

EX1 模糊推理编程

1. 模糊推理编程

若一模糊系统的输入量为 x 和 y ，输出量为 z ，其中 x ， y ， z 均为模糊语言变量，论域分别为：

$$(a_1, a_2, a_3) = (1, 2, 3),$$

$$(b_1, b_2, b_3) = (2, 3, 4),$$

$$(c_1, c_2, c_3) = (3, 4, 5).$$

其输入输出关系用如下三条模糊规则来描述：

$$R_1: \text{IF } x \text{ is } A_1 \text{ and } y \text{ is } B_1 \text{ THEN } z \text{ is } C_1;$$

$$R_2: \text{IF } x \text{ is } A_2 \text{ and } y \text{ is } B_2 \text{ THEN } z \text{ is } C_2;$$

$$R_3: \text{IF } x \text{ is } A_3 \text{ and } y \text{ is } B_3 \text{ THEN } z \text{ is } C_3$$

且

$$A_1 = \frac{1.0}{a_1} + \frac{0.5}{a_2} + \frac{0.3}{a_3}, \quad B_1 = \frac{1.0}{b_1} + \frac{0.7}{b_2} + \frac{0.4}{b_3}, \quad C_1 = \frac{0.8}{c_1} + \frac{1.0}{c_2} + \frac{0.3}{c_3},$$

$$A_2 = \frac{0.5}{a_1} + \frac{0.7}{a_2} + \frac{1.0}{a_3}, \quad B_2 = \frac{0.3}{b_1} + \frac{1.0}{b_2} + \frac{0.5}{b_3}, \quad C_2 = \frac{0.3}{c_1} + \frac{0.6}{c_2} + \frac{1.0}{c_3},$$

$$A_3 = \frac{0.4}{a_1} + \frac{1.0}{a_2} + \frac{0.9}{a_3}, \quad B_3 = \frac{1.0}{b_1} + \frac{0.6}{b_2} + \frac{0.5}{b_3}, \quad C_3 = \frac{1.0}{c_1} + \frac{0.9}{c_2} + \frac{0.6}{c_3},$$

现输入为 x 是 A' 和 y 是 B' ，

$$A' = \frac{0.2}{a_1} + \frac{1.0}{a_2} + \frac{0.5}{a_3}, \quad B' = \frac{0.4}{b_1} + \frac{1.0}{b_2} + \frac{0.5}{b_3}$$

请自行决定模糊运算规则和解模糊化方法，编程求精确输出量。（不能使用模糊工具箱，需自己编程实现）

对于本问题，在关系生成时采用 Mamdani 方法，输出时采用重心法，当进行以上输入时，可获得输出为：

```
output =
    4.0426
```

（代码实现见下页）

ZJU 2022 Fall 研究生课：智能控制 HW3 模糊控制

```
% Fuzzy Reasoning & Output
% IC_ZJU2022FALL_HW3_1
% Reasoning (A,B)→C
% created by StvLi LiPeize 2022-12-17
% Reasonin: max-min
% Output : Mamdani
clear; clc;
% Input
A_ = [0.2 1.0 0.5 ];
B_ = [0.1 1.0 0.5 ];
% Fuzzy Sets
A = [1.0 0.5 0.3; 0.5 0.7 1.0; 0.4 1.0 0.9];
B = [1.0 0.7 0.4; 0.3 1.0 0.5; 1.0 0.6 0.5];
C = [0.8 1.0 0.3; 0.3 0.6 1.0; 1.0 0.9 0.6];
cdd = [3 4 5];
% similarity between Major & Minor Premise
A_simi = zeros(1,3);
B_simi = zeros(1,3);
temp = zeros(1,3);
for i = 1:3 % similarity between A & A_
    temp = min([A_;A(i,:)]);
    A_simi(1,i) = max(temp);
end
for i = 1:3 % similarity between B & B_
    temp = min([B_;B(i,:)]);
    B_simi(1,i) = max(temp);
end
% Output
Simi = zeros(3,3); % Similarity Matrix
for i = 1:3
    for j = 1:3
        Simi(i,j) = min(A_simi(1,i),B_simi(1,j));
    end
end
nume = 0 ;
deno = 0 ;
for i = 1:3
    temp = min([Simi(i,i)*ones(1,3);C(i,:)]);
    nume = nume + sum(cdd.*temp);
    deno = deno + sum(temp);
end
y = nume/deno;
disp("output = ")
disp(y)
```

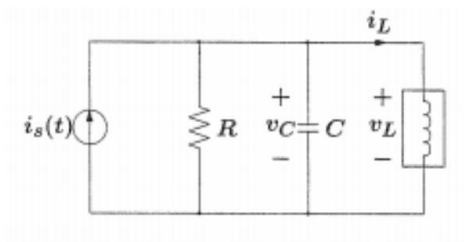
EX2 模糊控制器设计

2. 模糊控制器设计

如图的电路包含了非线性电感元件，整个电路由电流源 $i_s(t)$ 驱动。假设电感的伏安特性由方程 $i_L = L\phi_L + \mu\phi_L^3$ 描述，其中 ϕ_L 为电感磁通， L 和 μ 都为常数。以电流 $u = i_s(t)$ 作为输入，以 $y = i_L$ 作为输出，系统方程如下：

$$\ddot{\phi}_L = \frac{1}{C} \left(u - L\phi_L - \mu\phi_L^3 - \frac{1}{R}\dot{\phi}_L \right)$$

$$y = i_L$$



图

参数如表所示

参数	值
C	$0.1 F$
R	1.5Ω
L	$0.2 H$
μ	0.005

请分别设计常规的 PID 控制器、简单的 PD 型模糊控制器和模糊 PID 型控制器，使系统的输出为自行设定的期望值，并绘制每种控制方案下系统输出及控制输入随时间变化的曲线，比较控制效果。

根据题目中给出的系统方程在 s-funt 框架内构建被控对象状态方程

```
%=====
% mdlDerivatives
% Return the derivatives for the continuous states.
%=====
%
function sys=mdlDerivatives(t,x,u)
    % parameter
    C = 0.1;
    R = 1.5;
    L = 0.2;
    miu = 0.005;
    % system equation
    dx1 = x(2);
```

ZJU 2022 Fall 研究生课：智能控制 HW3 模糊控制

```
dx2 = 1/C*(u-L*x(1)-miu*x(1)^3-1/R*x(2));
sys = [dx1 dx2]' ;

% end mdlDerivatives

%=====
% mdlOutputs
% Return the block outputs.
%=====
%
function sys=mdlOutputs(t,x,u)
    % parameter
    L = 0.2;
    miu = 0.005;
    % output equation
    i_L = L*x(1)+miu*x(1)^3;
    sys = i_L ;

% end mdlOutputs
```

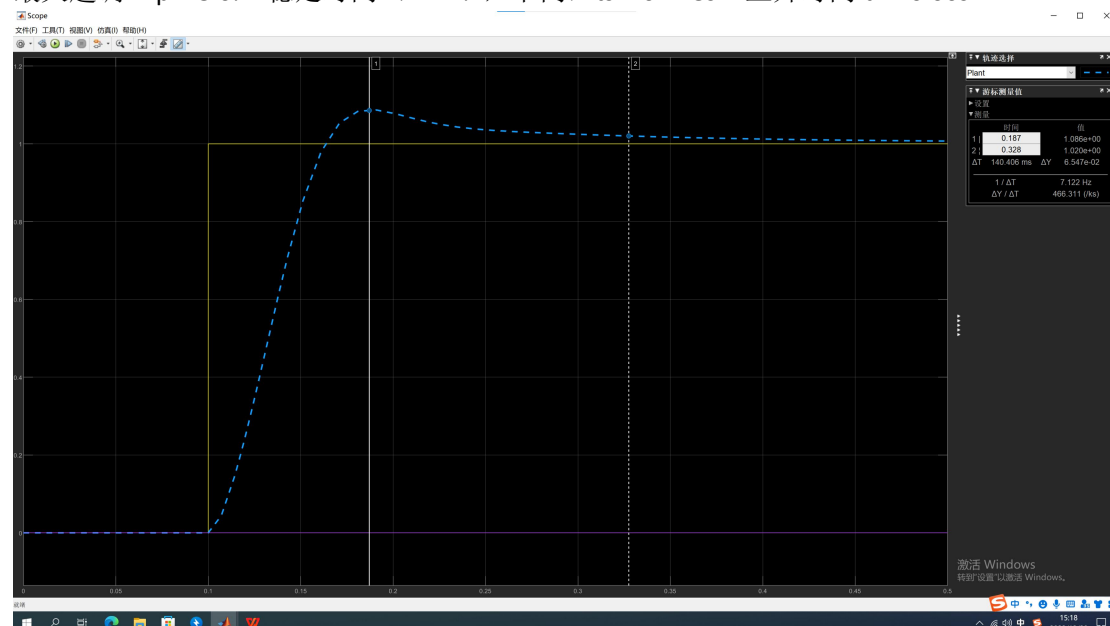
系统模型通过 simulink 进行搭建和调试

1. 常规 PID 控制器设计

PID 控制器设计参数: $K_p=100$ $K_i=60$ $K_d=10$ $\tau=100$

使用以上控制器的控制系统的部分瞬态响应性能指标为:

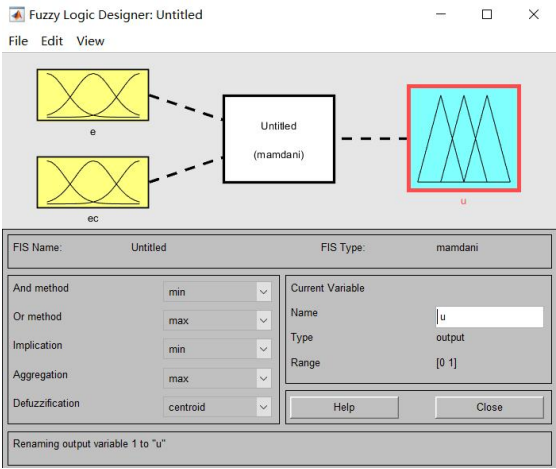
最大超调 $M_p = 8.6\%$ 稳定时间 ($\Delta=2\%$, 下同) $t_s = 0.228s$ 上升时间 $t_r = 0.06s$



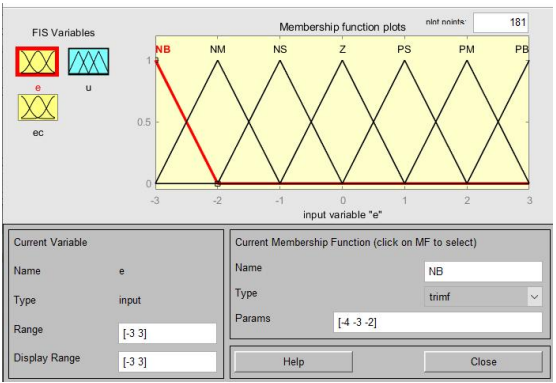
以上 PID 控制器的瞬态性能指标将作为后续模糊控制器性能目标的主要参考

2. FuzzyPD 控制器

使用 matlab 中 fuzzy control 工具箱，输入 fuzzy 指令打开配置窗口



在窗口中定义 And、Or、Implication、Aggregation、Defuzzification 的运算规则
在双击输入隶属度函数和输出隶属度函数的图标分别设置其隶属度函数



其中输入 e 和 ec 的范围均为[-3,3]，均分别设置 7 个不同的模糊集 NB NM NS Z PS PM PB，其隶属度函数类型均采取 trimf，参数分别设为：[-4 -3 -2],[-3 -2 -1],[-2 -1 0],[-1 0 1],[0 1 2],[1 2 3],[2 3 4]。

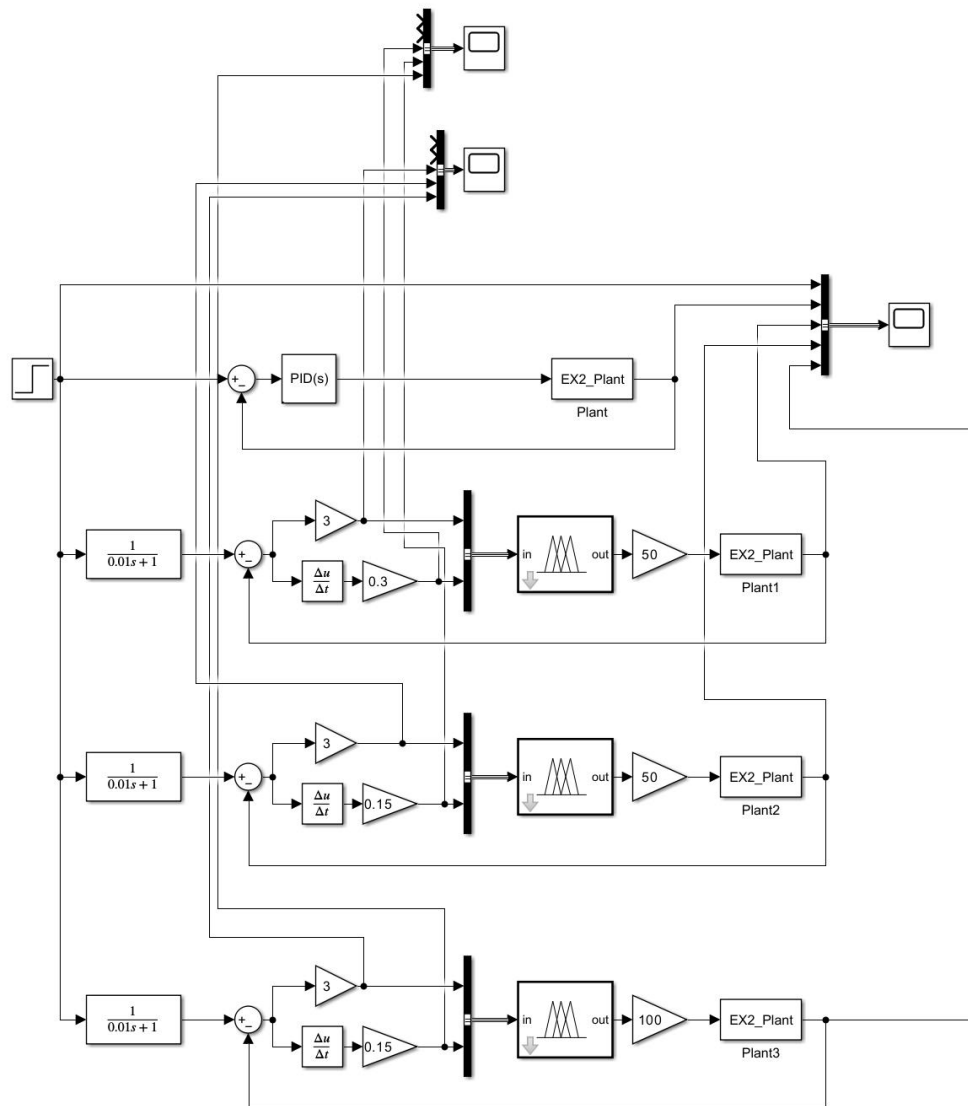
输出 u 的范围亦为[-3,3]，均分别设置 7 个不同的模糊集 NB NM NS Z PS PM PB，其隶属度函数类型均采取 trimf，参数分别设为：[-4 -3 -2],[-3 -2 -1],[-2 -1 0],[-1 0 1],[0 1 2],[1 2 3],[2 3 4]。

在 edit-Rules 中按下表设置模糊规则：

EC \ E	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NM	NM	NS	Z
NM	NB	NB	NM	NM	NS	Z	PS
NS	NB	NB	NS	NS	Z	PS	PM
Z	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
PS	NM	NS	Z	PS	PS	PB	PB
PM	NS	Z	PS	PM	PM	PB	PB
PB	Z	PS	PM	PM	PB	PB	PB

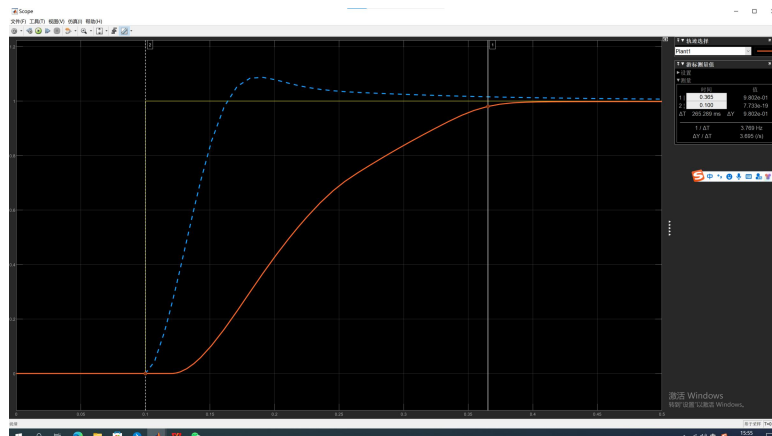
ZJU 2022 Fall 研究生课：智能控制 HW3 模糊控制

在 simulink 中搭建并调试，线路图如下：



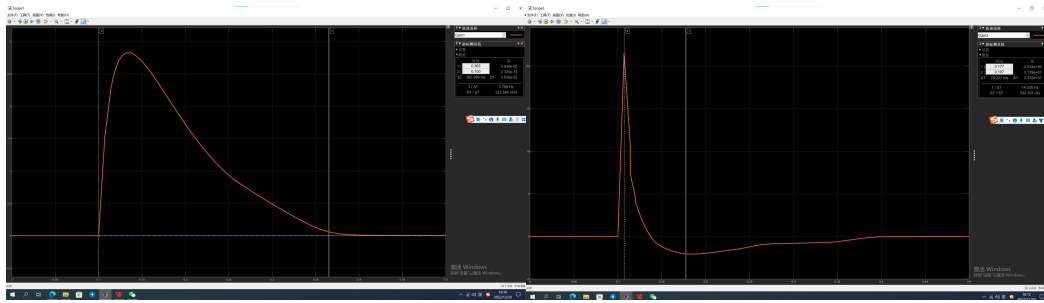
调试过程:

为了保证一阶导输入不发散，在输入模糊控制器前，阶跃信号先经过一个 $\tau = 0.01s$ 的一阶低通滤波（下同，不再强调）。在第一轮调试中先以 $kp=3$ （这个数据根据阶跃大小为 1 和输入范围 $[-3,3]$ 确定，下不做讨论更改，仅展示仿真结果） $kd=0.3$ Gain，输出增益 $ku = 50$ 做初步尝试，仿真结果输出如下：



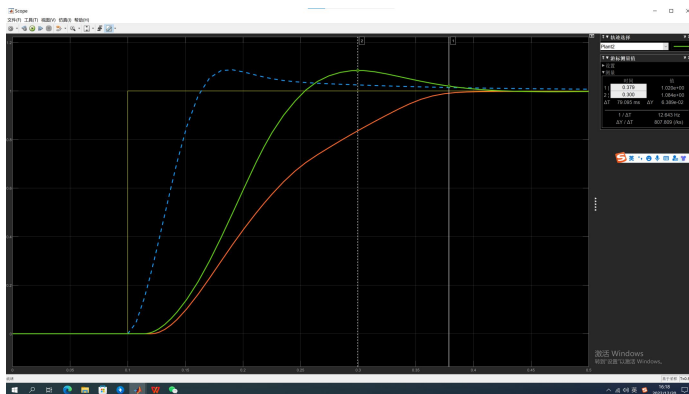
ZJU 2022 Fall 研究生课：智能控制 HW3 模糊控制

从上图可以看出，这一控制器的稳定时间 $t_s = 0.265s$ ，上升时间 $t_r = 0.26s$ ——这一参数较为不理想。观察模糊控制器的输入：

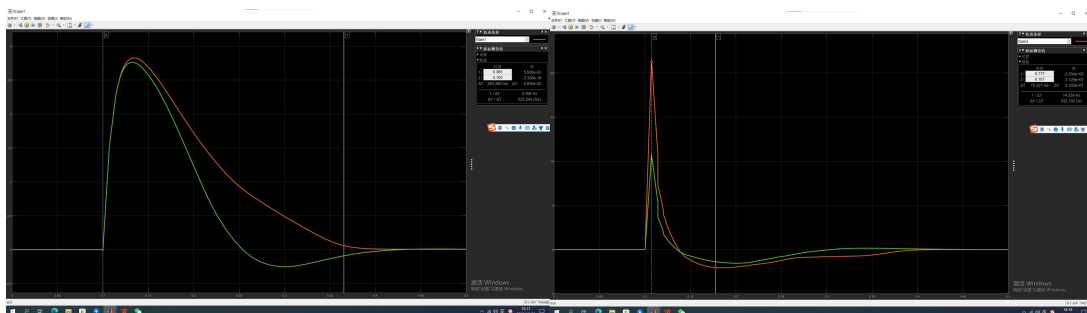


观察到阶跃发生后，模糊控制器一阶导输入快速增加饱和，可能造成模糊控制器没有起到很好地作用效果。修正思路：减小一阶导输入的增益，扩大控制器输出增益。

第二轮调试中，适当减小一阶导的输入增益，设制参数为 $k_p = 3$ ， $k_d = 0.15$ ，系统输出增益 $k_u = 50$ 。系统仿真输出如下图所示，其最大超调 $M_p = 8.4\%$ ，稳定时间 $t_s = 0.279s$ ，上升时间 $t_r = 0.15s$ ，可见其输出上升段动态性能明显改善。

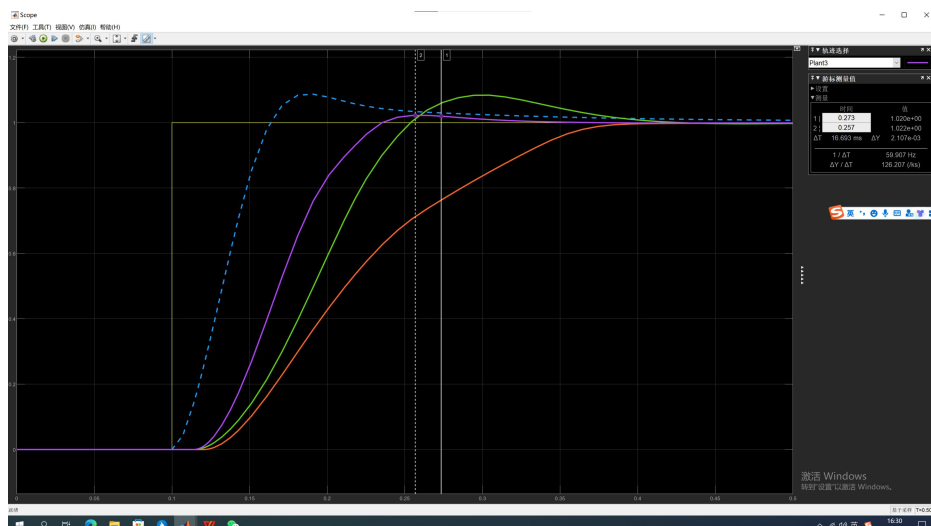


观察模糊控制器的输入参数，可以看出系统输入在初期快速上升的趋势被有效削减了，这使得模糊控制器的模糊规则可以在长时间内按梯次发挥作用，有利于控制系统。

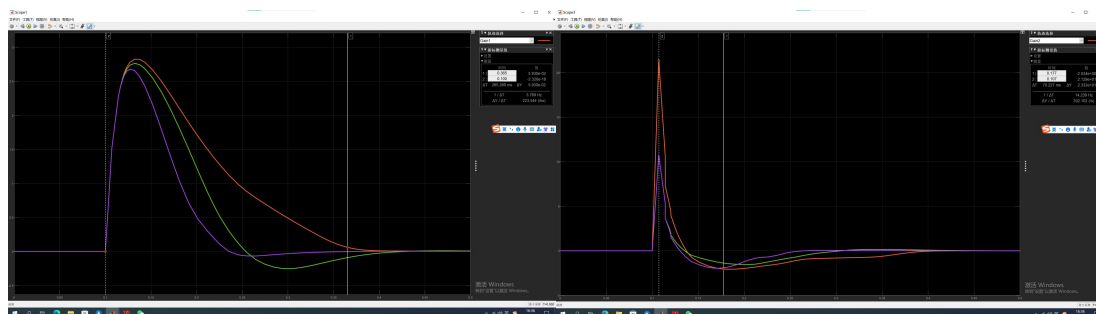


在第三轮调试中，适当增加控制器输出增益，设制参数为 $k_p = 3$ ， $k_d = 0.15$ ，系统输出增益 $k_u = 100$ 。系统仿真输出如下图所示，其最大超调 $M_p = 2.2\%$ ，稳定时间 $t_s = 0.173s$ ，上升时间 $t_r = 0.13s$ ，可见其输出的超调得到了充分抑制、上升段动态性能得到进一步改善，其综合动态性能已明显优于传统 PID 控制。

为了对比后续 FuzzyPID 控制，这里需要强调 FuzzyPD 控制器的稳态误差约为 0.2% 。



观察其输入如下：

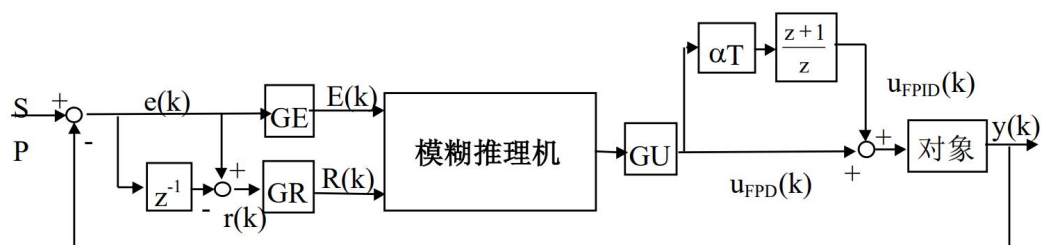


3. FuzzyPID 控制器

为减少不必要的、重复设置的模糊规则采用如下的模糊 PID 控制器构型

- 因此，可构造模糊PID型模糊控制器

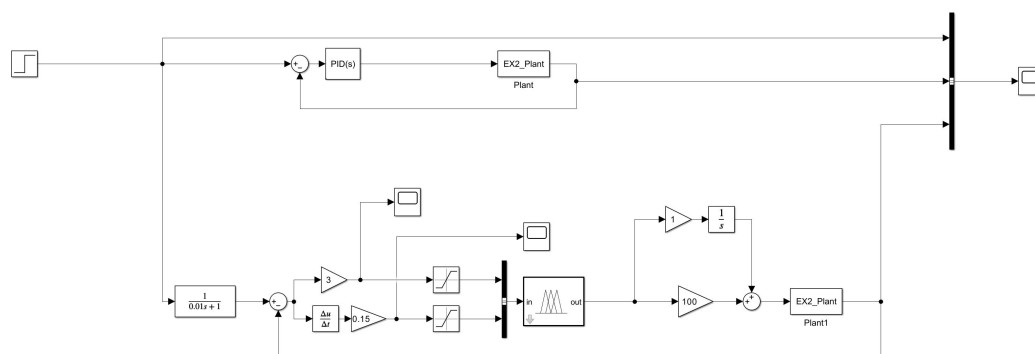
$$u_{FPID}(k) = u_{FPD}(k) + \alpha T \sum_{i=0}^k u_{FPD}(i)$$



- 上述结构的优势是，其模糊规则数与PD型结构一样。

ZJU 2022 Fall 研究生课：智能控制 HW3 模糊控制

在 Simulink 中搭建控制系统如下：



值得强调的是：在模糊控制输出后进行运算再输入被控系统非常容易造成仿真系统判断模型发散或者陷入死循环。在模糊模型前设制 **saturation** 模块可以部分解决这一问题，但在调试过程中仍然非常频繁地出现系统陷入死循环的情况，故在此仅做模糊 PID 控制的说明和展示，不复现调节过程了。

主要关注 FuzzyPID 控制器控制系统进入稳态后的表现：



可以看出，模糊控制器在系统进入稳态后可以在大部分时间内将稳态偏差抑制在 **0.1%** 以内，但会经常性地产生最大约 **0.25%** 的波动，这可能主要是由于模糊控制器在输入均为 0 的原点附近平坦的控制规则造成的。