

Universität Potsdam
Institut für Informatik
GdP-Übung

Aufgaben für die Präsenzübung, Blatt 3

1 Einfache Algorithmen auf Graphen

1. Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph. Entwickeln Sie einen Algorithmus zur Berechnung
 - (a) des Ausgangsgrads eines vorgegebenen Knotens, wenn der Graph in Adjazenzlisten-Repräsentation gegeben ist,
 - (b) des Ausgangsgrads eines vorgegebenen Knotens, wenn der Graph durch seine Adjazenzmatrix gegeben ist,
 - (c) einer Liste mit den Eingangsgraden aller Knoten, wenn der Graph in Adjazenzlisten-Repräsentation gegeben ist.
2. Für einen ungerichteten Graph $G = (V, E)$ ist der Komplementärgraph der ungerichtete Graph $\overline{G} = (V, \overline{E})$, wobei $\overline{E} = \{ \{i, j\} \mid i, j \in V, \{i, j\} \notin E \}$.
 - (a) Interpretieren Sie den Begriff des Komplementärgraphen in Ihren eigenen Worten und veranschaulichen Sie den Begriff an einem Beispiel.
 - (b) Geben Sie einen Algorithmus zur Berechnung der Adjazenzmatrix des Komplementärgraphen eines ungerichteten Graphen, der durch seine Adjazenzmatrix gegeben ist.

2 Primzahlen und das Sieb des Eratosthenes

1. Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl mit der Eigenschaft, dass sie durch keine andere natürliche Zahl außer 1 und sich selbst teilbar ist.
 - (a) Notieren Sie einen Algorithmus in Pseudocode, der entscheidet, ob eine Zahl i nicht-triviale Teiler hat oder nicht. (*Ein Teiler einer natürlichen Zahl n heißt nicht-trivial falls er von 1 und von n verschieden ist.*)
 - (b) Notieren Sie einen Algorithmus in Pseudocode, der eine Liste erstellt, deren Elemente alle Primzahlen kleiner oder gleich einer gegebenen Zahl N sind.
2. Das Sieb des Eratosthenes ist ein Algorithmus zur Bestimmung einer Liste aller Primzahlen kleiner oder gleich einer vorgegebenen Zahl. Er ist nach dem griechischen Mathematiker Eratosthenes von Kyrene benannt.

Gemäß der Definition von Primzahlen gilt für jede Zahl m , die keine Primzahl ist:

Es gibt zwei Zahlen i und k mit den Eigenschaften:

$$2 \leq i, k \leq m$$

$$i * k = m$$

Aus dieser Gesetzmäßigkeit können wir einen einfachen Algorithmus ableiten um eine Liste von Primzahlen bis zu einer natürlichen Zahl N zu berechnen:

1. Schreibe alle Zahlen von 2 bis N in eine Liste.
2. Bilde alle Produkte $i * k$,
wobei i und k Zahlen zwischen 2 und N sind.
3. Streiche alle diese Produkte aus der Liste heraus.

Die Liste mit den übrigen Zahlen ist die gesuchte Liste aller Primzahlen bis N .

- (a) Schreiben Sie den Algorithmus in Pseudocode. Nutzen Sie hierbei zwei Variablen i und k , die jeweils nacheinander die Werte von 2 bis N annehmen.
- (b) Kann die Anzahl der Berechnungen im Algorithmus verkleinert werden? Denken Sie über geeignete Intervallgrenzen für i und k nach.