高级宏观经济学作业三

任课教师：吴化斌

wu.huabin@sufe.edu.cn

一、根据标准的新凯恩斯模型（CGG），

$$
\begin{aligned}
y_t =& E_t y_{t+1} - \frac{1}{\theta} r_t + u_t^{IS}, \quad \theta > 0, \\
\pi_t =& \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa y_t + u_t^{\pi}, \quad 0 < \beta < 1, \quad \kappa > 0, \\
r_t =& \phi_\pi E_t \pi_{t+1} + \phi_y E_t y_{t+1} + u_t^{MP}, \quad \phi_\pi > 0, \quad \phi_y \geq 0.
\end{aligned}
$$

假设冲击服从独立的 AR(1) 过程:

$$
\begin{aligned}
u_t^{IS} =& \rho_{IS} u_{t-1}^{IS} + e_t^{IS}, \quad -1 < \rho_{IS} < 1, \\
u_t^{\pi} =& \rho_{\pi} u_{t-1}^{\pi} + e_t^{\pi}, \quad -1 < \rho_{\pi} < 1, \\
u_t^{MP} =& \rho_{MP} u_{t-1}^{MP} + e_t^{MP}, \quad -1 < \rho_{MP} < 1,
\end{aligned}
$$

假设 $\theta = 1$，$\kappa = 0.1275$，$\beta = 0.99$，$\phi_\pi = 0.5$，$\phi_y = 0.125$，假设 $\alpha = 0.3$，$\phi = 0.0777$，从而确保 $\kappa = \frac{(1-\alpha)(1-\alpha\beta)}{\alpha}\phi$。并且 $\rho_{IS} = \rho_\pi = \rho_{MP} = \rho$。本题需要提交 Dynare 程序。

1. 利用 Dynare 软件分别模拟 $\rho = 0$、$\rho = 0.5$、$\rho = 0.9$ 三种情况下，产出，通货膨胀和实际利率在不同冲击下的脉冲反应图。

2. 把 NKPC 方程替换为 NKPCI：

$$
\pi_t = \frac{1}{1+\beta}\pi_{t-1} + \frac{\beta}{1+\beta} E_t \pi_{t+1} + \frac{\kappa}{1+\beta} y_t,
$$

   请重做 1 小题。

3. 把 NKPC 方程替换为 SIPC：

$$
\pi_t = \frac{1-\alpha}{\alpha}\phi y_t + (1-\alpha)\sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j E_{t-j-1}\left(\pi_{t-1} + \phi \Delta y_t\right)
$$

   请重做 1 小题。（你需要用到 EXPECTATION 命令。例如：$E_{t-1}(x_t)$ 在 Dynare 中表示为：EXPECTATION(-1)(x)。）

4. 请对比以上第 1、2（、3）小题的结果有何不同，并简单说明原因。

二、**DSGE 模型的求解和模拟。**（本题需要使用 MATLAB 和 Dynare 程序包）。

假设家庭的最优化目标是最大化终生效用：$E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t)$，其中 c_t、l_t 分别表示消费和劳动时间，β 表示折现因子。家庭的即期效用函数是消费 c 和闲暇 $(1-l)$ 的增函数和凹函数：

$$u(c_t, l_t) = \gamma \ln c_t + (1-\gamma) \ln(1-l_t),$$

家庭在要素市场上提供劳动 l、出租资本 k，获得相应报酬，并将其收入用于消费和储蓄 s。储蓄可以无成本地转换为投资：$i_t = s_t$。资本按固定比率 δ 折旧，其积累方程为：

$$k_{t+1} = (1-\delta) k_t + i_t.$$

假设厂商具有柯布道格拉斯（CD）生产技术：

$$y_t = f(k_t, l_t) = a_t k_t^{\alpha} l_t^{1-\alpha}$$

其中 a_t 表示全要素生产率，服从 AR(1) 过程，$\ln a_t = \rho \ln a_{t-1} + \varepsilon_t$，$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$，其中 $0 < \rho < 1$。

1. 请写出家庭的预算约束。
2. 请写出家庭最优化问题的拉格朗日函数。
3. 求解家庭最优化问题的一阶条件，并利用消费的一阶条件消去拉格朗日乘子。
4. 请写出厂商的利润最大化问题并求解一阶条件。
5. 将所有一阶条件及生产率冲击假设整理为包含变量 $\{c_t, l_t, k_t, w_t, r_t, a_t, y_t, i\}$ 的七个方程构成的均衡系统。
6. 校准模型。按下表对模型涉及的六个参数进行赋值：

参数	取值	含义
α	0.4	资本份额
β	0.98	贴现因子
γ	0.4	家庭偏好
δ	0.05	资本折旧率
ρ	0.9	TFP 自回归系数
σ	0.01	TFP 标准差

根据上一小题确定的均衡系统和参数值计算模型变量的稳态值，请写出计算过程。

7. 对数线性化模型均衡系统。

8. 找出模型中的控制变量和状态变量。

9. 消去对数线性化均衡系统中的静态变量 r，l，w，y，整理成线性差分方程组，并整理成如下形式：

$$X_{t+1} = \Omega X_t + R_1 \varepsilon_{t+1} \tag{1}$$

其中 $X_t = \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{k}_t \\ \hat{a}_t \end{bmatrix}$。

（以下步骤均需要使用计算机操作。）

10. 对矩阵 Ω 进行特征分解，从而把差分方程系统的系数矩阵转化为对角矩阵。报告特征值和特征向量。

11. 把大于 1 的特征值对应的变量向前迭代获得最优政策路径 $\hat{c}_t = M_c \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{a}_t \end{bmatrix}$，报告矩阵 M_c。

12. 把政策路径代入原均衡系统得到状态变量的转移路径 $\begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{a}_{t+1} \end{bmatrix} = M_s \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{a}_t \end{bmatrix} + R_s \varepsilon_{t+1}$，报告矩阵 M_s 和 R_s。

13. 根据鞍点路径计算模型变量的方差、协方差矩阵和自相关矩阵。说明计算过程，本题不直接报告计算结果。

提示：协方差矩阵：

$$\begin{aligned}
\Gamma(0) &= EY_tY_t' = \Phi\Gamma(-1) + \Psi\Psi'\sigma^2 \\
&= \Phi\Gamma(0)\Phi' + \Psi\Psi'\sigma^2 \\
vec[\Gamma(0)] &= [I - \Phi \otimes \Phi]^{-1} vec(\Psi\Psi')\sigma^2 \\
\Gamma(i) &= \Phi^i \Gamma(0)
\end{aligned}$$

自相关矩阵：

$$P(i) = D^{-1}\Gamma(i) D^{-1}$$

其中 D 为对角矩阵，对角元素为变量标准差。

14. 当外生冲击 ε_t 变化一个标准差时，根据鞍点路径画出并报告模型变量的脉冲反应图。

15. 给定随机冲击，利用 MATLAB 生成 25000 个随机数，对模型变量进行模拟。去掉前 5000 个值，消除初始值的影响，得到变量的模拟时间序列，画出并报告时间序列图。利用 MATLAB 命令 var，cov 和 corr 计算模拟序列的方差，协方差矩阵和自相关矩阵。检查所得结果是否符合第 13 小题中的理论结果。本题同时报告所得矩阵的理论结果与模拟结果。

16. 使用 Dynare 求解上述模型，并检查你的 MATLAB 程序求解结果是否与 Dynare 一致。本题提交 Dynare 程序与 MATLAB 程序。