Oton Stilinović, 0036540000
Računalna animacija
January 27, 2026

3. laboratorijska vježba

Crtanje krivulje Fourierovim redom epiciklusa

Tema ove laboratorijske vježbe je aproksimiranje krivulje zadane nizom točaka pomoću rastava na sinusoide u kompleksnom prostoru. Nastavak sadrži kratku dokumentaciju koja se sastoji od poglavlja teorijske podloge, te uputa za pokretanje i slikovnim primjerima rada programa.

1. Teorijska podloga

Fourierov red

Fourierov red neke periodičke funkcije(duljine intervala P) $f(x)$ jest rastav te funkcije na sumu trigonometrijskih funkcija.

$$s(x) = \sum_{k=-K}^{K} c_k e^{i2\pi \frac{k}{P} x} \tag{1}$$

Uz pojedine uvjete(diferencijabilnost i glatkoća funkcije) ovaj rastav kovergira($K \to \infty$) u početnu funkciju, što nam postavlja ograničenja na ulaznu krivulju (mora biti kontinuirana, i počivati i završavati na istom mjestu)

Ulazna funkcija programu jest diskretni skup točaka koji aproklsimiraju funkciju krivulje jednodimenzionalnog ulata t i kompleksnog izlaza koji predstavlja točku u prostoru. Prije spomenuta ograničenja nam govore sve točke trebaju biti relativno blizu predhonoj točci, te da prva i zadnja točka trebaju biti blizu.

Vizualna reprezentacija kompleksnog Fourierovog reda bi bila niz segmenata lanca koji se svi okreću konstantnom brzinom. Po formuli 1, svaki od njih se okreće k puta u jedinici vremena, te je duljina segmenta i početni kut određen kompleksnim keoficijentom c_k. Koeficijente c_k ćemo dobiti pomoću diskrente Furierove transformacije

Fourierova transformacija

Fourierova transformacija prebacuje funkciju u frekvencijsku domenu

$$\hat{f}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{-i2\pi kx}\, dx, \quad \forall k \in \mathbb{R}. \tag{2}$$

Nama će trebati diskretna verzija, čija će izlaz biti skup $\{C_{-k}, ..., C_k\}$, gdje je svaki član definiran kao

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-i2\pi \frac{k}{N} n} \tag{3}$$

x_n bi ovdje bila specifičkna vrijednost n-te točke u ulzanom redu(tj. točka krivulje za $t = \frac{n}{T}$). Ako zapišemo taj skup preko Fouriervog reda, jasnije je što se tu događa.

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (c_{k_1} e^{i2\pi \frac{n}{N} k_1} + c_{k_2} e^{i2\pi \frac{n}{N} k_2} + ... + c_{k_t} e^{i2\pi \frac{n}{N} k_t} + ...) e^{-i2\pi \frac{k}{N} n} \tag{4}$$

$$C_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}(c_{k_1}e^{i2\pi\frac{n}{N}(k_1-k)} + c_{k_2}e^{i2\pi\frac{n}{N}(k_2-k)} + ... + c_{k_t}e^{i2\pi\frac{n}{N}(k_t-k)} + ...) \tag{5}$$

Za sve $k_t \neq k$ ovaj izraz bi trebao biti 0 (okretanje $k_t - k$ puta, s time da su oboje cijeli brojevi), a za $k_t = k$ ostavit će nam c_k, tj. baš onaj koeficijent koji nam treba, te se iz njega dobije duljina segmena i njegov offset. Tako nam je izlaz DFT-a lista svih duljina i offseta za sve brzine okretanja k koje želimo.

2. Detalji izvedbe

Program je napisan u C++-u, sa OpenGL-om(freeglut). Na ulaz progrmaa ide ime datoteke u kojoj se nalazi skup točaka(u svakom redu dva float broja odvojena zarezom). Iz točaka se dobe potrebni koeficijenti za DFT algoritmom, te su iz tih koeficijenata su izračunate vrijednosti reda u svakom trenutku, te prikazane kao lanac. Ulazna krivulja je prikazana plvom bojom, lanac crnom, te aproksimacija krivulje crvenom(kraj lanca za svaki t)

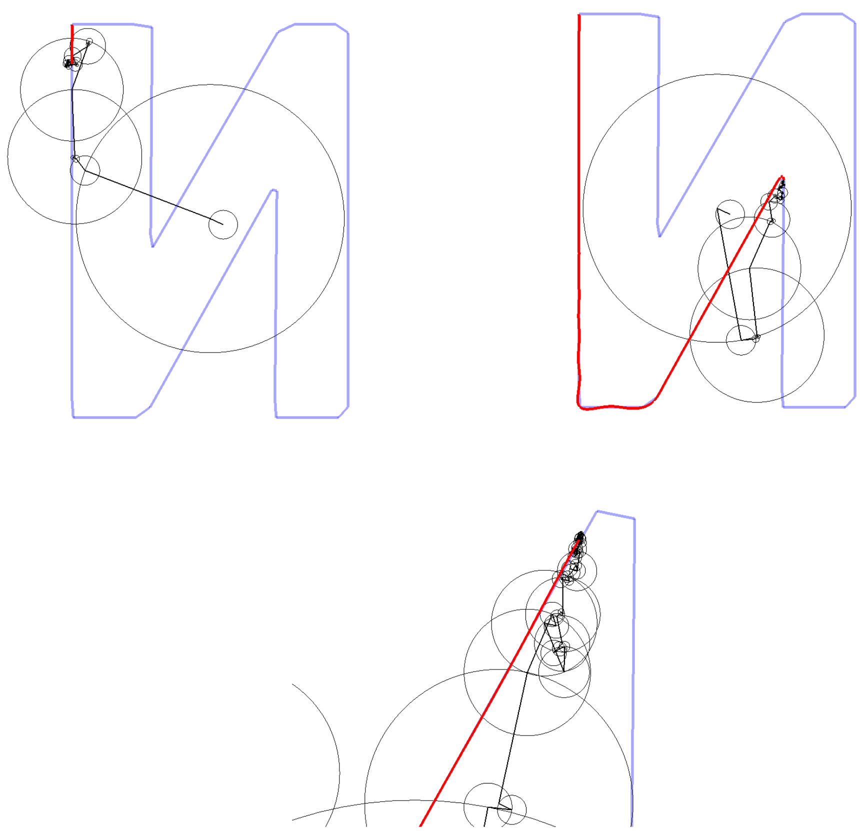

Figure 1. Prikaz rada programa. Slike cijele krivulje u procesu crtanja(gore), te povečana slika kako bi se vidjelo koliko puno ustvari ima segmentata lanac(dolje,u ovom slučaju je 100 različitih brzina okretaja, pošto ulazna krivulja ima 100 definiranih točaka)