10

PDF

1

1.

$$S \implies \varepsilon$$

$$S \implies aSa \implies a\epsilon a \implies aa$$

$$S \implies bSb \implies baSab \implies baaSaab \implies baa\epsilon aab \implies baaaab$$

2.

abb, da nur eine grade anzahl von a-s generiert werden können
aab, da nur eine grade anzahl von b-s generiert werden können
c, da c nicht in dem Alphabet vorhanden ist.

3.

$L(G) \stackrel{?}{=} \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$

$L(G) \subseteq \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$

I.A

$$S \implies \varepsilon$$

I.S
Angenommen, es gilt für:

$$S \implies aSa \quad \text{oder} \quad S \implies bSb$$

Sei u das Wort, welches durch S im Verlauf generiert wird. Durch die Induktionsannahme ist u ein Palindrom ($u = ww^R$ für ein $w \in \{a,b\}^*$)

Für $S \to aSa$:

$$a\,u\,a = a(ww^R)a$$

Sei $w' := aw$ dann ist $(w')^R := w^R a$. Also:

$$a(ww^R)a = (aw)(w^Ra) = w'(w')^R$$

und ist Somit der Form ww^R

Für $S \to bSb$

ist analog zu $S \to aSa$

$\{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\} \subseteq L(G)$

z.z. Für beliebigs $z \in \{a,b\}^*$ existiert ein w mit

$$z = ww^R$$

Für $z = \varepsilon$

$S \implies \varepsilon$
somit trivial

Das u als beliebiges palindormes Wort wird rekursiv abgeleitet Nach den Folgenden Regeln.

Für $z \neq \varepsilon$

z ist nach Annahme ein Palindorm somit ist der erste und letzte Buchstabe gleich.

Erster und letzter Buchstabe a

$z = a\,u\,a$
$S \implies aSa$

Erster und letzter Buchstabe b

$z = b\,u\,b$
$S \implies bSb$

Res

Somit gilt $L(G) = \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$

2

es gilt nicht $L(G) = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a = 2 \cdot |w|_b\}$.

$\{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a = 2 \cdot |w|_b\} =$ Alle Wörter über dem Alphabet a, b, welche doppelt so viele a -s wie b-s haben.

aba hat doppelt soviele a-s wie b-s, kann aber nicht mit der Gramatik generiert werden. Somit kann keine Äquivalenz entstehen.
$aba \in \{w \in \{a, b\} \mid |w|_a = 2 \cdot |w|_b\}$ aber $aba \notin L(G)$

aber es gilt:
$L(G) \subseteq \{w \in \{a, b\} \mid |w|_a = 2 \cdot |w|_b\}$

3

1.

a

a kann nicht generiert werden, da a nur in Kombination von mindestens einem b generiert werden kann.

bb

```
    S
   / \
  U   B
  |   / \
  ε  b   B
         |
         b
```

Links:
$S \implies UB \implies \varepsilon B \implies bB \implies bb$

Rechts:
$S \implies UB \implies UbB \implies Ubb \implies \varepsilon bb \implies bb$

$aabb$

$aabb$ kann nicht generiert werden, da mehr b-s als a-s generiert werden müssen.

$abbb$

```
       S
      /  \
    U     B
   / | \  / \
  a  U  b b  B
```

```
                |         |
                ε         b
```

Links:
$S \implies UB \implies aUbB \implies a\varepsilon bB \implies abBb \implies abbb$

Rechts:
$S \implies UB \implies UbB \implies Ubb \implies aUbbb \implies a\varepsilon bbb \implies abbb$

2.

$L(G) = \{a^n b^m \mid n \geq 0. m \geq n+1\}$

4

1.

$G_1 = (\{S\}, \{(,)\}, P, S)$ mit $P = \{S \to SS \mid (S) \mid \varepsilon\}$

Pumping Lemma

Angenommen $L(G_1)$ sei regulär

$n > 0$
$z = (^n)^n \implies |z| = 2n > n$

$u = (^i \; v = (^j \; w = (^{n-i-j})^n \; j = 0 \wedge i + j \leq n$

2.

$G_2 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit
$$P = \begin{cases} S & \to & a \\ A & \to & a \\ B & \to & a \\ C & \to & a \end{cases}$$

$L = L(G_2)$

z.z. L nicht regulär
wissen $\{w \in \{0,1\}^* \mid w = 0^n 1^n\}$ nicht regulär

$\bar{L} \cap L(a^+ b^+ c^+) = \{a^i b^j c^k \mid i = j \wedge j = k\} = \{a^n b^n c^n\}$

$h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = \varepsilon$