Theoretische Informatik I, Übung 12

Universität Potsdam, WiSe 2024/25

1 Chomsky-Normalform von kontextfreien Grammatiken

Gegeben sei folgende kontextfreie Grammatik $G = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den Regeln:
$S \to aAa \mid bBb \mid \varepsilon$,
$A \to C \mid a$,
$B \to C \mid b$,
$C \to CDE \mid \varepsilon$,
$D \to A \mid B \mid ab$

Nutzen Sie das Verfahren aus der Vorlesung, um diese Grammatik in eine äquivalente Chomsky-Normalform umzuwandeln.

2 Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen

Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemma, dass $L = \{\, a^n b^m c^n d^m \mid n, m \geq 0 \,\}$ nicht kontextfrei ist.

3 Bonus: Wachstumseigenschaft kontextfreier Sprachen

Zeigen Sie, dass kontextfreie Sprachen die konstante Wachstumseigenschaft besitzen: Sei L mit $|L| \geq 2$ kontextfrei. Dann existiert eine Konstante $C > 0$, so dass es für jedes Wort $w \in L$ ein anderes Wort $w' \in L$ (mit $w' \neq w$) gibt, so dass $||w| - |w'|| < C$. (Hinweis: Nutzen Sie das Pumping-Lemma.)

Zeigen Sie nun mithilfe der konstanten Wachstumseigenschaft, dass $L_1 = \{\, 0^{n^2} \mid n \geq 1 \,\}$ und
$L_2 = \{\, 0^{2^n} \mid n \geq 1 \,\}$ nicht kontextfrei sind.