

# 第11章 模型的诊断与检验

11.1 模型总显著性的 $F$ 检验（已讲过）

11.2 模型单个回归参数显著性的 $t$ 检验（已讲过）

11.3 检验若干线性约束条件是否成立的 $F$ 检验

11.4 似然比（ $LR$ ）检验

11.5 沃尔德（Wald）检验

11.6 拉格朗日乘子（ $LM$ ）检验

11.7 邹（Chow）突变点检验（不讲）

11.8 JB（Jarque-Bera）正态分布检验（不讲）

11.9 格兰杰（Granger）因果性检验（不讲）

# 第11章 模型的诊断与检验

(第3版252页)

在建立模型过程中，要对模型参数以及模型的各种假定条件作检验。这些检验要通过运用统计量来完成。在第2章和第3章已经介绍过检验单个回归参数显著性的 $t$ 统计量和检验模型参数总显著性的 $F$ 统计量。在第5章介绍了模型误差项是否存在异方差的Durbin-Watson检验、White检验；在第6章介绍了模型误差项是否存在自相关的DW检验和BG检验。

本章开始先简要总结模型参数总显著性的 $F$ 检验、单个回归参数显著性的 $t$ 检验。然后再介绍几个在建模过程中也很常用的其他检验方法。他们是检验模型若干线性约束条件是否成立的 $F$ 检验和似然比（ $LR$ ）检验、Wald检验、 $LM$ 检验、 $JB$ 检验以及Granger非因果性检验。

## 11.1 模型总显著性的 $F$ 检验

(第3版252页)

以多元线性回归模型,  $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \dots + \beta_k x_{tk} + u_t$  为例,  
原假设与备择假设分别是

$$\mathbf{H}_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0; \quad \mathbf{H}_1: \beta_j \text{不全为零}$$

在原假设成立条件下, 统计量

$$F = \frac{SSR / (k)}{SSE / (T - k - 1)} \sim F(k, T - k - 1)$$

其中 $SSR$ 指回归平方和;  $SSE$ 指残差平方和;  $k+1$ 表示模型中  
被估参数个数;  $T$  表示样本容量。判别规则是,

若  $F \leq F_\alpha(k, T-k-1)$ , 接受 $\mathbf{H}_0$ ;

若  $F > F_\alpha(k, T-k-1)$ , 拒绝 $\mathbf{H}_0$ 。 (详见第3章)

## 11.2 模型单个回归参数显著性的 $t$ 检验

对于多元线性回归模型,  $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \dots + \beta_k x_{tk} + u_t$   
如果  $F$  检验的结论是接受原假设, 则检验止。如果  $F$  检验的结论是拒绝原假设, 则进一步作  $t$  检验。检验模型中哪个 (或哪些) 解释变量是重要解释变量, 哪个是可以删除的变量。原假设与备择假设分别是

$$\mathbf{H}_0: \beta_j = 0; \quad \mathbf{H}_1: \beta_j \neq 0, \quad (j = 1, 2, \dots, k)。$$

注意: 这是做  $k$  个  $t$  检验。在原假设成立条件下, 统计量

$$t = \frac{\hat{\beta}_j}{s(\hat{\beta}_j)} \sim t_{(T-k-1)}, \quad (j = 1, 2, \dots, k)$$

其中  $\hat{\beta}_j$  是对  $\beta_j$  的估计,  $s(\hat{\beta}_j), j = 1, 2, \dots, k$  是  $\hat{\beta}_j$  的样本标准差。

判别规则是, 若  $|t| \leq t_{\alpha(T-k-1)}$ , 接受  $\mathbf{H}_0$ ; 若  $|t| > t_{\alpha(T-k-1)}$ , 拒绝  $\mathbf{H}_0$ 。  
详见第 2 章。

## 11.3 检验若干线性约束条件是否成立的 $F$ 检验

如  $H_0: \beta_1 = 0, \beta_2 = 0, \alpha_1 + \beta_0 + \beta_1 = 1, \beta_1 / \beta_2 = 0.8$  等是否成立的检验。

以  $k$  元线性回归模型  $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \dots + \beta_k x_{tk} + u_t$  (无约束模型)

为例, 比如要检验模型中最后  $m$  个回归系数是否为零。模型表达式是

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \dots + \beta_{k-m} x_{t k-m} + u_t \quad (\text{约束模型})$$

在原假设:  $\beta_{k-m+1} = \dots = \beta_k = 0$ , 成立条件下, 统计量

$$F = \frac{(SSE_r - SSE_u) / m}{SSE_u / (T - k - 1)} \sim F(m, T - k - 1) \quad (\text{第3版254页})$$

其中  $SSE_r$  表示由估计约束模型得到的残差平方和;

$SSE_u$  表示由估计无约束模型得到的残差平方和;

$m$  表示约束条件个数;  $T$  表示样本容量;

$k+1$  表示无约束模型中被估回归参数的个数。

判别规则是, 若  $F \leq F_\alpha(m, T - k - 1)$ , 约束条件成立;

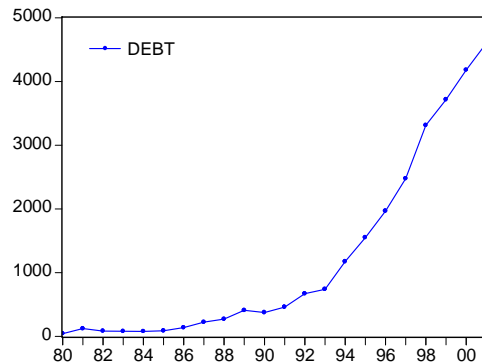
若  $F > F_\alpha(m, T - k - 1)$ , 约束条件不成立。

这里所介绍的  $F$  检验与检验模型总显著性的  $F$  统计量实际上是一个统计量。注意:  $F$  检验只能检验线性约束条件。

## 11.3 检验若干线性约束条件是否成立的 $F$ 检验

**例11.1:** 建立中国国债发行额模型。

首先分析中国国债发行额序列的特征。**1980年**国债发行额是**43.01亿元**，占**GDP**当年总量的**1%**，**2001年**国债发行额是**4604亿元**，占**GDP**当年总量的**4.8%**。以当年价格计算，**21年间（1980-2001）**增长了**106倍**。平均年增长率是**24.9%**。



（第3版254页）

中国当前正处在社会主义市场经济体制逐步完善，宏观经济运行平稳阶段。国债发行总量应该与经济总规模，财政赤字的多少，每年的还本付息能力有关系。

## 例11.1：建立中国国债发行额模型

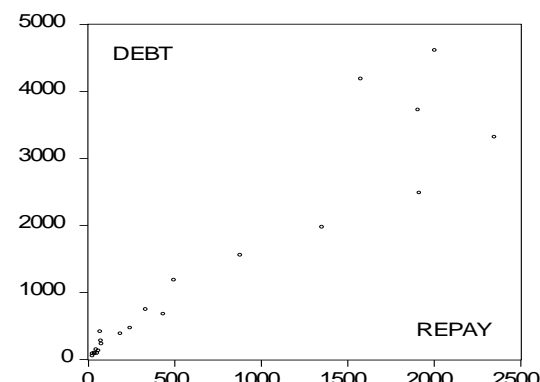
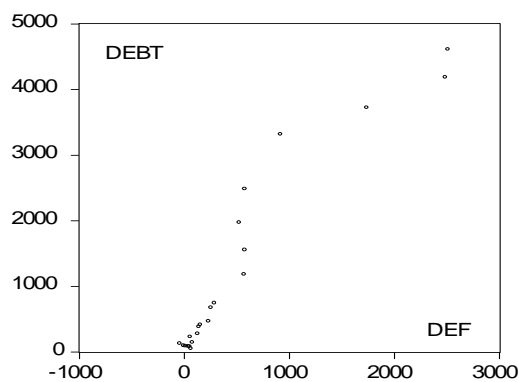
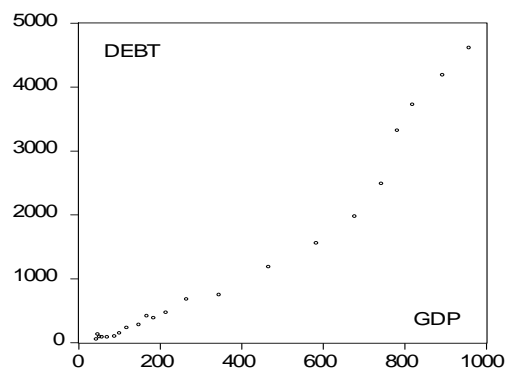
选择3个解释变量，国内生产总值，财政赤字额，年还本付息额，根据散点图建立中国国债发行额模型如下：

$$DEBT_t = \beta_0 + \beta_1 GDP_t + \beta_2 DEF_t + \beta_3 REPAY_t + u_t$$

其中 $DEBT_t$ 表示国债发行总额（单位：亿元）， $GDP_t$ 表示年国内生产总值（单位：百亿元）， $DEF_t$ 表示年财政赤字额（单位：亿元）， $REPAY_t$ 表示年还本付息额（单位：亿元）。

Correlation Matrix				
	DEBT	GDP	DEF	REPAY
DEBT	1.000000	0.967751	0.945247	0.944498
GDP	0.967751	1.000000	0.869643	0.954508
DEF	0.945247	0.869643	1.000000	0.787957
REPAY	0.944498	0.954508	0.787957	1.000000

（第3版255页）



## 例11.1：建立中国国债发行额模型

用1980~2001年数据得输出结果如下；

(第3版256页)

$$DEBT_t = 4.31 + 0.35 GDP_t + 1.00 DEF_t + 0.88 REPAY_t$$

(0.2)    (2.2)            (31.5)            (17.8)

$$R^2 = 0.999, DW=2.12, T=22, SSE_u = 48460.78, (1980-2001)$$

是否可以从模型中删掉 $DEF_t$ 和 $REPAY_t$ 呢？可以用 $F$ 统计量完成上述检验。  
原假设 $H_0$ 是 $\beta_3 = \beta_4 = 0$ （约束 $DEF_t$ 和 $REPAY_t$ 的系数为零）。给出约束模型估计结果如下，

$$DEBT_t = -388.40 + 4.49 GDP_t$$

(-3.1)    (17.2)

$$R^2 = 0.94, DW=0.25, T=22, SSE_r = 2942679, (1980-2001)$$

已知约束条件个数 $m = 2$ ,  $T - k - 1 = 18$ 。  $SSE_u = 48460.78$ ,  $SSE_r = 2942679$ 。

$$F = \frac{(SSE_r - SSE_u) / m}{SSE_u / (T - k - 1)} = \frac{(2942679 - 48460.78) / 2}{48460.78 / (22 - 4)} = 537.5$$

因为 $F=537.5 \gg F_{(2, 18)}=3.55$ ，所以拒绝原假设。不能从模型中删除解释变量 $DEF_t$ 和 $REPAY_t$ 。



## 例11.1：建立中国国债发行额模型

EViews可以有三种途径完成上述 $F$ 检验。

(1) 在输出结果窗口中点击**View**，选**Coefficient Tests, Wald Coefficient Restrictions**功能（**Wald**参数约束检验），在随后弹出的对话框中填入 $c(3) = c(4) = 0$ 。可得如下结果。其中 $F = 537.5$ 。

Wald Test:  
Equation: EQ01

（第3版256页）

Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	537.5060	(2, 18)	0.0000
Chi-square	1075.012	2	0.0000

Null Hypothesis Summary:

Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.
C(3)	0.995403	0.031613
C(4)	0.879760	0.049508

Restrictions are linear in coefficients.

## 例11.1：建立中国国债发行额模型

(2) 在非约束模型输出结果窗口中点击**View**，选**Coefficient Tests, Redundant Variables -Likelihood Ratio**功能（模型中是否存在多余的不重要解释变量），在随后弹出的对话框中填入**GDP, DEF**。可得计算结果 **$F = 537.5$** 。

Redundant Variables: DEF REPAY

（第3版256页）

F-statistic	537.5060	Probability	0.000000
Log likelihood ratio	90.33906	Probability	0.000000

(3) 在约束模型输出结果窗口中点击**View**，选**Coefficient Tests, Omitted Variables -Likelihood Ratio**功能（模型中是否丢了重要的解释变量），在随后弹出的对话框中填入拟加入的解释变量**GDP, DEF**。可得结果 **$F = 537.5$** 。

Omitted Variables: DEF REPAY

F-statistic	537.5060	Probability	0.000000
Log likelihood ratio	90.33906	Probability	0.000000

## 11.4 似然比 ( $LR$ ) 检验

(第3版257页)

似然比 ( $LR$ ) 检验的基本思路是如果约束条件成立则相应约束模型与非约束模型的极大似然函数值应该是近似相等的。用

$$\log L(\hat{\beta}, \hat{\sigma}^2) = -\frac{T}{2} \log 2\pi \hat{\sigma}^2 - \frac{\sum \hat{u}_t^2}{2\hat{\sigma}^2}$$

表示由估计非约束模型得到的极大似然函数。其中  $\hat{\beta}$  和  $\hat{\sigma}^2$  分别是对  $\beta$  (参数集合),  $\sigma^2$  (误差项方差) 的极大似然估计。用

$$\log L(\tilde{\beta}, \tilde{\sigma}^2) = -\frac{T}{2} \log 2\pi \tilde{\sigma}^2 - \frac{\sum \tilde{u}_t^2}{2\tilde{\sigma}^2}$$

表示由估计约束模型得到的极大似然函数。其中  $\tilde{\beta}$  和  $\tilde{\sigma}^2$  分别是对  $\beta$  (参数集合) 和  $\sigma^2$  的极大似然估计。似然比 ( $LR$ ) 统计量在原假设“约束条件成立”条件下

$$LR = -2 [\log L(\tilde{\beta}, \tilde{\sigma}^2) - \log L(\hat{\beta}, \hat{\sigma}^2)] \sim \chi^2_{(m)}$$

其中括号内是两个似然函数之比 (似然比检验由此而得名),  $m$  表示约束条件个数。判别规则是,

若  $LR \leq \chi^2_{\alpha(m)}$ , 则接受零假设, 约束条件成立。

若  $LR > \chi^2_{\alpha(m)}$ , 则拒绝零假设, 约束条件不成立。

## 11.4 似然比 ( $LR$ ) 检验

**例 11.2:** 用  $LR$  统计量检验原假设  $\beta_3 = \beta_4 = 0$ 。是否成立。估计结果如下;

$$DEBT_t = 4.31 + 0.35 GDP_t + 0.99 DEF_t + 0.88 REPAY_t$$

(0.2)    (2.2)            (31.5)            (17.8)

$$R^2 = 0.9990, DW=2.12, T=22, \log L = -115.8888, (1980-2001)$$

得约束模型估计结果如下,

$$DEBT_t = -388.40 + 4.49 GDP_t$$

(-3.1)    (17.2)

$$R^2 = 0.94, DW=0.25, T=22, \log L = -161.0583, (1980-2001)$$

计算  $LR$  统计量的值,

$$LR = -2 [ \log L(\tilde{\beta}, \tilde{\sigma}^2) - \log L(\hat{\beta}, \hat{\sigma}^2) ]$$

$$= -2 (-161.0583 + 115.8888) = 90.34$$

因为  $LR = 90.34 > \chi^2_{(2)} = 5.99$ , 所以推翻原假设。结论是不能从模型中删除解释变量  $DEF_t$  和  $REPAY_t$ 。检验结果与上面的  $F$  检验结论相一致。

## 11.4 似然比 ( $LR$ ) 检验

似然比 ( $LR$ ) 检验的EViews操作有两种途径。

(1) 在非约束模型估计结果窗口中点击**View**，选**Coefficient Tests, Redundant Variables -Likelihood Ratio**功能（模型中是否存在多余的不重要解释变量），在随后弹出的对话框中填入 **$GDP$ ,  $DEF$** 。可得结果。其中 **$LR$  (Log likelihood ratio) = 90.34**，与上面的计算结果相同。

Redundant Variables: DEF REPAY

F-statistic	537.5060	Probability	0.000000
Log likelihood ratio	90.33906	Probability	0.000000

(2) 在约束模型估计结果窗口中点击**View**，选**Coefficient Tests, Omitted Variables -Likelihood Ratio**功能（模型中是否丢了重要的解释变量），在随后弹出的对话框中填入拟加入的解释变量 **$GDP$ ,  $DEF$** 。可得结果。其中 **$LR$  (Log likelihood ratio) = 90.34**，与上面的计算结果相同。

Omitted Variables: DEF REPAY

F-statistic	537.5060	Probability	0.000000
Log likelihood ratio	90.33906	Probability	0.000000

## 11.5 沃尔德 (Wald) 检验

(第3版259页)

沃尔德检验的优点是只需估计无约束一个模型。当约束模型的估计很困难时，此方法尤其适用。另外， $F$  和  $LR$  检验只适用于检验线性约束条件，而沃尔德检验适用于线性与非线性约束条件的检验。

沃尔德检验的原理是测量无约束估计量与约束估计量之间的距离。先举一个简单的例子说明检验原理。比如对如下无约束模型

$$y_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + v_t$$

检验线性约束条件  $\beta_2 = \beta_3$  是否成立。则约束模型表示为

$$y_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 (x_{2t} + x_{3t}) + v_t$$

其中  $\beta_2$  也可以用  $\beta_3$  表示。因为对约束估计量  $\tilde{\beta}_2$  和  $\tilde{\beta}_3$  来说，必然有  $\tilde{\beta}_2 - \tilde{\beta}_3 = 0$ ，所以沃尔德检验只需对无约束模型进行估计。

如果约束条件成立，则无约束估计量  $(\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3)$  应该近似为零。如果约束条件不成立，则无约束估计量  $(\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3)$  应该显著地不为零。关键是要找到一个准则，从而判断什么是显著地不为零。

## 11.5 沃尔德 (Wald) 检验

首先需要知道  $(\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3)$  的抽样分布。依据经典回归的假定条件,  $(\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3)$  服从均值为  $(\beta_2 - \beta_3)$ , 方差为  $\text{Var}(\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3)$  的正态分布。定义  $W$  统计量为,

$$W = (\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3) / \sqrt{\text{Var}(\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3)} \sim \mathbf{N}(0, 1)$$

在约束条件成立条件下,  $W$  渐近服从  $\mathbf{N}(0, 1)$  分布。通常  $\text{Var}(\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3)$  是未知的, 使用的是  $\text{Var}(\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3)$  的样本估计量。

## 11.5 沃尔德 (Wald) 检验

(第3版260页)

下面讨论多个约束条件的情形。假定若干约束条件是以联合检验的形式给出,  $f(\beta) = 0$ , 其中  $f(\beta)$  表示由约束条件组成的列向量。用  $\tilde{\beta}$  表示施加约束条件后对参数集合  $\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k\}$  的估计。若把  $\tilde{\beta}$  代入上式, 则上式一定成立。当把无约束估计值  $\hat{\beta}$  代入上式时, 通常上式不会成立。W 统计量定义如下,

$$W = f(\hat{\beta})'_{(1 \times m)} \text{Var}(f(\hat{\beta}))^{-1}_{(m \times m)} f(\hat{\beta})_{(m \times 1)}$$

其中  $f(\hat{\beta})$  是用  $\hat{\beta}$  代替  $\beta$  后的  $f(\beta)$  表达式,  $\text{Var}(f(\hat{\beta}))$  是  $f(\hat{\beta})$  的估计的方差协方差矩阵。

计算公式如下:

$$\text{Var}(f(\hat{\beta})) = \left[ \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} \right]_{(m \times k)} [\text{Var}(\hat{\beta})]_{(k \times k)} \left[ \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} \right]'_{(k \times m)}$$

其中  $\partial f(\hat{\beta}) / \partial \hat{\beta}$  表示  $f(\beta)$  用无约束估计量  $\hat{\beta}$  代替后的偏导数矩阵,  $\text{Var}(\hat{\beta})$  是  $\hat{\beta}$  的估计的方差协方差矩阵。在约束条件成立条件下,

$$W = f(\hat{\beta})'_{(1 \times m)} \text{Var}(f(\hat{\beta}))^{-1}_{(m \times m)} f(\hat{\beta})_{(m \times 1)} \sim \chi^2_{(m)}$$

其中  $m$  表示被检验的约束条件的个数,



# 11.5 沃尔德 (Wald) 检验

(第3版261页)

举一个非线性约束的例子如下。假定对模型  $y_t = \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \beta_3 x_{t3} + u_t$

检验约束条件  $\beta_1 \beta_2 = \beta_3$  是否成立。用  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$  和  $\hat{\beta}_3$  分别表示  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  和  $\beta_3$  的非约束估计量。 $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$  和  $\hat{\beta}_3$  既可以是极大似然估计量, 也可以是最小二乘估计量。因为对于本例  $f(\hat{\beta})$  只含有一个约束条件, 所以  $f(\hat{\beta})$  变成标量,  $f(\hat{\beta}) = \hat{\beta}_1 \hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3$ 。

$$\frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} = \left( \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_1}, \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_2}, \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_3} \right) = (\hat{\beta}_2 \quad \hat{\beta}_1 \quad -1), \quad \text{Var}(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} \text{Var}(\hat{\beta}_1) & \text{Cov}(\hat{\beta}_1 \hat{\beta}_2) & \text{Cov}(\hat{\beta}_1 \hat{\beta}_3) \\ \text{Cov}(\hat{\beta}_1 \hat{\beta}_2) & \text{Var}(\hat{\beta}_2) & \text{Cov}(\hat{\beta}_2 \hat{\beta}_3) \\ \text{Cov}(\hat{\beta}_1 \hat{\beta}_3) & \text{Cov}(\hat{\beta}_2 \hat{\beta}_3) & \text{Var}(\hat{\beta}_3) \end{bmatrix}$$

$$\text{Var}(f(\hat{\beta})) = \left[ \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} \right]_{(1 \times k)} [\text{Var}(\hat{\beta})]_{(k \times k)} \left[ \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} \right]'_{(k \times 1)} = (\hat{\beta}_2 \quad \hat{\beta}_1 \quad -1) \text{Var}(\hat{\beta}) \begin{bmatrix} \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$W = f(\hat{\beta})'_{(1 \times 1)} \text{Var}(f(\hat{\beta}))^{-1}_{(1 \times 1)} f(\hat{\beta})_{(1 \times 1)} = \frac{(\hat{\beta}_1 \hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3)^2}{(\hat{\beta}_2 \quad \hat{\beta}_1 \quad -1) \begin{bmatrix} \text{Var}(\hat{\beta}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_1 \\ -1 \end{bmatrix}}$$

在原假设  $\beta_1 \beta_2 = \beta_3$  成立条件下,  $W$  统计量渐近服从  $\chi^2(1)$  分布。

## 11.5 沃尔德 (Wald) 检验

**例 11.3:** 1958~1972 年台湾制造业生产函数如下,

(第3版262页)

$$\hat{\ln y}_t = -8.4010 + 0.6731 \ln x_{t1} + 1.1816 \ln x_{t2}$$

(-3.1)            (4.4)            (3.9)

$$R^2 = 0.98, F = 335.8, DW=1.3, T=15, (1958\sim 1972)$$

试检验劳动力和实际资本两个弹性系数的比  $\beta_2/\beta_3 = 0.5$  是否成立。

变换约束条件为  $\beta_2 - 0.5\beta_3 = 0$ 。因为只有一个约束条件, 则

$$f(\hat{\beta}) = \beta_2 - 0.5\beta_3$$

$$\frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} = \left( \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_1} \quad \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_2} \quad \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_3} \right) = (0 \quad 1 \quad -0.5)$$

## 11.5 沃尔德 (Wald) 检验

Coefficient Covariance Matrix			
	C	LOG(X1)	LOG(X2)
C	7.385962	0.377604	-0.815678
LOG(X1)	0.377604	0.023453	-0.043878
LOG(X2)	-0.815678	-0.043878	0.091226

$$\text{Var}(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} 7.3860 & 0.3776 & -0.8157 \\ 0.3776 & 0.0235 & -0.0439 \\ -0.8157 & -0.0439 & 0.0912 \end{bmatrix}$$

(第3版263页)

$$\text{Var}(f(\hat{\beta})) = \left( \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} \right) (\text{Var}(\hat{\beta})) \left( \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} \right)'$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7.3860 & 0.3776 & -0.8157 \\ 0.3776 & 0.0235 & -0.0439 \\ -0.8157 & -0.0439 & 0.0912 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -0.5 \end{bmatrix} = \mathbf{0.0903}$$

## 11.5 沃尔德 (Wald) 检验

(第3版263页)

$$f(\hat{\beta}) = \beta_2 - 0.5\beta_3 = (0.6731 - 0.5 \times 1.1816) = 0.0823$$

$$\text{Var}(f(\hat{\beta})) = 0.0903$$

$$W = f(\hat{\beta})' [\text{Var}(f(\hat{\beta}))]^{-1} f(\hat{\beta})$$

$$= 0.0823 \left( \frac{1}{0.0903} \right) 0.0823 = \frac{(0.0823)^2}{0.0903} = 0.0750$$

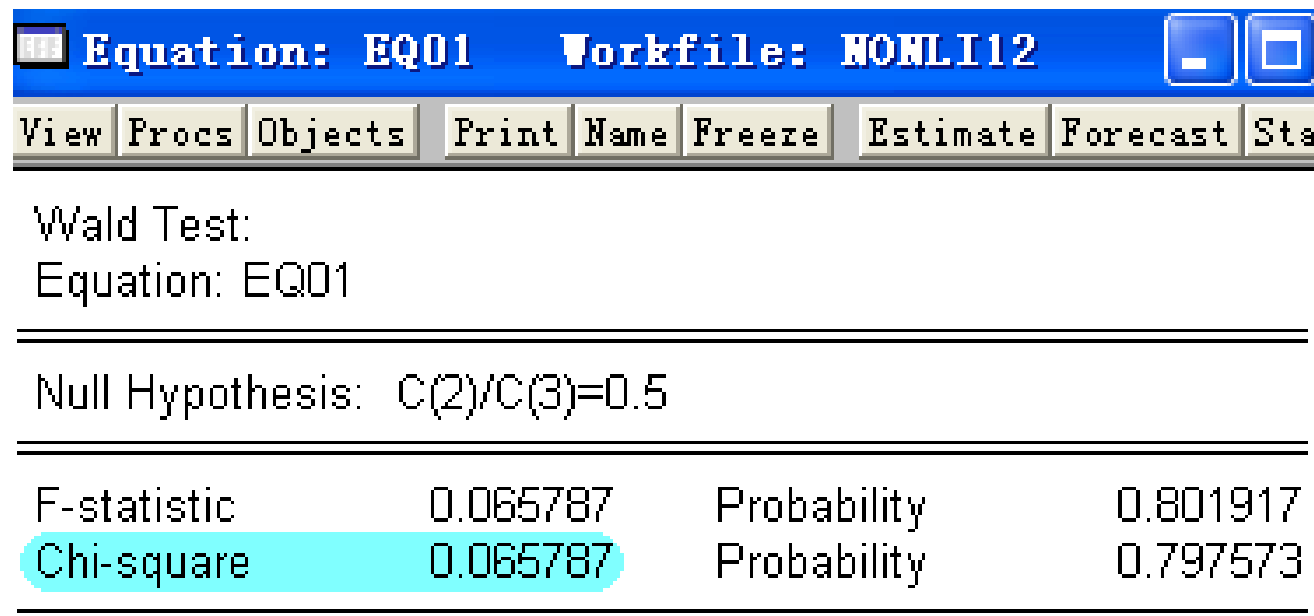
因为  $W = 0.075 < \chi^2_{(1)} = 3.8$ ,

所以, 约束条件  $\beta_2/\beta_3 = 0.5$  被接受, 原假设成立。

## 11.5 沃尔德 (Wald) 检验

(第3版263页)

在(11.20)式窗口中点击**View**，选**Coefficient Tests, Wald-Coefficient Restrictions**功能，并在随后弹出的对话框中填入**C(2)/C(3)=0.5**，得输出结果如图11.7。其中 $\chi^2 = 0.065$ 即是Wald统计量的值。上式 $W = 0.075$ 与此略有出入。



Equation: EQ01    Workfile: NONLI12			
View	Procs	Objects	Print   Name   Freeze   Estimate   Forecast   Sta
Wald Test: Equation: EQ01			
Null Hypothesis: C(2)/C(3)=0.5			
F-statistic	0.065787	Probability	0.801917
Chi-square	0.065787	Probability	0.797573

因为 $W = 0.065$ 对应的概率大于0.05，说明统计量落在原假设的接收域。结论是接受原假设（约束条件成立）。

## 11.6 拉格朗日乘子 ( $LM$ ) 检验

(第3版264页)

拉格朗日 (**Lagrange**) 乘子 ( $LM$ ) 检验只需估计约束模型。所以当施加约束条件后模型形式变得简单时, 更适用于这种检验。 $LM$ 乘子检验可以检验线性约束也可以检验非线性约束条件的原假设。

对于线性回归模型, 通常并不是拉格朗日乘子统计量 ( $LM$ ) 原理计算统计量的值, 而是通过一个辅助回归式计算 $LM$ 统计量的值。

## 11.6 拉格朗日乘子 (LM) 检验

(第3版第265页)

LM检验的辅助回归式计算步骤如下：

(1) 确定LM辅助回归式的因变量。用OLS法估计约束模型，计算残差序列，并把作为LM辅助回归式的因变量。

(2) 确定LM辅助回归式的解释变量。例如非约束模型如下式，

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} + u_t$$

把上式改写成如下形式

$$u_t = y_t - \beta_0 - \beta_1 x_{1t} - \beta_2 x_{2t} - \dots - \beta_k x_{kt}$$

则LM辅助回归式中的解释变量按如下形式确定。

$$- \frac{\partial u_t}{\partial \beta_j}, \quad j = 0, 1, \dots, k.$$

对于非约束模型 (11.26)，LM辅助回归式中的解释变量是1,  $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{kt}$ 。第一个解释变量1表明常数项应包括在LM辅助回归式中。

## 11.6 拉格朗日乘子 ( $LM$ ) 检验

(第3版265页)

(3) 建立LM辅助回归式,

$$\hat{u}_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1t} + \alpha_2 x_{2t} + \dots + \alpha_k x_{kt} + v_t,$$

其中由第一步得到。

(4) 用OLS法估计上式并计算可决系数 $R^2$ 。

(5) 用第四步得到的 $R^2$ 计算LM统计量的值。

$$LM = T R^2$$

其中 $T$ 表示样本容量。在零假设成立前提下,  $TR^2$ 渐近服从 $m$ 个自由度的  $\chi^2_{(m)}$  分布, ( $m$ )

$$LM = T R^2 \sim \chi^2(m)$$

其中 $m$ 表示约束条件个数。



## 11.6 拉格朗日乘子 ( $LM$ ) 检验 (第3版266页)

**例 11.4:** 对台湾制造业生产函数

$$\hat{Lny}_t = -8.4 + 0.67 Lnx_{t1} + 1.18 Lnx_{t2} \quad R^2 = 0.89, F = 48.45, DW=1.3, T=15$$

(13.1)   (4.4)   (3.9)

用  $LM$  统计量检验  $Lnx_{t2}$  的系数,  $\beta_3 = 0$  是否成立。

**(1) 用 OLS 法估计约束模型**, 计算残差序列  $\hat{u}_t$ ,

$$Lny_t = 2.16 + 1.24 Lnx_{t1} + \hat{u}_t \quad R^2 = 0.96, F = 312$$

(4.9)   (17.6)

并把  $\hat{u}_t$  作为  $LM$  辅助回归式的因变量。

**(2) 确定  $LM$  辅助回归式的解释变量。** 例如非约束模型如下式,

$$Lny_t = \beta_1 + \beta_2 Lnx_{1t} + \beta_3 Lnx_{2t} + u_t \quad \text{把上式改写成如下形式}$$

$$u_t = Lny_t - \beta_1 - \beta_2 Lnx_{1t} - \beta_3 Lnx_{2t}$$

则  $LM$  辅助回归式中的解释变量按如下形式确定。  $-\frac{\partial u_t}{\partial \beta_j}, \quad j = 1, 2, 3$

对于非约束模型,  $LM$  辅助回归式中的解释变量是  $1, Lnx_{1t}, Lnx_{2t}$ 。第一个解释变量  $1$  表明常数项应包括在  $LM$  辅助回归式中。

## 11.6 拉格朗日乘子 ( $LM$ ) 检验

(3) 建立  $LM$  辅助回归式如下

(第3版267页)

$$\hat{u}_t = \alpha_0 + \alpha_1 \ln x_{1t} + \alpha_2 \ln x_{2t} + v_t$$

其中  $\hat{u}_t$  由第一步得到。

(4) 用  $OLS$  法估计上式并计算可决系数  $R^2$ 。

$$\hat{u}_t = -10.67 - 0.67 \ln x_{t1} + 1.18 \ln x_{t2} \quad R^2 = 0.89, F = 48.45, DW = 1.3$$

(-3.9)    (-3.7)            (3.9)

(5) 用第四步得到的  $R^2$  计算  $LM$  统计量的值。

$$LM = T R^2 = 0.89 \times 15 = 13.35 > \chi^2_{(1)} = 3.8$$

原假设  $\beta_3 = 0$  不成立。

## 11.7 邹 (Chow) 突变点检验 (不讲)

## 11.8 JB (Jarque-Bera) 正态分布检验 (不讲)

## 11.9 格兰杰 (Granger) 因果性检验 (不讲)

以 2 变量为例, 定义格兰杰非因果性检验如下:

如果由  $y_t$  和  $x_t$  滞后值所决定的  $y_t$  的条件分布与仅由  $y_t$  滞后值所决定的条件分布相同, 即

$$f(y_t | y_{t-1}, \dots, x_{t-1}, \dots) = f(y_t | y_{t-1}, \dots) \quad (\text{第3版277页})$$

则称  $x_{t-1}$  对  $y_t$  不存在格兰杰因果性关系。

**格兰杰因果性的另一种表述是**其他条件不变, 若加上  $x_t$  的滞后变量后对  $y_t$  的预测精度不存在显著性改善, 则称  $x_{t-1}$  对  $y_t$  不存在格兰杰因果性关系。根据以上定义, 格兰杰因果性检验式如下:

$$y_t = \sum_{i=1}^k \alpha_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_i x_{t-i} + u_{1t}$$

如有必要, 常数项, 趋势项, 季节虚拟变量等都可以包括在上式中。

## 11.9 格兰杰 (Granger) 因果性检验 (不讲)

则检验  $x_t$  对  $y_t$  不存在格兰杰因果关系的零假设是

(第3版278页)

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

显然如果  $x_t$  的滞后变量的回归参数估计值全部不存在显著性, 则上述假设不能被拒绝。换句话说, 如果  $x_t$  的任何一个滞后变量的回归参数的估计值存在显著性, 则结论应是  $x_t$  对  $y_t$  存在格兰杰因果关系。上述检验可用  $F$  统计量完成。

$$F = \frac{(SSE_r - SSE_u)/k}{SSE_u/(T - 2k)}$$

其中  $SSE_r$  表示施加约束 (零假设成立) 条件后模型的残差平方和。 $SSE_u$  表示不施加约束条件下模型的残差平方和。 $k$  表示最大滞后期。 $T$  表示样本容量。在零假设成立条件下,  $F$  统计量渐近服从  $F_{(k, T-2k)}$  分布。用样本计算的  $F$  值如果落在临界值以内, 接受原假设, 即  $x_t$  对  $y_t$  不存在格兰杰因果关系。

## 11.9 格兰杰（Granger）因果性检验（不讲）

注意：

（1）“格兰杰因果性”的正式名称应该是“格兰杰非因果性”。只因口语都希望简单，所以称作“格兰杰因果性”。

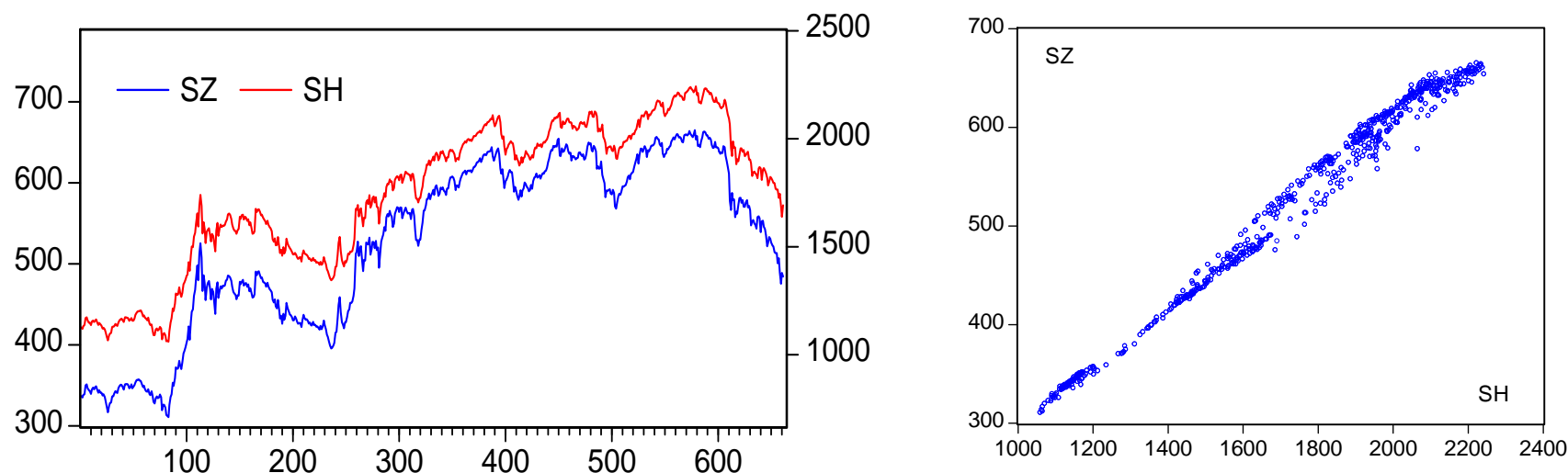
（2）为简便，通常总是把 $x_{t-1}$ 对 $y_t$ 存在（或不存在）格兰杰因果关系表述为 $x_t$ （去掉下标-1）对 $y_t$ 存在（或不存在）格兰杰因果关系（严格讲，这种表述是不正确的）。

（3）格兰杰因果关系与哲学意义的因果关系还是有区别的。如果说“ $x_t$ 是 $y_t$ 的格兰杰原因”只是表明“ $x_t$ 中包括了预测 $y_t$ 的有效信息”。

（4）这个概念首先由格兰杰（Granger）在1969年提出。

## 11.9 格兰杰 (Granger) 因果性检验 (不讲)

**例11.8:** 以661天（1999年1月4日至2001年10月5日）的上证综指 ( $SH_t$ ) 和深证成指 ( $SZ_t$ ) 数据为例，进行双向的 **Granger** 非因果性分析。两个序列存在高度的相关关系，那么两个序列间可能存在双向因果关系，也有可能存在单向因果关系。



(第3版278页)

## 11.9 格兰杰 (Granger) 因果性检验 (不讲)

首先做关于滞后 2 期的  $SH_t$  是否是  $SZ_t$  的 Granger 非因果性原因的检验。  
估计非约束模型和约束模型两个回归式如下：

$$SZ_t = 4.3186 + 1.0468 SZ_{t-1} + 0.0056 SZ_{t-2} - 0.0286 SH_{t-1} + 0.0105 SH_{t-2}$$

(2.6)      (19.7)            (0.1)            (-1.6)            (0.6)

$$R^2 = 0.995, SSE_u = 38153.33, T = 659$$

$$SZ_t = 2.8977 + 0.9926 SZ_{t-1} + 0.0023 SZ_{t-2}$$

(1.9)      (25.4)            (0.1)

(第3版279页)

$$R^2 = 0.995, SSE_r = 38460.94, T = 659$$

计算  $F$  统计量的值，

$$F = \frac{(SSE_r - SSE_u)/k}{SSE_u/(T - kN)} = \frac{(38460.94 - 38153.33)/2}{38153.33/(659 - 5)} = 2.63643$$

因为  $F = 2.63643 < F_{(2, 654)} = 3.00$ ，所以接受原假设。 $SH_t$  不是  $SZ_t$  变化的 Granger 原因。

## 11.9 格兰杰 (Granger) 因果性检验 (不讲)

下面做关于滞后 2 期的  $SZ_t$  是否是  $SH_t$  的 Granger 因果性原因的检验。  
分别估计非约束回归式和约束回归式如下：

$$SH_t = 14.9303 + 0.5341 SH_{t-1} + 0.3464 SH_{t-2} + 1.9696 SZ_{t-1} - 0.1600 SZ_{t-2}$$

(3.1)      (10.7)                      (7.3)                      (-13.0)                      (-10.1)

$$R^2 = 0.996, SSE_u = 308501.0, T = 659$$

$$SH_t = 10.1411 + 0.9991 SH_{t-1} - 0.0045 SH_{t-2}$$

(2.0)              (25.5)                      (-0.1)

(第3版280页)

$$R^2 = 0.995, SSE_r = 391044.3, T = 659$$

计算  $F$  统计量的值，

$$F = \frac{(SSE_r - SSE_u)/k}{SSE_u/(T - kN)} = \frac{(391044.3 - 308501.0)/2}{308501.0/(659 - 5)} = 87.4929$$

因为  $F = 87.4929 > F_{(2, 654)} = 3.00$ ，所以拒绝原假设。 $SZ_t$  是  $SH_t$  变化的 Granger 原因。



## 11.9 格兰杰（Granger）因果性检验（不讲）

通过EViews计算的Granger因果性检验的两个 $F$ 统计量的值见图。 $SH_t$ 和 $SZ_t$ 之间存在单向因果关系。即 $SZ_t$ 是 $SH_t$ 变化的Granger原因，但 $SH_t$ 不是 $SZ_t$ 变化的Granger原因。

Pairwise Granger Causality Tests

Date: 01/23/07 Time: 20:36

Sample: 1 661

Lags: 2

Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Probability
SZ does not Granger Cause SH	659	87.4929	2.1E-34
SH does not Granger Cause SZ		2.63647	0.07238

（第3版280页）

## 11.9 格兰杰（Granger）因果性检验（不讲）

Granger非因果性检验的EViews操作是，打开 $SH_t$ 和 $SZ_t$ 的数剧组窗口，点击View键，选Granger Causality功能。在随后打开的对话框口中填上滞后期数2，点击OK键，即可得到图11.20的检验结果。

用滞后5, 10, 15, 20, 25期的检验式分别检验，结果见下表：

	$k=5$	$k=10$	$k=15$	$k=20$	$k=25$	
$H_0$ : 上海综指不是深圳成指变化的Granger原因	1.08	1.36	1.21	1.29	1.40	接受
$H_0$ : 深圳成指不是上海综指变化的Granger原因	43.9	23.4	15.9	12.6	10.3	拒绝

结论都是上海综指不是深圳成指变化的Granger原因，但深圳成指是上海综指变化的Granger原因。

（第3版280页）

## 11.9 格兰杰 (Granger) 因果性检验 (不讲)

(第3版281页)

注意:

(1) 滞后期 $k$ 的选取是任意的。实质上是一个判断性问题。以 $x_t$ 和 $y_t$ 为例, 如果 $x_{t-1}$ 对 $y_t$ 存在显著性影响, 则不必再做滞后期更长的检验。如果 $x_{t-1}$ 对 $y_t$ 不存在显著性影响, 则应该再做滞后期更长的检验。一般来说要检验若干个不同滞后期 $k$ 的格兰杰因果关系检验, 且结论相同时, 才可以最终下结论。

(2) 当做 $x_t$ 是否导致 $y_t$ 变化的格兰杰原因检验时, 如果 $z_t$ 也是 $y_t$ 变化的格兰杰原因, 且 $z_t$ 又与 $x_t$ 相关, 这时在 $x_t$ 是否导致 $y_t$ 变化的格兰杰因果关系检验式的右端应加入 $z_t$ 的滞后项。

(3) 不存在协整关系的非平稳变量之间不能进行格兰杰因果关系检验。

第11章结束.