Disprove of intuition

Есть интуиция, что можно сделать оператор тоффоли гораздо быстрее с помощью необратимой операции reset. Операция reset работает на кубите – как измерение этого кубита относительно стандартного базиса и в зависимости от результата, либо применение к нему X если он оказался в состоянии 1, либо оставлении его в состоянии 0. Предполагаем, что операция reset работает идеально.

Объяснение интуиции.

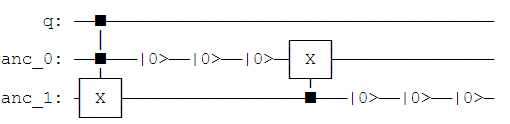
Пусть мы хотим реализовать оператор тоффоли на n кубитах пронумерованных q\_i. Идея реализации: пройдёмся по каждому кубиту и будем запоминать, если у нас уже был хотя бы один ноль. Если был – тогда в дополнительном кубите всегда будет записан ноль, если не было, тогда в дополнительном кубите должен быть один.

Используем два дополнительных кубита. Пусть кубит anc0 – хранит в себе 1, если все предыдущие кубиты в состоянии 1, и 0 если хотя бы один из них ноль. Кубит anc1 будет дополнительным и всегда будет хранить нулевое значение перед операцией. Изначально anc0 в состоянии 1.

Таким образом на шаге номер i мы хотим реализовать операцию на трёх кубит. Anc0, anc1, q\_i. Изначально anc1 в состоянии ноль. Он и должен остаться в состоянии ноль. Однако для значений anc0 q\_i таблица переходов нужна необратимая:

|  |  |
| --- | --- |
| До |anc0 q\_i> | После |anc0 q\_i> |
| |0 0> | |0 0> |
| |0 1> | |0 1> |
| |1 0> | |0 0> |
| |1 1> | |1 1> |

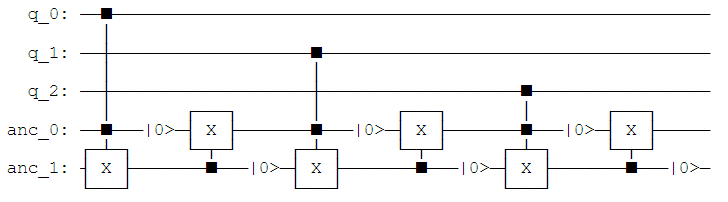
Пример схемы, которая может реализовать такую операцию с помощью операции reset:



(Здесь мы применяем трижды оператор ресет для точности)

Однако, если последовательно применить такую операцию для всех q\_i , то не для всякого чистого состояния на выходе будет результат как от оператора тоффоли.

Пример для трёх кубит:



Такая схема не будет давать ожидаемый результат например для состояния:

|000> + |111>

Такая схема не будет давать правильный результат ни для какого состояния, x =

Где будут наблюдаться не нулевые коэффициенты хотя бы у двух состояний для, которых показания anc0 ожидаются различными.

Пусть эти два состояния – |w1> и |w2>.

Тогда – найдётся такое i, для которого после применения операции у системы будет состояние в виде суммы (|w1>|0> + |w2>|1> + …)|0>. Тогда при применении следующей операции – при ресете anc1 произойдёт измерение и состояние из запутанного перейдёт либо в (|w1>|0> + …)|0> либо в (|w2>|1> + …)|0>. (могут змениться коэффициенты при базовых состояниях). Однако в первом случае у базисного вектора |w2>|1> будет коэффициент 0, а во втором у базисного вектора |w1>|0> будет коэффициент 0. Такое поведение наша операция не предусматривает и запутанность будет частично потеряна в следствии измерения. Так что, к сожалению, искусственно привнести необратимость в запутанное состоянии – не получится. Однако измерения для ускорения некоторых операций использовать возможно.

Связь между понятиями необратимости, запутанности, невозможности измерить (подсмотреть внутрь) вероятно можно понять из курса квантовой механики.

