

Theoretische Informatik I, Übung 0

Universität Potsdam, WiSe 2024/25

1 Lesen und Schreiben logischer Formeln

Geben Sie die folgenden Formeln umgangssprachlich wieder:

1. $\forall n \in \mathbb{N}. \exists m \in \mathbb{R}. m * m = n$
2. $\forall z \in \mathbb{Z}. z > 5 \Rightarrow z * z > 25$
3. $\exists a \in \mathbb{R}. a * a < 0$

Erstellen Sie logische Formeln für folgende Aussagen:

1. Es gibt keine größte natürliche Zahl. / Es gibt eine kleinste natürliche Zahl.
2. Rationale Zahlen sind auch reell.
3. Alle Quadratzahlen sind gerade.

Diskutieren Sie den Wahrheitsgehalt der Aussagen.

2 Funktionsbereiche angeben

Geben Sie für die folgenden Funktionen geeignete Definitions- und Wertebereiche an. Welche der Funktionen sind total, welche sind surjektiv?

1. $f(x) = \sqrt{x}$
2. $g(x, y) = \frac{x-1}{y+1}$
3. $h(x) = (x, x * x)$

3 Mengen formalisieren

Geben Sie folgende Mengen formal an:

1. Menge aller ungeraden natürlichen Zahlen unter 10.
2. Menge aller Quadratzahlen.
3. Menge aller Zahlen n , die $n^5 > 100$ erfüllen.

4 Mengenoperationen

Berechnen Sie folgende Mengen:

1. $\{n \in \mathbb{N} \mid n > 10\} \cap \{m \in \mathbb{N} \mid m \leq 15\}$
2. $\{n \in \mathbb{N} \mid n > 10\} \cup \{m \in \mathbb{N} \mid m \leq 15\}$
3. $\overline{\{n \in \mathbb{N} \mid \exists m \in \mathbb{N}. n = 2 * m\}}$
4. $\bigcup \{\{1, 3, 5\}, \{0, 1, 2\}, \{10, 15, 25, 100\}, \emptyset\}$
5. $\bigcup_{i \in \mathbb{N}, 5 \leq i < 10} \{i, i + 3, i * 3\}$

5 Beweise

Beweisen Sie:

1. Kontraposition der Implikation: $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$
2. Satz vom kleinen Gauß: $\forall n \in \mathbb{N}. \sum_{i=1}^n i = \frac{n*(n+1)}{2}$