

数值分析实验题目（奇数学号）

1. 考虑线性方程组 $Ax = b$, $A \in R^{n \times n}$, $b \in R^n$, 编制一个能自动选取主元, 又能手动选取主元的求解线性代数方程组的 *Gauss* 消去过程。

(1) 取矩阵 $A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & & & \\ 8 & 6 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 8 & 6 & 1 \\ & & & 8 & 6 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 7 \\ 15 \\ \vdots \\ 15 \\ 14 \end{bmatrix}$, 则方程组有解 $x^* = (1, 1, \dots, 1)^T$ 。

取 $n=10$ 计算矩阵的条件数。分别用顺序 *Gauss* 消元法和列主元 *Gauss* 消元法求解, 结果如何?

(2) 现选择程序中手动选取主元的功能, 每步消去过程都选取模最小或按模尽可能小的元素作为主元进行消元, 观察并记录计算结果, 若每步消去过程总选取按模最大的元素作为主元, 结果又如何? 分析实验的结果。

(3) 取矩阵阶数 $n=20$ 或者更大, 重复上述实验过程, 观察记录并分析不同的问题及消去过程中选择不同的主元时计算结果的差异, 说明主元素的选取在消去过程中的作用。

(4) 选取其他你感兴趣的问题或者随机生成的矩阵, 计算其条件数, 重复上述实验, 观察记录并分析实验的结果。

2. 从随机的数据中找出其规律性, 给出其近似的函数表达式问题, 在生产实践和科学实验中经常遇到, 通常利用数据的最小二乘法求得拟合曲线。在某冶炼过程中, 根据统计数据钢的含碳量与时间关系, 试求含碳量 y (吨) 与时间 t (分) 的拟合曲线。

t(分)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
y(10^{-4} 吨)	0	1.27	2.16	2.86	3.44	3.87	4.15	4.37	4.51	4.58	4.02	4.64

要求:

(1) 画出原始数据分布的趋势图;

(2) 最小二乘法进行曲线拟合, 近似表达式为 $\varphi(t) = a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$ 。

(3) 另外选取一个近似表达式 (比如 $\varphi(t) = at^b$), 尝试拟合效果的比较。

数值分析实验题目（偶数学号）

3.考虑方程组 $Hx=b$ 的解，其中系数矩阵 H 为 Hilbert 矩阵：

$$H = (h_{i,j})_{n \times n}, h_{i,j} = \frac{1}{i+j-1}, i, j = 1, 2, \dots, n$$

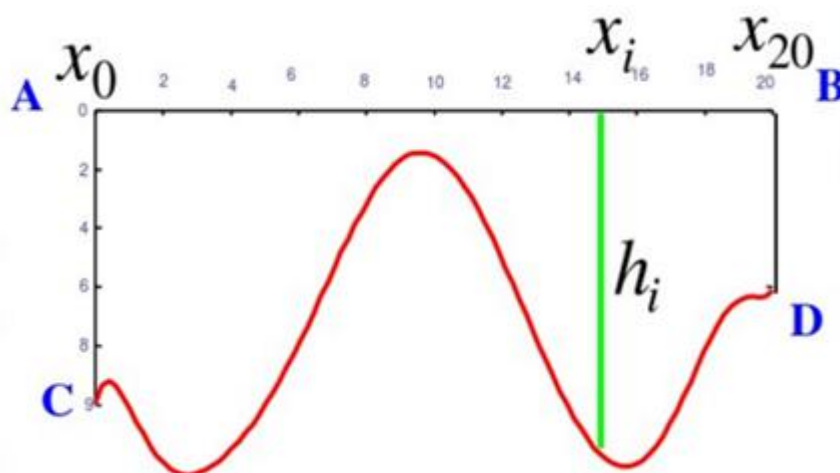
这是一个著名的病态问题。通过首先给定解（例如取为各个分量均为 1）再计算出右端的办法给出确定的问题。

（1）选择问题的维数为 6，分别用 *Gauss* 消去法、*J* 迭代法、*GS* 迭代法和 *SOR* 迭代法求解方程组，其各自的结果如何？将计算结果与问题的解比较，结论如何。

（2）逐步增大问题的维数，仍用上述的方法来解决它们，计算的结果如何？计算的结果说明的什么？

（3）讨论病态问题求解的算法。

4.某一通信公司在一次施工中，需要在水面宽为 20m 的河沟底沿直线走向铺设一条沟底光缆。在铺设光缆之前需要对沟底的地形做初步探测，从而估计所需光缆的长度，为工程预算提供依据。大概情况如图所示



探测到一组等分点位置的深度数据如下表所示：

分点	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
深度 h_i	9.01	8.96	7.96	7.96	8.02	9.05	10.13	11.18	12.26	13.28
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
13.32	12.61	11.29	10.22	9.15	7.95	7.95	8.86	9.81	10.80	10.93

- (1) 预测通过这条河沟所需光缆长度的近似值。
- (2) 求出铺设沟底光缆的拟合曲线函数，并绘制其图像。

说明：

- 1.学号为奇数同学做前两道题，学号为偶数的同学做后两道题。
- 2.实验最终以电子版实验报告和纸质版实验报告的形式提交（严格按照实验报告模板形式）。电子版实验报告需附源程序，纸质版实验报告无须打印源程序代码。
- 3.电子版实验报告发至邮箱 shuzhifenxi2015@163.com，邮件名统一形式为：
班级-学号-姓名-实验*， 例如软件 1601-20165555-李小龙-实验 1