

SPRAWOZDANIE

Zajęcia: Matematyka Konkretna

Prowadzący: prof. dr hab. inż. Vasyl Martsenyuk

Laboratorium Nr 2 Data 10.10.2023 Temat: SVD - korelacja Wariant 6	Rafał Klinowski Informatyka II stopień, stacjonarne, 2 semestr, gr. a
---	--

1. Polecenie:

Ćwiczenie polegało na stworzeniu notatnika Jupyter w języku Python do obliczenia korelacji obrazu z użyciem SVD.

Wariant zadania: 6

Zadanie dotyczy obliczenia korelacji obrazu zgodnie z wariantem pod względem zarówno wierszy jak i kolumn z użyciem SVD. Przedstawić macierzy korelacji graficznie. We wniosku potraktować widoki macierzy korelacji.



2. Napisany program, uzyskane wyniki

Podczas implementacji tego zadania skorzystano z notatnika opracowanego w Laboratorium 1 w celu załadowania obrazu i przeprowadzenia SVD.

```

from matplotlib.image import imread
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Załadowanie obrazu
A = imread('6.webp')
X = np.mean(A, -1) # convert RGB to grayscale

# Pokazanie obrazu
img = plt.imshow(X)
img.set_cmap('gray')
plt.axis('off')
plt.show()

# SVD - zgodnie z instrukcją laboratoryjną (Laboratorium 1)
U, S, VT = np.linalg.svd(X, full_matrices=False)

print("\n-----U-----\n")
print(U)
print("\n-----S-----\n")
print(S)
print("\n-----VT-----\n")
print(VT)

```

Rysunek 1. Kod identyczny do opracowanego w poprzednim laboratorium, wywołujący SVD.

W wyniku tego uzyskano macierze U , Σ i V^T .

```

-----U-----

[[ 0.03827056  0.00511923 -0.0681607 ...  0.00092128 -0.03146677
   -0.00479087]
 [ 0.03851838  0.00475479 -0.06961474 ... -0.003659    0.02378435
   -0.04076328]
 [ 0.03884374  0.00465102 -0.07172339 ...  0.00154476 -0.00568541
    0.07167896]
 ...
 [ 0.05110583  0.01388481 -0.00516815 ... -0.00159466  0.01254205
   -0.01705734]
 [ 0.05111351  0.015694   -0.00602961 ...  0.00723665 -0.00358644
   -0.00053993]
 [ 0.0508587   0.0088493  -0.00532903 ...  0.0083397   0.00078224
    0.00917267]]

```

Rysunek 2. Poglądowy fragment macierzy U .

Następnie przy pomocy biblioteki Numpy obliczono macierze korelacji dla kolumn i wierszy. Macierze te zostały policzone na dwa sposoby w celu sprawdzenia poprawności wersji skróconej (tak jak w instrukcji laboratoryjnej).

$$X^T X = V^T \Sigma^2 V = V \Sigma^2 \text{ (korelacja kolumn } X)$$

$$X X^T = U \Sigma^2 U^T = U \Sigma^2 \text{ (korelacja wierszy } X)$$

```
from numpy import diag

# Macierze korelacji

# X^T X
column_corr = X.T@X
column_corr2 = VT.T@diag(S)@diag(S)@VT

print("\n-----X^T X-----\n")
print(column_corr)
print("\n-----X^T X v2-----\n")
print(column_corr2)

# X X^T
row_corr = X.dot(X.T)
row_corr2 = U@diag(S)@diag(S)@U.T

print("\n-----X X^T-----\n")
print(row_corr)
print("\n-----X X^T v2-----\n")
print(row_corr2)

# Sprawdźmy, czy uzyskaliśmy to samo w obu przypadkach
print("\n\n")
print("Czy w przypadku kolumn mamy to samo: " + str(np.allclose(column_corr, column_corr2)))
print("Czy w przypadku wierszy mamy to samo: " + str(np.allclose(row_corr, row_corr2)))
```

Rysunek 3. Obliczenie macierzy korelacji na dwa sposoby.

W wyniku uzyskujemy macierze korelacji, które są identyczne w obu przypadkach (do sprawdzenia tego wykorzystano funkcję Numpy „allclose”, która sprawdza, czy w dwóch macierzach wszystkie odpowiadające wartości są identyczne, uwzględniając pewną tolerancję związaną np. z reprezentacją wartości zmiennoprzecinkowych).

-----X^T X-----

```
[[ 9957525.44444445 9949192.      9968678.44444445 ...
   5861274.22222222 5836128.66666667 5743130.11111111]
 [ 9949192.      9975491.22222222 9999360.22222222 ...
   5886091.77777778 5861496.88888889 5767974.88888889]
 [ 9968678.44444445 9999360.22222222 10051039.44444445 ...
   5934464.66666667 5910389.88888889 5819107.      ]
 ...
 [ 5861274.22222222 5886091.77777778 5934464.66666667 ...
   5479527.44444444 5424996.44444444 5316523.88888889]
 [ 5836128.66666667 5861496.88888889 5910389.88888889 ...
   5424996.44444444 5423806.33333333 5310786.44444444]
 [ 5743130.11111111 5767974.88888889 5819107.      ...
   5316523.88888889 5310786.44444444 5256277.11111111]]
```

-----X X^T-----

```
[[12213272.66666667 12221834.22222222 12272492.55555555 ...
   12151929.77777778 12163371.33333334 12035921.33333334]
 [12221834.22222222 12279051.55555555 12329301.11111111 ...
   12246773.33333334 12251188.11111111 12131350.33333333]
 [12272492.55555555 12329301.11111111 12440822.88888889 ...
   12368542.55555556 12375023.11111111 12256537.44444444]
 ...
 [12151929.77777778 12246773.33333334 12368542.55555556 ...
   17636963.11111112 17381964.44444444 17183298.88888889]
 [12163371.33333334 12251188.11111111 12375023.11111111 ...
   17381964.44444444 17588782.00000001 17293751.44444444]
 [12035921.33333334 12131350.33333333 12256537.44444444 ...
   17183298.88888889 17293751.44444444 17456441.77777778]]
```

Czy w przypadku kolumn mamy to samo: True

Czy w przypadku rzędów mamy to samo: True

Rysunek 4. Uzyskane wyniki macierzy korelacji. Uzyskano również informację, czy macierze policzone na dwa różne sposoby są identyczne (czyli 'column_corr' i 'column_corr2'; oraz 'row_corr' oraz 'row_corr2').

Ostatnim fragmentem było wyświetlenie macierzy korelacji.

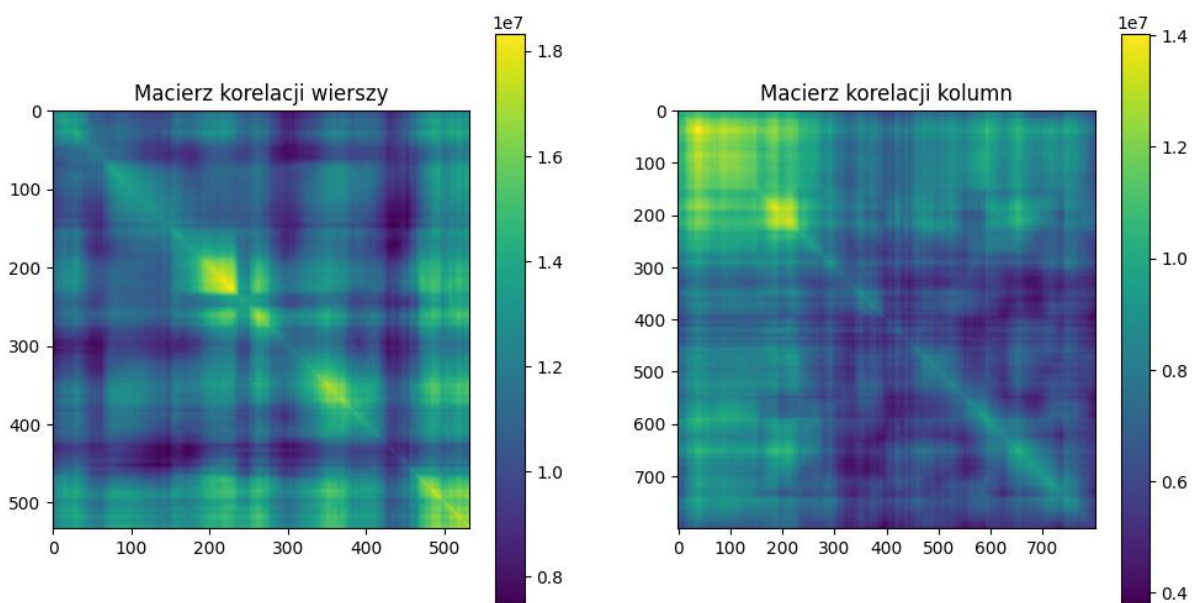
```
# Wyświetlenie macierzy
plt.figure(figsize=(12, 6))

plt.subplot(1, 2, 1)
plt.imshow(row_corr, cmap='viridis')
plt.title('Macierz korelacji wierszy')
plt.colorbar()

plt.subplot(1, 2, 2)
plt.imshow(column_corr, cmap='viridis')
plt.title('Macierz korelacji kolumn')
plt.colorbar()

plt.show()
```

Rysunek 5. Kod odpowiedzialny za wyświetlenie macierzy.



Rysunek 6. Uzyskane wykresy reprezentujące macierze korelacji.

Na podstawie wizualizacji można wyciągnąć parę wniosków:

- W przypadku macierzy korelacji wierszy, najwyższa korelacja występuje na przekątnej macierzy oraz w ostatnich około 50 wierszach i kolumnach tej macierzy
- W przypadku macierzy korelacji kolumn, najwyższa korelacja występuje na przekątnej macierzy oraz w pierwszej części około 200 wierszy i kolumn macierzy

Repozytorium zawierające uzyskane wyniki wraz z niezbędnymi plikami:

<https://github.com/Stukeley/MatematykaKonkretna/tree/master/Lab2>