Nilai Kebenaran, Implikasi, Biimplikasi ,Ekuivalen, dan Hukum Ekuivalen Logika

Eka Ratri Noor W.

Nilai Kebenaran Proposisi

Suatu proposisi memiliki tiga jenis nilai kebenaran yaitu Tautologi, Kontradiksi dan Kontigensi

Tautologi

Dinyatakan pada suatu tabel kebenaran yang hasil dari seluruh kondisi adalah true (1) atau benar. Sebagai contoh proposisi $p \vee \sim p$

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
1	0	1
0	1	1

Hasil Tautologi

Kontradiksi

Dinyatakan pada suatu tabel kebenaran yang hasil dari seluruh kondisi adaah false (0) atau salah. Sebagai contoh proposisi $p \wedge \sim p$

p	**~p**	**p ∧~p**
1	0	0
0	1	0

Hasil Kontradiksi

Kontigensi

Dinyatakan pada suatu tabel kebenaran yang hasil dari seluruh kondisi adaah campuran true (1) atau benar dan false (0) atau salah.

Sebagai contoh proposisi $p \wedge \sim p$

p	q	p ∧ q
1	1	1
0	1	0
1	0	0
0	0	0

Hasil Kontigensi

LATIHAN SOAL

Tunjukkan pernyataan di bawah ini termasuk tautologi, kontradiksi atau Kontigensi !

1. $\sim (p \wedge q) \vee q$
2. $\sim (p \vee q) \wedge q$
3. $(\sim p \vee \sim q) \wedge q$
4. $(p \vee q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
5. $(p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$

Implikasi

- Implikasi adalah pernyataan yang menggunakan kata hubung jika… maka…
- Notasi implikasi : p → q
- jika p maka q atau q jika p atau p syarat cukup untuk q atau q adalah syarat perlu untuk p
- Pernyataan implikasi bernilai benar jika meghasilkan kesimpulan kesimpulan yang benar atau kedua pernyataannya salah.

Implikasi

Tabel Kebenaran Implikasi

p	q	$p \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Contoh Implikasi

1. Jika menggunakan Java maka bahasa pemrograman. → benar
2. Jika menggunakan java maka bukan Bahasa pemrograman → salah
3. Jika tidak menggunakan java maka Bahasa pemrograman → benar
4. Jika tidak menggunakan java maka bukan Bahasa pemrograman → benar

Variasi Implikasi

- **Konvers**

  Jika implikasi : $p \rightarrow q$ maka konvers $q \rightarrow p$

  Contoh : jika Bahasa pemrograman maka meggunakan java

- **Invers**

  $\sim p \rightarrow \sim q$

  Contoh : jika tidak menggunakan java maka bukan Bahasa pemrograman

- **Kontraposisi**

  $\sim q \rightarrow \sim p$

  Contoh : jika bukan Bahasa pemrograman maka tidak menggunakan java

Tabel Kebenaran Variasi Implikasi

p	q	~p	~q	p → q	q → p	~p → ~q	~q → ~p
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1

Dapat dilihat bahwa :

- p→q (implikasi) setara ~q→~p (kontraposisi)
- q→p (konvers) setara ~p→~q (invers)

Biimplikasi

- Biimplikasi adalah pernyataan yang menggunakan kata hubung jika dan hanya jika
- Notasi biimplikasi : $p \leftrightarrow q$
- Pernyataan biimplikasi bernilai benar jika kedua pernyataam bernilai benar atau kedua pernyataan bernilai salah

Biimplikasi

Tabel Kebenaran Biimplikasi

p	q	$p \leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Contoh Biimplikasi

1. Bahasa pemrograman jika dan hanya jika menggunakan java → benar
2. Bahasa pemrograman jika dan hanya jika tidak menggunakan java→ salah
3. Bukan Bahasa pemrograman jika dan hanya jika menggunakan java → salah
4. Bukan Bahasa pemrograman jika dan hanya jika tidak menggunakan java → benar

LATIHAN SOAL

Carilah tabel kebenaran pernyataan berikut ini !

1. $(\sim p \wedge q) \rightarrow (p \vee \sim q)$
2. $\sim(p \wedge q) \vee (q \leftrightarrow p)$
3. $p \vee (q \leftrightarrow r)$
4. $\sim p \rightarrow (q \leftrightarrow r)$

Ekuivalen

Jika dua buah ekspresi logika adalah tautologi atau kontradiksi, maka dapat dipastikan bahwa kedua buah ekspresi logika tersebut adalah ekuivalen secara logis.

Ekuivalen

Diketahui notasi logika nya :

1. $p \vee \sim(p \vee q)$
2. $p \vee \sim q$

Untuk menunjukkan ekivalensi kedua pernyataan tersebut bisa menggunakan :

1. Tabel kebenaran
2. Hukum-hukum logika proposisi

Ekuivalen p ∨ ~(p∨q) dan p ∨ ~q (Tabel Kebenaran)

Tabel Kebenaran dari $p \lor \sim(p \lor q)$ dan $p \lor \sim q$

p	q	$\sim q$	$p \lor q$	$\sim(p \lor q)$	$p \lor \sim(p \lor q)$	$p \lor \sim q$
1	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1

$p \lor \sim(p \lor q)$ dan $p \lor \sim q$ memiliki nilai kebenaran yang sama

Ekuivalen (Tabel Kebenaran)

Menghubungkan $p \vee \sim(p \vee q)$ dan $p \vee \sim q$ dengan biimplikasi

$p \vee \sim(p \vee q)$	$p \vee \sim q$	$p \vee \sim(p \vee q) \leftrightarrow p \vee \sim q$
1	1	1
1	1	1
0	0	1
1	1	1

$p \vee \sim(p \vee q) \leftrightarrow p \vee \sim q$ memiliki nilai semuanya benar atau tautologi yang menunjukkan bahwa kedua pernyataan tersbut adalah ekuivalen secara logis

Hukum-hokum Logika Proposisi

Proposisi dalam kerangka hubungan ekuivalen logika, memenuhi beberapa sifat-sifat yang dinyatakan dalam hukum yang mirip dengan hukum aljabar pada bilangan real, sehingga hukum logika proposisi dinamakan juga sebagai hukum-hukum aljabar proposisi

Hukum-hukum Logika Proposisi

Hukum Logika	Notasi 1	Notasi 2
Hukum Identitas	$p \wedge 1 \equiv p$	$p \vee 0 \equiv p$
Hukum dominasi	$p \wedge 0 \equiv 0$	$p \vee 1 \equiv 1$
Hukum Negasi	$p \wedge \sim p \equiv 0$	$p \vee \sim p \equiv 1$
Hukum Idempoten	$p \wedge p \equiv p$	$p \vee p \equiv p$
Hukum Involusi	$\sim(\sim p) \equiv p$	
Hukum Absorbsi	$p \wedge (p \vee q) \equiv p$	$p \vee (p \wedge q) \equiv p$
Hukum Komutatif	$p \wedge q \equiv q \wedge p$	$p \vee q \equiv q \vee p$
Hukum Asosiatif	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$
Hukum Distributif	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Hukum De Morgan	$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
Implikasi	$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$	
Biimplikasi	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	
Kontraposisi	$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$	

Ekuivalen $p\vee \sim(p\vee q)$ dan $p \vee \sim q$ (Hukum Logika)

Pembuktian ekuivalen $p\vee \sim(p\vee q)$ dan $p \vee \sim q$ dengan hokum logika :

1. $p \vee \sim(p\vee q) \equiv p \vee \sim q$
2. $p \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv p \vee \sim q$ (Hukum D'Morgan)
3. $(p\vee\sim p) \wedge (p\vee \sim q) \equiv p \vee \sim q$ (Hukum Distributif)
4. $1\wedge(p\vee \sim q) \equiv p \vee \sim q$ (Hukum Negasi)
5. $p\vee \sim q \equiv p \vee \sim q$ (Hukum Identitas) ➔ Terbukti ekuivalen

LATIHAN SOAL

Tunjukkan pernyataan di bawah ini di bawah ini ekuivalen menggunakan tabel kebenaran dan hukum logika !

1. $\sim(p \vee \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv \sim p$
2. $(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim q \wedge p) \equiv \sim q$
3. $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Hukum-hukum Logika Proposisi

Hukum Logika	Notasi 1	Notasi 2
Hukum Identitas	$p \land 1 \equiv p$	$p \lor 0 \equiv p$
Hukum dominasi	$p \land 0 \equiv 0$	$p \lor 1 \equiv 1$
Hukum Negasi	$p \land \sim p \equiv 0$	$p \lor \sim p \equiv 1$
Hukum Idempoten	$p \land p \equiv p$	$p \lor p \equiv p$
Hukum Involusi	$\sim(\sim p) \equiv p$	
Hukum Absorbsi	$p \land (p \lor q) \equiv p$	$p \lor (p \land q) \equiv p$
Hukum Komutatif	$p \land q \equiv q \land p$	$p \lor q \equiv q \lor p$
Hukum Asosiatif	$p \land (q \land r) \equiv (p \land q) \land r$	$p \lor (q \lor r) \equiv (p \lor q) \lor r$
Hukum Distributif	$p \land (q \lor r) \equiv (p \land q) \lor (p \land r)$	$p \lor (q \land r) \equiv (p \lor q) \land (p \lor r)$
Hukum De Morgan	$\sim(p \land q) \equiv \sim p \lor \sim q$	$\sim(p \lor q) \equiv \sim p \land \sim q$
Implikasi	$p \rightarrow q \equiv \sim p \lor q$	
Biimplikasi	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p)$	
Kontraposisi	$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$	