Institut für Mathematik
Sommersemester 2025
Prof. Dr. Nejjar
Dr. Stankewitz
D. Bernal
K. Kurien

5. Übungszettel „Stochastik - Modul MAT 1103 / MAT M3"

Abzugeben bis 16.5.25 um 12:00

---

1. (Augensumme) *4 Punkte*

Sei $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}^2$, versehen mit der Gleichverteilung $\mathbb{P}$ und der Potenzmenge als $\sigma-$Algebra. . Sei $X : \Omega \to \mathbb{R}$ die Zufallsvariable $X((i,j)) = i + j$. Berechnen Sie $\mathbb{P}(\{(i,j) : X((i,j)) = k\})$ für $k = 1,3,5,9,11$.

2. (Münzwurf) *4 Punkte*

Sei $\Omega = \{0,1\}^n$, versehen mit der Gleichverteilung $\mathbb{P}$ und der Potenzmenge als $\sigma-$Algebra. Wir schreiben die Elemente $\omega \in \Omega$ als $\omega = (\omega_1,\dots,\omega_n)$. Sei, für $i = 1,\dots,n$ $X_i : \Omega \to \mathbb{R}$ die Zufallsvariable $X_i(\omega) = \omega_i$. Berechnen Sie $\mathbb{P}(\{\omega : X_i(\omega) = 1\})$ und $\mathbb{P}(\{\omega : X_1(\omega) + X_2(\omega) + X_3(\omega) = 0\})$.

3. (Montecarlo Integration) *8 Punkte*

Schreiben Sie ein Computerprogramm, das als Input eine stetige Funktion $f : [0,1] \to [0,1]$ bekommt und als output eine Zahl $Int(f)$ (Nährung vom Integral $\int_a^b \mathrm{d}x f(x)$) produziert. Wir starten mit $Int(f) = 0$. Das Programm soll fogendes $n-$mal tun:

- Schritt 1: produzieren Sie - in Matlab z.B. mit dem Befehl **rand** - zwei Pseudo-Zufallszahlen $\mathbf{c}$, $\mathbf{d}$, gleichverteilt aus dem Intervall $[0,1]$.
- Schritt 2: Ist $\mathbf{d} \leq f(\mathbf{c})$, setze $Int(f) = Int(f) + 1/n$, und gehe zu Schritt 1. Ansonsten setze $Int(f) = Int(f)$ und gehe zu Schritt 1.

Wenden Sie Ihr Programm dann auf die Funktionen $f = \cos(x), \sin(x), \sqrt{x}, e^{-x^2}$ an mit $n = 10^6$ (falls der Rechner zu langsam ist, nehmen Sie $n = 10^4$). Vergleichen Sie $Int(f)$ in den ersten drei Fällen mit dem echten Wert vom Integral.