

Institut für Mathematik
Sommersemester 2025
Prof. Dr. Nejjar
Dr. Stankewitz
D. Bernal
K. Kurien



7. Übungszettel „Stochastik - Modul MAT 1103 / MAT M3”

Abzugeben bis 30.5.25 um 12:00

Alle Angaben/ Nummern beziehen sich auf das Lehrbuch "Elementare Stochastik" von E. Behrends, zu finden unter

<https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-8348-2331-1>.

1. (Varianz der geometrischen Verteilung)

4 Punkte

Lösen Sie Aufgabe 3.3.3.

2. (Abweichung vom Erwartungswert)

4 Punkte

Sei X eine Zufallsvariable, die modelliert, wie oft mit einem fairen, sechsseitigen Würfel gewürfelt werden muss, bis zum ersten mal eine Sechs kommt. Berechnen Sie $\mathbb{P}(|X - \mathbb{E}(X)| > 5)$ einmal exakt, und geben sie ein anderes Mal eine obere Schranke mit der Tchebycheff-Ungleichung an.

3. (Abweichung vom Erwartungswert)

4 Punkte

Sei K eine beliebige positive Zahl, z.B. $K = 10^{10}$. Finden Sie eine Zufallsvariable X mit der Eigenschaft, dass $\mathbb{P}(|X - \mathbb{E}(X)| > K) = 1$ und die Varianz von X existiert. Berechnen Sie die Varianz von X .

4. (Empirische Varianz und Summen)

4 Punkte

Schreiben Sie ein Computerprogramm, dass folgendes tut: Es sollen n mal jeweils 100000 Pseudozufallsszahlen gleichverteilt auf $[0, 1]$ aufsummiert werden. Diese n Summen speichern wir in einem Vektor A . Berechnen Sie die unnormierte empirische Varianz von A (z.B. in Matlab mit $n * \text{var}(A)$). Vergleichen Sie das Ergebnis mit $n * \mathbb{V}(U_{[0,1]})$, wobei $\mathbb{V}(U_{[0,1]})$ die Varianz der Gleichverteilung auf $[0, 1]$ ist, die sie ebenfalls bestimmen sollen. Wählen Sie n möglichst gross, es sollte mindestens $n = 1000$ sein.