南副大學

数据安全课程实验报告

实验三: SEAL 应用实践



学	院	网络空间安全学院
专	业	信息安全
学	号	2112060
姓	名	孙蕗

一、 实验要求

参考教材实验 2.3, 实现将 3 个数的密文发送到服务器完成 x3+y*z 的运算

二、 实验原理

- 1. SEAL (Simple Encrypted Arithmetic Library) 是微软开源的基于 C++的 同态加密库,支持 CKKS 方案等多种全同态加密方案,支持基于整数的精确同态运算和基于浮点数的近似同态运算。该项目采用商业友好的 MIT 许可证在 GitHub上 (https://github.com/microsoft/SEAL) 开源。SEAL 基于 C++实现,不需要其他依赖库。
- 2. cmake 是一种高级编译配置工具,它可以将多个 cpp、hpp 文件组合构建为一个大工程的语言。它能够输出各种各样的 makefile 或者 project 文件,所有操作都是通过编译 CMakeLists. txt 来完成。

3. SEAL 中的层级

当从给定的 EncryptionParameters 实例创建 SEALContext 时,微软 SEAL 会自动创建一个所谓的"模数切换链",它是从原始集合衍生出来的其他加密参数链。模量交换链中的参数除系数模量沿链向下逐渐减小外,其余参数均与原参数相同。更准确地说,链中的每个参数集都试图从前一个集合中移除最后一个系数模素数;这会一直持续到参数集不再有效为止。(例如:plain_modulus 大于剩余的 coeff_modulus)。很容易遍历整个链并访问所有参数集。此外,链中设置的每个参数都有一个"链索引",指示其在链中的位置,因此最后一组参数的索引为 0。一组加密参数,或者一个携带这些加密参数的对象,在链中的级别高于另一组参数,如果它的链索引较大,也就是说,它在链中较早。

SEAL 根据默认的参数创建了一个 modulus switching chain ,在同一个链上的加密实例除了 coefficient modulus 其他都相同。

"Modulus switching"是一种降低密文参数的技术在链中

Evaluator::mod switch to next 总是切换到下一级链,而

Evaluator::mod_switch_to 切换到在对应于给定 parms_id 的链上设置的参数。但他是不能在链条向上切换的。

三、 实验过程

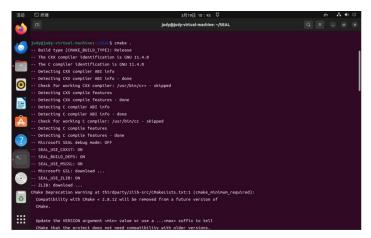
(一) 配置环境

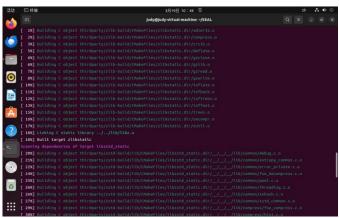
从 gi thub 上拉取开源的 SEAL 库

git clone https://github.com/microsoft/SEAL

```
judy@judy-virtual-machine:~$ git clone https://github.com/microsoft/SEAL 正克隆到 'SEAL'...
remote: Enumerating objects: 17111, done.
remote: Counting objects: 100% (17111/17111), done.
remote: Compressing objects: 100% (3938/3938), done.
remote: Total 17111 (delta 13022), reused 16910 (delta 12959), pack-reused 0
接收对象中: 100% (17111/17111), 4.92 MiB | 2.96 MiB/s, 完成.
处理 delta 中: 100% (13022/13022), 完成.
```

进入 SEAL 文件夹,输入 cmake . 和 make





输入

sudo make install

(二) 代码实现

1. 仿照样例,进行参数和初始化的设置。

前半部分并未进行改动,与样例保持一致。

CKKs 算法由五个模块组成:密钥生成器 keygenerator、加密模块 encryptor、解密模块 decryptor、密文计算模块 evaluator 和编码器 encoder, 其中编码器实现数据和环上元素的相互转换。依据这五个模块,构建同态加密应用的过程为:

- ①选择 CKKS 参数 parms
- ②生成 CKKS 框架 context
- ③构建 CKKS 模块 keygenerator、encoder、encryptor、evaluator 和 decryptor
 - ④使用 encoder 将数据 n 编码为明文 m
 - ⑤使用 encryptor 将明文 m 加密为密文 c
 - ⑥使用 evaluator 对密文 c 运算为密文 c
 - ⑦使用 decryptor 将密文 c 解密为明文 m'
 - ⑧使用 encoder 将明文 m'解码为数据 n

参数容器 params 有三个参数: poly_module_degree(多项式参数)、coeff_modulus(参数模数)、scale(规模)。

poly_modulus_degree (polynomial modulus) 的参数必须是 2 的幂,如 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 32768。更大的参数会增加密文的尺寸,这会让计算变慢,但支持的计算也更多。在这里与样例保持一致选择 8192 作为参数。

```
/*CKKS有三个重要参数;

1. poly_module_degree(多项式模数)
2. coeff_modulus (参数模数)
3. scale (规模) */

size_t poly_modulus_degree = 8192;
parms. set_poly_modulus_degree(poly_modulus_degree);
parms. set_coeff_modulus(CoeffModulus::Create(poly_modulus_degree, { 60, 40, 40, 60 }));
//选用2^40进行编码
double scale = pow(2.0, 40);
```

[ciphertext] coefficient modulus coeff_modules 的个数决定了能进行 rescaling 的次数,进而决定了能执行的乘法操作的次数。coeff_modules 的最大位数与 poly_modules 有直接的关系。在 poly_modulus_degrees 为 8192 时,根据关系,max coeff modules bit length 应该为 218。

coeff_modulus 与样例保持一致,选择{60,40,40,60}。将 60 位质数作为 coeff_modulus 中的第一个质数,在解密时可以获得最高精度;选择另一个 60 位质数作为 coeff_modulus 的最后一个元素,因为它将用作特殊质数,并且应该与其他质数中最大的那个一样大;中间质数彼此接近。

(60, 40, 40, 60) 有以下含义: ①coeff_modules 总位长 200 (60+40+40+60) 位,在 poly_modulus_degrees 上限之下; ②最多进行两次(两层)乘法操作。该系列数字的选择不是随意的,总位长不能超过上表限制; 最后一个参数为特殊模数,其值应该与中间模数的最大值相等; 中间模数与 scale 尽量相近。如果将模数变大,则可以支持更多层级的乘法运算,比如 poly_modulus 为 16384 则可以支持coeff_modules=(60, 40, 40, 40, 40, 40, 40, 60), 也就是 6 层的运算。

encoder 利用 scale 参数对浮点数进行缩放,每次相乘后密文的 scale 都会翻倍,因此需要执行 rescaling 操作约减一部分,约模的大素数位长由 coeff modules 中的参数决定。与样例保持一致,选择了 scale=2⁴⁰。

```
// (2) 用参数生成CKKS框架context
SEALContext context(parms);

// (3) 构建各模块
//首先构建keygenerator, 生成公钥、私钥
KeyGenerator keygen(context);
auto secret_key = keygen. secret_key();
PublicKey public_key;
keygen. create_public_key(public_key);

//构建编码器, 加密模块、运算器和解密模块
//注意加密需要公钥pk; 解密需要私钥sk; 编码器需要scale
Encryptor encryptor(context, public_key);
Decryptor decryptor(context, secret_key);
CKKSEncoder encoder(context);
```

用参数生成 CKKS 框架 context,构建 keygenerator 模块,分别使用 keygen. secret_key()和 keygen. create_public_key 生成公钥和私钥。构建编码器加密模块运算器和解密模块,需要注意的是加密需要公钥 pk,解密需要私钥 sk,编码器需要 scale。

然后对三个向量进行编码和加密

```
//对向量x、y、z进行编码
Plaintext xp, yp, zp;
encoder.encode(x, scale, xp);
encoder.encode(y, scale, yp);
encoder.encode(z, scale, zp);

//对明文xp、yp、zp进行加密
Ciphertext xc, yc, zc;
encryptor.encrypt(xp, xc);
encryptor.encrypt(yp, yc);
encryptor.encrypt(zp, zc);
```

至此,客户端将 pk、CKKS 参数发送给服务器,服务器开始运算。服务器的视角:生成重线性密钥、构建环境和执行密文计算。生成重线性密钥与构建环境与样例代码保持一致。

2. 执行密文计算

(1) 计算 x², 即 x*x, 将结果保存在 temp x2 中。

计算 x*x, 密文相乘, 要进行 relinearize 和 rescaling 操作

计算完成后查看 x2的层级

下面计算x^2 + Modulus chain index for x^2: 1

(2) 准备计算 x*x², 先查看 xc 的层级

查看 xc 的层级

```
下面查看xc的层级:
+ Modulus chain index for xc: 2
```

可以看到,xc与x²层级是不一样的,下面解决两者层级不一致的问题。

(3) 解决 xc 与 x²层级不一致的问题

通过将 xc 与乘法单位元 1 相乘,将 xc 的层级从 2 变成 1,执行乘法和 rescaling 操作。

下面解决xc与x^2层级不一致的问题 + Modulus chain index for xc after xc*plain_x1st and rescaling: 1

(4) 将前面两步操作的结果相乘,计算 xc*x²,得到 x³,存在 temp_x3中。此步需要进行 relinearize 和 rescaling 操作。

计算完成后查看 x³的层级。

下面计算x^3

+ Modulus chain index for x^3: 0

(5) 计算 y*z, 结果存在 temp_yz 中。与前面的步骤相同,同样需要进行 relinearize 和 rescaling 操作。

计算完成后查看 v*z 的层级

```
下面计算y*z
+ Modulus chain index for y*z: 1
```

发现 y*z 的层级和 scale (执行 rescaling 次数不同) 都与 x^3 不一致,需要统一 scale 大小后再进行层级统一。

(6) 统一 y*z 与 x³ 的 scale

P2 和 P1 非常接近于 2^{40} ,可以简单地"欺骗" SEAL 并将比例尺设置为相同。将 $1.0 * x * x^2$ 的比例尺更改为 2^{40} 仅意味着通过 $2^{120}/(P2^2 * P1)$ 缩放 $1.0 * x * x^2$ 的值,非常接近于 1。

```
// 但此时的scales不统一
cout << "Normalize scales to 2^40." << endl;
temp_x3. scale() = pow(2.0, 40);
temp_yz. scale() = pow(2.0, 40);
// 此时的scale的大小已经统一了
cout << " + Exact scale in 1*x^3: " << temp_x3. scale() << endl;
cout << " + Exact scale in y*z: " << temp_yz. scale() << endl;
```

```
Normalize scales to 2^40.
+ Exact scale in 1*x^3: 1.09951e+12
+ Exact scale in y*z: 1.09951e+12
```

(7) 统一 y*z 与 x³层级, Evaluator::mod_switch_to_inplace 方法 会将明文/密文的模切换到下一位,结果保存在原来的密文里,沿着 chain 向下减一个 level。

```
下面解决x^3与y*z层级不一致的问题
+ Modulus chain index for y*z after mod_switch_to_inplace: 0
```

(8) 计算 x³+y*z, 使用 evaluator. add 实现加法运算,结果保存在 e result 中

```
// 计算x^3+y*z
cout << "计算x^3+y*z" << endl;
Ciphertext e_result;
evaluator.add(temp_x3, temp_yz, e_result);
```

(9) 客户端进行解密和解码

计算完毕,服务器把结果发回客户端,客户端进行解密和解码,注意解码到 一个向量上。

```
计算x^3+y*z
结果是:
[ 7.000, 20.000, 47.000, ..., 0.000, 0.000, -0.000 ]
```

3. 仿照样例修改 CmakeList. txt

```
1 cmake_minimum_required(VERSION 3.10)
2 project(demo)
3 add_executable(he Lab03.cpp)
4 add_compile_options(-std=c++17)
5
6 find_package(SEAL)
7 target_link_libraries(he SEAL::seal)
8
```

4. 运行如下命令完成本次实验

```
cmake .
make
./he
```

```
judy@judy-virtual-machine: /mnt/hgfs/ubuntu-share/Data-S... \c Q \equiv \c =
judy@judy-virtual-machine:/mnt/hgfs/ubuntu-share/Data-Security/My_Lab03$ cmake
 - Microsoft SEAL -> Version 4.1.1 detected
- Microsoft SEAL -> Targets available: SEAL::seal
- Configuring done
 - Generating done
 - Build files have been written to: /mnt/hgfs/ubuntu-share/Data-Security/My_Lab
judy@judy-virtual-machine:/mnt/hgfs/ubuntu-share/Data-Security/My_Lab03$ make
consolidate compiler generated dependencies of target he
[100%] Built target he
judy@judy-virtual-machine:/mnt/hgfs/ubuntu-share/Data-Security/My_Lab03$ ./he
原始向量x是:
   [ 1.000, 2.000, 3.000 ]
原始向量v是:
   [ 2.000, 3.000, 4.000 ]
原始向量z是:
   [ 1.000, 2.000, 3.000 ]
```

计算结果如下:

```
计算x^3+y*z
结果是:
[ 7.000, 20.000, 47.000, ..., -0.000, 0.000, -0.000 ]
```

四、 实验结论及心得体会

本次实验练习了 SEAL 库的使用,完成了 x³+y*z 的运算。为完成本次实验,研究了 example 的代码和注释及官方文档。为保持层级一致,在运算顺序的设计上花费了一定的时间,在最后的加法运算时,两者的 scale 实际上是不一致的,选择直接设置两者的 scale 相同,然后再进行加法运算。

本次实验不仅锻炼了代码能力,还加深了对理论课及相关密码学知识的理解, 加强了对先前课程的知识融合。