

10

 [PDF](#)

1

1.

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & S & \implies & \varepsilon & & \\
 & S & \implies & aSa & \implies & a\epsilon a & \implies & aa \\
 S & \implies & bSb & \implies & baSab & \implies & baaSaab & \implies & baa\epsilon aab & \implies & baaaab
 \end{array}$$

2.

abb , da nur eine grade anzahl von a -s generiert werden können

aab , da nur eine grade anzahl von b -s generiert werden können

c , da c nicht in dem Alphabet vorhanden ist.

3.

$$L(G) \stackrel{?}{=} \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

$$L(G) \subseteq \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

I.A

$$S \implies \varepsilon$$

I.S

Angenommen, es gilt für:

$$S \implies aSa \quad \text{oder} \quad S \implies bSb$$

Sei u das Wort, welches durch S im Verlauf generiert wird. Durch die Induktionsannahme ist u ein Palindrom ($u = ww^R$ für ein $w \in \{a, b\}^*$)

Für $S \rightarrow aSa$:

$$a u a = a(ww^R)a$$

Sei $w' := aw$ dann ist $(w')^R := w^R a$. Also:

$$a(ww^R)a = (aw)(w^Ra) = w'(w')^R$$

und ist Somit der Form ww^R

Für $S \rightarrow bSb$

ist analog zu $S \rightarrow aSa$

$$\{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\} \subseteq L(G)$$

z.z. Für beliebigs $z \in \{a, b\}^*$ existiert ein w mit

$$z = ww^R$$

Für $z = \varepsilon$

$$S \Rightarrow \varepsilon$$

somit trivial

Das u als beliebiges palindormes Wort wird rekursiv abgeleitet Nach den Folgenden Regeln.

Für $z \neq \varepsilon$

z ist nach Annahme ein Palindorm somit ist der erste und letzte Buchstabe gleich.

Erster und letzter Buchstabe a

$$z = a u a$$

$$S \Rightarrow aSa$$

Erster und letzter Buchstabe b

$$z = b u b$$

$$S \Rightarrow bSb$$

Res

Somit gilt $L(G) = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$

2

es gilt nicht $L(G) = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = 2 \cdot |w|_b\}$.

$\{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = 2 \cdot |w|_b\} =$ Alle Wörter über dem Alphabet a, b , welche doppelt so viele a -s wie b -s haben.

aba hat doppelt so viele a -s wie b -s, kann aber nicht mit der Grammatik generiert werden. Somit kann keine Äquivalenz entstehen.

$aba \in \{w \in \{a, b\} \mid |w|_a = 2 \cdot |w|_b\}$ aber $aba \notin L(G)$

aber es gilt:

$L(G) \subseteq \{w \in \{a, b\} \mid |w|_a = 2 \cdot |w|_b\}$

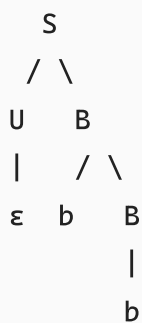
3

1.

a

a kann nicht generiert werden, da a nur in Kombination von mindestens einem b generiert werden kann.

bb



Links:

$S \Rightarrow UB \Rightarrow \varepsilon B \Rightarrow bB \Rightarrow bb$

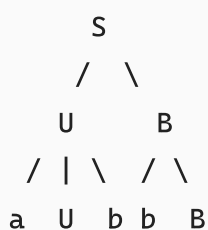
Rechts:

$S \Rightarrow UB \Rightarrow UbB \Rightarrow Ubb \Rightarrow \varepsilon bb \Rightarrow bb$

$aabb$

$aabb$ kann nicht generiert werden, da mehr b -s als a -s generiert werden müssen.

$abbb$



ε	b

Links:

$$S \Rightarrow UB \Rightarrow aUbB \Rightarrow a\varepsilon bB \Rightarrow abBb \Rightarrow abbb$$

Rechts:

$$S \Rightarrow UB \Rightarrow UbB \Rightarrow Ubb \Rightarrow aUbbb \Rightarrow a\varepsilon bbb \Rightarrow abbb$$

2.

$$L(G) = \{a^n b^m \mid n \geq 0, m \geq n + 1\}$$

4

1.

$$G_1 = (\{S\}, \{(\cdot, \cdot)\}, P, S) \text{ mit } P = \{S \rightarrow SS \mid (S) \mid \varepsilon\}$$

Pumping Lemma

Angenommen $L(G_1)$ sei regulär

$$n > 0$$

$$z = ({}^n) \Rightarrow |z| = 2n > n$$

$$u = ({}^i v = ({}^j w = ({}^{n-i-j})^n \quad j = 0 \wedge i + j \leq n$$

2.

$$G_2 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S) \text{ mit}$$

$$P = \begin{cases} S & \rightarrow a \\ A & \rightarrow a \\ B & \rightarrow a \\ C & \rightarrow a \end{cases}$$

$$L = L(G_2)$$

z.z. L nicht regulär

wissen $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w = 0^n 1^n\}$ nicht regulär

$$\bar{L} \cap L(a^+ b^+ c^+) = \{a^i b^j c^k \mid i = j \wedge j = k\} = \{a^n b^n c^n\}$$

$$h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = \varepsilon$$