

高级宏观经济学作业一

任课教师：吴化斌

wu.huabin@msg.sufe.edu.cn

Due on 10. 30, 2023

一、在索洛模型中考虑财政政策。假设生产函数 $Y(t) = F(K(t), A(t)L(t))$ 满足索洛模型的基本假设。政府消费为 $G(t)$ ，资金来源为总额税 $T(t)$ ，每期预算平衡。储蓄为可支配收入的固定比例，储蓄率为 s 。

1. 写出总资本的运动方程。
2. 写出单位有效工人平均资本的运动方程。（令 $g(t) \equiv \frac{G(t)}{A(t)L(t)}$ 。）
3. 假设单位有效工人平均政府消费不随时间变化，即 $g(t) = \gamma > 0$ 。作图说明模型可能存在多重均衡并判断不同均衡点是否是稳定的。
4. 请根据稳态条件推导，政府消费增加会让稳态资本存量、产出、消费分别如何变化？（提示：判断 $\frac{\partial k^*}{\partial \gamma}$ 的符号）

二、在 RCK 模型中，假设折旧率 $\delta = 0$ ，折现率为 $\beta > 0$ ，跨期替代弹性为 σ ，人口增长率为 n ，技术进步率为 g 。假设在 BGP 上， g 突然永久性下降。

1. $\dot{c} = 0$ 曲线和 $\dot{k} = 0$ 曲线会如何变化？
2. 当 g 下降时， c 会上升、下降、保持不变还是无法确定？
3. 假设 C—D 生产函数 $f(k) = k^\alpha$ ，说明 g 的边际变化对 BGP 上储蓄率的影响（提示：判断 $\frac{\partial s}{\partial g}$ 的符号）。

三、资源的有限性。假设生产函数为 $Y = K^\alpha (AL)^\beta R^{1-\alpha-\beta}$ ，其中 $\alpha > 0$ ， $\beta > 0$ 且 $\alpha + \beta < 1$ 。资本存量的变动方程为： $\dot{K} = sY - \delta K$ 。假设技术进步率和人口增长率分别为 g 和 n 。 R 代表总量有限的自然资源，增长率为 0。

1. 该经济是否有唯一的平衡增长路径？如果有， Y 和 K 的增长率分别是多少？该路径是否稳定？如果没有，请解释原因。
2. 自然资源总量有限是否意味着人均收入的增长最终必然会停滞？

四、在标准的 RCK 模型中，假设生产函数为 $f(k) = k^\alpha$ ，资本折旧率为 δ ，从而资本积累方程变为： $\dot{k}(t) = f(k(t)) - (n + g + \delta)k(t) - c(t)$ 。

1. 请写出社会计划者的最优化问题和期值哈密尔顿函数。
2. 求解最优化问题的一阶条件。
3. 在稳态附近对 $\dot{c}(t)$ 和 $\dot{k}(t)$ 取一阶泰勒近似，推导线性微分方程系统的系数矩阵 Δ 并计算其特征值。
4. 假设中美两国经济的模型参数如下表所示，请使用计算器计算中美两国经济向稳态收敛的速度。

	θ	n	g	β	δ	α
中国	1	1%	1%	0.04	10%	0.5
美国	1	1%	1%	0.01	4%	1/3