Vorlesung 7.5

Peter Nejjar

Hier wird der Inhalt der Vorlesung vom 14.5 wiedergegeben. Insofern sich die Vorlesung an [1] orientierte, werden die Inhalte anhand der dortigen Bezeichnungen/Nummern nur kurz genannt.

Kapitel 3.2

Die Sätze 3.21,3.2.2,3.2.3 wurden besprochen. Wir nennen das von X induzierte Wahrscheinlichkeitsmaß

$$\mathbb{P}_X(F) := \mathbb{P}(\{\omega : X(\omega) \in F\}) \tag{1}$$

die **Verteilung von** X. Wir benutzen häufig die Notation

$$\mathbb{P}(\{X \in F\}) := \mathbb{P}(\{\omega : X(\omega) \in F\}).$$

Kapitel 3.3 - Erwartungswert, Varianz und Streuung

Motivation des Erwartungswertes als Durchschnittswert 'vieler' Beobachtungen (siehe Seite 80 in [1]). Der Erwartungswert einer Zufallsvariablen X ist wie folgt definiert :

Definition (Erwartungswert, vgl. Definition 3.3.1 und 3.3.2 in [1])**.** *Sei* $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$ *ein Wahrscheinlichkeitsraum. Es sei* Ω *höchstens abzählbar unendlich. Ferner sei* $C \subseteq \mathbb{R}$*, und* C *sei mit einer* $\sigma-$*Algebra* $\mathcal{F}$ *versehen. Sei nun*

$$X : \Omega \to C \tag{2}$$

eine Zufallsvariable.

Wir setzen voraus, dass die Reihe $\sum_{c\in C} |c|\mathbb{P}(\{X = c\})$ *konvergiert, also endlich ist. Dann definieren wir*

$$\mathbb{E}(X) := \sum_{c\in C} c \cdot \mathbb{P}(\{X = c\}) \tag{3}$$

und nennen $\mathbb{E}(X)$ *den* ***Erwartungswert*** *von* X*. Konvergiert die Reihe* $\sum_{c\in C} |c|\mathbb{P}(\{X = c\})$ *nicht, so sagen wir, dass* X *keinen Erwartungswert hat.*

Bemerkung: Ist Ω endlich, ist selbstverständlich auch $\sum_{c\in C} |c|\mathbb{P}(\{X = c\})$ endlich, in diesem Fall existiert $\mathbb{E}(X)$ also immer. In [1] (siehe Definition 3.3.2) wird der Erwartungswert von X als

$$\sum_{n=1}^{\infty} X(\omega_n)\mathbb{P}(\{\omega_n\}) \tag{4}$$

definiert (mit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots\}$), die Ausdrücke (3) und (4) sind aber natürlich identisch (Übungsaufgabe).

Literatur

[1] E. Behrends. Elementare Stochastik. *Vieweg+Teubner Verlag, 2013,* ***https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-8348-2331-1***.