

## § 4. 6联立方程计量经济学模型的估计 方法选择和模型检验

- 一、模型估计方法的比较
- 二、为什么普通最小二乘法被普遍采用
- 三、模型的检验


# 一、模型估计方法的比较

## 1. 大样本估计特性的比较

- 在大样本的情况下，各种参数估计方法的统计特性可以从数学上进行严格的证明，因而也可以将各种方法按照各个性质比较优劣。
- 按渐近无偏性比较优劣

除了**OLS**方法外，所有方法的参数估计量都具有大样本下渐近无偏性。因而，除了**OLS**方法最差外，其它方法无法比较优劣。

- 按渐近有效性比较优劣



**OLS** 非一致性估计，未利用任何单方程外的信息；

**IV** 利用了模型系统部分先决变量的数据信息；

**2SLS、LIML** 利用了模型系统全部先决变量的数据信息；

**3SLS、FIML** 利用了模型系统全部先决变量的数据信息和结构方程相关性信息。

## 2. 小样本估计特性的Monte Carlo试验

- 参数估计量的大样本特性只是理论上的，实际上并没有“大样本”，所以，对小样本估计特性进行比较更有实际意义。
- 而在小样本的情况下，各种参数估计方法的统计特性无法从数学上进行严格的证明，因而提出了一种**Monte Carlo**试验方法。
- **Monte Carlo**试验方法在经济实验中被广泛采用。

- 小样本估计特性的**Monte Carlo**试验过程

**第一步**：利用随机数发生器产生随机项分布的一组样本；

**第二步**：代入已经知道结构参数和先决变量观测值的结构模型中；

**第三步**：计算内生变量的样本观测值；

**第四步**：选用各种估计方法估计模型的结构参数。

上述步骤反复进行数百次，得到每一种估计方法的参数估计值的序列。

**第五步**：对每种估计方法的参数估计值序列进行统计分析；

**第六步**：与真实参数（即试验前已经知道的结构参数）进行比较，以判断各种估计方法的优劣。

- 小样本估计特性实验结果比较

(1)无偏性

**OLS   2SLS   3SLS   (LIML, FIML)**



(2)最小方差性

**LIML   2SLS   FIML   OLS**



(3)最小均方差性

**OLS   LIML   2SLS   3SLS   (FIML)**



为什么**OLS**具有最好的最小方差性？

方差的计算公式：

$$V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\beta}_i - \overline{\hat{\beta}})^2$$

均方差的计算公式：

$$MSE = E(\hat{\beta} - \beta)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N (\hat{\beta}_i - \beta)^2$$

前者反映估计量偏离实验均值的程度；后者反映估计量偏离真实值的程度。所以尽管OLS具有最小方差性，但是由于它是有偏的，偏离真实值最为严重，所以它的最小均方差性仍然是最差的。



## 二、为什么普通最小二乘法被普遍采用

## 1. 小样本特性

- 从理论上讲，在小样本情况下，各种估计方法的估计量都是有偏的。

## 2. 充分利用样本数据信息

- 除OLS之外的其它估计方法可以部分地或者全部地利用某个结构方程中未包含的先决变量的数据信息，从而提高参数估计量的统计性质。但是其前提是所有变量具有相同的样本容量。
- 在实际上变量经常不具有相同的样本容量。
- 采用先进估计方法所付出的代价经常是牺牲了该方程所包含的变量的样本数据信息。

### 3. 确定性误差传递

- 确定性误差：结构方程的关系误差和外生变量的观测误差。
- 采用**OLS**方法，当估计某一个结构方程时，方程中没有包含的外生变量的观测误差和其它结构方程的关系误差对该方程的估计结果没有影响。
- 如果采用**2SLS**方法 ...
- 如果采用**3SLS**方法...

## 4. 样本容量不支持

- 实际的联立方程模型中每个结构方程往往是过度识别的，适宜采用2SLS或3SLS方法，但是在其第一阶段要以所有先决变量作为解释变量，这就需要很大容量的样本。实际上是难以实现的。
- 采用主分量方法等可以克服这个矛盾，但又带来方法的复杂性和新的误差。

## 5. 实际模型的递推（Recurrent）结构

- 应用中的联立方程模型主要是宏观经济计量模型。
- 宏观经济计量模型一般具有递推结构。
- 具有递推结构的模型可以采用**OLS**。

## 补充：递推模型 (Recursive Model )

$$\mathbf{B}\mathbf{Y} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{X} = \mathbf{N}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -\beta_{21} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -\beta_{31} & -\beta_{32} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ -\beta_{g1} & -\beta_{g2} & -\beta_{g3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -\gamma_{11} & -\gamma_{12} & \cdots & -\gamma_{1k} \\ -\gamma_{21} & -\gamma_{22} & \cdots & -\gamma_{2k} \\ \vdots & & & \\ -\gamma_{g1} & -\gamma_{g2} & \cdots & -\gamma_{gk} \end{bmatrix}$$

- 可以采用**OLS**依次估计每个结构方程；
- 在估计后面的结构方程时，认为其中的内生解释变量是“先决”的。



### 三、模型的检验

- 包括单方程检验和方程系统的检验。
- 凡是在单方程模型中必须进行的各项检验，对于联立方程模型中的结构方程，以及应用**2SLS**或**3SLS**方法过程中的简化式方程，都是适用的和需要的。
- 模型系统的检验主要包括：

## 1. 拟合效果检验

- 将样本期的先决变量观测值代入估计后的模型，求解该模型系统，得到内生变量的估计值。将估计值与实际观测值进行比较，据此判断模型系统的拟合效果。
- 模型的求解方法：迭代法。为什么不直接求解？
- 常用的判断模型系统拟合效果的检验统计量是“均方百分比误差”，用**RMS**表示。

$$RMS_i = \sqrt{\sum_{t=1}^n e_{it}^2 / n} \quad e_{it} = (y_{it} - \hat{y}_{it}) / y_{it}$$

- 当 **$RMS_i=0$** ，表示第 **$i$** 个内生变量估计值与观测值完全拟合。
- 一般地，在 **$g$** 个内生变量中， **$RMS < 5\%$** 的变量数目占**70%以上**，并且每个变量的 **$RMS$** 不大于**10%**，则认为模型系统总体拟合效果较好。

## 2. 预测性能检验

- 如果样本期之外的某个时间截面上的内生变量实际观测值已经知道，这就有条件对模型系统进行预测检验。
- 将该时间截面上的先决变量实际观测值代入模型，计算所有内生变量预测值，并计算其相对误差。

$$RE = (y_{i0} - \hat{y}_{i0}) / y_{i0}$$

- 一般认为， $RE < 5\%$ 的变量数目占70%以上，并且每个变量的相对误差不大于10%，则认为模型系统总体预测性能较好。

### 3. 方程间误差传递检验

- 寻找模型中描述主要经济行为主体的经济活动过程的、方程之间存在明显的递推关系的关键路径。
- 在关键路径上进行误差传递分析，可以检验总体模型的模拟优度和预测精度。
- 例如，计算：

$$\left( \sum_{i=2}^T (e_i - e_{i-1})^2 \middle/ \sum_{i=1}^T e_i^2 \right) \frac{T}{T-1}$$

- 称为冯诺曼比，如果误差在方程之间没有传递，该比值为0。

## 4. 样本点间误差传递检验

- 在联立方程模型系统中，由于经济系统的动态性，决定了有一定数量的滞后内生变量。
- 由于滞后内生变量的存在，使得模型预测误差不仅在方程之间传递，而且在不同的时间截面之间，即样本点之间传递。
- 必须对模型进行滚动预测检验。

- 给定 $t=1$ 时的所有先决变量的观测值，包括滞后内生变量，求解方程组，得到内生变量 $Y_1$ 的预测值；
- 对于 $t=2$ ，只外生给定外生变量的观测值，滞后内生变量则以前一时期的预测值代替，求解方程组，得到内生变量 $Y_2$ 的预测值；
- 逐年滚动预测，直至得到 $t=n$ 时的内生变量 $Y_n$ 的预测值；
- 求出该滚动预测值与实际观测值的相对误差。



- 将 $t=n$ 时的所有先决变量的观测值，包括滞后内生变量的实际观测值，代入模型，求解方程组，得到内生变量 $Y_n$ 的非滚动预测值；
- 求出该非滚动预测值与实际观测值的相对误差。
- 比较两种结果，二者的差异表明模型预测误差在不同的时间截面之间的传递。