R.L. Popp, K.R. Pattipati, and Y. Bar-Shalom. "m-Best S-D assignment algorithm with application to multitarget tracking," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 37(1):22-27 January 2001.
- [37] M. Gavish and A.J. Weiss. "Performance analysis of bearing-only target location algorithms." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 28(3): 817-827, 1992.
- [38] S.C. Nardone, A.G. Lindgren, and K.F. Gong. "Fundamental properties and performance of conventional bearings-only target motion analysis." IEEE Transactions on Automatic Control, AC-29(9): 775-787, 1984.
- [39] H.E. Daniels. "The theory of position finding," Journal of the Royal Statistical Society, B13:186-207, 1951.
- [40] H.W.L. Naus and C.V. Wijk van. "Simultaneous localization of multiple emitters," IEE Proc. On Radar, Sonar, and Navigation, 151(2), April 2004.
- [41] M. Vihola, "Rao-Blackwellised particle filtering in random set multitarget tracking". IEEE Transactions on Aerospace and electronic systems, Vol.43, No.2, pp.689-705, April, 2007.
- [42] R. Mahler, "Global integrated data fusion." In proceedings of the 7th National Symposium on Sensor Fusion, Vol.1, Sandia National Laboratories Albuquerque, NM, pp.187-199, 1994.

- [43] R. Mahler, “A theoretical foundation for the Stein-Winter probability hypothesis density (PHD) multi-target tracking approach.” In proceeding of the 2002 MSS National Symposium on Sensor and Data fusion, Vol.1, San Antonio, TX, June 2000.
- [44] R. Maher, “Multi-target moments and their application to multi-target tracking.” In proceedings of the Workshop on Estimation, Tracking and Fusion: A tribute to Yaakov Bar-Shalom, Monterey, CA, pp134-166, 2001.
- [45] R. Mahler, “Random Sets: Unification and computation for information fusion-A retrospective assessment.” In proceedings of the 7th international conference on information fusion, Stockholm, Sweden 2004.
- [46] R. Mahler, “Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments,” IEEE Trans. Aerospace and Electronics Systems, 39(3):1152-1178, 2003.
- [47] R. Mahler, “PHD Filter of Second Order in Target Number,” in Proc. SPIE Signal and Data Processing of Small Targets 2006, Vol. 6236, 62360P.
- [48] R. Mahler, “A Theory of PHD Filters of Higher Order in Target Number,” In Proc. SPIE Defense Security Symp. Signal Process., Sensor Fusion Target Recognit. XV, April 2006, Vol. 6235, 62350K.
- [49] R. Mahler, “PHD Filters of Higher Order in Target Number,” IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System. Vol.43, No.4, pp.1523-1543, Oct. 2007.
- [50] R. Mahler, “Unified Sensor Management Using CPHD Filters,” The 10th International Conference on Information Fusion, Quebec (Canada) 9-12 July 2007.
- [51] R. Mahler, “Multitarget sensor management of dispersed mobile sensors.” In D. Grundel, R. Murphrey, and P. Pardalos (Eds.), Theory and Algorithms for Cooperative Systems, Singapore: World Scientific, 2005.
- [52] R. Mahler. ““Statistics 101 ” for multisensor, multitarget data fusion.” IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 19(1):53-64, Jan. 2004.
- [53] R. Mahler, “Multitarget moments and their application to multitarget tracking.” In Proceedings of the Workshop on Estimation, Tracking, and Fusion: A Tribute to Y. Bar-Shalom, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, pp.134-166. May 17, 2001.
- [54] R. Mahler, “Multitarget sensor management of dispersed mobile sensors.” In D. Grundel, R. Murphrey,

- and P. Pardalos (Eds.), *Theory and Algorithms for Cooperative Systems*, Singapore: World Scientific, 2005.
- [55] R. Mahler, “Random set theory for target tracking and identification.” In D. L. Hall and J. Llinas (Eds.), *Handbook of Multisensor Data Fusion*, Boca Raton, FL: CRC Press, 2002.
- [56] R. Mahler, “Random sets: Unification and computation for information fusion—A retrospective assessment.” In *Proceedings of the 7th International Conference on Information Fusion*, Stockholm, Sweden, 2004, 1-20.
- [57] T. Zajic and R. Mahler, “A particle-system implementation of the PHD multi-target tracking filter,” *Proc. SPIE, Signal Processing, Sensor Fusion Target Recognition XII*, Vol.5096, pp.291-299,2003.
- [58] A.El-Fallah, M, Perloff, B. Ravichandran, T. Zajic, C. Stelzig, R. Mahler, and R. Mehra, “Multisensor-multitarget sensor management with target preference.” In I. Kadar (Ed.), *Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XIII*, SPIE, vol. 5429, Bellingham, WA, 2004, pp.222-232.
- [59] El-Fallah, A. Zatezalo, R. Mahler, R. Mehra, and M. Alford, “Advancements in situation assessment sensor management.” In I. Kadar (Ed.), *Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XV*, SPIE, vol. 6235, Bellingham, WA, 2006.
- [60] El-Fallah, A. Zatezalo, R. Mahler, R. Mehra, and M. Alford, “Regularized multi-target particle filter for sensor management.” In I. Kadar (Ed.), *Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XV*, SPIE, vol. 6235, Bellingham, WA, 2006.
- [61] B.-N. Vo, S. Singh, and A. Doucet, “Sequential Monte Carlo implementation of the PHD filter for multi-target tracking”. In *Proc. Int'l Conf. on Information Fusion*, Cairns, Australia,2003, pp.792-799.
- [62] B.-N. Vo, S. Singh, and Doucet, A. “Random finite sets and sequential Monte Carlo methods in multi-target tracking.” In *Proceedings of the International Conference on Radar*, Adelaide, Australia, Sept. 3-5, 2003, pp.486-491.
- [63] B.-N. Vo, S. Singh, and A. Doucet, “Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets,” *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* 41(4):1224-1245, 2005.
- [64] B.-N. Vo, and W.-K. Ma, “A closed-form solution for the probability hypothesis density filter.” In *Proceedings of the 8th International Conference on Information Fusion*, Philadelphia, PA, July 25—29, 2005, 856—863.

- [65] B.-N. Vo, and W.-K. Ma, "The Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density Filter," IEEE Trans. on Signal Processing, 54(11): 4091-4104, 2006.
- [66] D. Clark, B.-N. Vo, "Convergence Analysis of the Gaussian Mixture PHD filter," IEEE Trans. On Signal Processing, 55(4):1204-1211, April 2007.
- [67] B.-T. Vo, B.-N. Vo, and A. Cantoni, "The cardinalized probability hypothesis filter for linear Gaussian multi-target models." In Proceedings of the 40th Annual Conference on Information Sciences & Systems, Princeton, NJ, Mar. 22-24, 2006.
- [68] B.-T. Vo, B.-N. Vo and A. Cantoni, "Analytic Implementations of the Cardinalized Probability Hypothesis Density Filter," IEEE Trans. Signal Processing, 55(7):3553-3567, Part 2, 2007.
- [69] W.-K. Ma, B.-N. Vo, S. Singh, and Baddeley, A. "Tracking an unknown time-varying number of speakers using TDOA measurements: a random finite set approach," IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 54, No. 9, pp.3291- 3304, Sept. 2006.
- [70] B.-N. Vo, S. Singh, and W.-K. Ma, "Tracking multiple speakers with random sets," In Proc. IEEE Intl. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing, May 2004.
- [71] K. Panta, B.-N. Vo and S. Singh, "Novel Data Association Schemes for the Probability Hypothesis Density Filter," IEEE Trans. on AES. vol.43, no.2, pp.556-570 April 2007.
- [72] Clark, D.E., Panta, K., and B.-N. Vo "The GM-PHD filter multiple target tracker". In proceedings of the 9th international Symposium on Information Fusion, Florence, Italy, July 10-13, 2006.
- [73] D. Clark, B.-T. Vo, B.-N. Vo and S. Godsill, "Gaussian Mixture Implementations of PHD Filters for Non-linear Dynamical Models," Proc. of the IET Conf., Birmingham, UK, April 15-16, 2008.
- [74] B.-T. Vo, B.-N. Vo and A.Cantoni, "The Cardinality Balanced Multi-Target Multi-Bernoulli Filter and Its Implementations" IEEE Transactions on Signal Processing, Vol.57, Issue.2 , pp.409 - 423, Feb. 2009.
- [75] B.-T. Vo, and B.-N. Vo, "Performance of PHD based multi-target filters," Proc. 9th International Conference on Information Fusion, Florence, July 10-13, 2006, Italy.
- [76] A.Johansen, S. Singh, A. Doucet, and B.-N. Vo, "Convergence of the SMC implementation of the PHD filter," Methodol. Comput. Appl. Probab., vol.8, no.2, pp.265-291, 2006.
- [77] D. Schuhmacher; B.-T. Vo, B.-N. Vo, "A Consistent Metric for Performance Evaluation of Multi-Object

- Filters.” IEEE Transactions on Signal Processing Vol.56, Issue 8, Part 1, pp.3447 – 3457, Aug. 2008.
- [78] B.-T. Vo, B.-N. Vo, and A. Cantoni, “The Cardinality Balanced Multi-Target Multi-Bernoulli Filter and Its Implementations,” IEEE Transactions on Signal Processing, Vol.57, No.2, pp.409-423, February, 2009.
- [79] B.-T. Vo, and B.-N. Vo, “Performance of PHD based multi-target filters.” In Proceedings of the 9th International Conference on Information Fusion, Florence, Italy, July 10-13, 2006.
- [80] B.-T. Vo, B.-N. Vo, and A. Cantoni, “The cardinalized probability hypothesis filter for linear Gaussian multi-target models.” In Proceedings of the 40th Annual Conference on Information Sciences & Systems, Princeton, NJ, Mar. 22-24, 2006.
- [81] B.-T. Vo, and B.-N. Vo, and S. Singh, “Sequential Monte Carlo methods for static parameter estimation in random set models.” In Proceedings of the 2nd International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks, and Information Processing, Melbourne, Australia, December. 5-8, 2004, pp.313-318.
- [82] D.L. Alspach, and H.W. Sorenson, “Nonlinear Bayesian Estimation Using Gaussian sum Approximations”. IEEE Transactions on Automatic control, Vo.ac-17, No.4, pp.439-448, August, 1972.
- [83] J.H. Kotecha, and P.M. Djuric’, “Gaussian Particle Filgering”. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol.51, No.10, pp. 2592-2601, October, 2003.
- [84] D. Clark and J. Bell, “Convergence results for the particle PHD filter,” IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 54, no.7, pp.2652-2661, July, 2006.
- [85] S. Maskell, N.J. Gordon, M. Rollason, and D. Salmond, “Efficient Particle Filtering for multi-target tracking with application to tracking in structured images.” In Proceedings of SPIE, Signal and Data Proceeding of Small Targets, vol.4728, 2002.
- [86] H. Sidenbladh, S.-L. Wirkander. “Tracking random sets of vehicles in terrain.” In Proceedings of the 2nd IEEE Workshop on Multi-Object Tracking. Madison, WI, 2003.
- [87] M. Vihola, “Random sets for multitarget tracking and data fusion”, Licentiate, Tampere University of Technology, Tampere, 2004. Available: <http://iki.fi/mvihola/publications.html>.
- [88] M. Vihola, “Random set particle filter for bearings-only multitarget tracking”. In I.Kadar(Ed.), Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XIV, Proceedings of SPIE, Vol.5809, Orlando, FL, Mar.2005, 301-312.
- [89] H. Sidenbladh, “Multi-target particle filtering for the probability hypothesis density”. In Proceedings of

- the sixth International Conference on Information Fusion, Vol.2, pp.800-806, Cairns, Australia, July 2003.
- [90] A.Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, “Sequential Monte Carlo Methods in Practice,” New York : Springer-Verlag, 2001.
- [91] F. Gustafsson, F. Gunnarsson, N. Bergman, U. Forssell, J. Jansson, R. Karlsson, and P.-J. Nordlund, “Particle Filters for Positioning, Navigation and Tracking”. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol.50, No.2, pp.425-437, February, 2002.
- [92] N. Gordon, D.J. Salmond and A.F.M. Smith, “Novel approach to nonlinear/nor-Gaussian Bayesian state estimation”. IEE Proceedings-F, Vol.140, No.2. pp.107-113, April, 1993.
- [93] M. S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, and T. Clapp, “A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian Bayesian tracking”. IEEE Transactions on Signal processing, Vol.50, No.2, pp.174-188, February, 2002.
- [94] Erdinc, O., Willett, P., and Bar-Shalom, Y. “Probability hypothesis density filter for multitarget multisensor tracking.” In Proceedings of the 8th International Conference on Information Fusion, Philadelphia PA, July 25-29, 2005.
- [95] Erdinc, O., P. Willett, and Y. Bar-Shalom, “A physical-space approach for the probability hypothesis density and cardinalized probability hypothesis density filters.” In O. Drummond (Ed.), Proceedings of SPIE, Signal Processing of Small Targets, vol. 6236, 2006.
- [96] R. L. Streit, and L. D. Stone, “Bayes Derivation of Multitarget Intensity Filters,” The 11th International Conference on Information Fusion, Cologne, 30 June - 3 July, 2008, Germany.
- [97] R. L. Streit, “Multisensor Multitarget Intensity Filter,” The 11th International Conference on Information Fusion, Cologne, 30 June - 3 July, 2008, Germany.
- [98] Kusha Panta, Ba-Ngu Vo, Sumeetpal Singh, “Novel Data Association Schemes for the Probability Hypothesis Density Filter,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 43, No. 2, pp.556-570, April 2007.
- [99] L. Lin, and Y. Bar-Shalom, Kirubarajan, T. “Track Labeling and PHD Filter for MultitargetTracking,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Syst. Vol. 42, No. 3, pp.778-795, July 2006.
- [100] Clark, D. E., and Bell, J. “Data association for the PHD filter.” In Proceedings of the Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks, and Information Processing, Melbourne, Australia, December. 5-8

- 2005, Pages(s): 217-222.
- [101] Lin, L., Kirubarajan, T., and Bar-Shalom, Y. “Data association combined with the probability hypothesis density filter for multitarget tracking.” In O. Drummond (Ed.), Proceedings of SPIE, Signal Processing of Small Targets, vol. 5428, 2004.
- [102] Singer R A, “Estimation Optimal tracking filter performance for manned maneuvering target”. IEEE Trans. on AES, Vol AES-6 July 1970, pp 473-483.
- [103] Blom H A P, Bar-Shalom Y, “The Interacting Multiple Model Algorithm for Systems with Markovian Switching Coefficients”, IEEE Trans. On AC, 1988, 33(8), pp.780-783.
- [104] Zhou Hongren, Kumar K S P, “A Current Statistical Model and Adaptive Algorithm for Estimating Maneuvering Targets.” AIAA Journal, Guidance, Control and Dynamics, 1984,7(5).
- [105] Y. Bar-Shalom, X. R. Li, and T. Kirubarajan, “Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory, Algorithms and Software.” Chap. 11 Adaptive Estimation and Maneuvering Targets, pp. 422-490, New York: Wiley, 2001.
- [106] N. T. Pham, W. Huang, and S. H. Ong, “Multiple Sensor Multiple Object Tracking With GM-PHD Filter.” The 10th international Conference on information Fusion, Quebec (CANADA), 9-12 July 2007.
- [107] H. Zhang, Z. Jing, and S. Hu, “Bearing-only Multi-target Location Based on Gaussian Mixture PHD Filter,” The 10th international Conference on information Fusion, Quebec (CANADA), 9-12 July 2007.
- [108] M. Ulmke, Ozgur Erdinc and Peter Willett, “Gaussian Mixture Cardinalized PHD Filter for Ground Moving Target Tracking,” The 10th international Conference on information Fusion, Quebec (CANADA), 9-12 July 2007.
- [109] Clark, D. E., and Bell, J. “Bayesian multiple target tracking in forward scan sonar images using the PHD filter.” IEE Proceedings–Radar, Sonar, and Navigation, 152, 5 2005, pp.327-334.
- [110] Clark, D. E., and Bell, J. M. “GM-PHD filter multitarget tracking in sonar images.” In I. Kadar (Ed.), Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XV, SPIE, vol. 6235, Bellingham, WA, 2006.
- [111] Clark, D., Bell, J., de Saint-Pern, Y., and Petillot, Y. “PHD filter multi-target tracking in 3D sonar.” In Proceedings of IEEE OCEANS05-Europe, Brest, France, June 20-23, 2005, pp. 265-270.
- [112] Baudin, M. “Multidimensional point processes and random closed sets.” Journal of Applied Prob., 21 (1984), 173-178, 1984.

- [113] Daley, D. J., and Vere-Jones, D. “An Introduction to the Theory of Point Processes.” New York: Springer-Verlag, 1988.
- [114] Karr, A. F. “Point Processes and Their Statistical Inference (2nd ed.).” Marcel Dekker, 1991.
- [115] Ripley, B. D. “Locally finite random sets: foundations for point process theory.” Annals of Probability, 4, 6 (1976), 983–994.
- [116] Snyder, D. L., and Miller, M. I. “Random Point Processes in Time and Space (2nd ed.).” New York: Springer, 1991.
- [117] Stoyan, D., Kendall, W. S., and Meche, J. “Stochastic Geometry and Its Applications (2nd ed.).” New York: Wiley, 1995
- [118] Washburn, R. B. “A random point process approach to multi-object tracking.” In Proceedings of the American Control Conference, Vol. 3, June 10-12, 1987, Minneapolis, MN, 1846–1852.
- [119] Lanterman, A. D., Miller, M. I., Snyder, D. L., and Miceli, W. J. “Jump-diffusion processes for the automated understanding of FLIR scenes.” In F. A. Sadjadi (Ed.), Automatic Target Recognition IV, SPIE Proceedings, Vol. 2234, 1994, 416-427.
- [120] Srivastava, A., Miller, M. I., and Grenander, U. “Jump-diffusion processes for object tracking and direction finding.” In Proceedings of the 29th Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, University of Illinois, Urbana, 1991, 563-570.
- [121] Srivastava, A., Cutaia, N., Miller, M. I., O’Sullivan, J. A., and Snyder, D. L. (1992) “Multitarget narrowband direction finding and tracking using motion dynamics.” In Proceedings of the 30th Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, Monticello, IL, Sept. 30–Oct.2, 1992, 279–288.
- [122] Challal, S., Vo, B-N., and Wang, X. “Bayesian approaches to track existence-IPDA and random sets.” In Proceedings of 5th International Conference on Information Fusion, Vol. II, 2002, 1228-1235.
- [123] D. Musicki, R. Evans, and S. Stankovic, “Integrated Probabilistic Data Association,” IEEE Trans on Automatic Control, Vol. 39, No. 6, pp. 1237-1241, June 1994.
- [124] J. Hoffman and R. Mahler, “Multitarget miss distance and its applications,” In Proc. Int. Conf. Information Fusion, Vol.I, Annapolis, MD, July 8-11, 2002, pp. 149-155.
- [125] J. Hoffman and R. Mahler, “Multitarget Miss Distance via Optimal Assignment,” IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans, Vol. 34, No. 3, pp. 327-336, May 2004.

- [126] 垚怀云, 寿纪麟, 王绵森, 应用泛函分析[M], 西安: 西安交通大学出版社, 1985.
- [127] 严士健, 王隽骥, 刘秀芳. 概率论基础[M], 北京: 科学出版社, 1982.
- [128] Harro. G. Heuser (University of Karlsruhe, Federal Republic of Germany). “Functional Analysis”, translated by John Horvath (1982) (University of Maryland). John Wiley & Sons Ltd. New York.
- [129] J.H.A. Aho and J. Ullman, “The Design and Analysis of Computer Algorithms.” Boston, MA: Addison-Wesley, 1975.
- [130] W. Yang, Z.L. Jing, S.Q. Hu, “Data association for PHD filter based on MHT”, The 11th international Conference on information Fusion, Cologne (Germany), 2008.
- [131] 李人厚, 张平安(译), Matlab 5综合辅导与指南[M]. 西安交通大学出版社, 2001。
- [132] Z.-L. Deng, Y. Gao, L. Mao, Y. Li, G. Hao, “New approach to information fusion steady-state Kalman filtering,” Automatica 41, pp. 1695-1707, 2005.
- [133] Y. Bar-Shalom, H. Chen, “IMM Estimator with Out-of-Sequence Measurements.” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol.41, no.1, pp.90-98, January, 2005.
- [134] M. Mallick, J. Krant, and Y. Bar-Shalom, “Multi-sensor Multi-target Tracking using Out-of-Sequence Measurements.” In Proceedings of the 5th International Conference on Information Fusion, Annapolis, MD, U.S.A., 2002.
- [135] Y. Bar-Shalom, H. Chen, and M. Mallick, “One-Step Solution for the Multistep Out-of-Sequence-Measurement Problem in Tracking.” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol.40, no.1, pp.27-37, January, 2004.
- [136] Y. Bar-Shalom, “Update with Out-of-Sequence Measurements in Tracking: Exact Solution.” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol.38, no.3, pp.769-778, July, 2002.
- [137] L.Y. Pao, and L. Trailovc, “The Optimal Order of Processing Sensor Information in Sequential Multisensor Fusion Algorithms,” IEEE Transactions on Automatic Control, vol.45, no.8, pp.1532-1536, August, 2000.
- [138] Ho, Y.; Lee, R. “A Bayesian approach to problems in stochastic estimation and control.” IEEE Transactions on Automatic Control. Volume 9, issue4, pp. 333-339, Oct 1964.
- [139] S. Blackman, R. Dempster, and T. Broida, “Multiple hypothesis track confirmation for infrared surveillance systems.” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 29, 3 (July 1993).

pp.810-823.

- [140] Julier, S.J. and Uhlmann, J.K., "Unscented Filtering and Nonlinear Estimation," Proceedings of the IEEE, vol. 92, pp.401-422, 2004.
- [141] B.-T. Vo, B.-N. Vo, and A. Cantoni, "The Cardinality Balanced Multi-Target Multi-Bernoulli Filter and Its Implementations." IEEE Transactions on Signal Processing, vol.57, no.2, pp.409-423, February, 2009.
- [142] B.-N. Vo, A.Pasha, and H.D. Tuan, "A Gaussian Mixture PHD Filter for Nonlinear Jump Markov Models." In Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control Manchester Grand Hyatt Hotel San Diego, CA, U.S.A., December, 2006.
- [143] A. Pasha, B. Vo, H. D. Tuan, and W. K. Ma, "Closed form PHD filtering for Linear Jump Markov Models," In Proc. Int'l Conf. on Information Fusion, 2006.
- [144] B.-N.Vo and W. K. Ma, "Joint detection and tracking of multiple maneuvering targets using random finite sets," In Proc. ICARCV, Kunming, China, 2004.
- [145] K. Punithakumar, T. Kirubarajan, and A. Sinha, "A multiple model Probability Hypothesis Density filter for tracking maneuvering targets," In O. E. Drummond (ed.) Signal and Data Processing of Small Targets, Proc. SPIE, vol. 5428, pp. 113-121, 2004.
- [146] Epifanio, I.; Ayala, G. "A random set view of texture classification." IEEE Transactions on Image Processing, Vol.11, Issue 8, pp.859-867, August 2002.
- [147] Ikoma, N., Uchino, T., and Maeda, H. "Tracking of feature points in image sequence by SMC implementation of PHD filter." In Proceedings of the Society of Instrument & Control Engineers (SICE) Annual Conference, Hokkaido, Japan, August. 4-6, 2004, pp.1696-1071.
- [148] Tobias, M., and Lanterman, A. "Multitarget tracking using multiple bistatic range measurements with probability hypothesis densities." In I. Kadar (Ed.), Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XIII, SPIE, vol. 5429, Bellingham, WA, 2004.
- [149] Panta, K., Vo, B., Doucet, A., and Singh, S. "Probability hypothesis density filter versus multiple hypothesis testing." In I. Kadar (Ed.), Signnal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XIII, SPIE, vol. 5429, Bellingham, WA, 2004.
- [150] Panta, K., Vo, B., and Singh, S. "Improved probability hypothesis density (PHD) filter for multi-target tracking." In Proceedings of the International Conference on Intelligent Sensing and Information

- Processing, Bangalore, India, 2005, pp.213-218.
- [151] R.C.T. Lee, S.S.Tseng, R.C. Chang, Y.T. Tsai, “Introduction to The Design and Analysis of Algorithms, A Strategic Approach.” (ISBN 0-07-124346-1) McGraw-Hill Companies, Inc. 2005.
- [152] O. Erdinc, P. Willett and S.Coraluppi, “The Gaussian Mixture Cardinalized PHD Tracker on MSTWG and SEABAR’07 Datasets.” The 11th International Conference on Information Fusion, Cologne, 30 June - 3 July, 2008, Germany.
- [153] A. El-Fallah, R. Ravichandran, R. Mehra, J. Hoffman, T. Zajic, C. Stelzig, R. Mahler, and M. Alford, “Scientific performance evaluation for distributed sensor management and adaptive data fusion,” in Proc. Signal Processing, Sensor Fusion, Target Recognition, vol. 4380, I. Kadar, Ed., 2001, pp. 328-338.
- [154] J. Hoffman, R. Mahler, and T. Zajic, “User-defined information and scientific performance evaluation,” in Proc. Signal Processing, Sensor Fusion,Target Recognition, vol. 4380, I. Kadar, Ed., 2001, pp. 300-311.
- [155] Hoffman, R. Mahler, “Information for fusion management and performance estimation,” in Proc. Signal Processing, Sensor Fusion, Target Recognition VII, vol. 3374, I. Kadar, Ed., 1998, pp. 64–75.
- [156] T. Zajic and R. Mahler, “Practical information-based data fusion performance evaluation,” in Proc. Signal Processing, Sensor Fusino, Target Recognition, vol. 3720, I. Kadar, Ed., 1999, pp. 92–103.
- [157] T. Zajic, J. Hoffman, and R. Mahler, “Scientific performance metrics for data fusion: New results,” in Proc. Signal Processing, Sensor Fusion, Target Recognition, vol. 4052, I. Kadar, Ed., 2000, pp. 172–182.
- [158] R.P. Wishner, R.E. Larson, and M. Athans, “Status of Rader Tracking Algorithms.” Proc. Symposium on Nonlinear Estimation, San, Diego. CA, September, 1970.
- [159] C.B Cheng, And J.A. Tabaczynski, “Application of State Estimation on Target Tracking.” IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 29, pp.98-109, February 1984.

致 谢

岁月如梭，光阴荏苒，不经意间四年多的博士求学时光悄然而逝。回首这段学习生活，既有学术论文的压力，也有论文发表，研究取得进展的喜悦，有对生活压力的无奈，也有对美好前途的向往，各种滋味百感交集。然而导师的悉心指导、朋友的热心帮助、以及家人的关爱陪伴我克服困难，迎接挑战，并将伴我走向人生新的起点。

值此论文完成之际，由衷地感谢导师敬忠良教授，感谢他在这四年多中对我孜孜不倦的培养、悉心指导。敬老师严谨求实的科研作风、前沿而精髓的学术造诣、勤奋忘我的工作精神，无时不鞭策着我去积极进取，努力探索。导师的思想风范不仅使我在这四年中受到了很好的熏陶，还将成为我以后学习生活的航标，使我终生受益。在此，对敬老师表示最诚挚的谢意。

感谢胡士强老师四年米作为项目组负责人在学术和项目开发上给予我的指导和帮助，使我和其它项目组成员一起完成了多项科研任务。感谢赵海涛，肖刚老师对我的指导和帮助。同时也感谢实验室的师兄、师姐、师弟、师妹们：薛阳、杨旭红、田宏伟、胡洪涛、刘刚、李振华、陈雪荣、李安平、王小飞、陈江林、黄伟、刘磊、江艳霞、王元放、杨波、祁永庆、王晓飞、王洋、翟鸣、韩日升、金博、邱亚丹、刘从义、李元凯、施伟、魏昆、吴静静、王勇、朱滕等，在我的学习、生活上给予的帮助，让我感受到大家庭的友情和温暖，感谢您们陪我一起度过了这段辛苦、快乐而难忘的日子。感谢上海交通大学 A0050322001 班的全体同学，祝他们工作愉快，生活幸福。

感谢费晓燕老师在实验室的日常工作，正是您的辛勤劳动使得实验室干净清洁，井井有条，创造了一个理想的研究环境，使学生们可以专心于各自的研究。

感谢为我操劳一生的父母，没有您们对我的教导和关怀，就没有我现在的一切；感谢我的妻子和可爱的女儿，对我从不间断的默默理解、支持和鼓励；感谢我的战友刘小军，卿建军，感谢他们对我生活和学习上的支持。

最后，谨以此博士论文献给所有关心我，帮助和支持我的人，献给那些仍在苦苦求学的莘莘学子们！祝愿他们早日学有所成。

攻读博士学位期间发表和完成的学术论文

- [1] Hongjian Zhang, Zhongliang Jing, and Shiqiang Hu, “Bearing-only Multi-target Location Based on Gaussian Mixture PHD Filter,” The 10th international Conference on information Fusion, Quebec (CANADA), 9-12 July 2007.
- [2] Hongjian Zhang, Zhongliang Jing, and Shiqiang Hu, “Tracks Extraction of the Probability Hypothesis Density Filter for Survival Targets,” In Proceeding of the 27th Chinese Control Conference, Volume 7 pp.343-347. Kunming, 2008. (EI Source)
- [3] Hongjian Zhang, Zhongliang Jing, and Shiqiang Hu, “Gaussian Mixture CPHD Filter with Gating Technique,” Signal Processing, 89(2009), pp.1521-1530. (SCI & EI Source)
- [4] Hongjian Zhang, Zhongliang Jing, and Shiqiang Hu, “Localization of Multiple Emitters Based on Sequential Probability Hypothesis Density Filter,” Signal Processing, 90(2010) pp.34-43.(SCI & EI Source)

攻读博士学位期间参加的主要科研项目

1. 国家自然科学基金“多传感器协同融合跟踪方法与应用”（项目编号：60674107）；
2. 国家自然科学基金“基于视觉的近距/超近距空间非合作目标快速稳健识别跟踪研究”（项目编号：60775022）；
3. “XX协同跟踪与信息融合技术”（项目编号：A1420060161）。