



智能控制

第四章 模糊控制

刘山

浙江大学控制科学与工程学院

2022/11/26

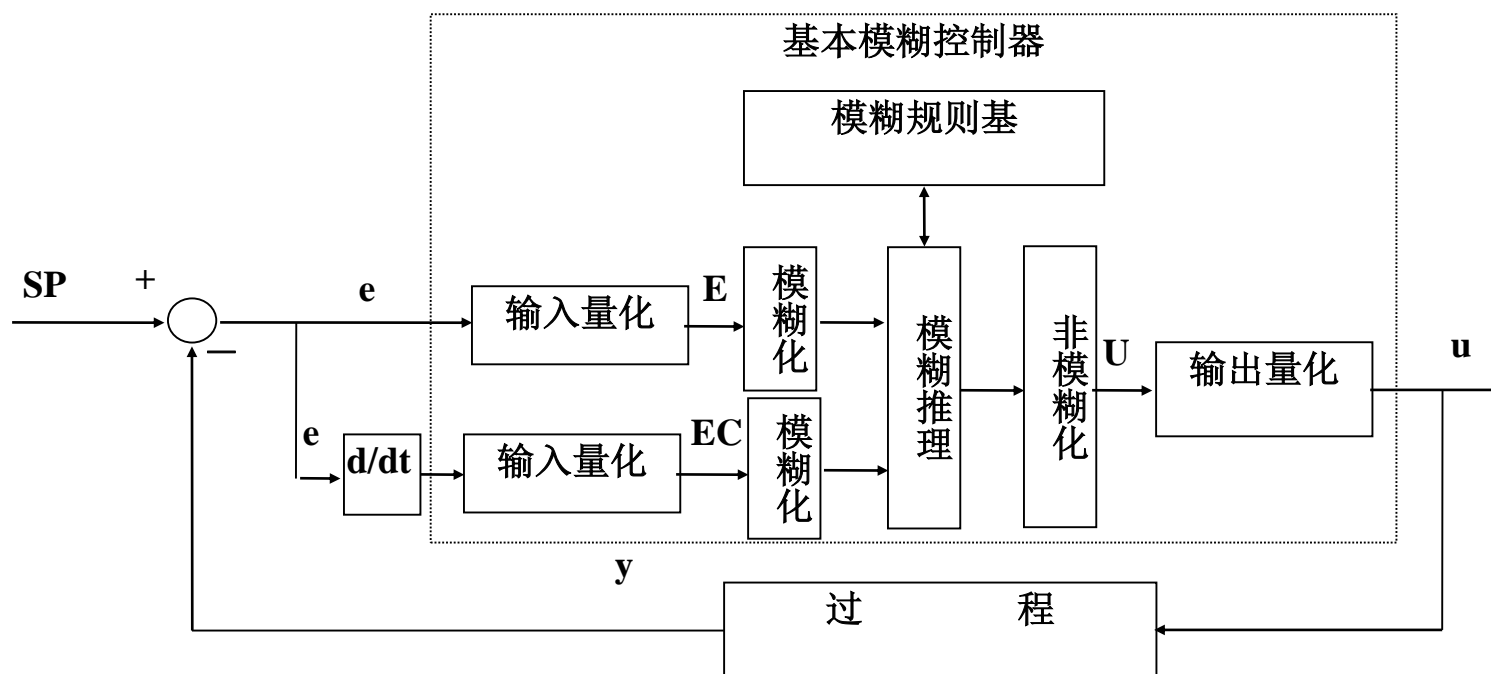


二、模糊控制的基本原理与设计



模糊控制器的基本结构

模糊控制系统一般按输出误差及其变化率来实现对工业过程的控制。



- 输入量化
- 模糊化
- 知识库

- 模糊推理
- 解模糊化
- 输出量化



模糊控制器的组成

- 模糊化：
 - 输入量的选择
 - 输入量尺度变换
 - 输入量变成模糊量，用模糊集合表示
- 知识库
 - 数据库
 - 各语言变量的隶属度函数，尺度变换因子，模糊空间的分级
 - 规则库
 - 模糊语言变量表示的一系列控制规则
- 模糊推理
 - 基于模糊逻辑中的蕴含关系及推理规则来进行。
- 清晰化（解模糊化）
 - 将模糊的控制变量经清晰化变换成论域范围内的清晰量。
 - 由论域范围内的清晰量经尺度变换成实际的控制量。



模糊控制器的设计

- 以被控系统的性能指标作为设计和调节控制器参数的依据。
- 模糊控制器的设计问题就是模糊化过程、知识库(含数据库和规则库)、推理决策和精确化计算四部分的设计问题。
 - 确定模糊控制器的输入变量和输出变量;
 - 确定模糊化的方法;
 - 选择模糊控制器的输入和输出变量论域、模糊空间划分、基本模糊集合隶属度函数以及模糊控制器的参数如量化因子;
 - 设计模糊控制器的控制规则, 包括控制规则的类型、一致性和交互作用性;
 - 确定模糊推理与解模糊化方法;
 - 模糊控制器的调整与优化。



输入输出变量的选择（一）

- 主要依靠经验和工程知识。
 - 选择哪些被控过程状态变量作为模糊控制器的输入变量；
 - 确定应对被控过程施加哪些控制作用作为模糊控制器的输出变量。
- 输入、输出语言变量的选择以及它们隶属度函数的确定对于模糊控制器的性能有很大的影响。

例：在单输入单输出模糊控制器中，选择误差、误差的变化以及误差变化的速率作为模糊控制器的输入变量，而输出变量则一般选择为控制量的变化。



输入输出变量的选择（二）

- 应用较多的是两个输入变量的模糊控制器。
 - 以误差和误差的变化为输入变量，
 - 以控制量的变化为输出变量。
- 在某些情况下，为改善模糊控制系统的动态品质，如上升特性，可以按两种方式给出模糊控制器的输出变量。

例：若误差“大”时，输出控制量的绝对量；而当误差为“中”或“小”时，则以控制量的增量为输出。
- 模糊控制器输入变量的个数越多，控制越精细，但输入变量太多，模糊控制规则过于复杂，控制算法的实现非常困难。

例：模糊控制器有3个输入，若每个输入量分为7个等级，则最多可以有 $7^3=343$ 条模糊控制规则，而当输入量为两个时，最多只需要 $7^2=49$ 条模糊控制规则。



输入输出量化

- 作用是将实际输入输出变量的基本论域变换成为其相应语言化变量的论域。

- 量化过程为尺度变换。
- 变换的方法可以是线性的，也可以是非线性的。
- 论域可以是连续的也可以是离散的。

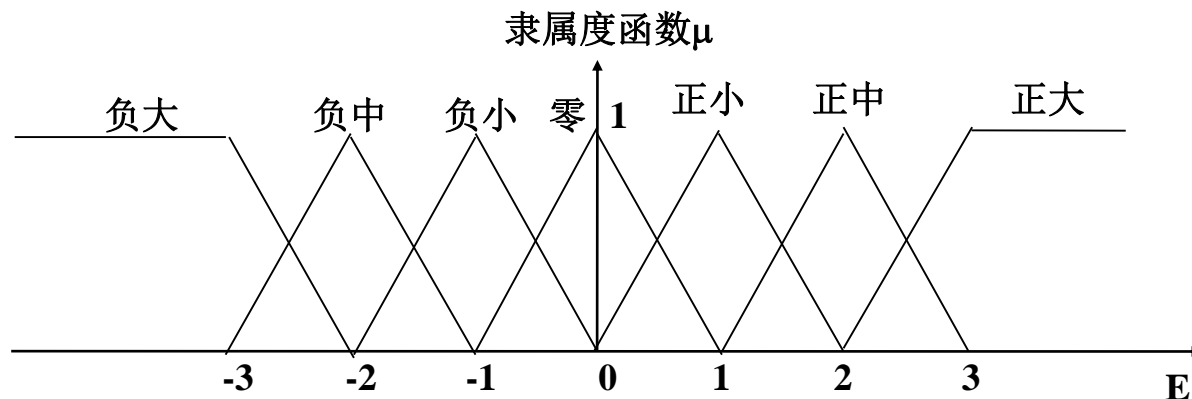
例，若实际的变量为 x_0^* ，其变化范围为 $[x_{\min}^*, x_{\max}^*]$ ，要求的论域为 $[x_{\min}, x_{\max}]$ ，采用线性变换，则

$$\begin{cases} x_0 = \frac{x_{\min} + x_{\max}}{2} + k \left(x_0^* - \frac{x_{\min}^* + x_{\max}^*}{2} \right) \\ k = \frac{x_{\min} - x_{\max}}{x_{\min}^* - x_{\max}^*} \end{cases}$$



模糊化

- 模糊化模块的作用是将一个精确的输入变量通过定义在其论域上的隶属度函数计算出其属于各模糊集合的隶属度，从而将其转化成为一个模糊变量。
- 模糊化包括模糊划分和变量模糊化
- 模糊划分：例如，针对偏差，在其论域上定义{负大，负中，负小，零，正小，正中，正大}七个模糊集合

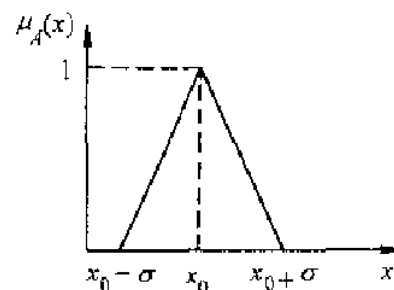
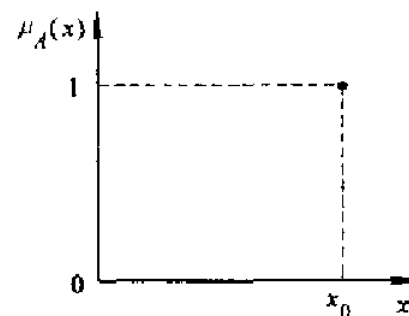




变量模糊化方法

- 单点模糊集合
 - 如果输入量数据是准确的，可将其模糊化为单点模糊集合。
- 三角形模糊集合
 - 将随机量变换成模糊量，隶属度函数为等腰三角形。
 - 三角形的顶点相应于该随机数的均值。底边长度是该随机数标准差的两倍。
- 铃形函数
 - 隶属度函数为正态分布函数

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x = x_0 \\ 0 & x \neq x_0 \end{cases}$$



$$\mu_A(x) = e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}$$



模糊推理（一）

- 多输入多输出系统，模糊控制器的规则库中的每条规则具有形式
 - 如果 (x_1 是 A_1 and ... and x_n 是 A_n)，则 (z_1 是 C_1 and ... and z_m 是 C_m)
- 每条规则的后件（结论）可以先运算得到模糊子集（在直积空间上），因此，构成的新的规则库中的规则均可表示为多输入单输出形式，即
 - 如果 (x_1 是 A_1 and ... and x_n 是 A_n)，则 z 是 C
- 例：两个输入一个输出的模糊控制器，已建立的模糊控制规则库为
 - R_1 : 如果 (x 是 A_1 and y 是 B_1)，则 z 是 C_1
 - ...
 - R_n : 如果 (x 是 A_n and y 是 B_n)，则 z 是 C_n

控制器输入模糊量为：

- x 是 A' and y 是 B' ,

根据模糊控制规则进行推理，用模糊集合 C' 表示输出模糊量 z



模糊推理（二）

- 例（续）：

$$R_i = (A_i \quad \text{and} \quad B_i) \rightarrow C_i$$

$$R = \bigcup_{i=1}^n R_i$$

$$C' = (A' \quad \text{and} \quad B') \circ R$$

- 其中包含三种主要的模糊逻辑运算：
 - **and** 运算：通常采用求交（取小）或求积（代数积）的方法
 - 蕴含运算 “ \rightarrow ”：通常采用求交（取小）或求积（乘积）的方法
 - 合成运算 “ \circ ”：通常采用最大-最小或最大-积（代数积）的方法；



解模糊化

- 通过模糊推理得到的结果是一个模糊集合或者隶属函数，但在实际使用中，特别是在模糊控制中，必须用一个确定的值才能去控制伺服机构。
- 在推理得到的模糊集合中取一个相对最能代表这个模糊集合的单值的过程就称作解模糊或模糊判决。
 - 最大隶属度法
 - 面积均分（中位数）法
 - 重心（面积中心）法



最大隶属度法

- 在输出模糊集合 C' 中取隶属度 $\mu_{C'}(z)$ 最大的 z 作为精确值输出。即：

$$\mu_{C'}(z_0) \geq \mu_{C'}(z) \quad z \in Z$$

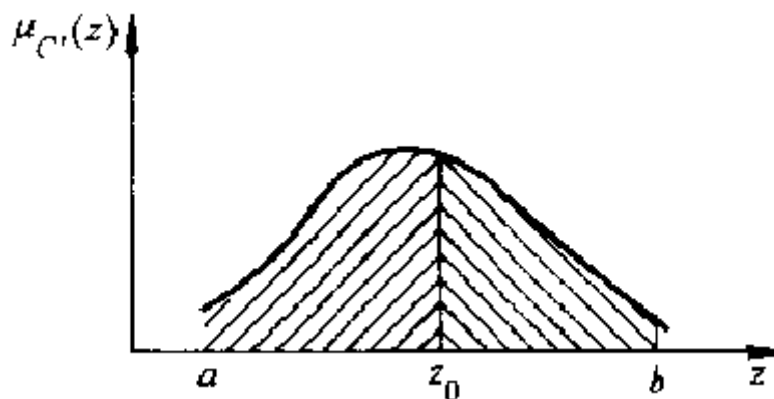
- 该方法的前提是输出模糊集合是正规凸模糊集合，其隶属度函数曲线为单峰曲线。
- 如果最大的是一个区间，而不是一个点，这时可用两种办法处理。
 - 对所有取最大隶属度的元素求其平均值；
 - 选最大中最大的元素或最大中最小的元素。
- 当输出模糊集合不是单峰，其隶属度函数有多个极值时，可以把 $\mu_{C'}(z)$ 值最大的所有输出 z_i 取平均作为精确值输出。



面积均分（中位数）法

- 取输出模糊集合 C' 的隶属度 $\mu_{C'}(z)$ 的中位数作为 z 的清晰量，该值的垂直线把 C' 的面积平分。

$$\int_a^{z_0} \mu_{C'}(z) dz = \int_{z_0}^b \mu_{C'}(z) dz$$





重心（面积中心）法

- 取输出模糊集合隶属度函数曲线与横坐标轴围成面积的重心相应的输出当作精确值的输出。

— 连续论域

$$z_0 = \frac{\int_a^b z \mu_{C'}(z) dz}{\int_a^b \mu_{C'}(z) dz}$$

— 离散论域

$$z_0 = \frac{\sum_{i=1}^n z_i \mu_{C'}(z_i)}{\sum_{i=1}^n \mu_{C'}(z_i)}$$



知识库

- 数据库
- 模糊控制规则库



数据库

- 包括了与模糊控制规则及模糊数据处理相关的各种参数。
 - 尺度变换参数
 - 论域的离散化（量化）
 - 输入、输出空间的模糊划分
 - 粗分
 - 细分
 - 模糊集合的隶属函数
 - 数值描述方法
 - 函数描述方法



论域的离散化

均匀量化

量化等级	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
变化范围	≤ -5.5	$(-5.5, -4.5]$	$(-4.5, -3.5]$	$(-3.5, -2.5]$	$(-2.5, -1.5]$	$(-1.5, -0.5]$	$(-0.5, 0.5]$	$(0.5, 1.5]$	$(1.5, 2.5]$	$(2.5, 3.5]$	$(3.5, 4.5]$	$(4.5, 5.5]$	> 5.5

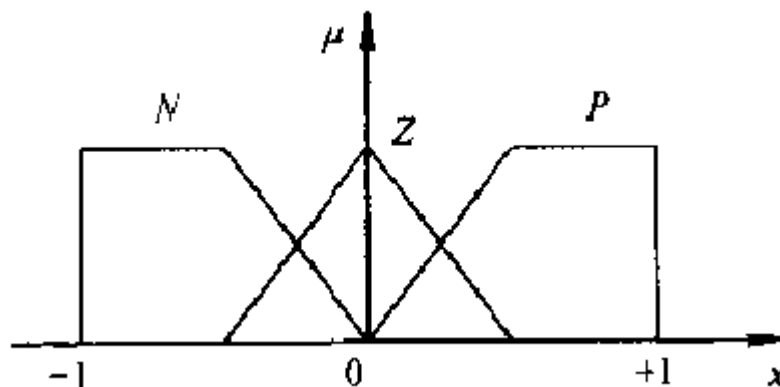
非均匀量化

量化等级	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
变化范围	≤ -3.2	$(-3.2, -1.6]$	$(-1.6, -0.8]$	$(-0.8, -0.4]$	$(-0.4, -0.2]$	$(-0.2, -0.1]$	$(-0.1, 0.1]$	$(0.1, 0.2]$	$(0.2, 0.4]$	$(0.4, 0.8]$	$(0.8, 1.6]$	$(1.6, 3.2]$	> 3.2

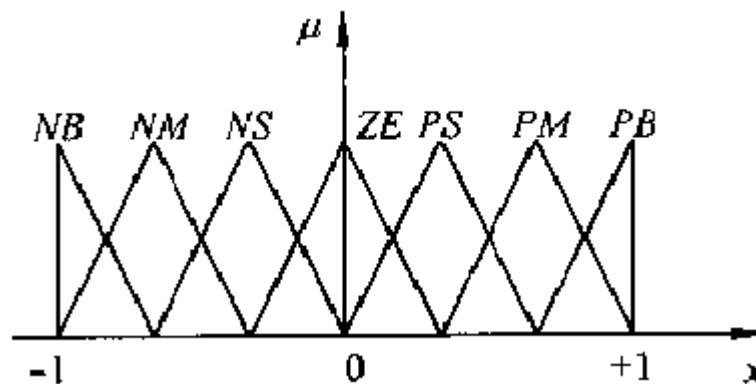


输入、输出空间的模糊划分

粗分



细分



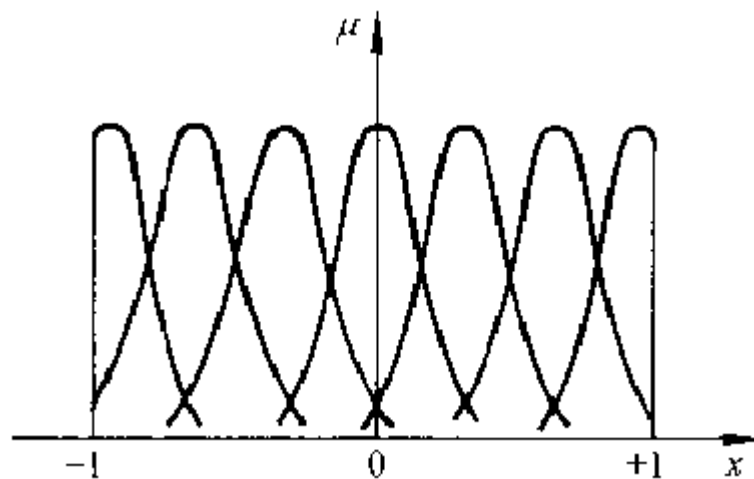


隶属度函数的表示（例）

元素 隶属度 模糊集合	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
<i>NB</i>	1.0	0.7	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
<i>NM</i>	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
<i>NS</i>	0.0	0.0	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
<i>ZE</i>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0
<i>PS</i>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3	0.0	0.0
<i>PM</i>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3
<i>PB</i>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.7	1.0



隶属度函数的表示（例）





规则库

- 由一系列“**IF-THEN**”型的模糊条件句所构成。条件句的前提部分为输入和状态，而结论部分为控制变量。
 - 模糊控制规则中前提和结论变量的选择。
 - 模糊控制规则的建立。
 - 模糊控制规则的类型。



模糊控制规则的建立

- 基于专家经验和控制工程知识
- 基于操作人员实际控制过程的辨识
- 基于过程的模糊模型
- 基于学习



模糊控制规则的类型

- 状态评估模糊控制规则
 - R_i : 如果 x 是 A_i and y 是 B_i , 则 z 是 C_i
 - R_i : 如果 x 是 A_i and y 是 B_i , 则 $z=f(x,\dots,y)$
- 目标评估模糊控制规则
 - R_i : 如果 $[u$ 是 $C_i \rightarrow (x$ 是 A_i and y 是 $B_i))$, 则 u 是 C_i



模糊规则基

- 模糊规则基是模糊控制器的一个重要组成部分，由操作经验和专家知识总结得到的模糊规则均存放于此。

EC \ E	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NM	NM	NS	Z
NM	NB	NB	NM	NM	NS	Z	PS
NS	NB	NB	NS	NS	Z	PS	PM
Z	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
PS	NM	NS	Z	PS	PS	PB	PB
PM	NS	Z	PS	PM	PM	PB	PB
PB	Z	PS	PM	PM	PB	PB	PB

表中的模糊规则表述为

第ij条规则: **IF E is E_i AND EC is EC_j THEN U is U_{ij}**



模糊控制规则的其它性能要求

- 模糊控制规则数目
 - 在选择模糊控制规则数时需要考虑控制器性能、计算效率、操作工的行为和语言变量选择等一系列因素。
 - 总的原则，在满足完备性的条件下，尽量取较少的规则数，以简化模糊控制器的设计与实现。
- 模糊控制规则的一致性
 - 按这些指标要求确定的模糊控制规则不能出现互相矛盾的情况。



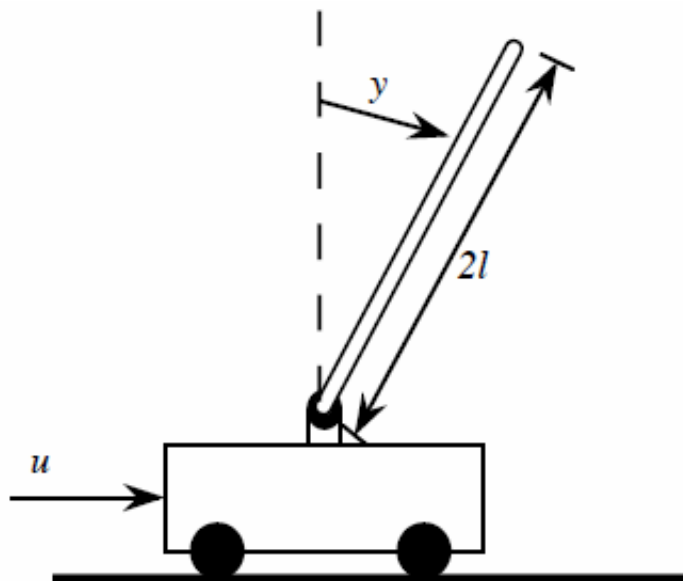
完备性

- 对于论域中的任意输入，模糊控制器均应推理得到合适的控制输出。
- 模糊控制的完备性取决于它的数据库和规则库。
- 数据库方面
 - 对于任意的输入，若能对应得到一个模糊集合，使该输入对于该模糊集合的隶属度函数不小于 ε ，则称该模糊控制器满足 ε 完备性。
- 规则库方面
 - 模糊控制规则库的完备性要求对于任意的输入应确保至少有一个可适用的规则，且规则的适用度应大于某个数，如0.5
 - 根据完备性要求，控制规则数不能太少。在“完备”模糊控制规则时，需要设计经验和工程知识。



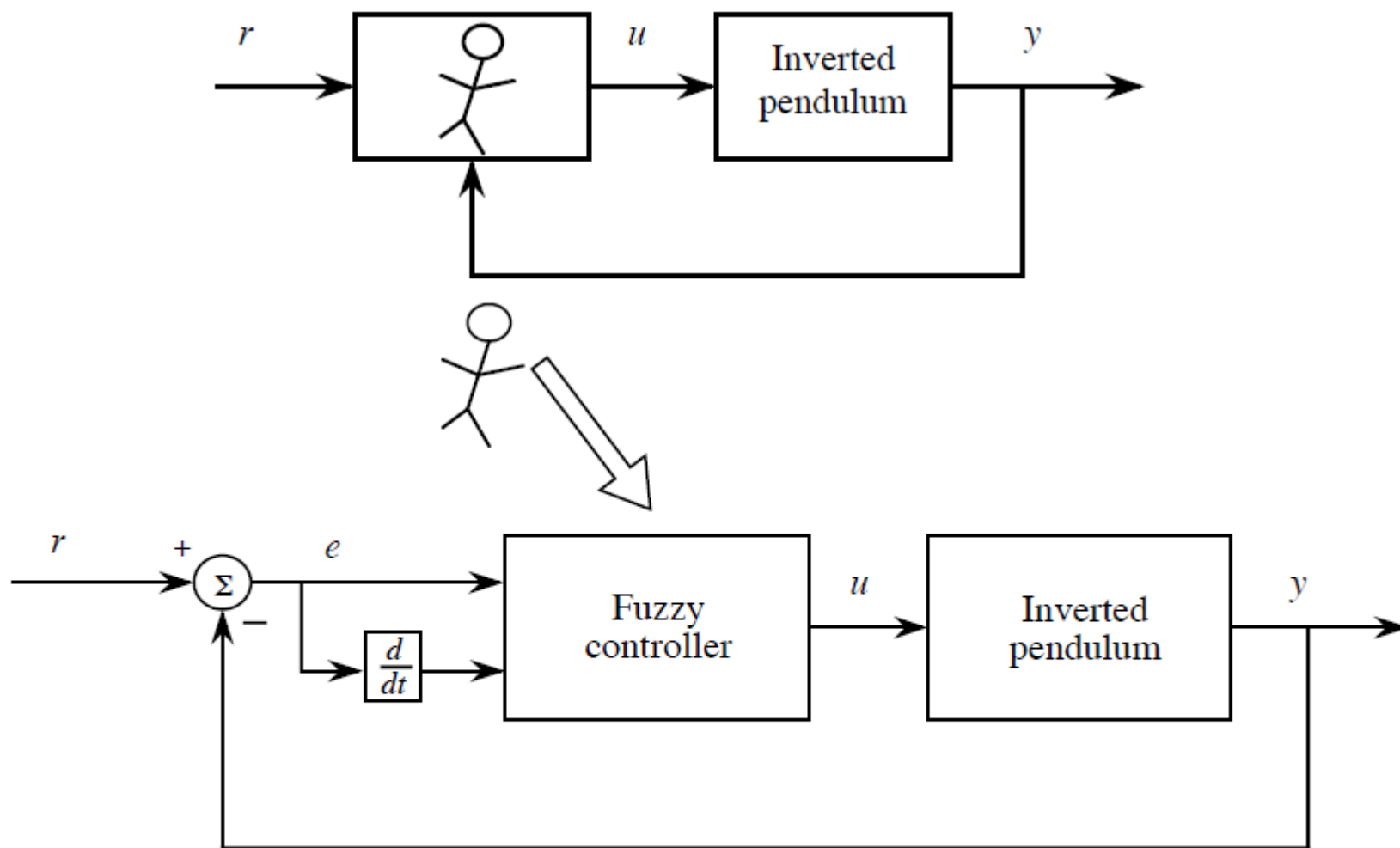
倒立摆控制

- 被控对象单级倒立摆系统由4部分组成；倒置单摆、小车、导轨和电机。
 - 长度为 $2l$ 、质量为 m 的单摆用铰链固定在质量为 M 的小车上，通过铰链摆可以在一个平面上自由摆动，
 - 小车受电机的操纵。对电机的控制是以控制电流的方式来在水平方向上产生控制力，使小车可来回在有限长的导轨上运动，以保持摆不倒。





倒立摆控制





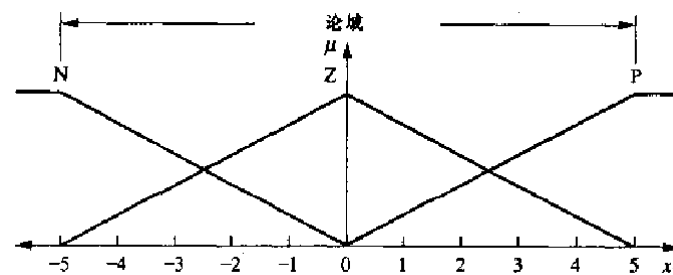
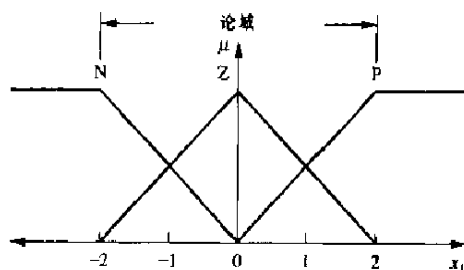
输入输出变量

- 确定模糊控制器的输入输出变量
 - 由于设定值为零，输入变量选为角度和角速度，
 - 角度： $x_1 = e = r - y = -y$ ，论域范围为实数域或 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
 - 角速度： $x_2 = \dot{e} = \frac{de}{dt} = -\frac{dy}{dt}$ ，论域范围为整个实数域
 - 输出变量为推力（或电流）
 - 推力： u ，论域范围为整个实数域

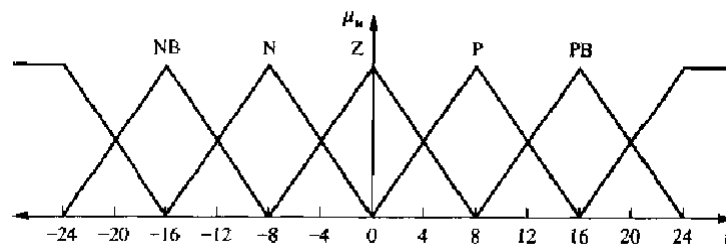


输入输出模糊化及隶属度函数

- 在输入变量 e 和 \dot{e} 的论域上分别建立正值 (P)、零 (Z) 和负值 (N) 三个模糊集合及其隶属度函数。

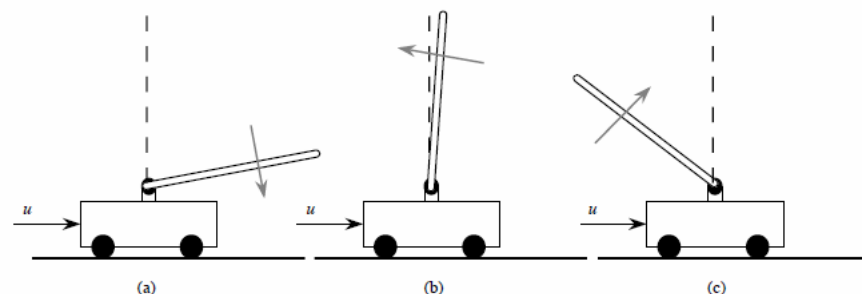


- 在输出变量 u 的论域上建立七个模糊集合及其隶属度函数。



模糊规则基

$x_1 \backslash x_2$	P	Z	N
P	NB	N	Z
Z	N	Z	P
N	Z	P	PB



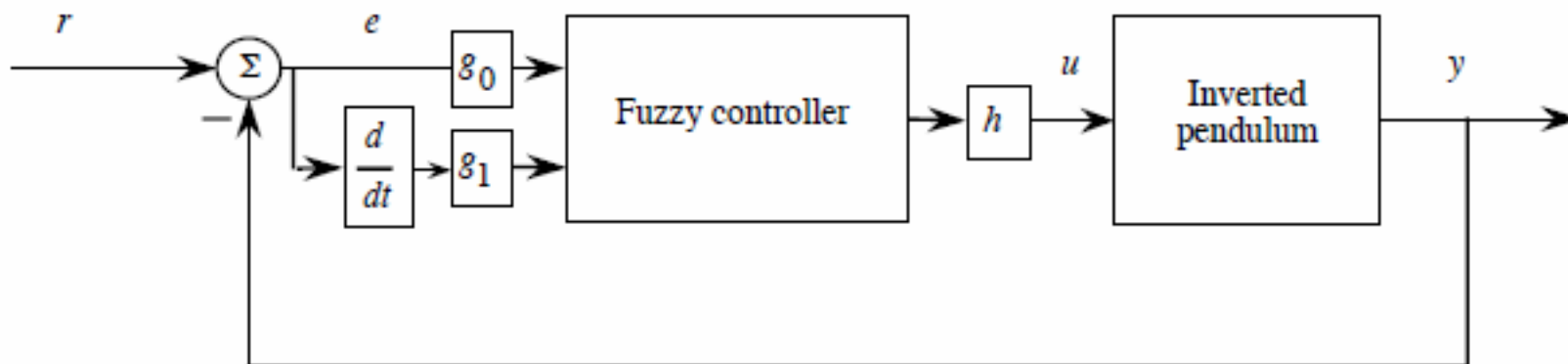
- (a) 如果角度为负且角速度为负，则推力为正大。
- (b) 如果角度为零且角速度为正，则推力负。
- (c) 如果角度为正且角速度为负，则推力零。

- 基本的模糊规则基不需对所有情况都给出结论。
- 不全的模糊规则可通过其它模糊规则计算得到。



初始条件和模糊推理

- 初始条件为清晰量，采用单点模糊集合进行模糊化。
- 模糊推理运算将初始条件模糊集合同所有的模糊规则合成计算，推理用最大-最小合成。
- 采用重心法进行解模糊化。
- 计算结果作为控制直接驱动系统，得到两个新的输入变量的清晰量。
- 循环以上步骤实施模糊控制。





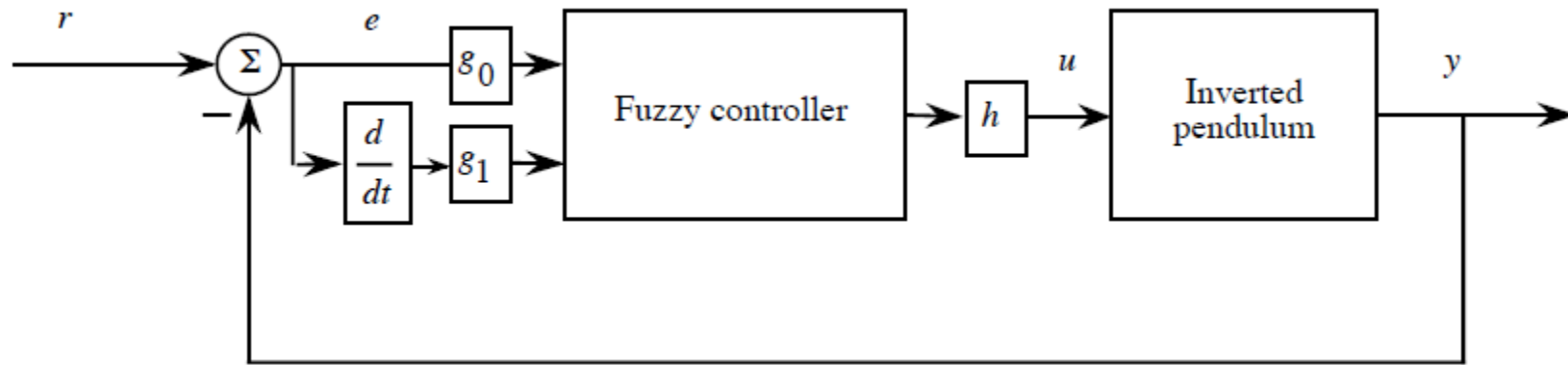
倒立摆控制

- 系统模型

$$\ddot{y} = \frac{9.8 \sin(y) + \cos(y) \left[\frac{-\bar{u} - 0.25 \dot{y}^2 \sin(y)}{1.5} \right]}{0.5 \left[\frac{4}{3} - \frac{1}{3} \cos^2(y) \right]}$$
$$\dot{\bar{u}} = -100\bar{u} + 100u.$$

- 输入输出量化因子的影响

初始角度为0.1弧度，
初始角速度为0弧度/秒

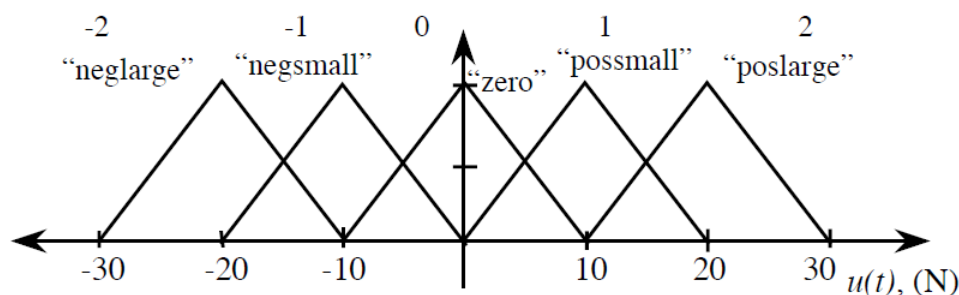
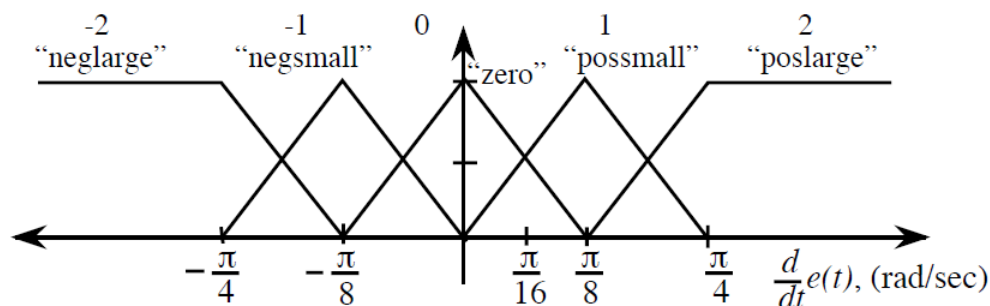
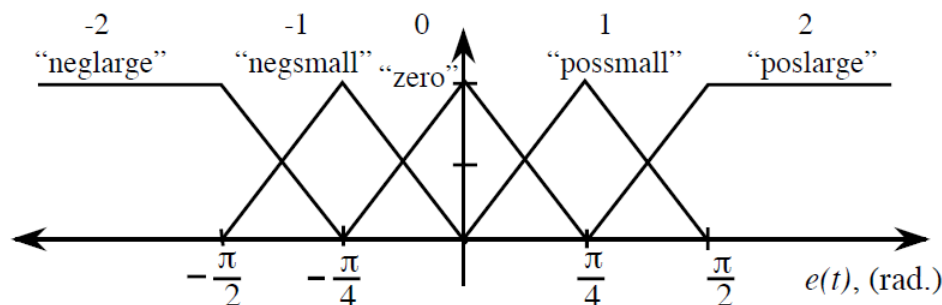




另一组输入输出模糊化 (数值例)

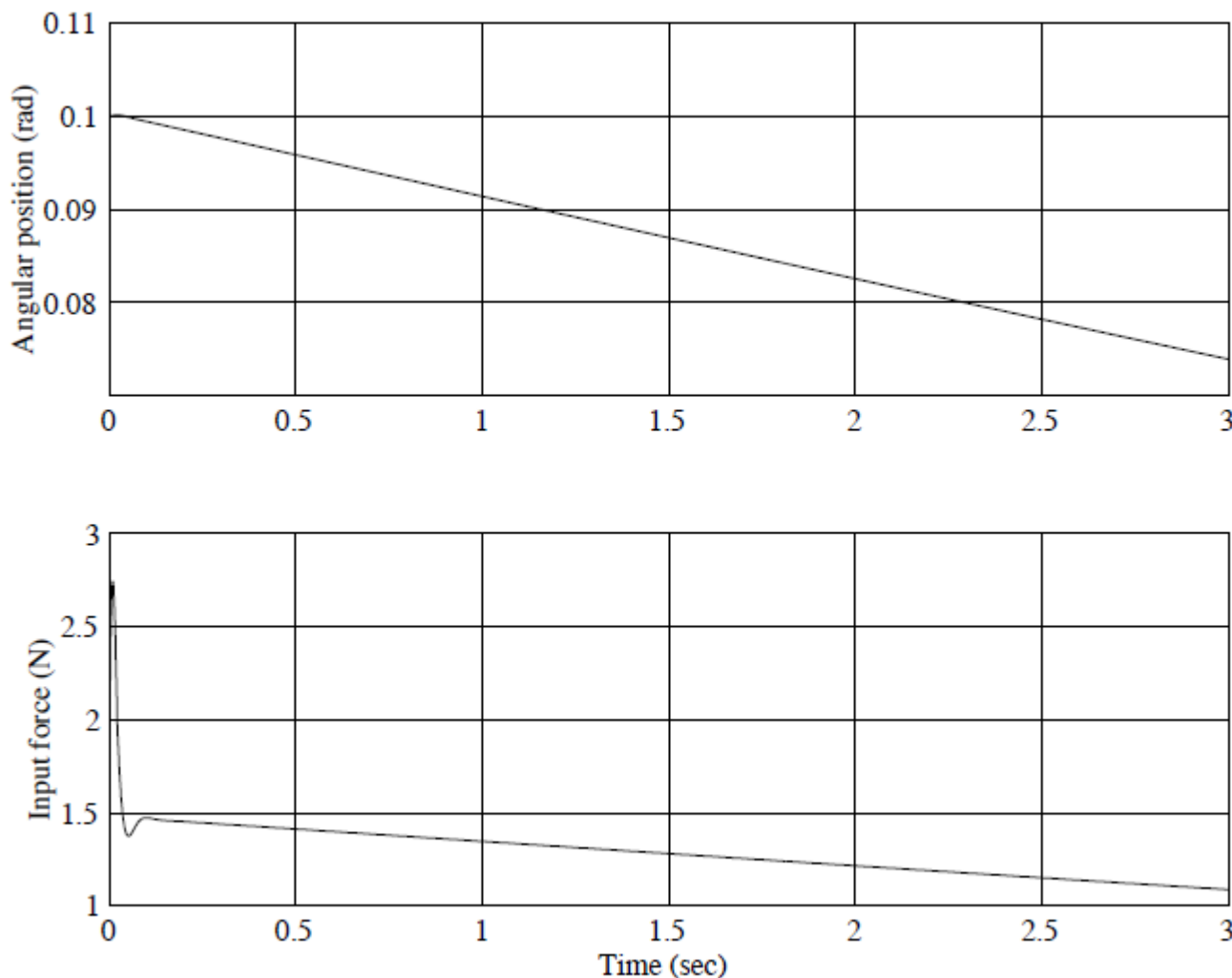
- 输入输出隶属度函数
- 模糊规则基

“force” u		“change-in-error” \dot{e}				
		-2	-1	0	1	2
“error” e	-2	2	2	2	1	0
	-1	2	2	1	0	-1
	0	2	1	0	-1	-2
	1	1	0	-1	-2	-2
	2	0	-1	-2	-2	-2





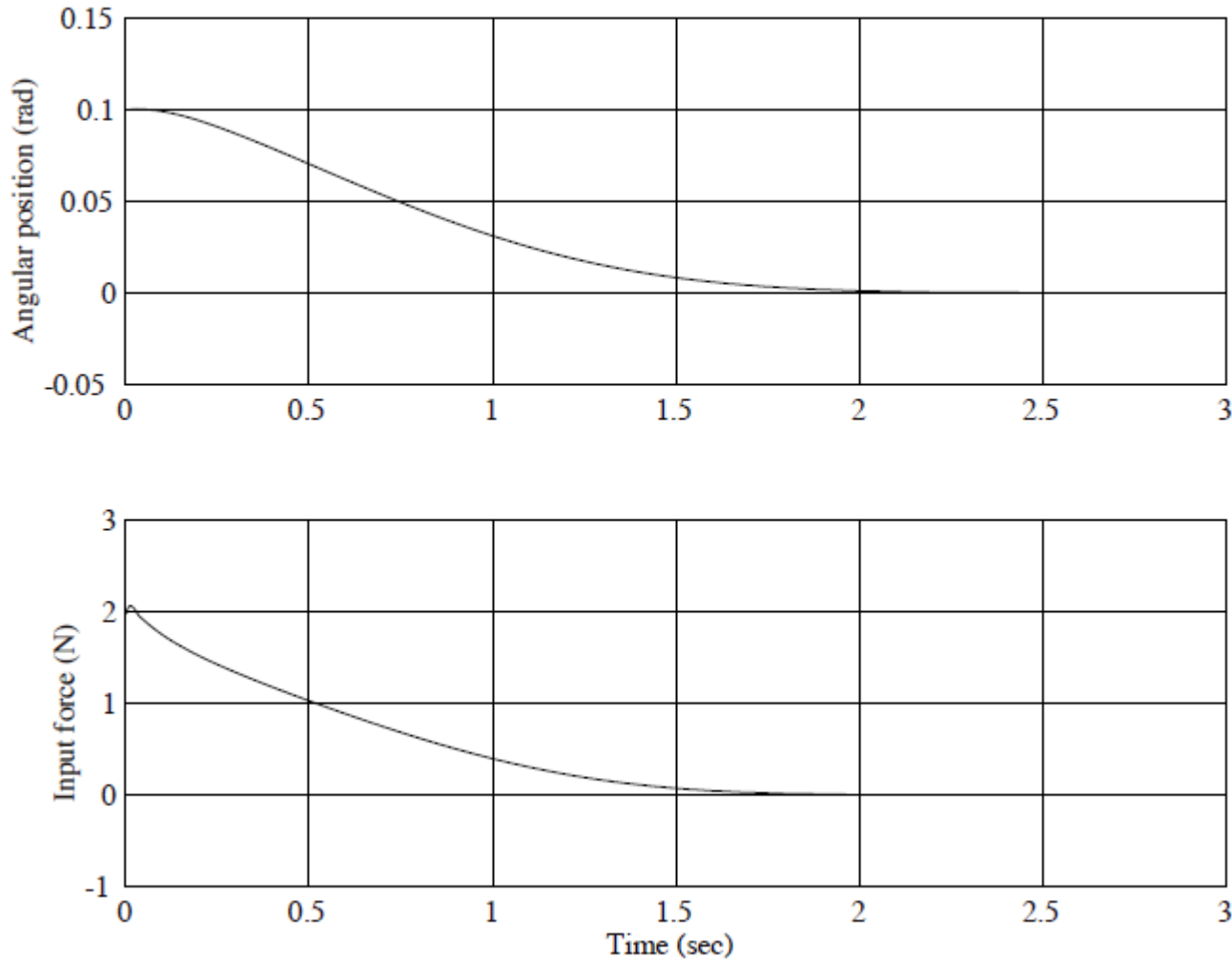
$$g_0=1, g_1=1, h=1$$



达到平衡位置时间过长，即误差变化不剧烈，而控制输入变化剧烈，这是由“微分”造成的，需要减小“微分”作用



$$g_0=1, g_1=0.1, h=1$$

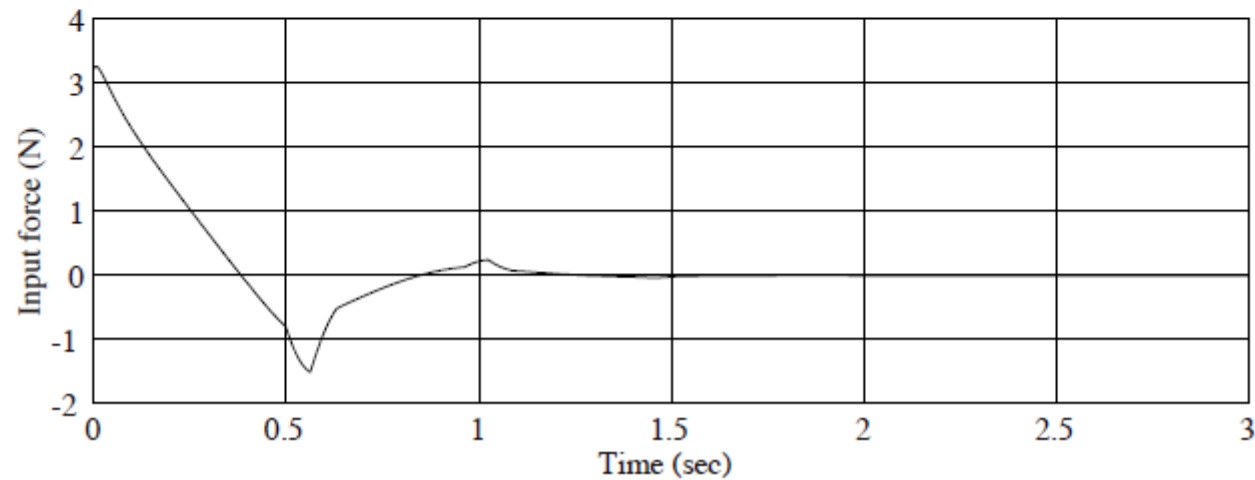
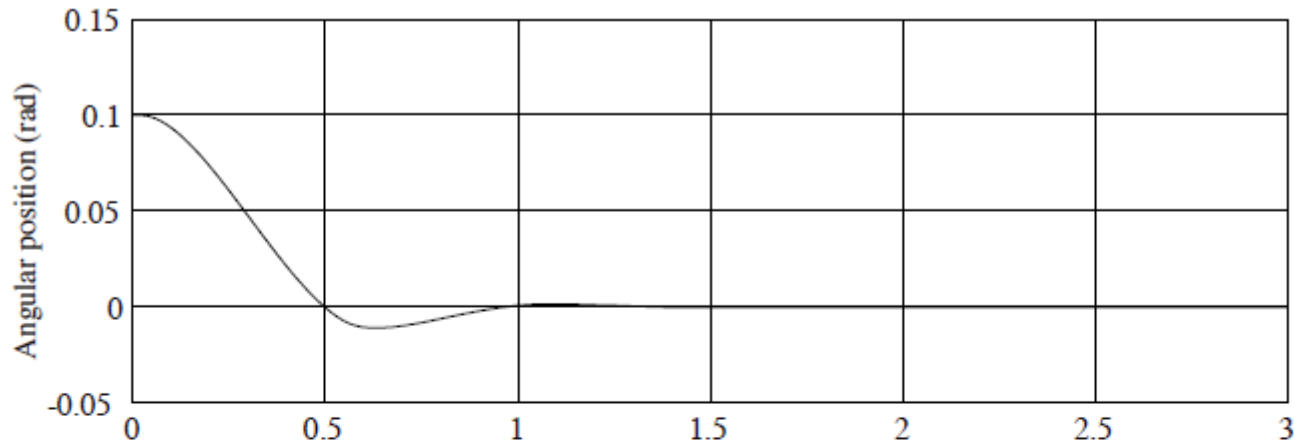


微分作用减小后，控制输入变平滑了，系统较快达到平衡点，但收敛仍慢，需加强“比例”作用。



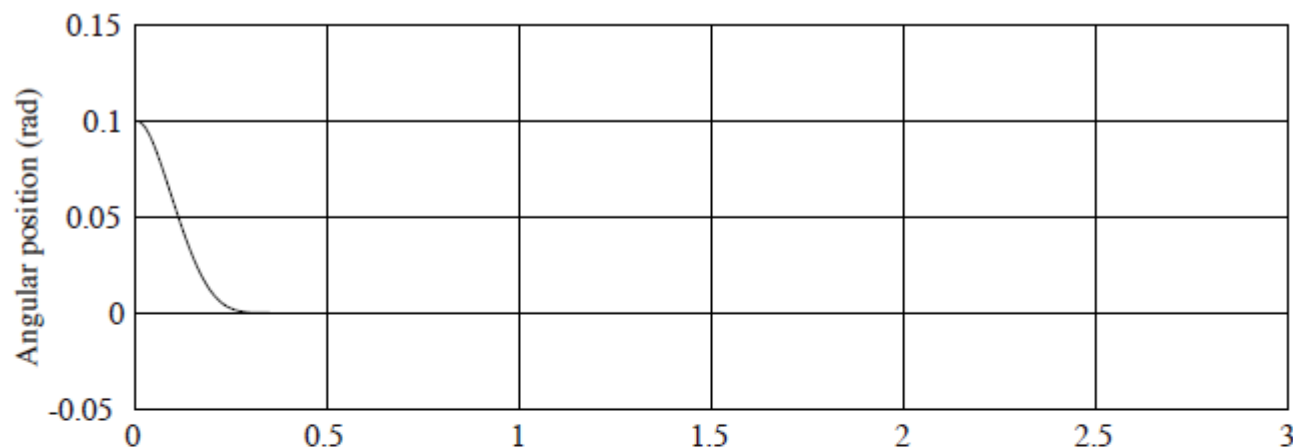
$$g_0=2, g_1=0.1, h=1$$

比例作用加强后，收敛加快，引起超调。

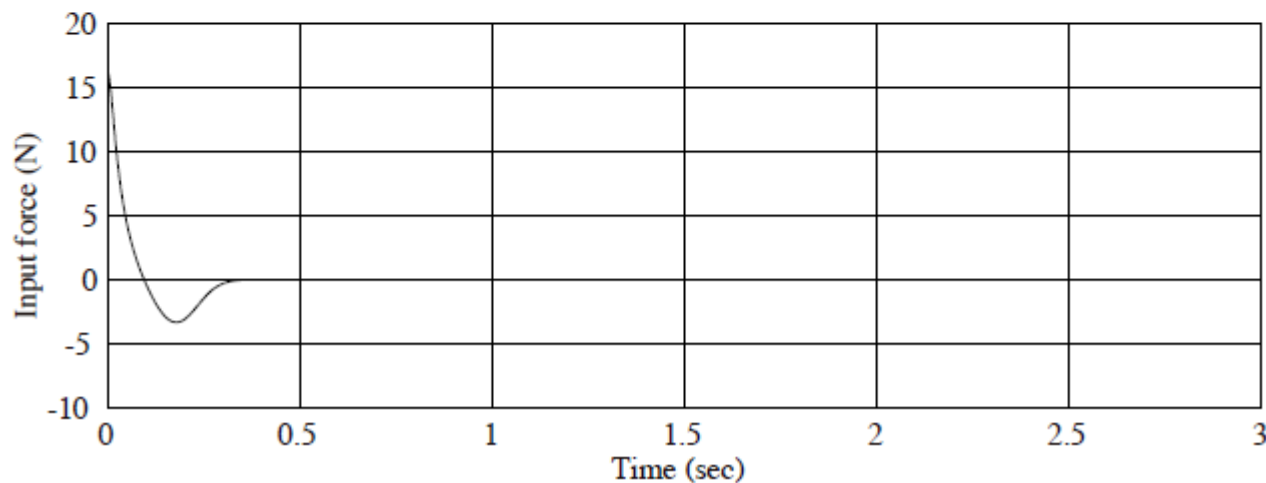




$$g_0=2, g_1=0.1, h=5$$

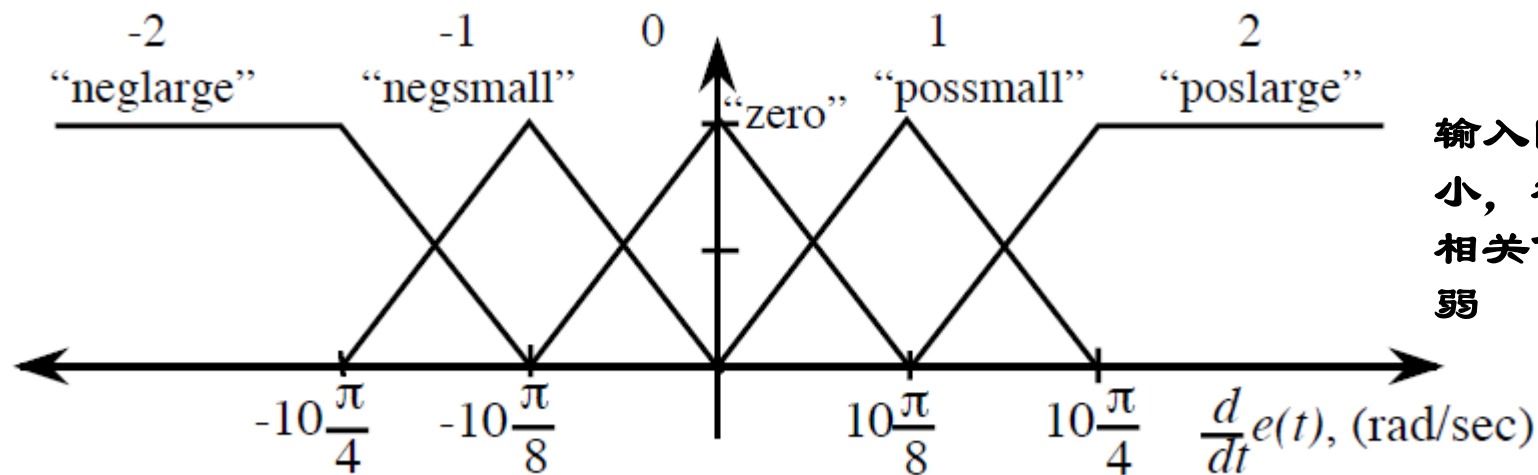
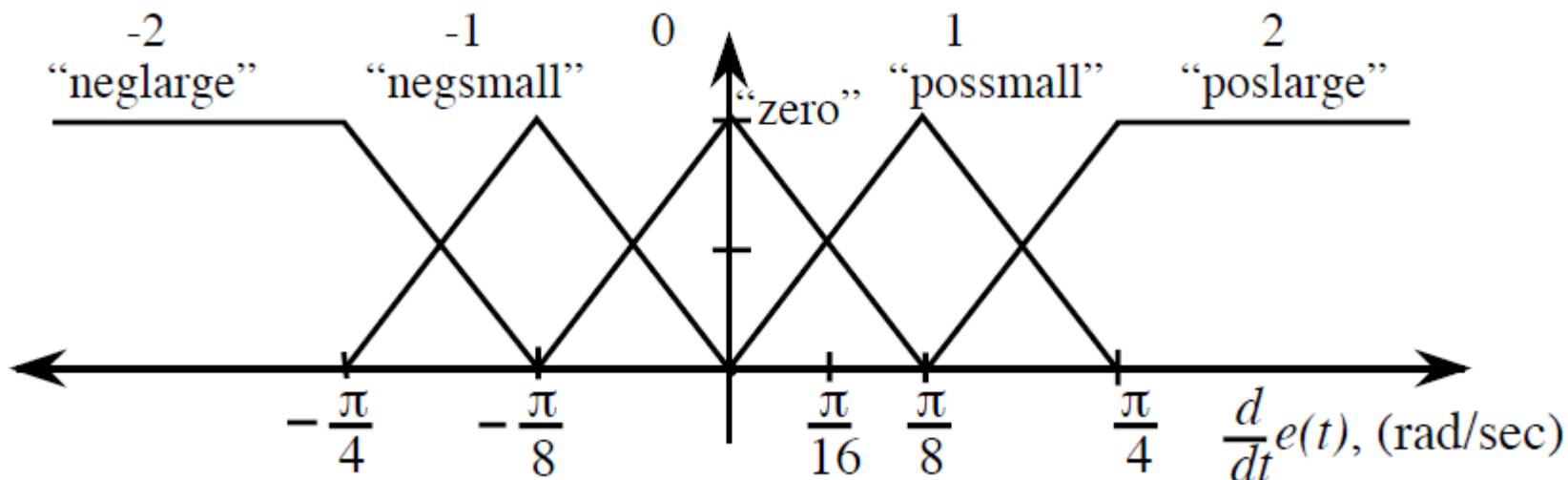


增大输出因子，起到加强最终控制作用的功能，收敛更快了。





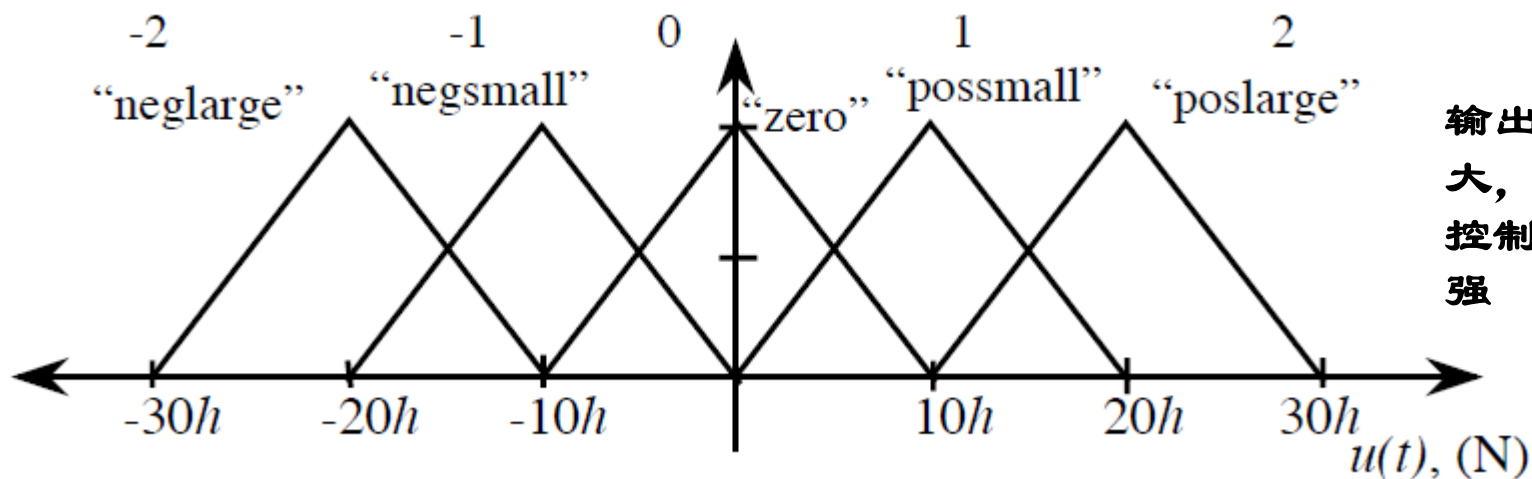
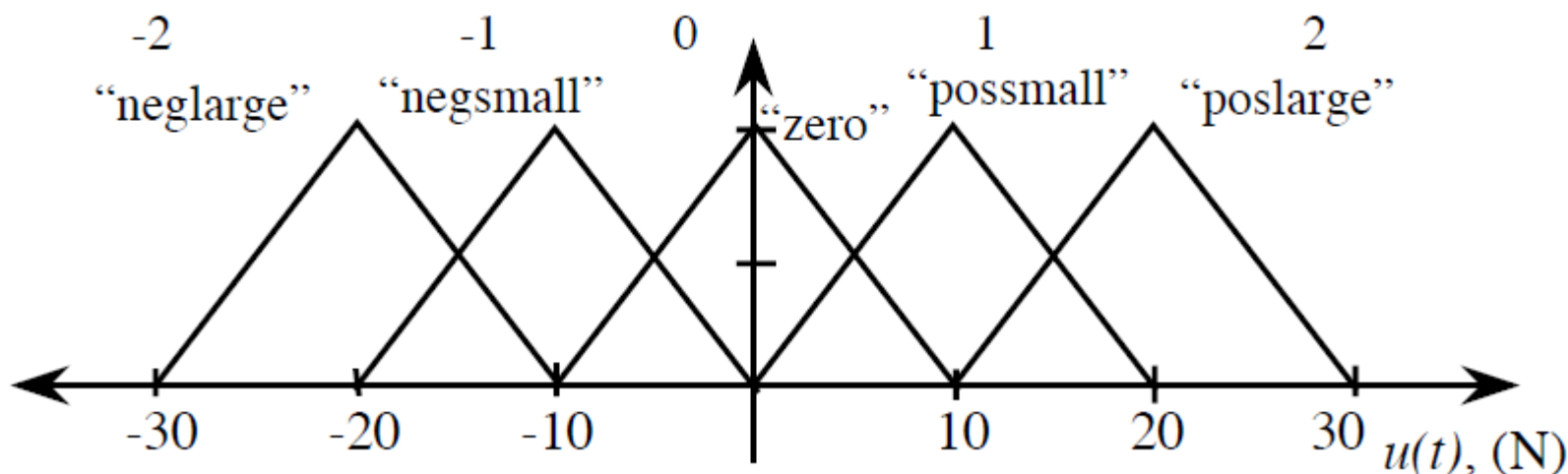
输入因子的影响



输入因子减小，相当于相关作用减弱



输出因子的影响

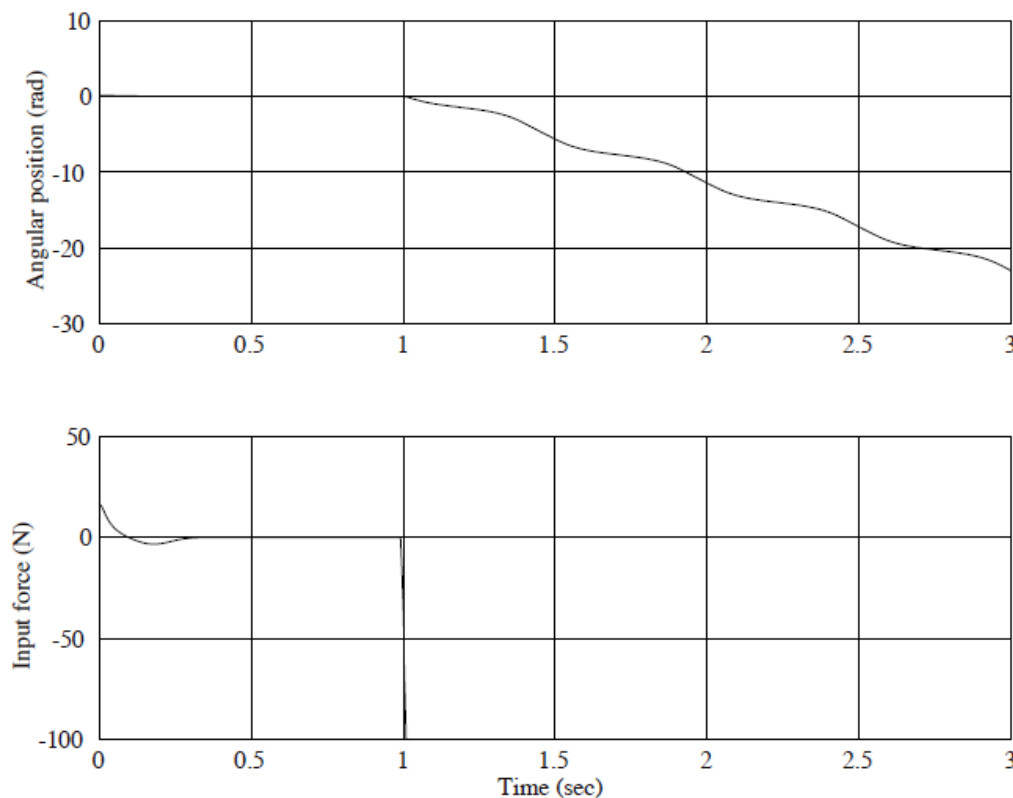


输出因子增大，相当于控制作用增强



抗干扰性能

- 系统存在外界干扰时，模糊控制可能失效
- 一种方法：修改隶属度函数或者模糊规则基

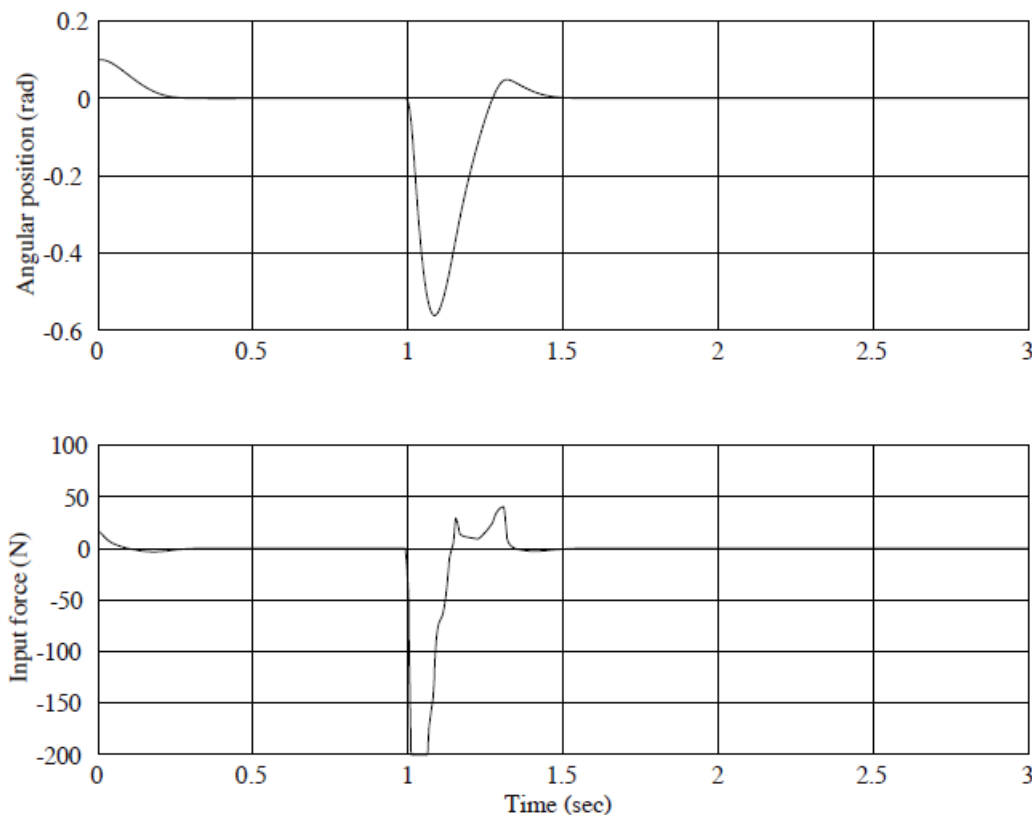


在1秒时，外界突然给小车一个600牛顿的外力



抗干扰性能

- 修改输出的隶属度函数中心 $c^i = 5h \text{sign}(i)i^2$



外力干扰时，控制器的输入输出因子 $g_0=2$, $g_1=0.1$, $h=10$



模糊控制总表

- 当论域为离散时，经过量化后的输入量的个数是有限的。因此可以针对输入情况的不同组合离线计算出相应的控制量，从而组成一张控制表，称为模糊控制总表。
- 实际控制时只要直接查控制总表即可，在线的运算量是很少的。
- 这种离线计算、在线查表的模糊控制方法比较容易满足实时控制的要求。



模糊控制总表（例）

- 论域、语言变量的划分

$X, Y, Z \in \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$T(x) = \{NB \text{ (负大)}, NM \text{ (负中)}, NS \text{ (负小)}, NZ \text{ (负零)}, PZ \text{ (正零)},$
 $PS \text{ (正小)}, PM \text{ (正中)}, PB \text{ (正大)}\}$

$T(y) = T(z) = \{NB, NM, NS, ZE, PS, PM, PB\}$



模糊控制总表（例）

• x 的隶属度函数

隶属度 模糊集合 x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
NB	1.0	0.8	0.7	0.4	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
NM	0.2	0.7	1.0	0.7	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
NS	0.0	0.1	0.3	0.7	1.0	0.7	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
NZ	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.6	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
PZ	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.6	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0
PS	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.7	1.0	0.7	0.3	0.1	0.0
PM	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.7	1.0	0.7	0.3
PB	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.4	0.7	0.8	1.0



模糊控制总表（例）

- y, z 的隶属度函数

元素 隶属度 模糊集合	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
NB	1.0	0.7	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
NM	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
NS	0.0	0.0	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
ZE	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0
PS	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3	0.0	0.0
PM	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3
PB	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.7	1.0



模糊控制总表（例）

- 模糊规则基

$\begin{matrix} y \\ z \\ x \end{matrix}$	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NB	NM	ZE	ZE
NM	NB	NB	NB	NB	NM	ZE	ZE
NS	NM	NM	NM	NM	ZE	PS	PS
NZ	NM	NM	NS	ZE	PS	PM	PM
PZ	NM	NM	NS	ZE	PS	PM	PM
PS	NS	NS	ZE	PM	PM	PM	PM
PM	ZE	ZE	PM	PB	PB	PB	PB
PB	ZE	ZE	PM	PB	PB	PB	PB



模糊控制总表（例）

- 设已知输入为 x_0 和 y_0 ，模糊化运算采用单点模糊集合，则相应的输入量模糊集合 A' 和 B' 分别为

$$\mu_{A'}(x) = \begin{cases} 1 & x = x_0 \\ 0 & x \neq x_0 \end{cases} \quad \mu_{B'}(y) = \begin{cases} 1 & y = y_0 \\ 0 & y \neq y_0 \end{cases}$$

- 可求得输出量的模糊集合 C' 为（合成用最大-最小法，模糊蕴含用求交法）

$$\begin{aligned} C' &= (A' \times B') \circ R = (A' \times B') \circ \bigcup_{i=1}^{56} R_i \\ &= \bigcup_{i=1}^{56} (A' \times B') \circ [(A_i \times B_i) \rightarrow C_i] \\ &= \bigcup_{i=1}^{56} [A' \circ (A_i \rightarrow C_i)] \cap [B' \circ (B_i \rightarrow C_i)] \\ &= \bigcup_{i=1}^{56} C'_{iA} \cap C'_{iB} = \bigcup_{i=1}^{56} C'_i \end{aligned}$$



下面以 $x_0 = -6, y_0 = -6$ 为例说明计算过程。

$$R_{1A} = A_1 \rightarrow C_1 = A_{NB} \rightarrow C_{NB} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.8 \\ 0.7 \\ 0.4 \\ 0.1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \wedge [1 \quad 0.7 \quad 0.3 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.3 & 0 \\ 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0 \\ 0.7 & 0.7 & 0.3 & 0 \\ 0.4 & 0.4 & 0.3 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 \\ & 0 & & 0 \end{bmatrix}_{13 \times 13}$$

$$C_{1A}' = A' \circ (A_1 \rightarrow C_1) = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \circ R_{1A} = [1 \quad 0.7 \quad 0.3 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$



$$R_{1B} = B_1 \rightarrow C_1 = B_{NB} \rightarrow C_{NB} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.7 \\ 0.3 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \wedge [1 \quad 0.7 \quad 0.3 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.3 & 0 \\ 0.7 & 0.7 & 0.3 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{13 \times 13}$$

$$C'_{1B} = B' \circ (B_1 \rightarrow C_1) = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \circ R_{1B} = [1 \quad 0.7 \quad 0.3 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

$$C'_1 = C'_{1A} \cap C'_{1B} = [1 \quad 0.7 \quad 0.3 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

$$R_{2A} = A_2 \rightarrow C_2 = A_{NB} \rightarrow C_{NB} = R_{1A}$$

$$C'_{2A} = A' \circ (A_2 \rightarrow C_2) = C'_{1A}$$



$$R_{2H} = B_2 \rightarrow C_2 = B_{NM} \rightarrow C_{NH} = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.7 \\ 1.0 \\ 0.7 \\ 0.3 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \wedge [1 \quad 0.7 \quad 0.3 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]$$

$$= \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0 \\ 0.7 & 0.7 & 0.3 & 0 \\ 1 & 0.7 & 0.3 & 0 \\ 0.7 & 0.7 & 0.3 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{13 \times 13}$$

$$C'_{2B} = B' \circ (B_2 \rightarrow C_2) = B' \circ R_{2B} = [0.3 \quad 0.3 \quad 0.3 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]$$

$$C'_2 = C'_{2A} \cap C'_{2B} = [0.3 \quad 0.3 \quad 0.3 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]$$



按同样的方法可依次求出 C_3', C_4', \dots, C_5' , 并最终求得

$$C' = \bigcup_{i=1}^{56} C_i' = [1 \quad 0.7 \quad 0.3 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

对所求得的输出量模糊集合进行清晰化计算(用加权平均法)得

$$z_0 = df(z) = \frac{1 \times (-6) + 0.7 \times (-5) + 0.3 \times (-4)}{1 + 0.7 + 0.3} = -5.35$$

注：更好的方法是前述的计算方法和步骤：

- 1、计算相似度（规则适应度）；**
- 2、求激励强度；**
- 3、求各条规则输出的隶属度函数；**
- 4、求总输出隶属度函数。**

模糊控制总表 (不完全)

y_0 x_0 z_0	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
-6	-5.35												0
-5													
-4			-5.0								-0.59		
-3													
-2					-3.16				0.18				
-1													
0							0						
1													
2					-0.18				3.16				
3													
4			0.59								5.0		
5													
6	0												5.35



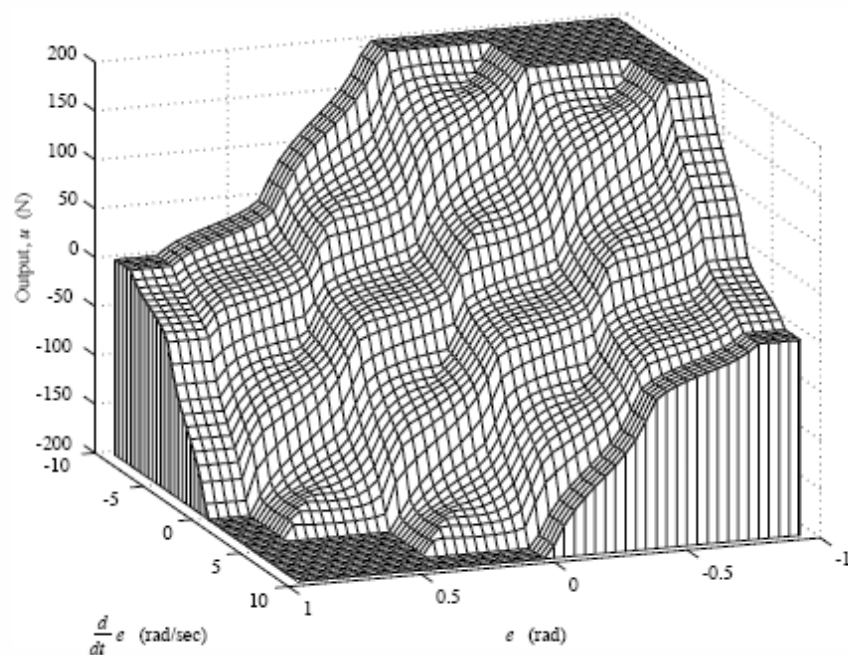
模糊控制总表（例）

形式例

		形式例								
U	E									
		-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
EC	-4	-5	-4	-3	-2	-1	0	0	0	1
	-3	-4	-3	-3	-2	-1	0	0	1	1
	-2	-3	-3	-3	-2	0	1	1	1	2
	-1	-2	-2	-2	-2	0	1	1	2	3
	0	-2	-1	-1	-1	1	2	2	2	3
	1	-1	-1	-1	0	1	3	2	3	3
	2	-1	0	0	0	1	4	3	3	4
	3	0	0	0	1	2	4	3	4	4
	4	0	1	1	2	3	4	4	4	5



模糊控制器的控制曲面





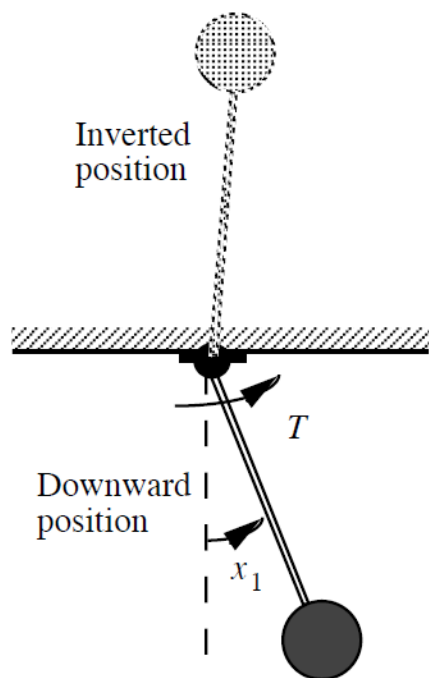
控制面（决策面）

- 控制面或决策面的概念是模糊控制系统方法学的中心。
- 控制器决定的（超越）函数通常在输入输出空间中定义了非线性超曲面，称为控制面或决策面。控制面描述了控制器的动态特性。
- 基于模糊逻辑规则的模糊控制利用知识库中一系列模糊条件语句来估计和构造控制面。



模糊系统的稳定性（例）

- 倒立摆



模糊控制器:

$$T = \Phi(x_1, x_2)$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{g}{\ell} \sin(x_1) - \frac{k}{m} x_2 + \frac{1}{m\ell^2} T$$

这里 x_1 是转角， x_2 是角速度

$$g = 9.81, \ell = 1.0, m = 1.0, k = 0.5$$

力矩 T 为零时，有两个平衡点，我们感兴趣的是倒立位置。简单变换得新方程：

$$\dot{\bar{x}}_1 = \bar{x}_2 = \bar{f}_1(\bar{x})$$

$$\dot{\bar{x}}_2 = \frac{g}{\ell} \sin(\bar{x}_1) - \frac{k}{m} \bar{x}_2 + \frac{1}{m\ell^2} T = \bar{f}_2(\bar{x})$$

省略符号后：

$$\dot{x}_1 = x_2 = f_1(x)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{g}{\ell} \sin(x_1) - \frac{k}{m} x_2 + \frac{1}{m\ell^2} T = f_2(x)$$



模糊系统的稳定性（例）

- 基于Lyapunov直接法（第二方法）设计稳定控制器

选择Lyapunov候选泛函 $V(x) = \frac{1}{2}x^\top x = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2$

得到 $\dot{V} = [x_1, x_2] \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{g}{\ell} \sin(x_1) - \frac{k}{m}x_2 + \frac{1}{m\ell^2}\Phi(x_1, x_2) \end{bmatrix}$

希望系统渐近稳定，即满足 $\dot{V} < 0$

选择合适的正数 $\beta > 0$ 和 $h > 0$ 在邻域内 $x \in B(h)$

构造模糊控制器满足

$$\Phi(x_1, x_2) \leq m\ell^2 \left(-\frac{\beta}{x_2} + \frac{k}{m}x_2 - x_1 - \frac{g}{\ell} \sin(x_1) \right)$$



模糊系统的稳定性（例）

- 验证

由于 $x_2 \neq 0$ 由模糊控制器定义得到

$$x_1 + \frac{g}{\ell} \sin(x_1) - \frac{k}{m} x_2 + \frac{1}{m\ell^2} \Phi(x_1, x_2) < -\frac{\beta}{x_2}$$

$$x_2 \left(x_1 + \frac{g}{\ell} \sin(x_1) - \frac{k}{m} x_2 + \frac{1}{m\ell^2} \Phi(x_1, x_2) \right) < -\beta$$

因此 $\dot{V} < 0$ 控制系统渐近稳定

为构造满足这样条件的控制器，一般采用图解法，即估计稳定区域，要求模糊控制曲面在稳定区域内。



模糊系统的稳定性（例）

- 基于Lyapunov间接法（第一方法）设计稳定控制器

计算Jaccobi矩阵

$$\bar{A} = \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{array} \right] \bigg|_{x=0} = \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ \frac{g}{\ell} + \frac{1}{m\ell^2} \frac{\partial T}{\partial x_1} & -\frac{k}{m} + \frac{1}{m\ell^2} \frac{\partial T}{\partial x_2} \end{array} \right] \bigg|_{x=0}$$

得到线性化后系统的特征方程

$$\lambda^2 + \left(\frac{k}{m} - \frac{1}{m\ell^2} \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) \lambda + \left(-\frac{g}{\ell} - \frac{1}{m\ell^2} \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) = 0$$

希望系统渐近稳定，要求满足

$$\frac{\partial T}{\partial x_2} \bigg|_{x=0} < k\ell^2 = 0.5$$

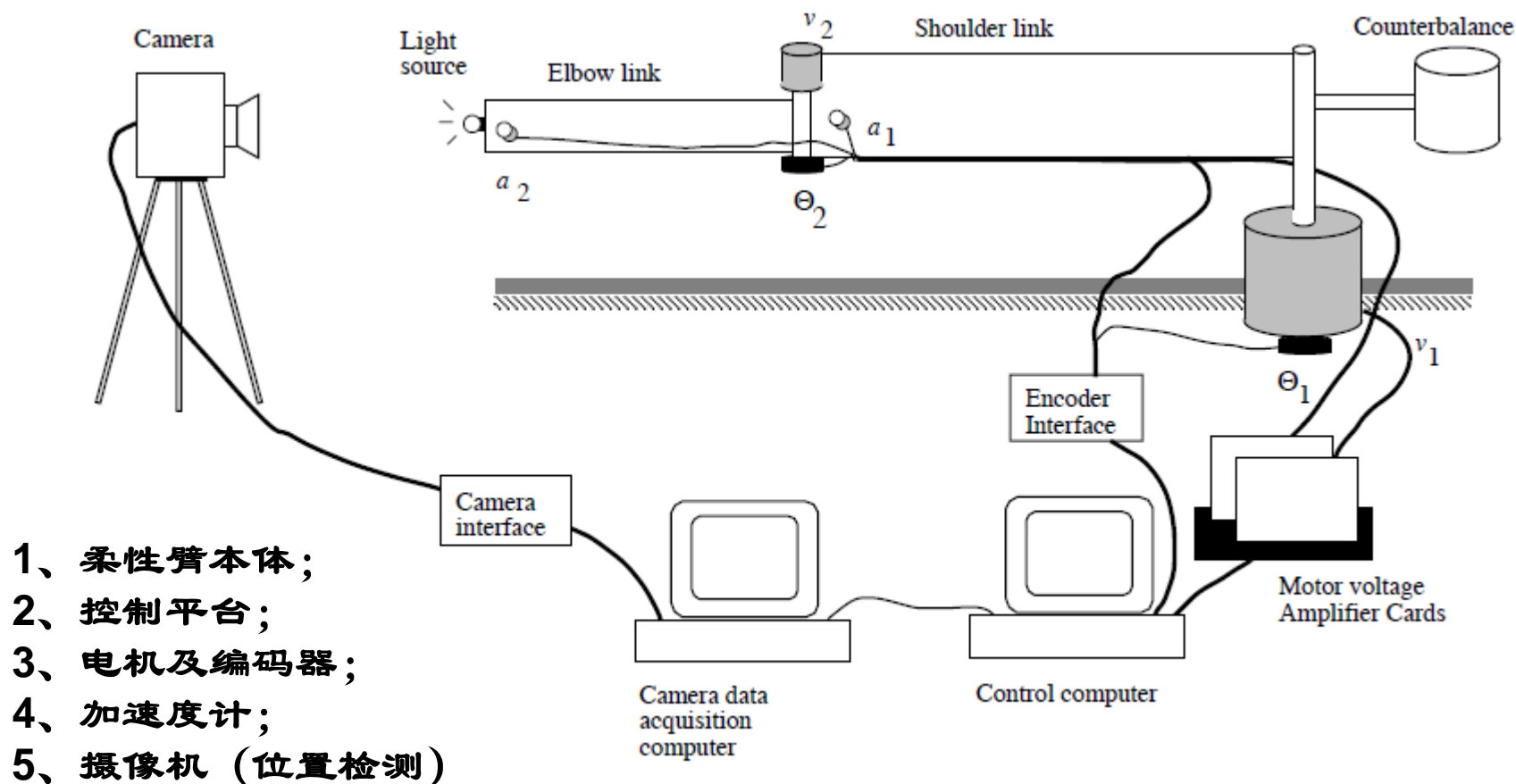
同样用图解法构造模糊控制器

$$\frac{\partial T}{\partial x_1} \bigg|_{x=0} < -glm = -9.81$$



柔性臂减振的模糊控制

- 柔性臂的荷载自重比大，但臂的柔性导致本体容易发生振动。





柔性臂的振动问题

- 多连杆柔性臂的模型非常复杂，很多控制方案是针对简化的数学模型进行设计的，并且控制效果多通过仿真显示。
- 柔性臂的振动与臂的机械结构有关，系统表现为时变的，其振动抑制非常困难。
- 柔性臂的振动抑制可采用常规控制与模糊逻辑相结合的方式。（哪一方面的作用更大呢？）
- 通过系统分析，仅靠模糊控制也能得到很好的振动抑制效果。

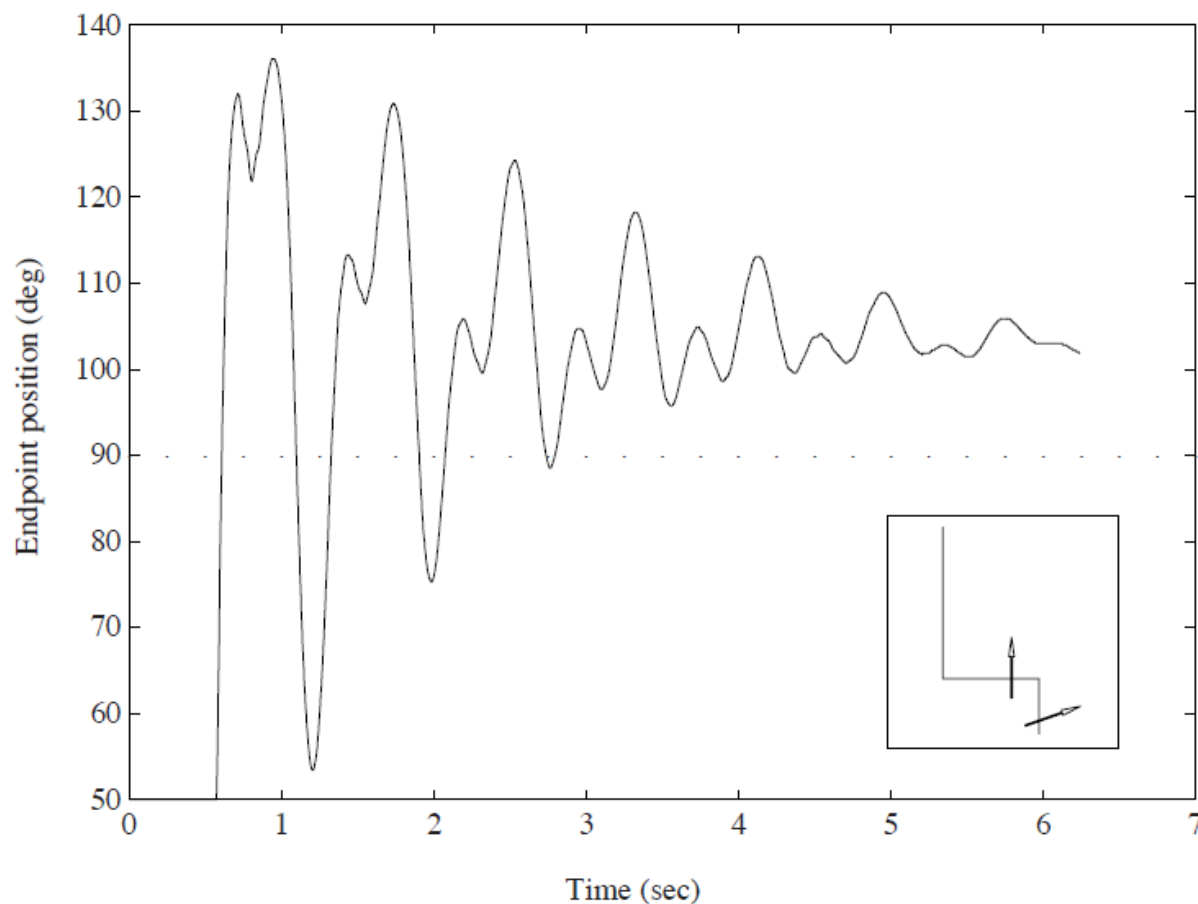


控制目标

- 控制目标为每个关节旋转90度，要求到达目标位置尽量快，且末端振动尽量小；末端从一个位置到达另一个位置运动平滑。
- 控制采样周期为15ms，量化的性能指标：2秒内停止振动，超调不超过 5% .
- 摄像机仅用来监控柔性臂的起始位置和最终位置，不参与实时控制；
- 可用于控制的检测信号有电机编码器的转角，肘部和末端的加速度；
- 控制输入信号为电机的电压。



无控制前馈输入的 末端位置响应



电机电压: $v_1 = v_2 = 0.3615$ volts

负载为30克，当转动角到达时，电机电压均恢复为零



两连杆柔性臂近似线性模型

- 两输入（两个电机电压）四输出（肩连杆和肘连杆的角速度和杆末端的加速度）

$$\frac{\omega_1}{v_1} = \frac{-0.0166(z - 0.6427 \pm j1.2174)(z - 1.4092)}{(z - 0.7385 \pm j0.6288)(z - 0.8165 \pm j0.2839)}$$

$$\frac{\omega_2}{v_2} = \frac{-0.1(z - 1.8062 \pm j1.7386)(z + 0.9825)}{(z - 0.7158 \pm j0.615)(z - 0.8377 \pm j0.2553)}$$

$$\frac{a_1}{v_1} = \frac{0.1425(z - 0.9589 \pm j0.9083)(z - 1.7945)}{(z - 0.7521 \pm j0.573)(z - 0.9365 \pm j0.139)}$$

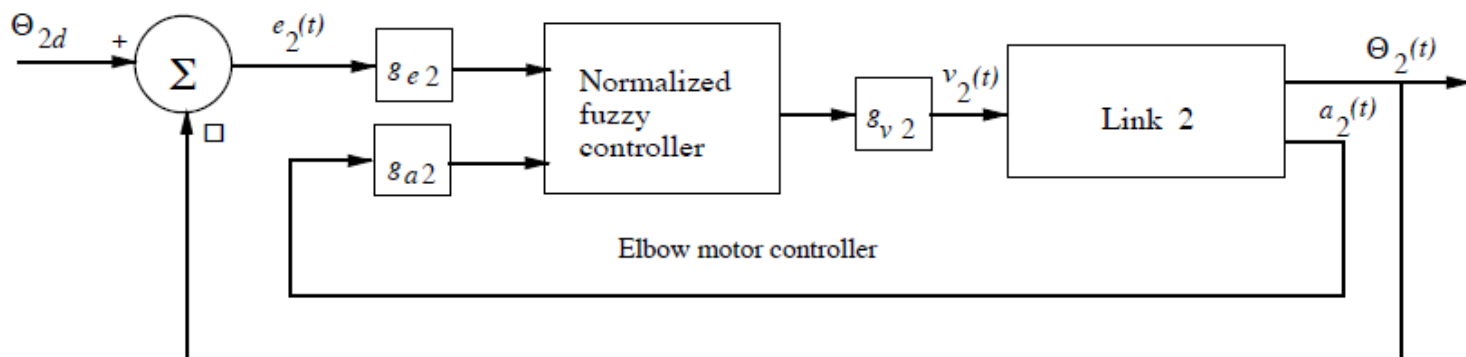
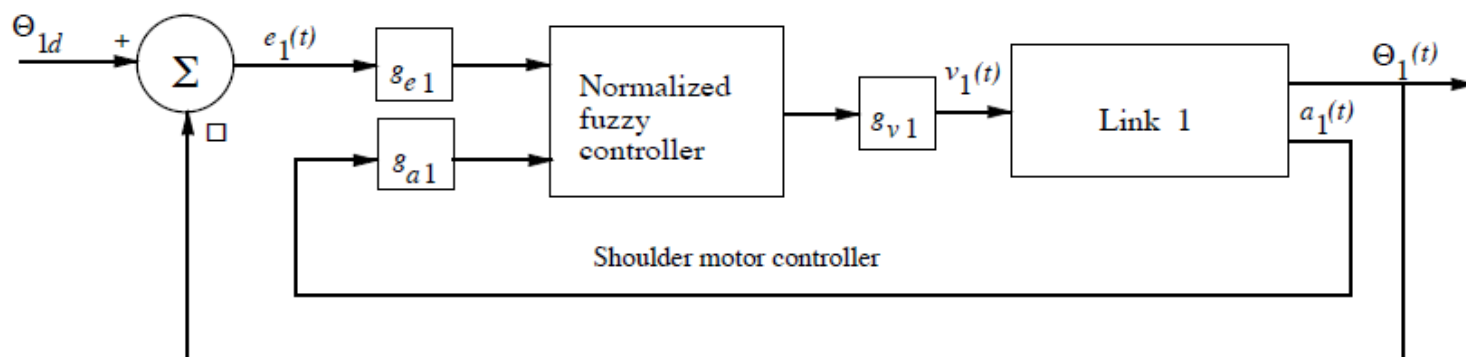
$$\frac{a_2}{v_2} = \frac{-0.228(z - 1.5751)(z - 1.2402)}{(z - 0.9126)(z - 0.8387 \pm j0.4752)}$$

转角范围-250度到250度，电压范围-5伏到5伏，辨识周期20毫秒，未考虑耦合作用



无耦合的两个模糊控制器

- 设计两个独立的模糊控制器，每个控制一根连杆。





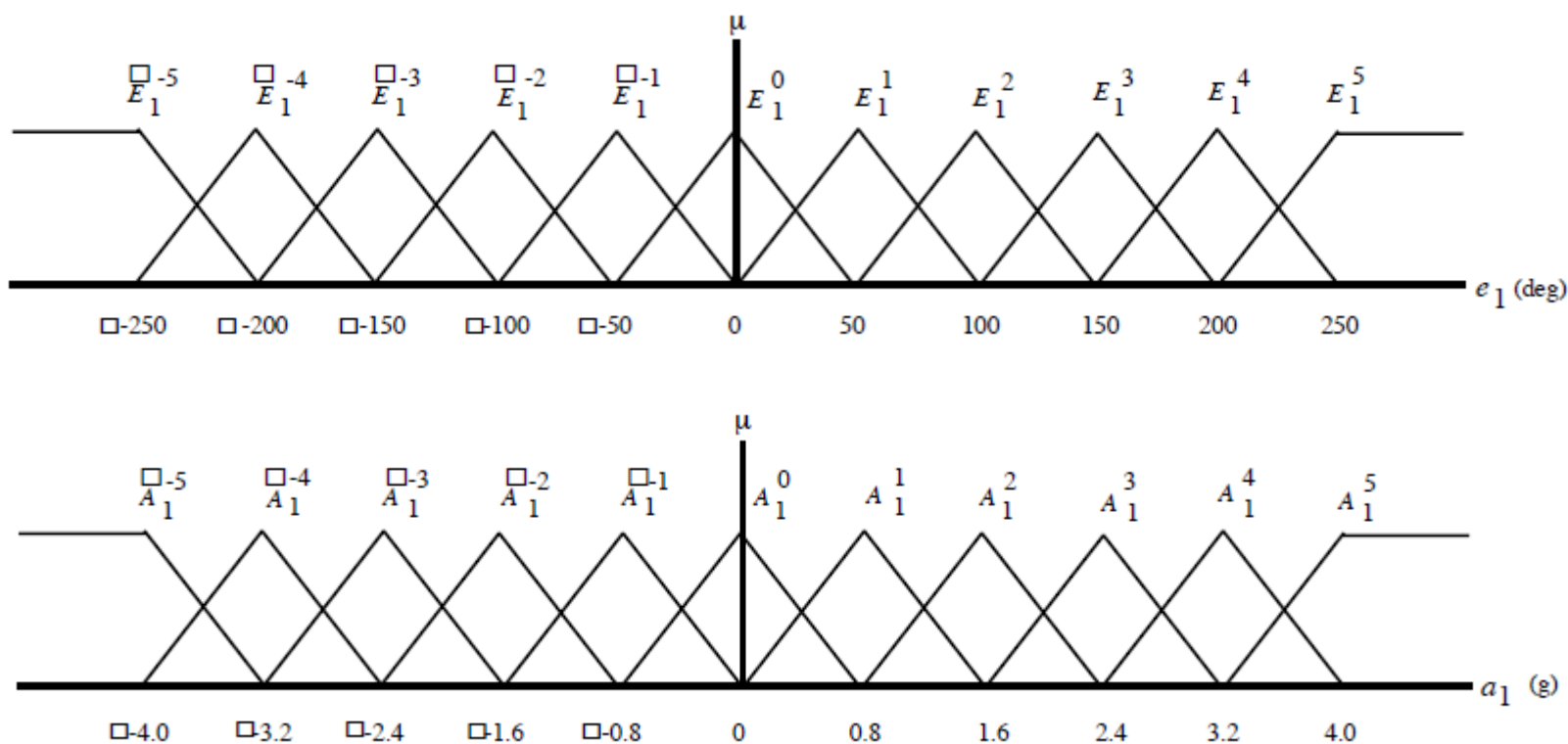
语言变量、论域和量化因子选择

- 以肩连杆为例：
 - 输入语言变量
 - 实际转角与期望转角的误差 $e_1(t) = \Theta_{1d} - \Theta_1(t)$
 - 肩连杆末端的加速度 $a_1(t)$
 - 输出语言变量
 - 肩部电机的电压 $v_1(t)$
 - 输入和输出变量的论域均为 $[-1, 1]$
 - 输入量化因子 g_{e1} 、 g_{a1}
 - 输出量化因子 g_{v1}



输入的隶属度函数

- 转角误差和加速度（以肩部为例，用原论域表示）

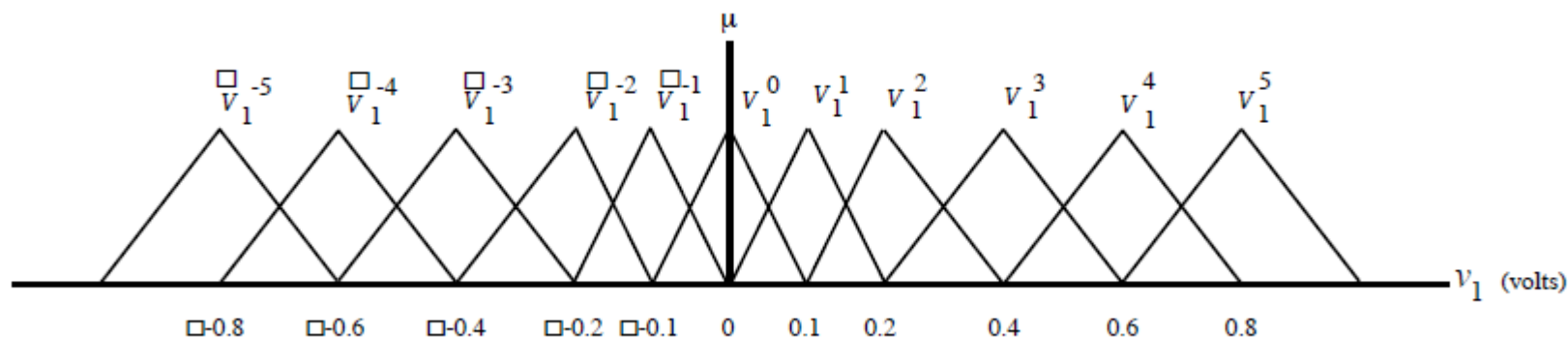


加速度的论域范围需通过试验测试获得



输出的隶属度函数

- 电机电压（论域范围 $[-1,1]$ ，实际范围 $[-5,5]$ ）



注意，三角形函数越靠近零时，底越短，目的是在接近设定值时，给出较小的控制增益，保证控制效果的平稳性。



肩连杆的模糊控制规则表

If E_1^j and A_1^k Then V_1^m

V_1^m		A_1^k										
		-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
E_1^j	-5	-5	-5	-5	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	0
	-4	-5	-5	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	0	1
	-3	-5	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	0	1	2
	-2	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	0	1	2	2
	-1	-4	-3	-3	-2	-2	-1	0	1	2	2	3
	0	-4	-3	-2	-1	0	0	0	1	2	3	4
	1	-3	-2	-2	-1	0	1	2	2	3	3	4
	2	-2	-2	-1	0	1	2	2	3	3	4	4
	3	-2	-1	0	1	2	2	3	3	4	4	5
	4	-1	0	1	2	2	3	3	4	4	5	5
	5	0	1	2	2	3	3	4	4	5	5	5

基本原则：当转角误差减小，加速度降低时，应当采用较小的电压，以保证小的超调。

注意：中间三个零是为了减少对加速度计的测量噪声的灵敏度，增强控制的鲁棒性。



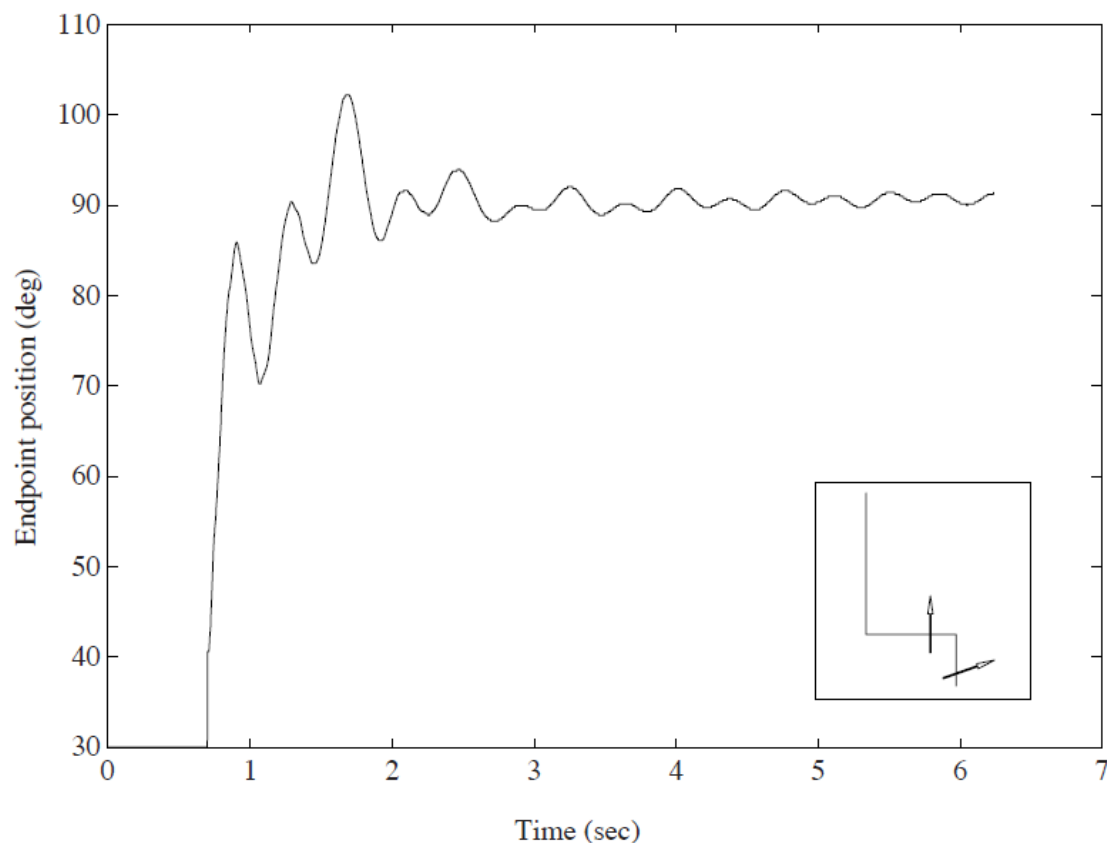
肘连杆的模糊控制规则表

V_2^m		A_2^k										
		-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
E_2^j	-5	-5	-5	-4	-4	-3	-3	-3	-2	-2	-1	0
	-4	-5	-4	-4	-3	-3	-3	-2	-2	-1	0	1
	-3	-4	-4	-3	-3	-3	-2	-2	-1	0	1	2
	-2	-4	-3	-3	-3	-2	-2	-1	0	1	2	2
	-1	-4	-3	-3	-2	-2	-1	0	1	2	2	3
	0	-4	-3	-2	-1	0	0	0	1	2	3	4
	1	-3	-2	-2	-1	0	1	2	2	3	3	4
	2	-2	-2	-1	0	1	2	2	3	3	3	4
	3	-2	-1	0	1	2	2	3	3	3	4	4
	4	-1	0	1	2	2	3	3	3	4	4	5
	5	0	1	2	2	3	3	3	4	4	5	5



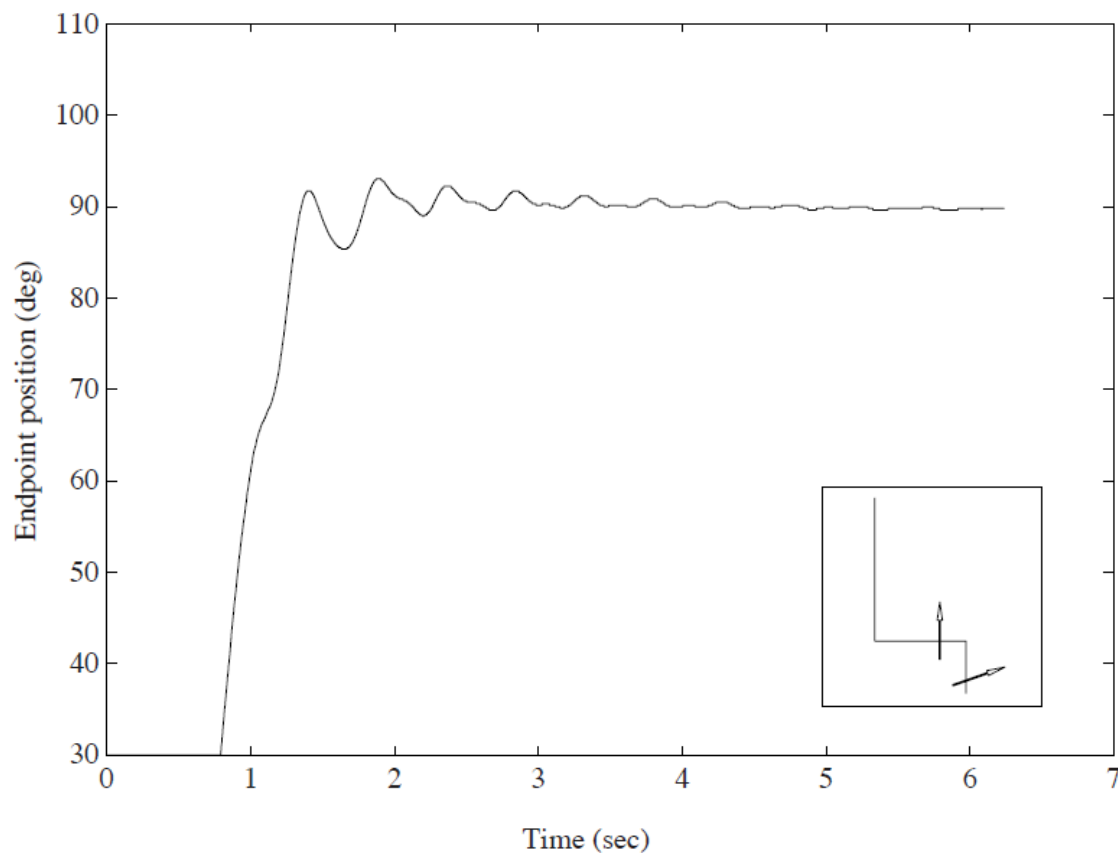
无负载的运行结果

- 模糊化采用单点模糊集，解模糊化采用重心法，模糊规则采用取小运算，推理合成采用最大最小合成。





有负载的运行结果



负载为30克，增加负载会增加肘连杆的惯量，减小系统基础模态的频率，对抑制杆的振动有正面作用。

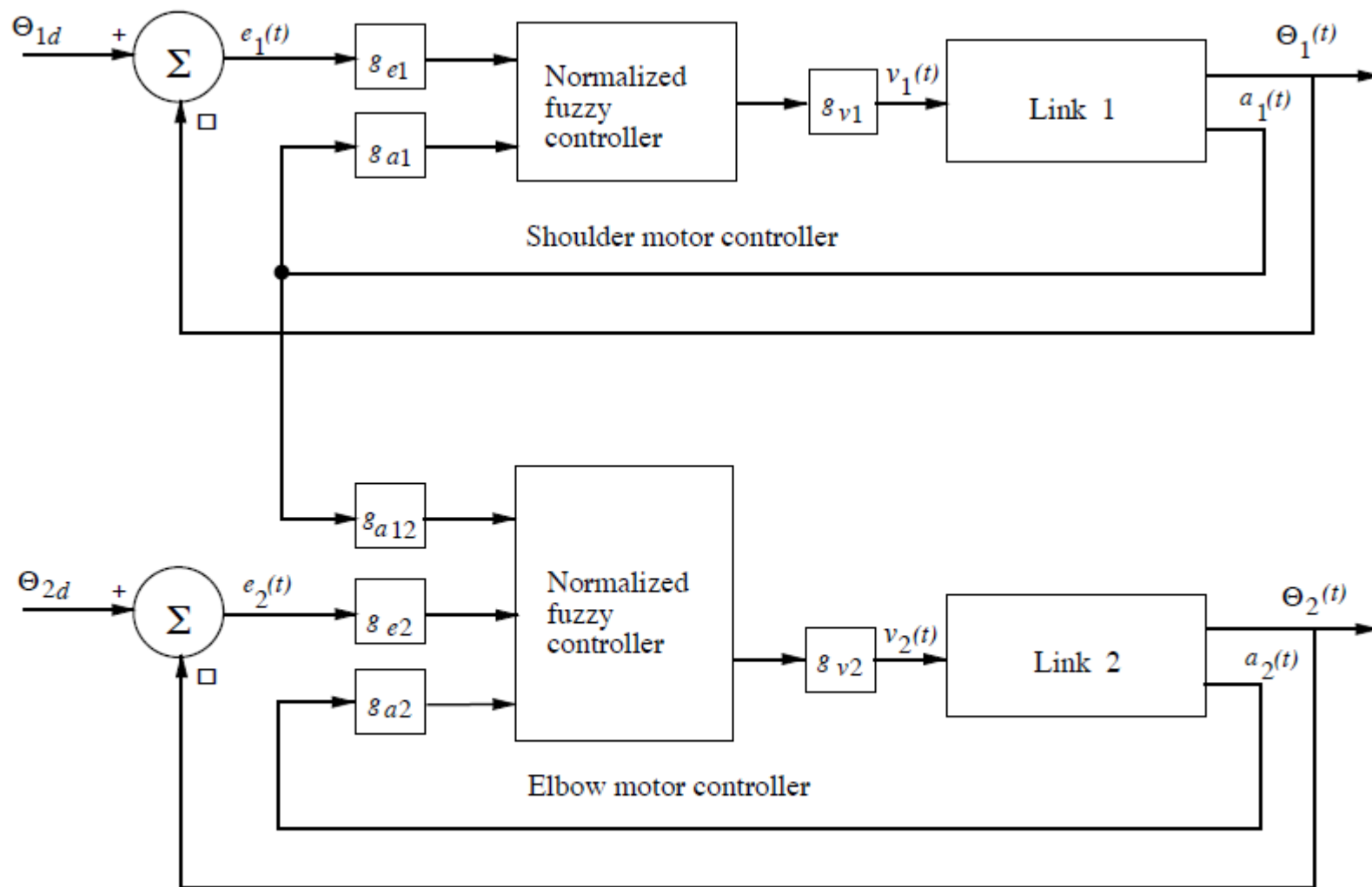


耦合的模糊控制器

- 肩关节的电机速度变化会引起肘连杆的振动，产生类似极限环的运动。
- 为克服肩关节电机运动变化对肘连杆的影响，可采用如下策略：
 - 肩连杆的加速度变化时，肘关节的运动速度应减小。
 - 实现这一策略，可采用耦合的模糊控制器。



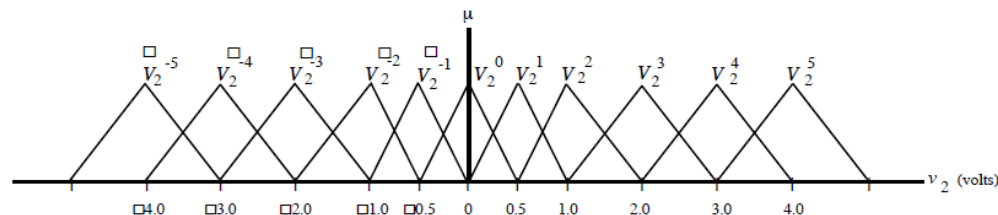
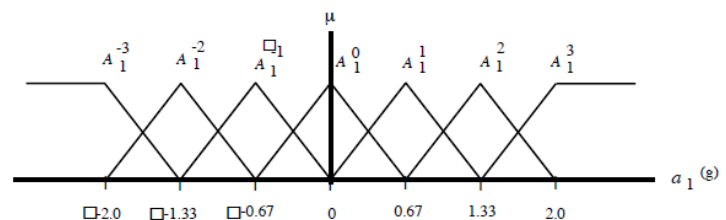
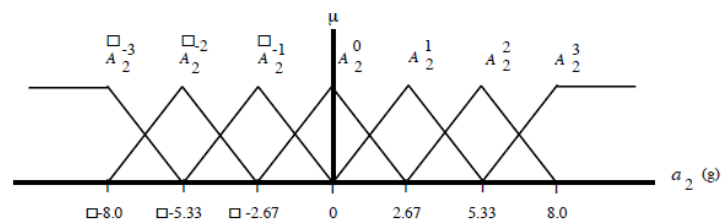
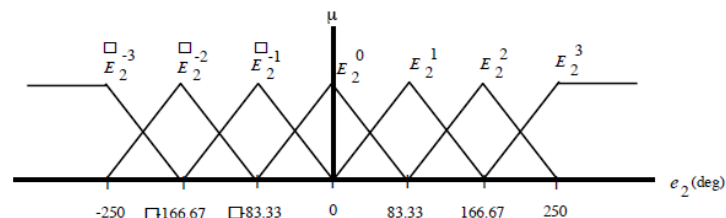
耦合的模糊控制器





肘连杆控制相关

- 肩连杆末端的加速度作为肘连杆控制的新输入
- 为减少模糊规则数目，输入的模糊子集的个数由11减少为7
- 隶属度函数





肘连杆控制的模糊控制规则

A_1^{-3} V_2^m		A_2^k						
		-3	-2	-1	0	1	2	3
E_2^j	-3	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0
	-2	-3	-2	-2	-1	-1	0	1
	-1	-2	-2	-1	-1	0	1	1
	0	-2	-1	-1	0	1	1	2
	1	-1	-1	0	1	1	2	2
	2	-1	0	1	1	1	2	2
	3	0	1	1	1	2	2	2

A_1^{-2} V_2^m		A_2^k						
		-3	-2	-1	0	1	2	3
E_2^j	-3	-3	-3	-3	-2	-2	-1	0
	-2	-3	-3	-2	-1	-1	0	1
	-1	-3	-2	-2	-1	0	1	1
	0	-2	-2	-1	0	1	2	2
	1	-2	-1	0	1	1	2	2
	2	-1	0	1	1	2	2	2
	3	0	1	1	2	2	2	3

A_1^{-1} V_2^m		A_2^k						
		-3	-2	-1	0	1	2	3
E_2^j	-3	-4	-4	-3	-3	-2	-1	0
	-2	-4	-3	-3	-2	-1	0	1
	-1	-3	-3	-2	-1	0	1	1
	0	-2	-2	0	0	0	1	2
	1	-2	-1	0	1	2	2	3
	2	-1	0	1	2	2	3	3
	3	0	1	2	2	3	3	3

A_1^0 V_2^m		A_2^k						
		-3	-2	-1	0	1	2	3
E_2^j	-3	-5	-4	-4	-3	-3	-2	0
	-2	-4	-4	-3	-2	-1	0	1
	-1	-4	-3	-2	-1	0	1	2
	0	-2	-1	0	0	0	1	2
	1	-2	-1	0	1	2	3	4
	2	-1	0	2	2	3	4	4
	3	0	1	2	3	4	4	5

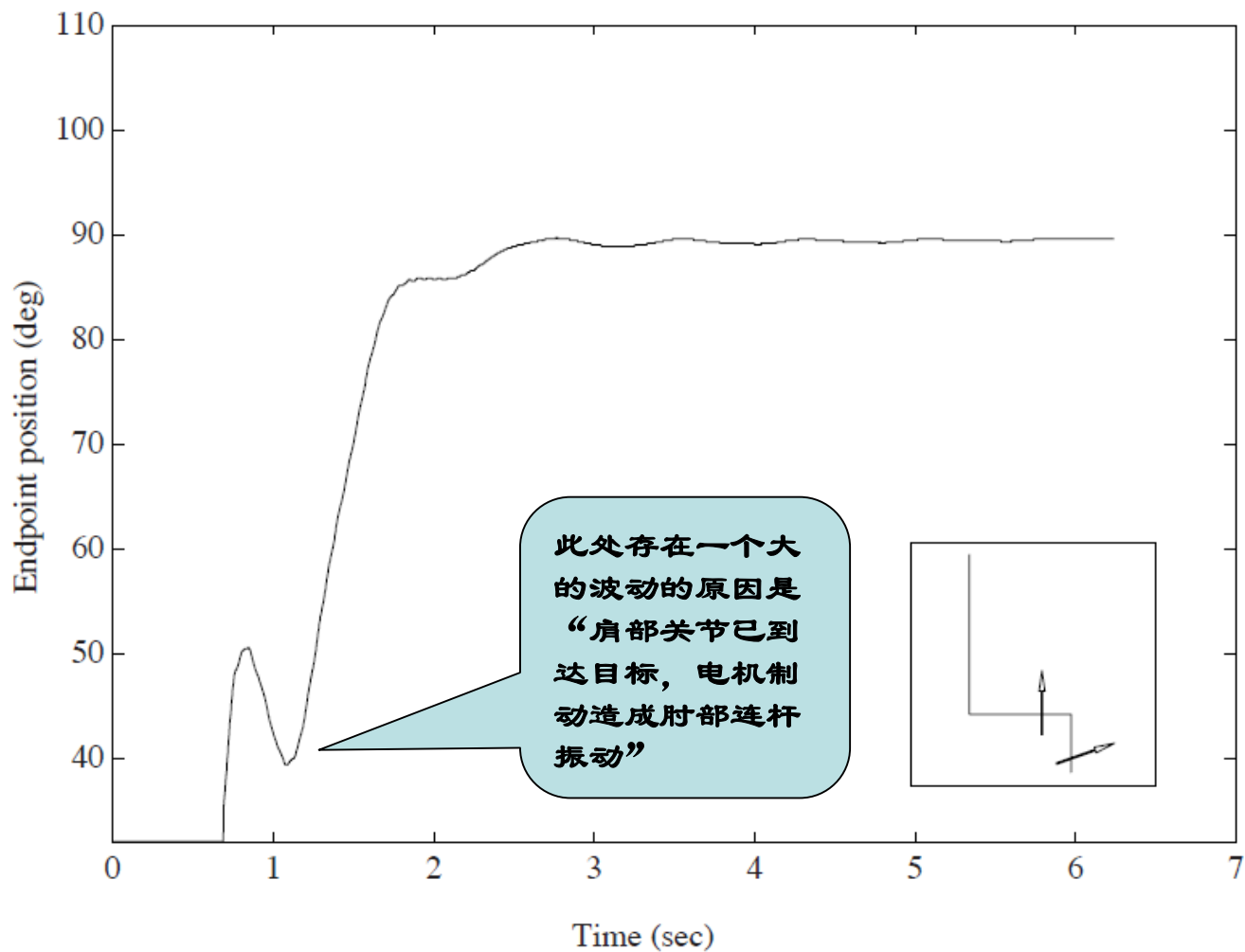
A_1^1 V_2^m		A_2^k						
		-3	-2	-1	0	1	2	3
E_2^j	-3	-4	-3	-3	-2	-2	-1	0
	-2	-3	-3	-2	-2	-1	0	1
	-1	-3	-2	-2	-1	0	1	2
	0	-2	-1	0	0	0	1	2
	1	-2	-1	0	1	2	3	3
	2	-1	0	1	2	3	3	4
	3	0	1	2	3	3	4	4

A_1^2 V_2^m		A_2^k						
		-3	-2	-1	0	1	2	3
E_2^j	-3	-3	-2	-2	-1	-1	-1	0
	-2	-3	-2	-2	-1	-1	0	1
	-1	-2	-2	-1	-1	0	1	2
	0	-2	-1	-1	0	1	1	2
	1	-1	-1	0	1	1	2	3
	2	-1	0	1	1	2	3	3
	3	0	1	2	2	3	3	4

A_1^3 V_2^m		A_2^k						
		-3	-2	-1	0	1	2	3
E_2^j	-3	-2	-2	-2	-1	-1	-1	0
	-2	-2	-2	-1	-1	-1	0	1
	-1	-2	-2	-1	-1	0	1	2
	0	-2	-1	-1	0	1	1	2
	1	-1	-1	0	1	1	2	2
	2	-1	0	1	1	2	2	3
	3	0	1	1	2	2	3	3

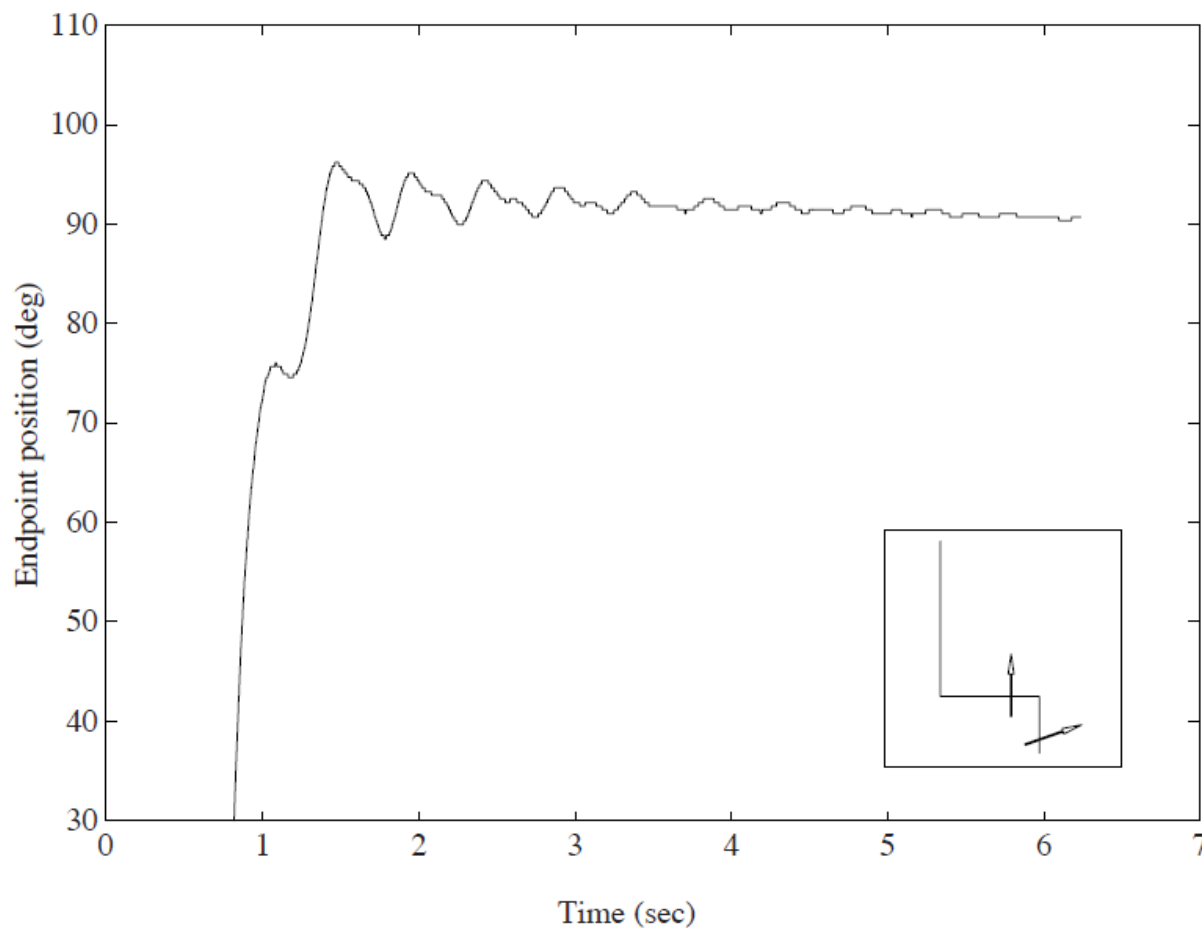


无负载的运行结果





有负载的运行结果





电加热炉温度模糊控制系统

- 被控对象：无纺针热处理淬火炉
- 淬火炉为长方形电阻炉，炉体长约2m，横截面为1m×3m；五个加热区组成，每个加热区相应采用一组可控硅控制的电阻丝加热。
- 在每个加热区内分别有一个热电偶用于测量该区的温度。
- 在生产过程中，无纺针通过链条连续在炉内传递。
- 电加热炉控制的目的是保证炉内有均匀稳定的温度分布。
- 由于加热过程存在死区和非线性特性，加上各区之间较强的关联耦合作用以及炉子内部链条的连续传送，使得电加热炉温度的定值控制十分困难。
- 采用单纯的PID控制器，无法获得满意的控制效果，
- 采用模糊控制策略来实现该电加热炉温度的控制。
- 选择电加热炉第四区进行温度控制，其它各区可类似处理。



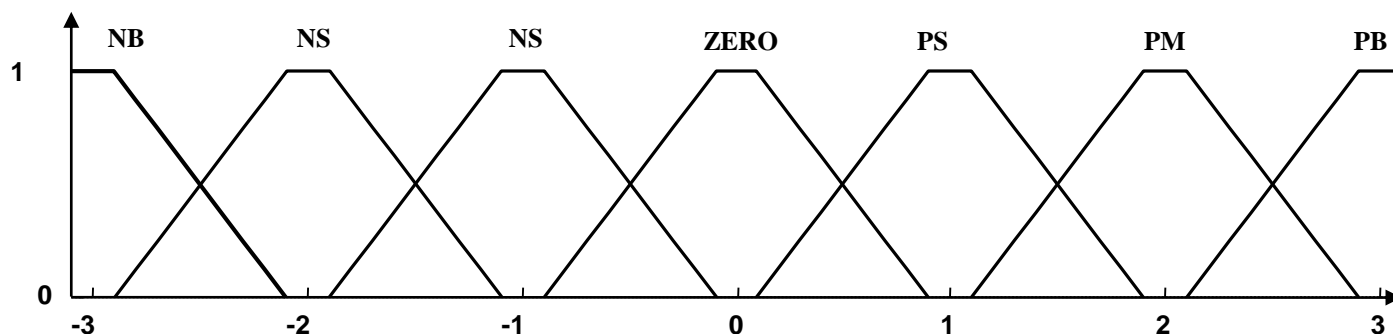
模糊控制器的语言变量

- 输入语言变量：
 - 实际温度 y 与温度设定值 y_{SP} 之差 $e = y - y_{SP}$ 及其变化率 $\Delta e/T_s$ ， T_s 为采样周期；
- 输出语言变量：
 - 控制通过加热装置的电流的可控硅导通角的变化量 u 。
- 温控系统为一个双输入单输出的模糊控制器。



输入的隶属度函数

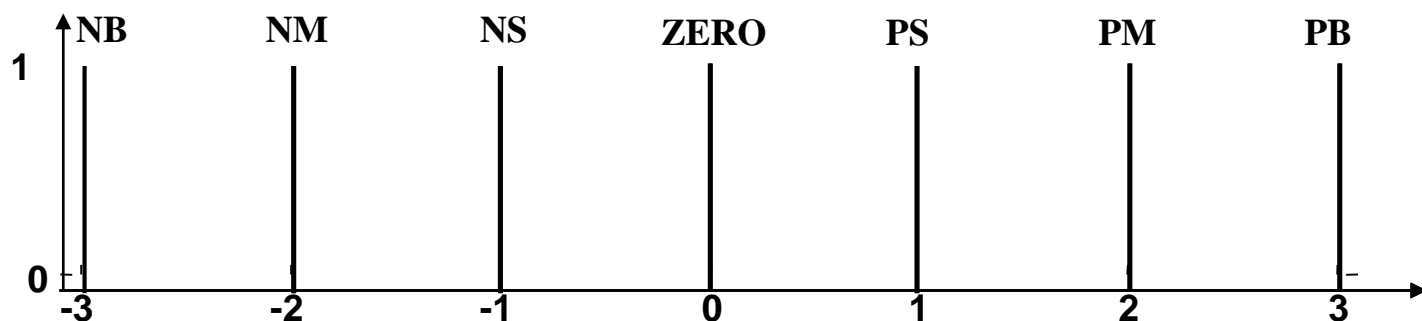
- 经过归一化处理后，误差及误差变化量的基本论域都为 $[-1, +1]$
- 误差 E 的论域 $X = \{-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3\}$
- 误差 e 的量化因子 $GE = 3$
- 语言变量 E 选取的语言值：NB、NM、NS、ZERO、PS、PM和PB
- 各语言值由梯形隶属度函数定义
- 误差变化 EC 的论域 $Y = X$ ，量化因子 $GR = GE = 3$ ，语言变量 EC 的语言值及隶属度函数均与 E 相同





输出的隶属度函数

- 经过归一化处理后，输出控制变化量的基本论域都为 $[-1, +1]$
- 输出语言变量 U 的论域 $Z = \{-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3\}$
- 输出控制控制量变化 Δu 的比例因子 $GU=0.33$
- 语言变量 U 选取的语言值：**NB**、**NM**、**NS**、**ZERO**、**PS**、**PM**和**PB**
- 各语言值由单值隶属度函数定义





电加热炉温度模糊控制规则表

- 基于对操作者手动策略的总结，得出一组由49条模糊条件语句构成的控制规则，将这些模糊条件语句加以归纳，可以建立反映电加热炉温度控制的模糊控制规则表。

E EC	NB	NM	NS	ZERO	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NM	NM	NS	ZERO
NM	NB	NB	NM	NM	NS	ZERO	PS
NS	NB	NB	NS	NS	ZERO	PS	PM
ZERO	NB	NM	NS	ZERO	PS	PM	PB
PS	NM	NS	ZERO	PS	PS	PB	PB
PM	NS	ZERO	PS	PM	PM	PB	PB
PB	ZERO	PS	PM	PM	PB	PB	PB



求取输出控制量（一）

- 第*i*条规则：
 - IF *E* is *E_i* AND *EC* is *EC_i* THEN *U* is *U_i*
- AND采用乘积计算，模糊蕴含采用乘积计算，第*i*条模糊控制规则可表示为以下模糊集合，其隶属度函数为

$$\mu_{Ri}(E, EC, U) = \mu_{Ei}(E) \mu_{ECi}(EC) \mu_{Ui}(U)$$

- 由于输出语言值为单点模糊集合，故

$$\mu_{Ri}(E, EC, U) = \begin{cases} \mu_{Ei}(E) \mu_{ECi}(EC) & U = u_i \\ 0 & U \neq u_i \end{cases}$$



求取输出控制量（二）

- 输入为 E' 和 EC' ，模糊化运算采用单点模糊集合；合成用最大-积法。第 i 条模糊控制规则作用于输入所得模糊集合的隶属度函数为

$$\mu_{U_i'}(U) = \begin{cases} \mu_{E_i}(E') \mu_{E_i}(EC') & U = u_i \\ 0 & U \neq u_i \end{cases}$$

- 最后得输出模糊集合的隶属度函数为

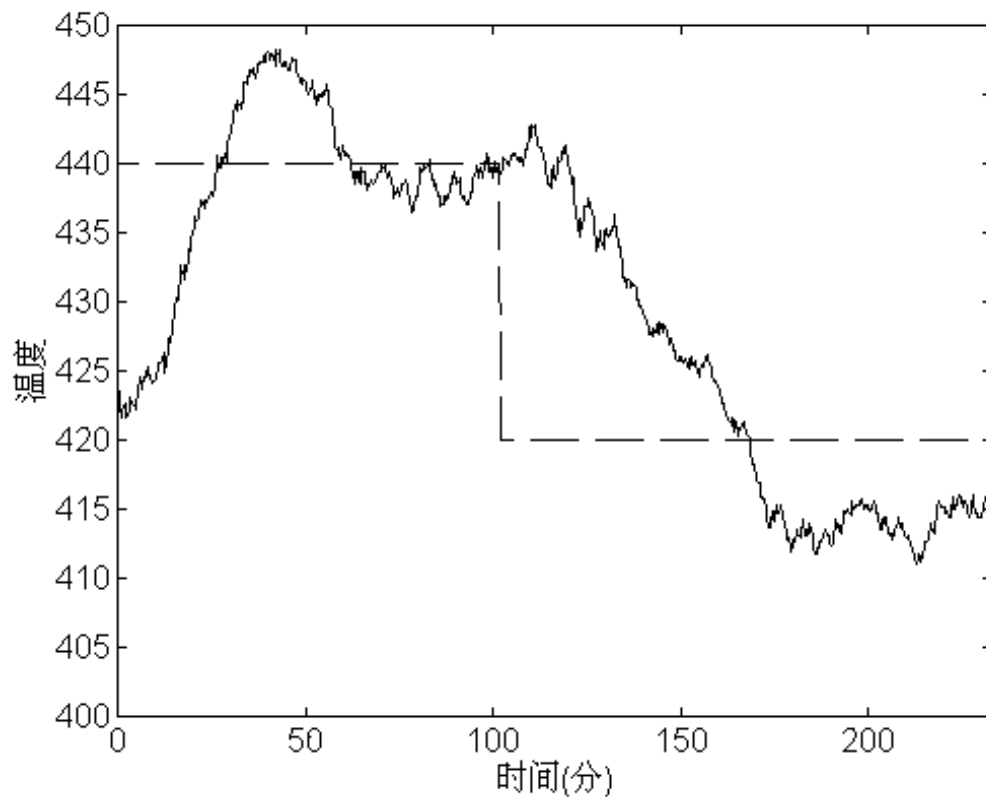
$$\mu_{U'}(u_i) = \mu_{E_i}(E') \mu_{E_i}(EC')$$

- 重心法解模糊算法，求实际输出控制量。解模糊后得到精确控制量输出：

$$u = \frac{1}{GU} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{49} \mu_{U'}(u_i) u_i}{\sum_{i=1}^{49} \mu_{U'}(u_i)}$$



电加热炉温度基本模糊控制效果



----- 设定值

—— 测量值



常规模糊控制设计步骤小结

- 实行模糊控制要进行三个方面的工作：
 - 精确量的模糊化，把语言变量的语言值化为某适当论域上的模糊子集；
 - 模糊控制算法和设计，通过一组模糊条件语句构成模糊控制规则，并计算模糊控制规则决定的模糊关系；
 - 输出信息的模糊判决，并完成由模糊量到精确量的转化。



模糊控制器的调整与优化

- 在分块设计好模糊控制器之后，需要对系统的性能进行测试和评估，并在此基础上对模糊控制器进行调整与优化。
 - 测试模糊控制器的输出
 - 检查控制曲面



测试模糊控制器的输出

- 为了测试和调整模糊控制器，必须有目的地用覆盖整个论域的广泛变化的各种输入组合来评价产生的输出值，包括：
 - 确定输入模糊集的隶属度函数的形状和重叠是否正确。
 - 确定这些输出是否有意义，从而排除一些不合适的隶属度函数或规则；
 - 确定这些规则能否正确地表述系统所期望的行为；
- 重点检查输入模糊集的以下几个区域对应的模糊控制器输出：
 - 在论域端点的输入值；
 - 在各个隶属度函数区域端点的输入值；
 - 对应于隶属度函数重叠部分的输入值；
 - 在那些包含尽可能多前提的且其隶属度函数不为零的输入值。



检查控制曲面

- 检查在整个论域内把输入映射到输出控制曲面的平滑性。对二输入一输出的模糊控制器，控制曲面可以用直观的可视化的三维图形显示出来。应检查：
 - 输入和输出变量的作用是否具有鲁棒性，并且是否能快速地覆盖它们各自论域的分布。
 - 在控制曲面上，其期望值中心是否在模糊输出结论空间的中心附近。若相差超过20%，则需要重新调整。
- 在检查中，如发现有不確定现象，通常可能是以下三种情况中的一种；
 - 所用的规则不正确；
 - 所定义的隶属度函数不正确；
 - 有不适当的模糊运算。



模糊专家控制系统

- 由专家控制与模糊控制相结合构成的控制系统：
 - 在专家控制系统中引入模糊规则，或用模糊隶属函数来处理专家控制系统中的不确定知识；
 - 在模糊控制系统中采用专家控制系统的推理策略。

