



DEPARTAMENTO
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Práctica 4

2do cuatrimestre 2021

Álgebra I

Integrante	LU	Correo electrónico
Yago Pajariño	546/21	ypajarino@dc.uba.ar



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

Índice

4. Práctica 4	2
4.1. Ejercicio 1	2
4.2. Ejercicio 2	2

4. Práctica 4

Resumen de propiedades de divisibilidad.

1. $\forall d \in \mathbb{Z} : d \neq 0 \implies d|0$
2. $d|a \iff \pm d | \pm a \iff |d| | |a|$
3. $a \neq 0 : d|a \implies |d| \leq |a|$
4. $Inv(\mathbb{Z}) = \{\pm 1\}$
5. $d|a \wedge a|d \iff |d| = |a|$
6. $a \in \mathbb{Z}; \pm 1|a \wedge \pm a|a$
7. $d|a \wedge d|b \implies d|(a+b)$
8. $d|a \implies d|c \cdot a$
9. $d|a \wedge d|b \implies d^2|ab$

4.1. Ejercicio 1

1. $ab|c \iff c = k \cdot ab \implies c = (kb) \cdot a \implies a|c$ Verdadera
2. $a^2 = 4k \implies a^2 = 2 \cdot (2k) \implies 2|a^2 \implies 2|a$ Verdadera
3. $2 \nmid a \wedge 2 \nmid a \implies (2n+1)(2m+1) = 2k$. Pero el termino de la izq es impar y el de la dercha par. ABS. Verdadera.
4. $9|3 \cdot 3$ pero $9 \nmid 3$ Falso
5. $2|3+3$ pero $2 \nmid 3$ Falso
6. $4|4 \wedge 2|4$ pero $8 \nmid 4$ Falso
7. $-2|4$ pero $-2 > 4$ Falso
8. Verdadera. Probado en teórica 10.
9. Verdadera. $a|a \implies a|a^2 \implies a|b+a^2-a^2 \implies a|b$
10. Verdadera. Probado en teórica 10.

4.2. Ejercicio 2

4.2.A. Pregunta i

$$\begin{aligned} 3n-1|n+7 &\implies 3n-1|3n-1 \wedge 3n-1|n+7 \\ &\implies 3n-1|(-1)(3n-1) + 3(n+7) \\ &\implies 3n-1|-3n+1+3n+21 \\ &\implies 3n-1|22 \end{aligned}$$

Luego $3n-1 \in Div_+(22) \iff 3n-1 \in \{1, 2, 11, 22\}$

- (a) $3n-1=1 \implies n=\frac{2}{3} \notin \mathbb{N}$ NO
- (b) $3n-1=2 \implies n=1$ luego $2|8$ SI
- (c) $3n-1=11 \implies n=4$ luego $11|11$ SI
- (d) $3n-1=22 \implies n=\frac{23}{3} \notin \mathbb{N}$ NO

Rta.: $n \in \{1, 4\}$

4.2.B. Pregunta ii

$$\begin{aligned}
 3n - 2 | 5n - 8 &\implies 3n - 2 | 5n - 8 \wedge 3n - 2 | 3n - 2 \\
 &\implies 3n - 2 | -3(5n - 8) + 5(3n - 2) \\
 &\implies 3n - 2 | 4
 \end{aligned}$$

Luego $3n - 2 \in Div_+(4) \iff 3n - 2 \in \{1, 2, 4\}$

(a) $3n - 2 = 1 \implies n = \frac{-1}{3} \notin \mathbb{N}$

(b) $3n - 2 = 2 \implies n = \frac{4}{3} \notin \mathbb{N}$

(c) $3n - 2 = 4 \implies n = 4$ y además $3 \cdot 2 - 2 | 5 \cdot 2 - 8 \iff 4 | 12$

Rta.: $n = 2$

4.2.C. Pregunta iii

$$\begin{aligned}
 2n + 1 | n^2 + 5 &\implies 2n + 1 | n^2 + 5 \wedge 2n + 1 | 2n + 1 \\
 &\implies 2n + 1 | 2(n^2 + 5) + (-n)(2n + 1) \\
 &\implies 2n + 1 | 10 - n \wedge 2n + 1 | 2n + 1 \\
 &\implies 2n + 1 | 2(10 - n) + 2n + 1 \\
 &\implies 2n + 1 | 21
 \end{aligned}$$

Luego $2n + 1 \in Div_+(21) \iff 2n + 1 \in \{1, 3, 7, 21\}$

(a) $2n + 1 = 1 \implies n = 0 \notin \mathbb{N}$

(b) $2n + 1 = 3 \implies n = 1$ y $3 | 6$

(c) $2n + 1 = 7 \implies n = 3$ y $7 | 14$

(d) $2n + 1 = 21 \implies n = 10$ y $21 | 105$

Rta.: $n \in \{1, 3, 10\}$

4.2.D. Pregunta iv

$$\begin{aligned}
 n - 2 | n^3 - 8 &\implies n - 2 | n^3 - 8 \wedge n - 2 | n - 2 \\
 &\implies n - 2 | n^3 - 8 + (-n^2)(n - 2) \\
 &\implies n - 2 | n^3 - 8 - n^3 + 2n^2 \\
 &\implies n - 2 | -8 + 2n^2 \wedge n - 2 | n - 2 \\
 &\implies n - 2 | 2n^2 - 8 + (-2n)(n - 2) \\
 &\implies n - 2 | 2n^2 - 8 - 2n^2 + 4n \\
 &\implies n - 2 | -8 + 4n \wedge n - 2 | n - 2 \\
 &\implies n - 2 | -8 + 4n - 4n + 8 \\
 &\implies n - 2 | 0
 \end{aligned}$$

Rta.: $n \in \mathbb{N}$