§4.2联立方程计量经济学模型的若干基本概念

- 变量
- 结构式模型
- 简化式模型
- 参数关系体系

一、变量

1. 内生变量 （Endogenous Variables）

- 对联立方程模型系统而言，已经不能用被解释变量与解释变量来划分变量，而将变量分为内生变量和外生变量两大类。
- 内生变量是具有某种概率分布的随机变量，它的参数是联立方程系统估计的元素。
- 内生变量是由模型系统决定的，同时也对模型系统产生影响。
- 内生变量一般都是经济变量。

- 一般情况下，内生变量与随机项相关，即

$$
\begin{aligned}
Cov(Y_i, \mu_i) &= E((Y_i - E(Y_i))(\mu_i - E(\mu_i))) \\
&= E((Y_i - E(Y_i))\mu_i) \\
&= E(Y_i \mu_i) - E(Y_i)E(\mu_i) \\
&= E(Y_i \mu_i) \\
&\neq 0
\end{aligned}
$$

- 在联立方程模型中，内生变量既作为被解释变量，又可以在不同的方程中作为解释变量。

2. 外生变量 (Exogenous Variables)

- 外生变量一般是确定性变量，或者是具有临界概率分布的随机变量，其参数不是模型系统研究的元素。
- 外生变量影响系统，但本身不受系统的影响。
- 外生变量一般是经济变量、条件变量、政策变量、虚变量。
- 一般情况下，外生变量与随机项不相关。

3. 先决变量（Predetermined Variables）

- 外生变量与滞后内生变量**(Lagged Endogenous Variables)**统称为先决变量。
- 滞后内生变量是联立方程计量经济学模型中重要的不可缺少的一部分变量，用以反映经济系统的动态性与连续性。
- 先决变量只能作为解释变量。

二、结构式模型
Structural Model

1. 定义

- 根据经济理论和行为规律建立的描述经济变量之间直接结构关系的计量经济学方程系统称为结构式模型。
- 结构式模型中的每一个方程都是结构方程（ Structural Equations ）。
- 各个结构方程的参数被称为结构参数（ Structural Parameters or Coefficients ） 。
- 将一个内生变量表示为其它内生变量、先决变量和随机误差项的函数形式，被称为结构方程的正规形式。

2. 结构方程的方程类型

- 随机方程
  - 行为方程
  - 技术方程
  - 制度方程
  - 统计方程
- 恒等方程
  - 定义方程
  - 平衡方程
  - 经验方程

3. 完备的结构式模型

- 具有**g**个内生变量、**k**个先决变量、**g**个结构方程的模型被称为完备的结构式模型。
- 在完备的结构式模型中，独立的结构方程的数目等于内生变量的数目，每个内生变量都分别由一个方程来描述。

4.完备的结构式模型的矩阵表示

- 习惯上用Y表示内生变量，X表示先决变量，μ表示随机项，β表示内生变量的结构参数，γ表示先决变量的结构参数，如果模型中有常数项，可以看成为一个外生的虚变量，它的观测值始终取**1**。

$$\mathrm{B}\boldsymbol{Y} + \Gamma\boldsymbol{X} = \mathrm{N}$$

$$(\mathrm{B}\Gamma)\begin{pmatrix}\boldsymbol{Y} \\ \boldsymbol{X}\end{pmatrix} = \mathrm{N}$$

$$\boldsymbol{Y} = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_g \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & & & \\ y_{g1} & y_{g2} & \cdots & y_{gn} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_k \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & & & \\ x_{k1} & x_{k2} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix}$$

$$
\mathrm{N} = \begin{pmatrix} \mathrm{N}_1 \\ \mathrm{N}_2 \\ \vdots \\ \mathrm{N}_g \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \cdots & \mu_{1n} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \cdots & \mu_{2n} \\ \vdots & & & \\ \mu_{g1} & \mu_{g2} & \cdots & \mu_{gn} \end{bmatrix}
$$

$$
\mathrm{B} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1g} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2g} \\ \vdots & & & \\ \beta_{g1} & \beta_{g2} & \cdots & \beta_{gg} \end{bmatrix} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1k} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2k} \\ \vdots & & & \\ \gamma_{k1} & \gamma_{k2} & \cdots & \gamma_{kk} \end{bmatrix}
$$

5. 简单宏观经济模型的矩阵表示

$$\begin{cases} C_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \mu_{1t} \\ I_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + \mu_{2t} \\ Y_t = C_t + I_t + G_t \end{cases}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} C_t \\ I_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & \cdots & C_n \\ I_1 & I_2 & \cdots & I_n \\ Y_1 & Y_2 & \cdots & Y_n \end{bmatrix} \qquad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 \\ Y_{t-1} \\ G_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ Y_0 & Y_1 & \cdots & Y_{n-1} \\ G_1 & G_2 & \cdots & G_n \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{N} = \begin{bmatrix} \mathrm{N}_1 \\ \mathrm{N}_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \cdots & \mu_{1n} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \cdots & \mu_{2n} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$(\mathrm{B\Gamma}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\alpha_1 & -\alpha_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\beta_1 & -\beta_0 & -\beta_2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

三、简化式模型
Reduced-Form Model

1. 定义

- 用所有先决变量作为每个内生变量的解释变量，所形成的模型称为简化式模型。
- 简化式模型并不反映经济系统中变量之间的直接关系，并不是经济系统的客观描述。
- 由于简化式模型中作为解释变量的变量中没有内生变量，可以采用普通最小二乘法估计每个方程的参数，所以它在联立方程模型研究中具有重要的作用。
- 简化式模型中每个方程称为简化式方程(Reduced-Form Equations)，方程的参数称为简化式参数(Reduced-Form Coefficients) 。

2. 简化式模型的矩阵形式

$$\mathbf{Y} = \Pi\,\mathbf{X} + \mathrm{E}$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \cdots & \pi_{1k} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \cdots & \pi_{2k} \\ \vdots & & & \\ \pi_{g1} & \pi_{g2} & \cdots & \pi_{gk} \end{bmatrix} \qquad \mathrm{E} = \begin{bmatrix} \mathrm{E}_1 \\ \mathrm{E}_2 \\ \vdots \\ \mathrm{E}_{\mathbf{g}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \cdots & \varepsilon_{1n} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \cdots & \varepsilon_{2n} \\ \vdots & & & \\ \varepsilon_{g1} & \varepsilon_{g2} & \cdots & \varepsilon_{gn} \end{bmatrix}$$

3. 简单宏观经济模型的简化式模型

$$\begin{cases} C_t = \pi_{10} + \pi_{11} Y_{t-1} + \pi_{12} G_t + \varepsilon_t \\ I_t = \pi_{20} + \pi_{21} Y_{t-1} + \pi_{22} G_t + \varepsilon_t \\ Y_t = \pi_{30} + \pi_{31} Y_{t-1} + \pi_{32} G_t + \varepsilon_t \end{cases}$$

四、参数关系体系

1. 定义

$$\mathrm{B}\boldsymbol{Y} + \Gamma\boldsymbol{X} = \mathrm{N}$$

$$\mathrm{B}\mathbf{Y} = -\Gamma\mathbf{X} + \mathrm{N}$$

$$\mathbf{Y} = -\mathrm{B}^{-1}\Gamma\mathbf{X} + \mathrm{B}^{-1}\mathrm{N}$$

$$\mathbf{Y} = \Pi\mathbf{X} + \mathrm{E}$$

$$\Pi = -\mathrm{B}^{-1}\Gamma$$

- 该式描述了简化式参数与结构式参数之间的关系，称为参数关系体系。

2.作用

- 利用参数关系体系，首先估计简化式参数，然后可以计算得到结构式参数。
- 从参数关系体系还可以看出，简化式参数反映了先决变量对内生变量的直接与间接影响之和，这是简化式模型的另一个重要作用。

例如，在上述模型中存在如下关系：

$$\pi_{21} = \frac{\beta_2 - \alpha_1\beta_2}{1-\alpha_1-\beta_1} = \beta_2 + \frac{\beta_1\beta_2}{1-\alpha_1-\beta_1}$$

Π_{21}反映$\mathbf{Y}_{t-1}$对$\mathbf{I}_t$的直接与间接影响之和； 而其中的β$_2$正是结构方程中$\mathbf{Y}_{t-1}$对$\mathbf{I}_t$的结构参数，显然，它只反映$\mathbf{Y}_{t-1}$对$\mathbf{I}_t$的直接影响。

- 在这里， β$_2$是$\mathbf{Y}_{t-1}$对$\mathbf{I}_t$的部分乘数， Π_{21}反映$\mathbf{Y}_{t-1}$对$\mathbf{I}_t$的完全乘数。
- 注意：简化式参数与结构式参数之间的区别与联系。