河北大学 物理科学与技术学院《激光原理》测试题

第 四 章 激光振荡特性

一、简答题

1. 试解释均匀加宽激光器中的自选模效应（简明起见，仅考虑基横模运转）。

   答：在均匀加宽激光器中，当小信号增益系数大于阈值增益时，位于振荡线宽范围内的多个纵模均满足振荡条件而起振。开始起振时，各起振纵模的光强匀被受激的放大，但各个纵模光强增长的快慢不相同，谐振频率靠近中心频率的纵模获得的增益较大，光强增长较快。当腔内光强的增长到足够大时，会出现增益饱和效应，使整个增益曲线等比例下降。这会抑制偏离中心频率较远的纵模，仅保留最靠近中心频率的纵模，最终形成稳定的振荡。这就是均匀加宽激光器中的自选模效应。

2. 对于内腔式均匀加宽单模气体激光器，在刚开机点亮预热的一段时间里，可观察到激光输出频率在增益曲线中心频率附近振荡。首先逐渐连续减小，然后突然跳变增大，再重复该过程。同时输出功率也随之起伏。试解释该现象。

   答：内腔式气体激光器预热时，腔内温度逐渐升高，由于热膨胀效应，腔长 L 缓慢增加。腔内各本征纵模的谐振频率 $\nu_q = q\dfrac{c}{2L}$，随腔长 L 的增加向低频收缩。在某一时刻，ν_q 模因更靠近增益曲线中心频率 ν_0，而竞争占优获得输出，随腔长的增加，ν_q 模会逐渐远离中心频率，此时 ν_{q+1} 模会逐渐靠近中心频率，直到 ν_{q+1} 模更靠近中心频率，竞争占优，取代 ν_q 模获得输出，这时激光器会出现跳模。于是腔长每增加半个波长就会产生一次跳模。由于纵模间隔为 $\Delta\nu_q = \dfrac{c}{2L}$，输出激光的频率就在 $\nu_0 \pm \dfrac{\Delta\nu_q}{2}$ 范围内振荡。由于每个输出模式的都是先靠近中心频率再远离中心频率，输出的激光功率会先增加再减小。

3. 试解释驻波腔激光器中增益的轴向空间烧孔效应，并简要说明轴向空间烧孔的影响。

   答：某一谐振频率的纵模在腔中往返传播时，在腔内沿轴向形成一个驻波场分布。由于增益饱和效应，工作物质的增益系数在波腹处最小，在波节处最大。这一现象称作增益的轴向空间烧孔效应。当泵浦作用较强时，另外一些谐振频率的纵模可以利用增益系数在轴向分布的不均匀性获得增益而形振荡。因此轴向空间烧孔会引起驻波腔激光器的多纵模振荡。

4. 试简单分析单模激光器在小信号增益系数大于阈值增益时，稳定工作状态建立的过程。

   答：如果腔内某一振荡模式的频率为 ν_q，开始时，由于 $g(\nu_q, I_{\nu_q}) > g_t$，腔内光强 I_{ν_q} 逐渐增加。当光强增大到与饱和光强度相比拟时，由于增益饱和效应，$g(\nu_q, I_{\nu_q}) > g_t$ 将随着 I_{ν_q} 的增加而减小。但只要 $g(\nu_q, I_{\nu_q}) > g_t$，光强 I_{ν_q} 将继续增长，直到 $g(\nu_q, I_{\nu_q}) = g_t$，增益与损耗达到平衡，光强 I_{ν_q} 将保持稳定。这时激光器建立了稳定工作状态。

5. 什么是振荡线宽？简述影响激光器振荡线宽的因素。

答： 激光器的振荡线宽是指小信号增益系数大于等于阈值增益系数所对应的频率范围常记为 $\Delta\nu_{\text{osc}}$。振荡线宽与阈值条件和外界激发（泵浦）的强弱有关，阈值增益系数越低，激发越强，振荡线宽越宽。

6. 什么是兰姆凹陷？试定性解释兰姆凹陷产生的原因。

答： 驻波腔多普勒加宽单模连续激光器的输出功率随频率变化的曲线在中心频率附近会出现一个凹陷，称为兰姆凹陷。出现兰姆凹陷的原因是：单模频率为中心频率时在增益曲线中心频率处形成的烧孔面积小于适当偏离中心频率时两个烧孔面积的和，而烧孔面积正比于对该模作受激辐射的反转粒子数，从而正比于该模的输出功率。因此，激光器的输出功率随频率变化的曲线在中心频率附近会出现兰姆凹陷。

7. 一般固体脉冲激光器会出现弛豫振荡现象。试定性解释弛豫振荡产生的原因。

答： 在脉冲泵浦源的作用下，反转粒子数密度和腔内光子数密度处于剧烈变化之中。当 $\Delta n > \Delta n_t$ 时，开始产生激光，受激辐射将使腔内光子数急剧增加并达到极值。腔内过高的光子数密度又消耗了大量高能级粒子，致使 $\Delta n < \Delta n_t$。由于腔内增益小于损耗，光子数减少而形成一个尖峰。这种过程在脉冲泵浦持续作用时间内反复出现，构成一个尖峰脉冲序列。随着泵浦功率加大，尖峰形成越快，尖峰间隔越小。

8. 为何单模激光器的线宽极限不为零，试定性说明其原因。

答： 在激光振荡达到平衡时，腔内该模式的总光子数密度保持恒定。由光腔损耗引起的光子数的减少会由受激辐射过程和自发辐射过程共同补充。但是自发辐射具有随机的相位，自发辐射光子与受激辐射光子并不处于同一光子态。这就会造成激光输出的谱线加宽。这种线宽是由于自发辐射的存在而产生的，是无法避免的，从而成为激光器的线宽极限。

二、证明题

9. 激光器的工作物质长为 l，折射率为 η，谐振腔长 L，谐振腔中除工作物质外的其余部分折射率为 η'，工作物质中光子数密度为 N，光的单程损耗为 δ，真空中的光速为 c。试证明对频率为中心频率的光

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \Delta n\sigma_{21}cN\frac{l}{L'} - N\frac{\delta c}{L'}$$

其中 $L' = \eta l + \eta'(L-l)$ 为腔的光学长度。

证明： 设光束的横截面积为 S，则位于工作物质中的光束体积可表示为 $V = Sl$，位于腔内工作物质外的光束体积为 $V' = S(L-l)$。腔的总光子数应由工作物质中光子数 NV 与工作物质外光子数 $N'V'$ 组成。腔内总光子数的变化应为

$$\frac{\mathrm{d}(NV + N'V')}{\mathrm{d}t} = \Delta nV\sigma_{21}vN - \frac{NV + N'V'}{\tau_R}$$

其中 $\Delta nV\sigma_{21}vN$ 描述受激跃迁过程引起的光子数增长，$\dfrac{NV + N'V'}{\tau_R}$ 描述腔的损耗引起的光子数减少。由工作物质中光强与工作物质外的光强相等，即

$$Nh\nu v = N'h\nu v'$$

再考虑到 $v = c/\eta$，可以得到

$$\frac{N}{\eta} = \frac{N'}{\eta'}$$

将此代回原式并整理得到

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \Delta n \sigma_{21} c N \frac{l}{L'} - \frac{N}{\tau_R}$$

而腔的时间常数为 $\tau_R = \dfrac{L'}{\delta c}$，将此代入上式则有

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \Delta n \sigma_{21} c N \frac{l}{L'} - N \frac{\delta c}{L'}$$

□

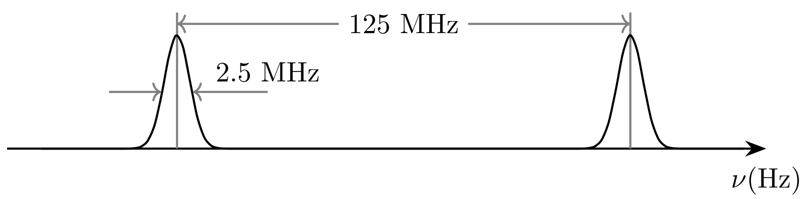
三、综合题

10. 某无源 F-P 腔激光谐振腔的在工作物质中心频率附近的一段频谱，如下图所示。（设腔内充满工作物质，折射率均为 $\eta = 1$）。试计算：

(1) 该 F-P 谐振腔的腔长 L；

(2) 该 F-P 谐振腔的时间常数；

(3) 若对工作物质进行激励，为了使激光器出现自激振荡，中心频率处小信号增益系数 g_m^0 应为多少？



解：

(1) 记 F-P 谐振腔的纵模间隔为 $\Delta\nu_q$，则有

$$\Delta\nu_q = \frac{c}{2L}$$

于是，腔长 $L = \dfrac{c}{2\Delta\nu_q}$。由图可知，该 F-P 谐振腔的纵模间隔为 $\Delta\nu_q = 125\ \mathrm{MHz}$。因此

$$L = \frac{c}{2\Delta\nu_q} = \frac{3\times 10^8}{2\times 125\times 10^6} = 1.2\,\mathrm{m}$$

(2) 记 F-P 无源谐振腔本征模式的谱线宽度为 $\Delta\nu_c$，则有

$$\Delta\nu_c = \frac{1}{2\pi\tau_R}$$

于是，腔的时间常数 $\tau_R = \dfrac{1}{2\pi\Delta\nu_c}$。由图可知，该 F-P 无源谐振腔本征模式的谱线宽度为 $\Delta\nu_c = 2.5$ MHz。因此

$$\tau_R = \frac{1}{2\pi\Delta\nu_c} = \frac{1}{2\pi\times 2.5\times 10^6} = 63.7\,\mathrm{ns}$$

(3) 已知腔的时间常数可表示为 $\tau_R = \dfrac{L}{\delta c}$，其中 δ 为腔的单程损耗因子。于是有

$$\delta = \frac{1}{\tau_R c} L = \frac{2\pi \Delta\nu_c}{c} \frac{c}{2\Delta\nu_q} = \pi \frac{\Delta\nu_c}{\Delta\nu_q} = \frac{\pi}{50}$$

由激光振荡条件可知，当中心频率处小信号增益系数满足

$$g_m^0 \geqslant \frac{\delta}{L} = \frac{\pi}{50 \times 1.2} = \frac{\pi}{60} = 0.0524\,\mathrm{m}^{-1}$$

时，激光器可以实现自激振荡。

11. He-Ne 激光工作物质的多普勒宽度 $\Delta\nu_D = 1450\,\mathrm{MHz}$，中心频率处小信号增益系数 $g_m = 1.2 \times 10^{-3}\,\mathrm{cm}^{-1}$。腔长 $L = 120\,\mathrm{cm}$，放电管长 $l = 100\,\mathrm{cm}$。输出镜的透射率为 0.06，忽略光腔的其它损耗。

(1) 试求该激光器的纵模间隔；

(2) 试求该激光器的阈值增益系数；

(3) 若仅有基横模运转，试估算有几个纵模可以振荡。

注：多普勒加宽工作质小信号增益系数为

$$g_i^0(\nu) = g_m \exp\left[-(4\ln 2)\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2\right]$$

解：

(1) 记 F-P 谐振腔的纵模间隔为 $\Delta\nu_q$，则有

$$\Delta\nu_q = \frac{c}{2L} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 1.2} = 125\,\mathrm{MHz}$$

(2) 记激光器的单程损耗因子为 δ，则有

$$\delta = -\frac{1}{2}\ln(1 - T) = -\frac{1}{2}\ln(1 - 0.06) \approx 0.03$$

由阈值增益系数定义可知

$$g_t = \frac{\delta}{l} = \frac{0.03}{100} = 3 \times 10^{-4}\,\mathrm{cm}^{-1}$$

(3) 设振荡线宽为 $\Delta\nu_{\mathrm{osc}}$，则对于频率为 $\nu' = \nu_0 \pm \dfrac{1}{2}\Delta\nu_{\mathrm{osc}}$ 处的小信号增益系数等于阈值增益，即

$$g_i^0(\nu') = g_m \exp\left[-(\ln 2)\left(\frac{\Delta\nu_{\mathrm{osc}}}{\Delta\nu_D}\right)^2\right] = g_t$$

由此可得，$\Delta\nu_{\mathrm{osc}} = \sqrt{2}\Delta\nu_D = 1450\sqrt{2}\,\mathrm{MHz}$。只有振荡线宽范围内的纵模可以起振，而

$$\frac{\Delta\nu_{\mathrm{osc}}}{\Delta\nu_q} = \frac{1450\sqrt{2}}{125} = 16.4$$

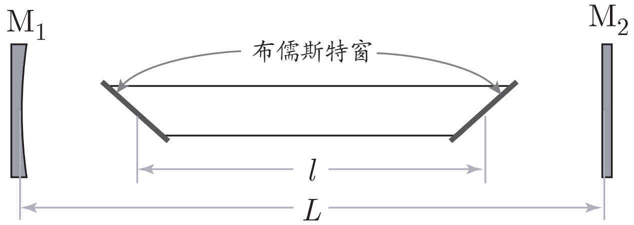
因此激光器可能起振的纵模数目为 $16 \sim 17$ 个。

12. 如下图所示的激光谐振腔，其中凹面反射镜 M_1 与平面反射镜 M_2 的反射率分别为 $r_1 = 0.95$ 和 $r_2 = 0.85$，两个布儒斯特窗口对特定偏振光的透过率均为 $T = 98\%$，光腔的长度为 $L = 50\,\mathrm{cm}$，增益介质的长度为 $l = 30\,\mathrm{cm}$，增益介质的折射率为 $\eta = 1$。

(1) 若凹面反射镜 M_1 的曲率半径为 $R_1 = 1\,\mathrm{m}$，试判断该腔的稳定性；

(2) 若增益介质的小信号增益系数 $g^0 = 0$ 时，试求光腔的单程损耗因子；

(3) 若中心频率处小信号增益系数为 $g^0 = 4 \times 10^{-3}\ \mathrm{cm}^{-1}$，请问该激光器能否振荡，并说明原因。



解：

(1) 该光腔为平凹腔，反射镜 M_1 的曲率半径 $R_1 = 1\,\mathrm{m}$，反射镜 M_2 的曲率半径为无穷大，光腔的 g 参数分别为

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2} = 1 - \frac{0.5}{\infty} = 1$$

由此可知，$0 < g_1 g_2 = \dfrac{1}{2} < 1$，即该腔满足稳定性条件，是稳定腔。

(2) 若光束从腔镜 M_1 的表面出发向右传播在腔内往返一周，回到原来位置。设出发时光波强度为 I_0，往返一周后的强度为

$$I = I_0 T^2 r_2 T^2 r_1 = I_0 r_1 r_2 T^4$$

由单程损耗因子的定义知

$$I = I_0 e^{-2\delta}$$

于是有

$$e^{-2\delta} = r_1 r_2 T^4 \Rightarrow \delta = -\frac{1}{2} \ln\left(r_1 r_2 T^4\right) \approx 0.15$$

(3) 这时激光器不能振荡。因为激光器的阈值增益为 $g_t = \dfrac{\delta}{l} = \dfrac{0.15}{30} = 5 \times 10^{-3}\ \mathrm{cm}^{-1}$。而中心频率处小信号增益系数 $g^0 = 4 \times 10^{-3}\ \mathrm{cm}^{-1}$，$g^0 < g_t$，不满足振荡条件。