Отчет по вычислительному практикуму

Лабораторная работа № 1

Артеменко Никита Владиславович

группа: 19112

Постановка задачи:

Дано ур-не теплопроводности в виде:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = a\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t) \\ u(x,0) = \mu(x) \\ u(0,t) = \mu_1(t) \\ u(1,t) = \mu_2(t) \end{cases}$$

Вычислить приближенное решение в узлах сетки с шагом τ по t и h по x, используя схему Кранка - Николсона

$$\frac{u_k^{j+1} - u_k^j}{\tau} = a\left[\frac{u_{k+1}^{j+1} - 2u_k^{j+1} + u_{k-1}^{j+1}}{2h^2} + \frac{u_{k+1}^j - 2u_k^j + u_{k-1}^j}{2h^2} \right] + f_k^{j+1}$$

В моем случае:

$a = 0.0313$

$\mu(x) = x^4 - x$

$\mu_1(t) = t^2 - t$

$\mu_2(t) = t^2 + t(1-e)$

$f(x,t) = x + 2t - e^x - a(12x^2 - te^x)$

$u(x,t) = x^4 - x + tx + t^2 - te^x$

Ⅱ Результаты

1) Схема Кранка - Николсона устойчива

Порядок точности зависит от выбора точек

$O(\tau + h^2)$ в точках вида (x_j, t_n) и (x_j, t_{n+1})

$O(\tau^2 + h^2)$ в точках вида $\left(x_j, \dfrac{t_n + t_{n+1}}{2}\right)$

т.е Если в схеме считать $\dfrac{f(x_j, t_n) + f(x_j, t_{n+1})}{2}$

или же $f\left(\left(j+\dfrac{1}{2}\right)\tau, k\cdot h \right)$

Для f_k^{j+1} таблица с ошибками $\left[O(\tau + h^2)\right]$

τ \ h	0,1	0,01	0,001
0,1	0,1459	0,1362	0,1372
0,01	0,0112	0,0132	0,0128
0,001	0,0009	0,0010	0,0009

Для $f_k^{j+\frac{1}{2}}$ таблица с ошибками $\left[O(\tau^2 + h^2)\right]$

τ \ h	0,1	0,01	0,001
0,1	0,0022	$14 \cdot 10^{-5}$	$12 \cdot 10^{-7}$
0,01	0,0013	$12 \cdot 10^{-5}$	$11 \cdot 10^{-7}$
0,001	0,0012	$13 \cdot 10^{-5}$	$12 \cdot 10^{-7}$