

## 1 Relationen

1. Geben Sie jeweils

- (a) eine Halbordnungsrelation, die keine Ordnungsrelation ist;
- (b) eine Äquivalenzrelation;
- (c) eine partielle Funktion, die keine totale Funktion ist

über der Menge  $\{u, x, y, z\}$  an. Jede angegebene Relation sollte weder leer noch die Relation  $\{(u, u), (x, x), (y, y), (z, z)\}$  sein.

2. Ergänzen Sie Ihre Beispiele wie folgt:

- (a) Aufgabe 1.a so, dass Sie eine Ordnungsrelation erhalten und
- (b) Aufgabe 1.c so, dass Sie eine totale Funktion erhalten.

3. Geben Sie jeweils eine Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  an, die

- (a) surjektiv aber nicht injektiv ist;
- (b) injektiv aber nicht surjektiv ist;
- (c) bijektiv ist.

## 2 Vollständige Induktion

Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass folgende Aussagen gelten.

1.  $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$  für alle natürlichen Zahlen  $n \geq 1$
2.  $\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$  für alle natürlichen Zahlen  $n \geq 0$
3.  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$  für alle natürlichen Zahlen  $n \geq 0$

Hinweis: Benutzen Sie den Zusammenhang, dass für alle  $n \geq 1$  und  $0 < k \leq n$  gilt:

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k}$$

und dass  $\binom{0}{0} = 1$ .