南副大學

密码学课程实验报告

SPN 及其线性密码攻击



学	院	网络空间安全学院	
专	业	信息安全	
学	号	2112060	
姓	名	孙蕗	
班	纽	信息安全 1 班	

一、实验过程

(一) SPN 的实现

(1) 定义

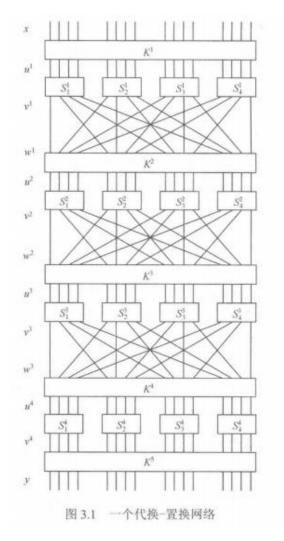
一个 SPN 包括两个变换,分别记为 π_s 和 π_p 。设 1 和 m 都是正整数,明文和密文都是长为 1m 的二元向量(即 1m 是该密码的分组长度)。

$$\pi_{s}: \{0, 1\}^{1} \rightarrow \{0, 1\}^{1}$$

$$\pi_{p}: \{1, \dots, 1m\}^{1} \rightarrow \{1, \dots, 1m\}^{1}$$

置换 π_s 叫做 S 盒, 它用一个 1 比特向量来替代另一个 1 比特向量。置换 π_p , 用来置换 1m 个比特。

给定一个 1m 比特的二元串 $x=(x_1, \cdots, x_{1m})$,可将其看做是 m 个长为 1 比特的子串 $x_{\langle 1 \rangle}$, \cdots , $x_{\langle m \rangle}$ 的并联。因此, $x=x_{\langle 1 \rangle}||\cdots||x_{\langle m \rangle}$,其中 $x_{\langle i \rangle}=(x_{\langle i-1 \rangle 1+1}, \cdots, x_{i1})$, $1 \leq i \leq m$ 。将要给出的 SPN 由 n 轮组成,在每一轮(除了最后一轮稍有不同,没有用置换 n n n n ,先用异或操作混入该轮的轮密钥,再用 n 。进行 n 次代换,然后用 n n ,进行一次置换。



(2) 伪代码

在算法 3.1 中, u^r 是第 r 轮对 S 盒的输入, v^r 是第 r 轮对 S 盒的输出。 w^r 由 v^r 应用置换 π_p 得到,然后 u^{r+1} 由轮密钥 K^{r+1} 异或 w_r 得到(这叫做轮密钥混合),最后一轮没有用置换 π_p 。 如果对密钥编排方案做适当修改并用 S 盒的逆来取代 S 盒,那么该加密算法也能用来解密。

```
算法 3.1 SPN (x, \pi_S, \pi_P, (K^1, \dots, K^{Nr+1}))
w^0 \leftarrow x
for r \leftarrow 1 to Nr - 1
\begin{cases} u^r \leftarrow w^{r-1} \oplus K^r \\ \text{for } i \leftarrow 1 \text{ to } m \end{cases}
\text{do } v^r_{<i>>} \leftarrow \pi_S(u^r_{<i>>}) \\ w^r \leftarrow (v^r_{\pi_P(1)}, \dots, v^r_{\pi_P(\ell m)}) \end{cases}
u^{Nr} \leftarrow w^{Nr-1} \oplus K^{Nr}
for i \leftarrow 1 to m
\text{do } v^{Nr}_{<i>>} \leftarrow \pi_S(u^{Nr}_{<i>>}) \\ y \leftarrow v^{Nr} \oplus K^{Nr+1} \end{cases}
output(y)
```

(3) C++代码

```
#include <iostream>
#include<string>
#include<bitset>
using namespace std;
int s[16] = \{ 14, 4, 13, 1, 2, 15, 11, 8, 3, 10, 6, 12, 5, 9, 0, 7 \}; //S \triangleq
int p[16] = { 1, 5, 9, 13, 2, 6, 10, 14, 3, 7, 11, 15, 4, 8, 12, 16 };//P 置换
//ur->S Box-->vr
string S_Box(string u)
{
    string v;
    for (int i = 0; i < 16; i += 4)
        int index = stoi (u. substr(i, 4), 0, 2); // 将二进制字符串转换为十进制整数
        //s_output 是一个 4 位的二进制位集,将整数 index 的值以二进制形式表示,并在需要
时填充前导零,以确保 s_output 始终是 4位的
        bitset<4> s_output(s[index]); // 将十进制整数转换为一个 4 位的二进制表示,并将结
果存储在 s_output 中。
       v += s_output. to_string();//将 s_output 中的二进制数据转换为字符串,然后追加到
字符串 v 的末尾
    //cout << "v: " << v << endl;//输出 v 提示
    return v;
}
//vr->P_Box-->wr
```

```
string P_Box(string v)
{
    string w = "000000000000000";
    for (int i = 0; i < 16; i++)
        char m = v[i];
        int pos = p[i];
        w[pos-1] = m;
    //cout << "w: " << w << endl;//输出w提示
    return w:
string Key_Scheduling(string K, int r)//密钥编排算法
{
    string k;
    for (int i = 4 * r - 4; i <= 4 * r +11; i++)//从 k4r-3 开始的连续 16 个 bit
        k += K[i];
    //cout << "k: " << k << endl;//输出 k 提示
    return k;
//wr-1 \text{ xor Kr}-->ur
string Round_Key_Mixing(string w, string k)//轮密钥混合
   string u;
   bitset<16> str1(w);
   bitset<16> str2(k);
   bitset<16> u_bit = str1 ^ str2;
    u = u_bit. to_string();
    //cout << "u: " << u << endl;//输出 u 提示
    return u;
int main()
   int 1 = 4;
    int m = 4;
    int Nr = 4;
    string x;//明文 x
    string K;//初始密钥 K
    string y;//密文y
    //cout << "x: ";
    cin >> x;//输入 x
```

```
//cout << "K: ";
cin >> K;//输入 K
string u;
string v;
string w = x;
string k;
for (int r = 1; r < Nr; r++)
    k = Key_Scheduling(K, r);
    u = Round_Key_Mixing(w, k);
    v = S_Box(u);
    w = P Box(v);
}
k = Key_Scheduling(K, Nr);
u = Round_Key_Mixing(w, k);
v = S_Box(u);
k = Key\_Scheduling(K, Nr + 1);
y = Round_Key_Mixing(v, k);
//cout << "y: ";
cout<< y;
return 0;
```

(a) S_box:

S 盒是一个用于替代输入的 4 位二进制数据块的固定表。输入 u 是一个 16 位的二进制字符串。首先将输入的 16 位字符串按 4 位一组进行分割。然后,将每组 4 位二进制字符串转换为对应 的整数值,作为 S 盒的索引。S 盒表中的值根据索引取出,并转换为 4 位的二进制字符串。最后,这些 4 位字符串连接在一起,形成输出 v。

(b) P Box:

P 盒是一个用于重新排列输入位的固定表。输入 v 是一个

16 位的二进制字符串。函数按照 P 盒置换表 p 对输入进行重新排列,生成输出 w。

(c) Key Scheduling:

这个函数用于密钥编排,以生成轮密钥。输入参数 K 是初始密钥, r 表示轮数。函数根据轮数 r 选择密钥的一部分,生成一个子密钥 k。从初始密钥 K 中选择连续的 16 位,从第 4*r-4 位到第 4*r+11 位,然后返回这个子密钥。

(d) Round Key Mixing

这个函数用于轮密钥混合。输入参数 w 是上一轮的输出, k 是本轮的轮密钥。函数将输入转换为 16 位的位集, 然后执行异或 (XOR) 操作, 将 w 和 k 进行异或运算, 生成输出 u。

(e) main:

输入的明文 x 为 w° 。前 Nr-1 轮依次进行 w^{r-1} 与 K^{r} 异或、 S_{Box} 、 P_{Box} 的运算,最后一轮不进行 P_{Box} 的运算,与 K° 异或得到密文。

(4) 运行结果



(二) 线性密码分析

(1) 分析

对书中例 3.1 的 SPN 进行线性攻击

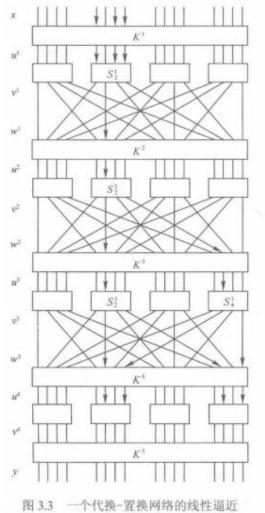


图 3.3 中的逼近包含如下四个活动 S 盒:

在 S_1^1 中,随机变量 $T_1 = U_5^1 \oplus U_7^1 \oplus U_8^1 \oplus V_6^1$ 具有偏差 1/4

在 S_2^2 中,随机变量 $T_2 = U_6^2 \oplus V_6^2 \oplus V_8^2$ 具有偏差-1/4

在 S_2^3 中,随机变量 $T_3 = U_6^3 \oplus V_6^3 \oplus V_8^3$ 具有偏差-1/4

在 S_4^3 中,随机变量 $T_4 = U_{14}^3 \oplus V_{14}^3 \oplus V_{16}^3$ 具有偏差-1/4

T₁, T₂, T₃, T₄这四个随机变量都具有较高的偏差绝对值,而且它们的异或 会消去中间变量。

假设这四个随机变量相互独立,假定随机变量 $T_1 \oplus T_2 \oplus T_3 \oplus T_4$ 具有偏差 $2^{3}(1/4)(-1/4)^{3}=-1/32$

随机变量 T_1, T_2, T_3, T_4 具有以下性质: 它们的异或可用明文比特、 u^4 的

比特(S 盒最后一轮的输入)以及密钥比特表示出来。这一点可从以下事实看出:

由图 3.3 易验证以下关系成立:

$$\begin{split} T_1 &= U_5^1 \oplus U_7^1 \oplus U_8^1 \oplus V_6^1 = X_5 \oplus K_5^1 \oplus X_7 \oplus K_7^1 \oplus X_8 \oplus K_8^1 \oplus V_6^1 \\ & \qquad \qquad T_2 = U_6^2 \oplus V_6^2 \oplus V_8^2 = V_6^2 \oplus K_6^2 \oplus V_6^2 \oplus V_8^2 \\ & \qquad \qquad T_3 = U_6^3 \oplus V_6^3 \oplus V_8^3 = V_6^3 \oplus K_6^3 \oplus V_6^3 \oplus V_8^3 \\ & \qquad \qquad T_4 = U_{14}^3 \oplus V_{14}^3 \oplus V_{16}^3 = V_8^2 \oplus K_{14}^3 \oplus V_{14}^3 \oplus V_{16}^3 \end{split}$$

将上述等式的右端相异或得到:

 $X_5 \oplus X_7 \oplus X_8 \oplus V_6^3 \oplus V_8^3 \oplus V_{14}^3 \oplus V_{16}^3 \oplus K_5^1 \oplus K_7^1 \oplus K_8^1 \oplus K_6^2 \oplus K_6^3 \oplus K_{14}^3$ (3.1) 具有偏差-1/32。把上式中的 V_i^3 用包含 U_i^3 与下轮密钥比特的表达式来代替:

$$V_6^3 = U_6^4 \oplus K_6^4$$

$$V_8^3 = U_{14}^4 \oplus K_{14}^4$$

$$V_{14}^3 = U_8^4 \oplus K_8^4$$

$$V_{16}^3 = U_{16}^4 \oplus K_{16}^4$$

现在把这些式子代入式(3.1),可得:

 $X_5 \oplus X_7 \oplus X_8 \oplus U_6^4 \oplus U_8^4 \oplus U_{14}^4 \oplus U_{16}^4 \oplus K_5^1 \oplus K_7^1 \oplus K_8^1 \oplus K_6^2 \oplus K_6^3 \oplus K_{14}^3 \oplus K_6^4 \oplus K_8^4 \oplus K_{14}^4 \oplus K_{16}^4$ (3. 2) 式 (3. 2) 仅包含明文比特、 u^4 的比特以及密钥比特。假设式 (3. 2) 中的密钥比特固定,则随机变量

$$K_5^1 \oplus K_7^1 \oplus K_8^1 \oplus K_6^2 \oplus K_6^3 \oplus K_{14}^3 \oplus K_6^4 \oplus K_8^4 \oplus K_{14}^4 \oplus K_{16}^4$$

具有固定的值0或1。因此,随机变量

$$X_5 \oplus X_7 \oplus X_8 \oplus U_6^4 \oplus U_8^4 \oplus U_{14}^4 \oplus U_{16}^4$$
 (3. 3)

具有偏差±1/32,这里偏差的符号取决于未知密钥比特的值。注意随机变量

式(3.3) 仅包含明文比特及 u⁴ 的比特。式(3.3) 具有偏离 0 的偏差这一事实允许我们进行线性密码攻击。

假设拥有用同一未知密钥 K 加密的 T 对明-密文(为使攻击成功约需要 T \approx 8000 对明-密文)。用 T 来表示 T 对明-密文的集合。线性攻击将使我们获得 $K_{<2}$ 5 和 $K_{<4}$ 5 的 8 比特密钥,即

$$K_5^5 \oplus K_6^5 \oplus K_7^5 \oplus K_8^5 \oplus K_{13}^5 \oplus K_{14}^5 \oplus K_{15}^5 \oplus K_{16}^5$$

这些正是与 S 盒 S_2^4 和 S_4^4 的输出相异或的 8 比特密钥。对这 8 比特密钥来说, 共有 2^8 =256 种可能,把由这 8 比特密钥组成的一个二进制 8 元组叫做一个 候选子密钥。

对每一个 $(x,y) \in T$ 及每一个候选子密钥,计算 y 的一个部分解密并获 得 $u_{<2}$ 和 $u_{<4}$ 。然后通过式 (3.3) 随机变量的取值,计算

$$x_5 \oplus x_7 \oplus x_8 \oplus u_6^4 \oplus u_8^4 \oplus u_{14}^4 \oplus u_{16}^4$$
 (3.4)

之值。保持对应于这 256 个候选子密钥的 256 个计数器,每当式(3.4)取值为 0 时,就将对应于该子密钥的记数器加 1(这些计数器的初始值全为 0)。

在计数过程的最后,希望大多数的计数器值接近于 T/2,而真正的候选子密钥对应的计数器具有接近于 T/2±T/32 之值,这有助于确定正确的 8个子密钥比特。

(2) 伪代码

算法 3. 2 给出了这个特殊的线性攻击算法。集合 T 表示 T 对明-密文的集合,变量 L_1 和 L_2 取十六进制的值,置换 π_s^{-1} 对应于 S 盒的逆置换, π_s^{-1} 被用来部分地解密密文;输出 maxkey 包含了该攻击确定出的具有最大可能的8 个子密钥比特。

对每一对明-密文 $(x,y) \in T$ 及每一个可能的候选子密钥 (L_1, L_2) ,只需计算式 (3.4)。为了实现这一点,参考图 3.3。首先计算异或 $L_1 \oplus y_{<2>}$ 和 $L_2 \oplus y_{<4>}$,当 (L_1, L_2) 是正确的子密钥时,可分别产生 $v_{<2>}^4$ 和 $v_{<4>}^4$ 。通过对 $v_{<2>}^4$ 和 $v_{<4>}^4$ 使用 S 盒的逆 π_s^{-1} ;可计算出 $u_{<2>}^4$ 和 $u_{<4>}^4$,如果 (L_1, L_2) 是正确的子密钥,这些值都是正确的。然后,计算式 (3.4),如果式 (3.4) 取值为 0,就将对应于 (L_1, L_2) 的记数器加 1。在计算完所有相关的记数器之后,仅找到对应于最大记数器的对 (L_1, L_2) ,这就是算法 3.2 的输出。

```
算法 3.2 线性攻击 (T, T, \pi_s^{-1})
for (L_1, L_2) \leftarrow (0, 0) to (F, F)
    do Count[L_1, L_2] \leftarrow 0
for each (x, y) \in T
            \mathbf{for}(L_1, L_2) \leftarrow (0, 0)\mathbf{to}(F, F)
                    v_{<2>}^4 \leftarrow L_1 \oplus y_{<2>}
                    v_{<4>}^4 \leftarrow L_2 \oplus y_{<4>}
                   u_{<2>}^4 \leftarrow \pi_S^{-1}(v_{<2>}^4)
            \mathbf{do} \{ u_{<4>}^4 \leftarrow \pi_S^{-1}(v_{<4>}^4) \}
                    z \leftarrow x_5 \oplus x_7 \oplus x_8 \oplus u_6^4 \oplus u_8^4 \oplus u_{14}^4 \oplus u_{16}^4
                      then Count[L_1, L_2] \leftarrow Count[L_1, L_2] + 1
max \leftarrow -1
for (L_1, L_2) \leftarrow (0, 0) to (F, F)
            Count[L_1, L_2] \leftarrow |Count[L_1, L_2] - T/2|
    \operatorname{do} \left\{ \operatorname{if Count}[L_1, L_2] > \max \right\}
                       \max \leftarrow \text{Count}[L_1, L_2]
                        \max \ker \leftarrow (L_1, L_2)
output(maxkey)
```

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <bitset>
#include <vector>
#include <cmath>
using namespace std;
int s[16] = { 14, 4, 13, 1, 2, 15, 11, 8, 3, 10, 6, 12, 5, 9, 0, 7 }; // S盒
int p[16] = { 1, 5, 9, 13, 2, 6, 10, 14, 3, 7, 11, 15, 4, 8, 12, 16 }; // P置换
string K = "001110101010101011010110001111111";
int inverseSBox[16] = { 14, 3, 4, 8, 1, 12, 10, 15, 7, 13, 9, 6, 11, 2, 0, 5 };
int Count[16][16] = { 0 };
int best_count = -1;
//ur-->S_Box-->vr
string S_Box(string u)
   string v;
   for (int i = 0; i < 16; i += 4)
       int index = stoi(u. substr(i, 4), 0, 2);// 将 4 位二进制子串转换为十进制整数
       bitset<4> s_output(s[index]); // 将 S 盒输出的整数值转换为 4 位二进制
       v += s_output.to_string(); // 将 S 盒输出追加到 v 中
   return v;
}
//vr-->P_Box-->wr
string P_Box(string v)
   string w = "000000000000000";
   for (int i = 0; i < 16; i++)
       char m = v[i];// 获取P置换的输入
       int pos = p[i];// 获取 P 置换的输出位置
       w[pos - 1] = m;// 进行P置换
   return w;
// 密钥编排算法
string Key_Scheduling(string K, int r)
    string k;
```

```
for (int i = 4 * r - 4; i \le 4 * r + 11; i++)
       k += K[i];// 选择特定位置的密钥比特
   return k;
// 轮密钥混合
string Round_Key_Mixing(string w, string k)
   string u;
   bitset<16> str1(w);
   bitset<16> str2(k);
   bitset<16> u_bit = strl ^ str2;// 将w和k按位异或
   u = u_bit. to_string();
   return u;
// SPN 加密函数
string SPN(string plaintext, string K)
   int Nr = 4;// SPN 的轮数
   string w = plaintext;
   string k;
   string u;
   string v;
   string y;
   for (int r = 1; r \leftarrow Nr; r++)
       k = Key_Scheduling(K, r);
       u = Round_Key_Mixing(w, k);
       v = S_Box(u);
       w = P_Box(v);
   }
   k = Key_Scheduling(K, Nr);
   u = Round_Key_Mixing(w, k);
   v = S Box(u);
   k = Key\_Scheduling(K, Nr + 1);
   y = Round_Key_Mixing(v, k);
   return y;//加密结果
```

```
//pai_s 逆
void calculateInverseSBox()
   for (int i = 0; i < 16; i++)
       inverseSBox[s[i]] = i;
   }
string S_Box_(string u)
   string v;
   int index = stoi(u. substr(0, 4), 0, 2);// 将 4 位二进制子串转换为十进制整数
   bitset<4> s_output(inverseSBox[index]); // 将 S 盒输出的整数值转换为 4 位二进制
   v += s_output.to_string(); // 将 S 盒输出追加到 v 中
   return v;
}
// 线性密码分析算法
pair<int, pair<int, int>> linearCryptanalysis(vector<pair<string, string>> data, int
num candidate keys)
   pair<int, int> best candidate keys = make pair(0, 0);
   for (pair < string, string > sample : data)
       // 遍历训练数据集中的每一对明文-密文
       string x = sample.first;
       string y = sample.second;
       // 遍历每个可能的子密钥(L1, L2)
       for (int L1 = 0; L1 < num_candidate_keys; L1++)</pre>
           for (int L2 = 0; L2 < num_candidate_keys; L2++)</pre>
           {
              // 计算 u64、u84、u144 和 u164
               bitset<4> binaryNumber1(L1);//十进制数字L1 转为二进制数字
               bitset<4> y2; // 用于存储位集合的变量
               for (int i = 0; i \le 3; i++)
                  y2[i] = (y[i + 4] == '1');
               bitset<4> v24_ = binaryNumber1 ^ y2;
```

```
string v24 = v24_. to_string();
               bitset<4> binaryNumber2(L2);//十进制数字 L2 转为二进制数字
               bitset<4> y4;
               for (int i = 0; i \le 3; i++)
                   y4[i] = (y[i + 12] == '1');
               bitset<4> v44 = binaryNumber2 ^ y4;
               string v44 = v44_. to_string();
               string u24 = S_Box_(v24);
               string u44 = S_Box_(v44);
               int z = ((x[4] == '1') + (x[6] == '1') + (x[7] == '1') + (u24[1] == '1')
+ (u24[3] == '1') + (u44[1] == '1') + (u44[3] == '1')) \% 2;
               if (z == 0)
                   Count[L1][L2]++;
           }
   for (int L1 = 0; L1 < num_candidate_keys; L1++)</pre>
       for (int L2 = 0; L2 < num candidate keys; L2++)
           Count[L1][L2] = abs(Count[L1][L2] - static_cast(int)(data.size() / 2));
           // 更新最佳候选子密钥
            if (Count[L1][L2] > best_count)
               best_count = Count[L1][L2];
               best_candidate_keys = make_pair(L1, L2);
           }
   pair<int, pair<int, int>> best keys = make pair(best count, best candidate keys);
   return best_keys;
vector<pair<string, string>> createdata(int num_samples)
```

```
vector<pair<string, string>> data; // 明文-密文训练数据集,需要根据实际情况填充
   for (int i = 0; i < num samples; i++)//生成 8000 对明文-密文对
       string plaintext = bitset<16>(rand() & 0xFFFF).to string();// 随机生成16位明文
       string ciphertext = SPN(plaintext, K);// 使用 SPN 加密函数加密明文
       data.push_back(make_pair(plaintext, ciphertext));// 存储明文和密文对
   return data;
}
int main()
   int num_samples = 8000; // 用于统计的样本数量
   vector<pair<string, string>> data; // 明文-密文训练数据集, 需要根据实际情况填充
   data = createdata(num_samples);
   int num candidate keys = 16;
   pair<int, pair<int, int>> best_keys = linearCryptanalysis(data, num_candidate_keys);
   cout << "Best Candidate Keys: L1 = " << best_keys.second.first << ", L2 = " <<</pre>
best_keys.second.second << " with count " << best_keys.first << endl;</pre>
   return 0;
```

(a) SPN(和第一部分一致)

(b) calculateInverseSBox 函数:

这个函数用于计算 S-DES 中的逆 S 盒。通过遍历 S 盒中的值,将 S 盒的输出值与其索引关联,以便进行逆 S 盒操作。

(c) S_Box_ 函数:

这个函数实现了 S-DES 中的逆 S 盒置换。输入参数 u 是 4 位的二进制字符串,被转换为对应的逆 S 盒输出。

(d) linearCryptanalysis 函数:

这个函数实现了线性密码分析算法。输入参数 data 是明文-密文训练数据对,以及 num_candidate_keys 表示可能的候选子密钥数量。函数遍历数据集中的每一对明文-密文,

尝试候选子密钥对明文和密文进行线性分析(和伪代码的实现一致)。最终,它返回最佳候选子密钥及其相关性计数。

(e) createdata 函数:

这个函数用于生成明文-密文训练数据集。输入参数 num_samples 表示要生成的样本数量。函数生成指定数量的 随机明文,并使用 SPN 加密算法加密这些明文,将明文-密文 对存储在数据集中,并返回数据集。

(4) 运行结果

Best Candidate Keys: L1 = 3, L2 = 8 with count 162

D:\A_密码学\10.22\x64\Debug\10.22.exe (进程 21732)已退出,代码为 0。 要在调试停止时自动关闭控制台,请启用"工具"->"选项"->"调试"->"调试停止时自动关闭控制台"。 按任意键关闭此窗口...