

方向盘性能分布研究及异常检测

该部分分析基于北京朝阳艾瑞特2号的3-5月的日常行驶数据进行, 主要涉及:

- 从三至五月的日常行驶数据中提取出正常范围内的方向盘数据
- 分析方向盘的性能, 主要根据方向盘的转向状态和前轮转角之间的函数关系来量化其性能。
- 根据该函数关系随着时间变化的来判断是否存在time decay或者前后总体的不一致
- 基于某一段时间的数据估计函数关系的参数的分布, 利用假设检验的思想做异常检测 (实际用到了Bayesian credible interval)

1. 方向盘数据过滤

我们对于原来的全部行驶数据进行了筛选, 按照一定逻辑滤除了一部分不合理或者存在过多干扰的数据:

- 负的油门命令值 (cmd <= 0);
- 行驶速度过小 (v <= 0.7);
- 加速度为0 (acc = 0);
- 人工接管或人工接管的比例大于50%的bag
- 转向状态过大 (abs(steering_status) >= 300)。

2. 前轮转角与及函数关系

我们的目的是分析方向盘的性能, 即我们希望刻画系统当前处于的“转向状态(steering_status)”和实际的“前轮转角(front wheel steering angle)”之间的函数关系。转向状态可以从我们的数据中直接获得, 而前轮转角并无直接观测, 但我们可以间接的通过车辆的行驶速度, 角速度, 前后轮距和前轮转角的关系得到它。

通过简单的推导, 我们不难得到

$$\delta = \arctan\left(\frac{\omega_{yaw} L}{v_x}\right)$$

其中, delta是前轮转角, omega_yaw是角速度, L表示前后轮距, v_x是车辆行驶的速度。

对于前轮转角(delta)与转向状态(x)的函数关系, 先验经验与实验结果显示其呈现一个大致的线性关系, 但在转向状态取值较小或者过大的时候变换更为平缓。关于线性模型与非线性模型的取舍, 我尝试了一些非线性的方法拟合该函数关系, 但其效果并不理想。因此考虑到模型的简洁性和可泛化性(奥卡姆剃刀原理), 我最终用了用简单的线性关系来近似拟合该函数关系。基本的模型如下:

- Basic scheme (OLS)

$$\delta = ax + b + \epsilon, \quad \epsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

where δ is the **front wheel steering angle** (derived from formula $\delta = \arctan\left(\frac{\omega_{yaw} L}{v_x}\right)$), x is **steering_status**, ω_{yaw} is the angular velocity and v_x is **velo_robot_x**

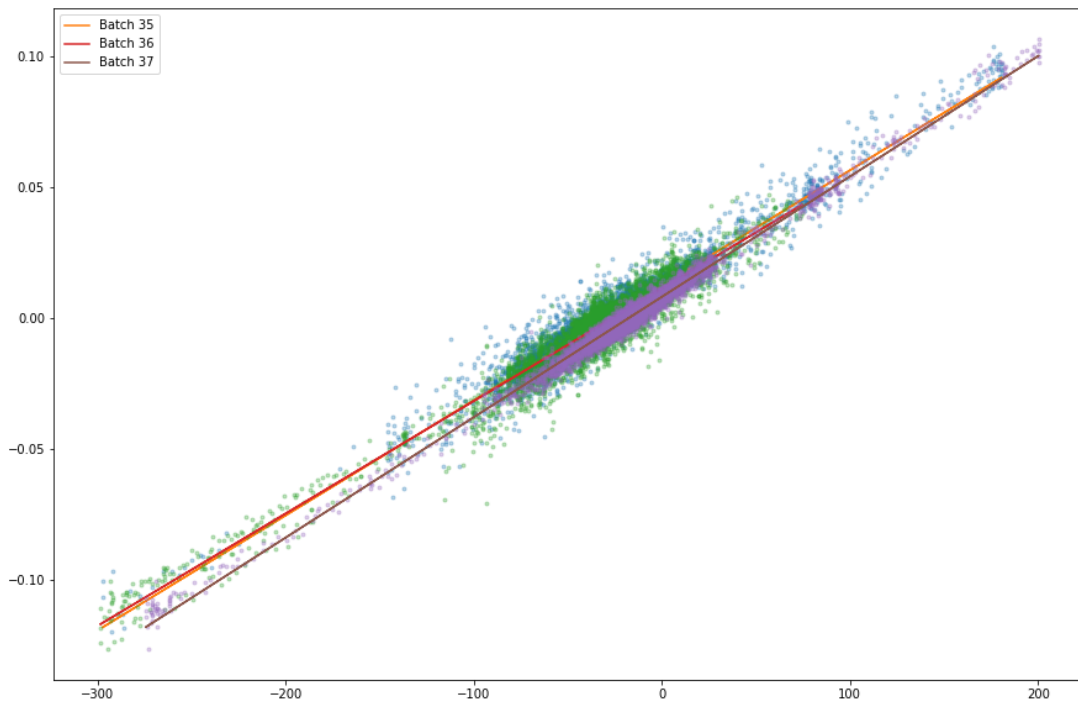
其中a和b分别是回归系数和回归常数, 其实际意义

- a表示方向盘的转弯系数, 即steering_status每变化单位1, 对应的前轮转角的变化量(弧度值);
- b表示方向盘的偏倚(bias), 即当车辆处于的转向状态为0时, 前轮转角的偏差值。

3. 数据分批及回归

为了检查车辆的油门性能是否存在time decay或者前后差异, 我将数据依照时间顺序均分成100个批次(batch), 然后分别对每个批次用OLS进行拟合。比较100个批次得到的参数估计的差异, 来判断是否存在time decay或者前后差异。

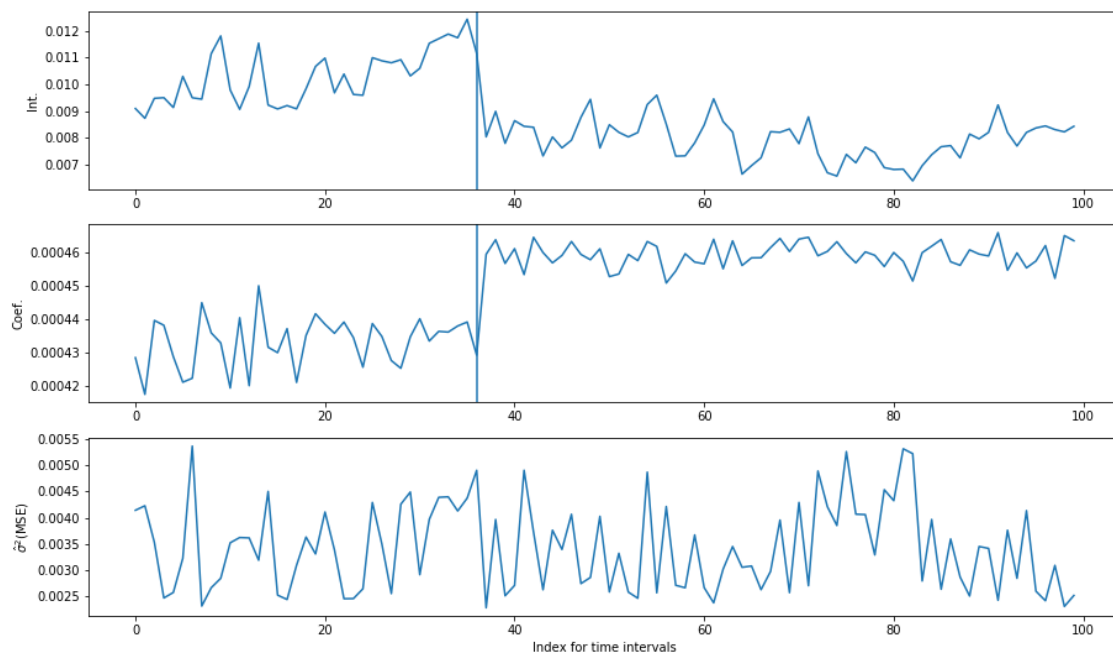
下图是其中某三个批次的数据散点图和回归线



如图我们可以看到35、36与37批次的数据得到的曲线存在较为明显的差异。实际上，通过充分比较，我发现前36个批次的回归线都较为类似，同样自37起的批次的回归线也非常接近。

4. 参数（函数关系）随时间变化的分析

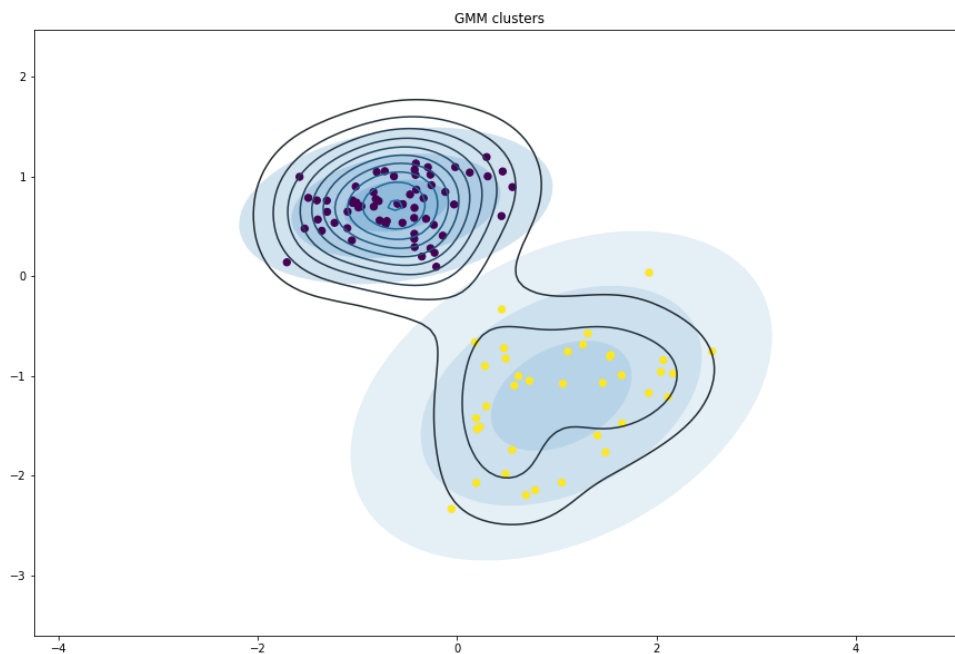
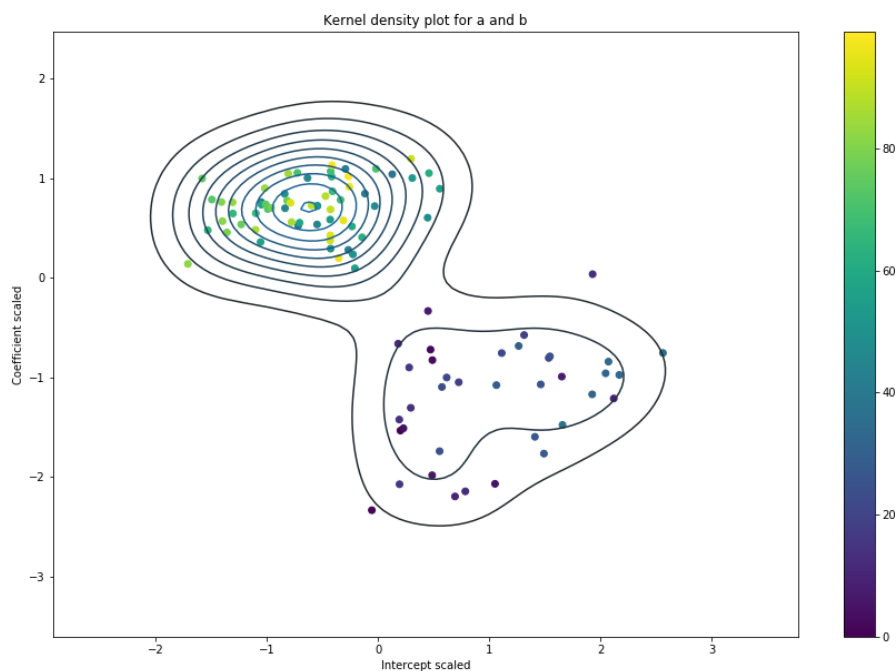
通过上述的数据分批，我们对于每个批次都可以得到一组回归系数，回归常数，方差的估计值 (a , b , σ^2_i), $i=0, \dots, 99$, 其按批次排列的趋势图如下



如上图，我们可以看到在第36个批次前后，参数的分布似乎存在着一个断层。

为了进一步探究参数随时间的变化关系，我做了下面三方面的分析：

- 用高斯混合模型 (GMM) 对参数进行拟合，得到如下的聚类结果



左图是回归系数 (y轴) 与回归常数 (x轴) 的估计值的散点图，颜色自身而浅表示不同的批次，可以看到序号较前的批次与序号较后的批次分布显然不太一样。

右图是是利用GMM聚类的结果，可以看到算法的结果和我们之前的结论类似，即0-36和37-99批次的数据来自于不同的总体分布。

- 用时序中的平稳性检验 (stationarity check, Augmented Dickey-Fuller unit root test) 来检验该时序数据是否是平稳的

```

****Int :****
Test Statistic      -3.021156
p-value             0.032965
#Lags Used           0.000000
Number of Observations Used  99.000000
Critical Value (1%)  -3.498198
Critical Value (5%)  -2.891208
Critical Value (10%) -2.582596
dtype: float64

****Coef_ :****
Test Statistic      -1.254646
p-value             0.649658
#Lags Used           4.000000
Number of Observations Used  95.000000
Critical Value (1%)  -3.501137
Critical Value (5%)  -2.892480
Critical Value (10%) -2.583275
dtype: float64

```

检验结果显示，在95%置信度下，对于Intercept的序列我们拒绝原假设（非平稳），认为Intercept是平稳的，对于Coefficient的序列我们不能拒绝原假设，认为Coefficient是非平稳的。

- 最后讲数据按照0-36, 37-99批次分为两部分，利用t检验或Hotelling's T^2 检验来判断数据是否来自于两个不同总体。

无论是t检验还是考虑了协方差结构的 T^2 检验都一直认为0-36, 37-99批次的总体来自于不同的分布，不做赘述。

5. 异常检测

这里对于异常值的检测，我们可以按照之前的思路，将根据样本估计得到的a, b计算均值和标准差，再用置信区间来监测异常。

但我个人觉得，既然一个更合理的方式是，利用贝叶斯的方法，将a, b, sigma不再视为某一固定且未知的常数，而看做我们的参数，且各自有自己的分布。

具体地，我们可以使用贝叶斯回归的思想，根据我们的先验知识先给a, b, sigma各自设定自己的先验分布，然后用观测到的数据来更新我们的先验分布，得到了结合先验知识和样本信息的后验分布，这样我们即可以获得一个合理的参数的点估计（极大后验估计量，MAP），也能通过整个后验分布对uncertainty进行合理的刻画。

我认为，这样做也是比较符合现实逻辑的一种方式，比如我们希望转弯系数保持在一个水平，但实际上由于种种原因，转弯系数总会产生一定程度的波动，这时用一个分布去刻画它远比一个单一点估计合理。具体的贝叶斯回归的方式参考如下(来自该项目gitlab的readme)

- Bayesian Linear Regression (BLR) scheme

$$\delta = ax + b + \epsilon, \quad \epsilon \sim N(0, \sigma^2), \quad a \sim N(\mu_a, \sigma_a^2), \quad b \sim N(\mu_b, \sigma_b^2)$$

use the distribution of a, b to identify outliers of coefficients and intercepts.

Or using another parametrization, we have

$$\delta = \tilde{X}\beta + \epsilon$$

where $\tilde{X} = [1, x]$, $\beta = (b, a)^T$, $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$, with conjugate priors (normal-gamma conjugate scheme)

$$\beta \sim N(\mu_0, \Lambda_0^{-1}), \quad \phi = (\sigma^2)^{-1} \sim \text{Gamma}(a_0, b_0)$$

Then the posterior distribution of parameters given observed data can be induced by

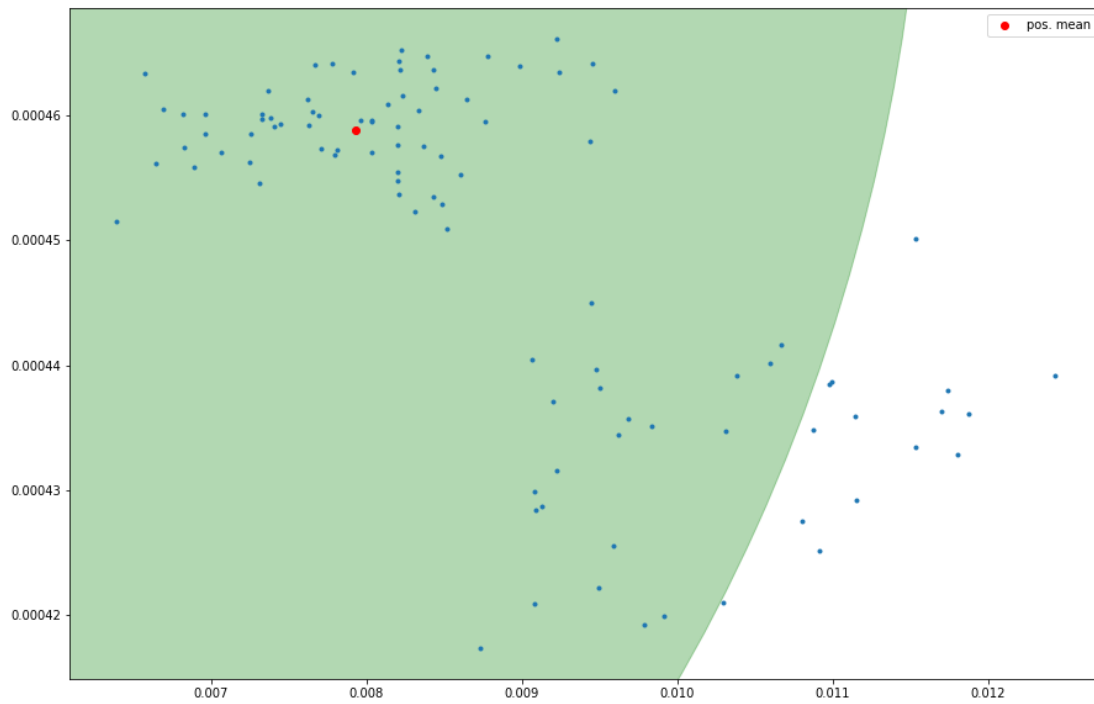
$$p(\beta, \phi | X, y) \propto p(\beta, \phi) p(y | \beta, \phi, X) \propto p(\beta | \phi) p(\phi) p(y | \beta, \phi, X)$$

The parameters for posterior distribution are as follows:

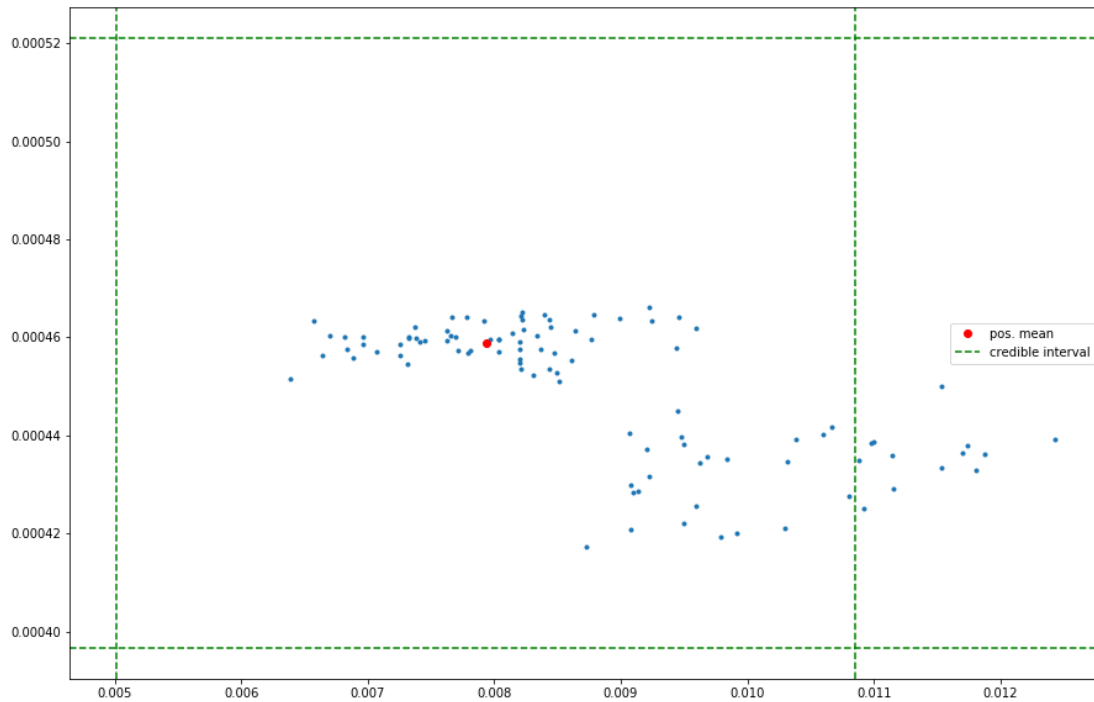
$$\Lambda_n = X^T X + \Lambda_0 \quad \mu_n = \Lambda_n^{-1} (X^T X \hat{\beta}_{ols} + \Lambda_0 \mu_0) \quad a_n = a_0 + \frac{n}{2} \quad b_n = b_0 + \frac{y^T y + \mu_0^T \Lambda_0 \mu_0 - \mu_n^T \Lambda_n \mu_n}{2}$$

由于前面检验出了前37个批次的数据分布与之后的数据略有不同，这里我就暂取了37-99批次的数据作为我们的样本观测，同时使用了Unit Information Prior(即与一个观测值等价信息量的OLS估计)，构建出了如下的a, b联合分布的95% credible region和a, b各自边缘分布的95% credible intervals作为异常检测的方法。

- a, b联合分布的95% credible region



- a, b各自边缘分布的95% credible intervals



Note: Under the hood of Bayesian inference, we can even give the posterior predictive distribution for delta, given a specific x. Although it is not our original problem, but it can be useful for later reference.