

Universität Potsdam
Institut für Informatik
GdP-Übung

Aufgaben für die Präsenzübung, Blatt 11

Berechenbarkeit

Hilberts Paradoxon

Vor einem Hotel mit abzählbar unendlich vielen Zimmern kommen Busse mit Gästen an. Die Aufgabe der Hotelverwaltung ist es, die Gäste auf die Zimmer zu verteilen. Dabei kommen in verschiedenen Saisons folgende Busse an. Wie macht sie das, wenn

1. zwei Busse mit jeweils abzählbar unendlich vielen Gästen
2. endlich viele Busse mit jeweils abzählbar unendlich vielen Gästen
3. abzählbar unendlich viele Busse mit jeweils abzählbar unendlich vielen Gästen

vor der Tür stehen? Geben Sie geeignete Abbildungen an!

Hinweis: Da es sich bei den Fahrgästen, Bussen und Hotelzimmern um gegenständliche Objekte handelt, können Sie davon ausgehen, dass die jeweiligen Mengen abzählbar unendlich sind, Busse, Hotelzimmer und Personen also durch eine eindeutige Nummer identifiziert werden können. Für die Lösungen müssen Hotelbewohner ggf. das Zimmer wechseln.

Diagonalisierung

Hilberts Hotel ist gerade nicht belegt. Ein Reisebus mit abzählbar unendlich vielen Gästen ist unterwegs. Für *jede denkbare* (auch unendlich große) Gruppe von Gästen im Bus soll ein Ausflug angeboten werden. Jeder dieser Ausflüge hat einen eigenen Reiseleiter, der nur diesen einen Ausflug betreut. Zeigen Sie durch Diagonalisierung, dass die Zimmer im Hotel nicht ausreichen, um alle Reiseleiter gleichzeitig unterzubringen.

Hinweis: Die Ausflüge finden nicht gleichzeitig statt, so dass jeder Reisegast Teilnehmer an unendlich vielen Ausflügen ist.

Überlegen Sie sich, wie viele Ausflugsgruppen es geben wird.