廣東工業大學

“机器人学课程实验”报告

学　　院　自动化学院

专　　业　自动化

年级班别　20 自动化创新班

学生姓名　苏浩楷 3120001100

　　　　　孙永业 3120001100

任课教师　黄之峰

2020 年 5 月 29 日

目录

一、实验目的

1. 掌握机械臂正运动学建模方法。

2. 掌握机械臂逆运动学求解基本方法。

3. 掌握算法部署到机械臂的步骤。

4. 能够开发并运用逆解实现机械臂的应用。

二、实验要求

1. 组装机械臂，完成三自由度正运动学的仿真及机械臂联动；

2. 在机械臂上部署三自由度机械臂的逆解程序，设计动作验证；

3. 完成五自由度机械臂的 DH 建模及动画仿真，校正和校准标准电机关节零位，完善 Sj2Rj 函数、并分析方法及原理；

4. 实现动画仿真与实际机械臂的联动；

5. 对五自由度机械臂逆解进行求解，设计任务展示；

6. 扩展应用，实现双臂运动规划、视觉跟踪等挑战性功能。

三、问题分析

对于问题一，对照文件《6 轴机械臂安装说明》，组装机械臂及安装驱动，调用 Set_Zero.m
文件进行舵机测试。进行三自由度机械臂的 DH 建模，给予关节角度进行仿真验证，利用串口传输角度信息给机械臂进行关节控制，完成三自由度正运动学的仿真及机械臂联动。

对于问题二，输入一个末端位置，使用反代换法求解对应θ_1、θ_2、θ_3。给予在一条轨迹上的一系列末端位置，让机械臂依次到达并画出轨迹，进行三自由度逆解的验证。

对于问题三，进行五自由度机械臂的 DH 建模，给予关节角度进行验证。首先确定关节的零位为机械臂呈竖直状态，先全部关节给予 90 度，观察机械臂的姿态，并逐渐调整角度直到机械臂呈竖直状态，此状态下的角度即为标准电机关节零位，并用此完善 Sj2Rj 函数。

对于问题四，在给予角度进行动画仿真时，同时将角度信息通过串口发送至机械臂进行仿真与实际机械臂的联动。

对于问题五，输入一个姿态矩阵以及末端位置，使用反代换法通过依次求解 θ_1、θ_5、θ_{234}、θ_3、θ_2、θ_4，得到对应关节角度。通过给予一个姿态矩阵以及末端位置，机械臂将逆运动的多解依次执行，判断是否到达同一位置进行验证。

对于问题六，我们采用 VJ 算法让机器人实现人脸视觉跟踪的效果。

四、问题求解

1 问题一求解

问题一的程序流程图如图 1-1 所示：

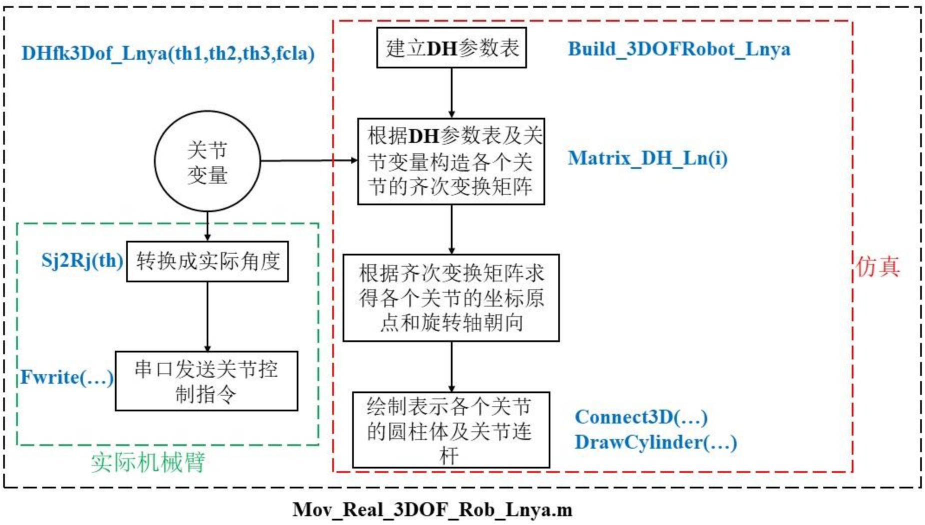


图 1-1

1.1 机械臂运行例程

例程中所给指令为：每个关节依次旋转到 60 度，120 度，90 度，根据舵机的原理，此时的角度应理解为转至 60 度，转至 120 度，转至 90 度，因此流程图

应为：

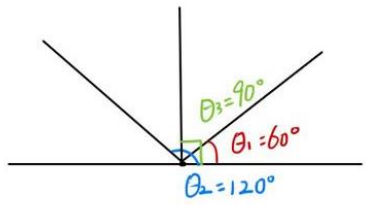


图 1-2 例程角度示意

给机械臂上电，连接 USB，执行该程序，与预期结果一致：

1.2 三自由度 DH 建模

设计三自由度机械臂的初始姿态如下：

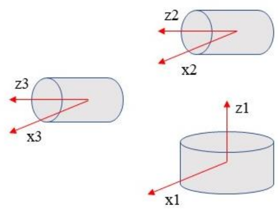


图 1-3 三自由度机械臂坐标系

根据 DH 表示法可写出 DH 参数如表 1-1 所示：

表 1-1 三自由度 D-H 参数表

#	θ	d	a	α
1	θ_1	d_1	0	90
2	θ_2	0	a_2	0
3	θ_3	0	a_3	0

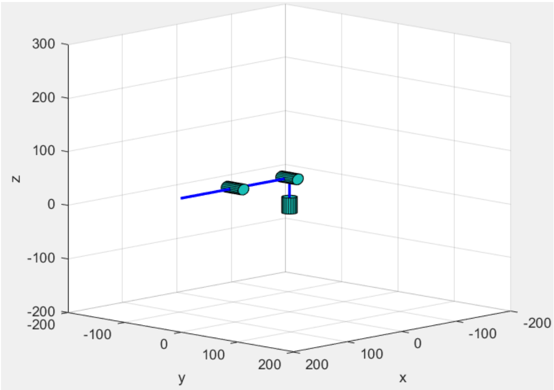


图 1-4 三自由度机械臂初始姿态

1.3 三自由度正运动学仿真与机械臂联动

使用三个 for 循环，每一个 for 循环对应每一个关节角度的改变，使用步进值实现机械臂运动的连续性，将得到的角度传入以下函数：

DHfk3Dof_Lnya(th(1),th(2),th(3),1)

即可实现此姿态下的机械臂绘制，最后一个参数表示将绘制内容清除以绘制下一个姿态的机械臂，此方式实现机械臂正运动的仿真。

部署到机械臂需要在上述函数后紧跟 jnt=Sj2Rj(th)，th 为关节角度矩阵，表示将此角度转换为真实关节的转动角度，再用 JointCmd()生成对应关节的控制指令，最后使用 fwrite()向串口发送关节控制指令，完成仿真与机械臂的联动。现列举其中一个图例:

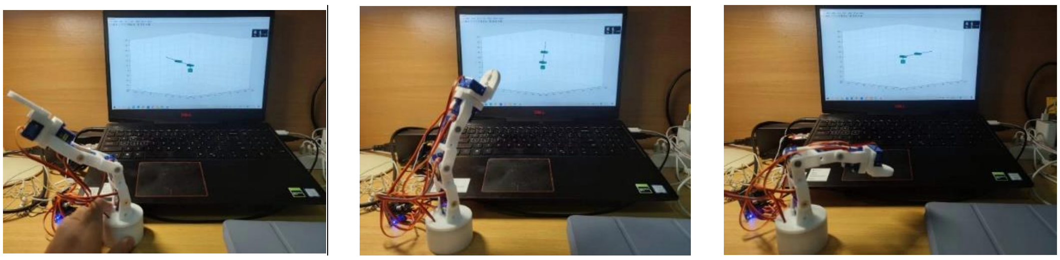


图1-4 关节2从0度运动到180度

2 问题二求解

问题二的程序流程图如图 2-1 所示：

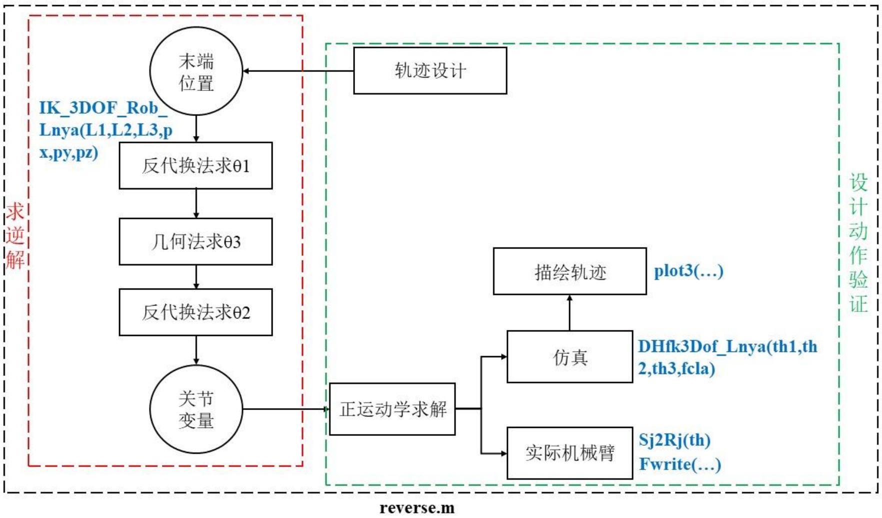


图 2-1

2.1 三自由度求逆解

2.1.1 反代换法求 θ_1

不妨假设有：

$$
{}^1T_2{}^2T_3{}^3T_4 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

进一步有：

$$
{}^1T_2^{-1}{}^1T_2{}^2T_3{}^3T_4 = {}^1T_2^{-1} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^2T_3{}^3T_4
$$

可得到以下两个矩阵：

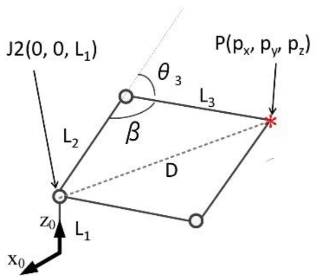
$$
\begin{bmatrix} C2*C3-S2*S3 & -C2*S3-C3*S2 & 0 & C2*a_2+C2*C3*a_3-a_3*S2*S3 \\ C2*S3+C3*S2 & C2*C3-S2*S3 & 0 & a_2*S2+C2*L3*a_3+C3*a_3*S2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$\begin{bmatrix} C1*n_x & C1*o_x+S1*o_y & C1*a_x+S1*a_y & C1*p_x+S1*p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z-d_1 \\ S1*n_x-C1*n_y & S1*o_x-C1*o_y & S1*a_x-C1*a_y & S1*p_x-C_1*p_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由(3,4)相等可得：

$$\theta_1 = \arctan(\frac{p_y}{p_x})$$

2.1.2 几何法求 θ_3



$$D = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + (p_z - L_1)^2}$$

可得：

$$\theta_3 = \pm(\pi - a\cos(\frac{L_2^2 + L_3^2 - D^2}{2L_2L_3}))$$

2.1.3 反代换求 θ_2

由(1,4)和(2,4)相等可得

$$\begin{cases} S2(W_1 + \frac{W_2{}^2}{W_1}) = B - \frac{W_2}{W_1}A \\ C2(W_1 + \frac{W_2{}^2}{W_1}) = \frac{W_2}{W_1}B + A \end{cases}$$

其中，$W_1 = a_2 + C_3a_3$，$W_2 = S_3a_3$，$A = C1p_x + S1p_y$，$B = p_z - d_1$

可得：

$$\theta_2 = \arctan(\frac{W_1B - W_2A}{W_2B + W_1A})$$

2.2 三自由度逆运动

将θ_1、θ_2、θ_3的计算公式利用 Matlab 代码实现。设计机械臂末端沿一直线运动，只需给定末端位置(p_x, p_y, p_z)，其中确定p_y, p_z，利用 for 循环不断步进p_x的值，使得末端位置保持在同一轨迹上，每次将得到的末端位置输入到 reverse()函数中进行上述求逆过程，返回对应θ_1、θ_2、θ_3的值，并转换成角度后使用 round()函数取整，进行 1.3 的操作，每运动一次就画出末端的位置，实现三自由度仿真与机械臂联动的逆运动，观察该轨迹的确在直线上：

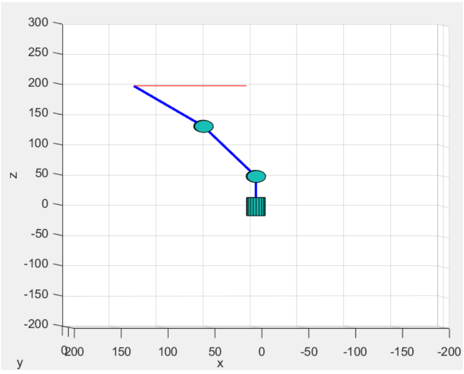


图 2-2 逆运动轨迹

```
W1^2+W2^2=22600.00
th1=0.00
th2=127.45
th3=-82.53
W1^2+W2^2=22725.00
th1=0.00
th2=125.37
th3=-82.17
W1^2+W2^2=22900.00
th1=0.00
th2=123.24
th3=-81.66
W1^2+W2^2=23125.00
th1=0.00
th2=121.04
th3=-81.01
```

图 2-3 部分解

3 问题三求解

问题三的程序流程图如图 3-1 所示：

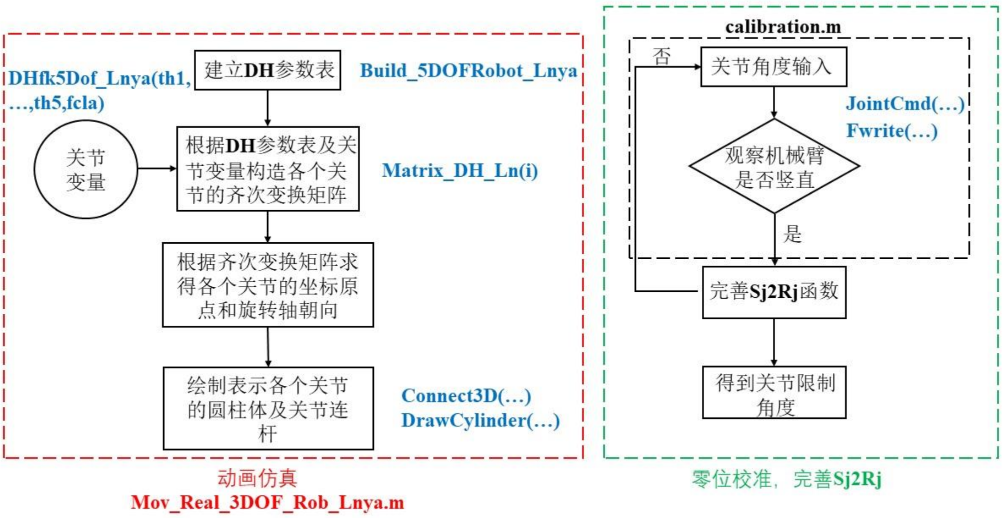


图 3-1

3.1 五自由度 D-H 建模及动画仿真

设计五自由度机械臂的初始姿态如下：

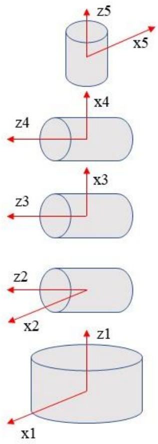


图 3-2 五自由度坐标系示意

根据 D-H 表示法可写出 D-H 参数表如表 3-1 所示：

表 3-1 五自由度 D-H 参数表

#	θ	d	a	α
1	θ_1	50	0	90
2	θ_2+90	0	50	0
3	θ_3	0	50	0
4	θ_4+90	0	0	90
4.5	0	50	0	0
5	θ_5	0	0	90
6	θ_6	0	0	0

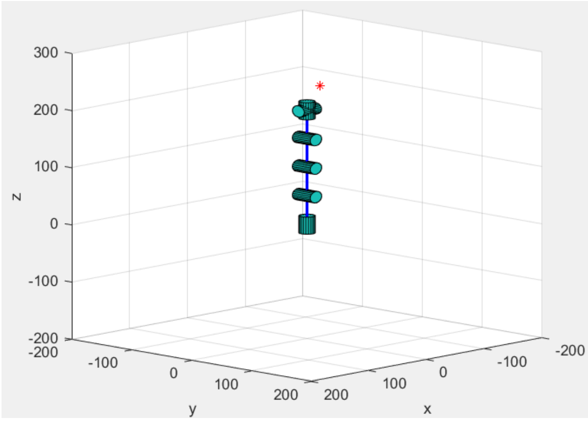


图 3-3 五自由度机械臂初始姿态

与 1.3 操作类似，但 DHfk3Dof_Lnya()输入参数应该增加至五个角度，同时函数内部也应增添循环次数以及关节 2，关节 5 的角度转换。利用 for 循环依次给关节角度，设置一定的步进值，实现连续的正运动仿真，部分图例如下：

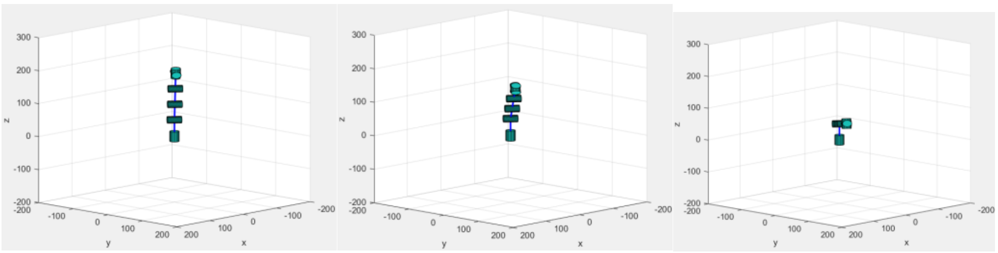


图 3-4 关节 2 从 0 度运动到 90 度

3.2 校准关节零位

在 calibration 文件中，首先将关节角全部设置为 90(因为在安装机械臂时，将舵机的 90 度设置为零位角，所以这里设置 90 度能判断机械臂在零位角状态下是否呈竖直状态)，生成对应关节的控制指令通过串口发送到机械臂，观察机械臂的姿态是否足够竖直。具体看哪个关节在零位角状态下有偏差，针对性给予补偿角度，使得机械臂呈竖直状态。经过不断调整，我们发现当关节角度为[90 97 90 85 85 90]时，机械臂呈竖直状态：

图 3-5 零位校准前的机械臂

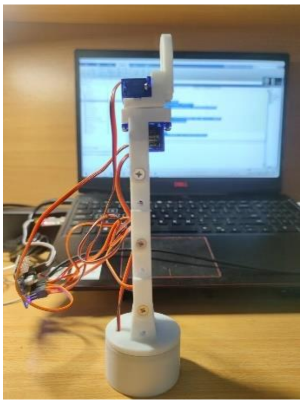


图 3-6 零位校准后的机械臂

于是以此为依据给定关节补偿角，完善 Sj2Rj 函数如下：

```
function jnt=Sj2Rj(th)

jnt(1)=90+th(1);
jnt(2)=90+th(2)+7;     %补偿7度     允许角度为 -97->83
jnt(3)=90+th(3);       %补偿0度     允许角度为 -90->90
jnt(4)=90+th(4)-5;     %补偿-5度    允许角度为 -85->95
jnt(5)=90+th(5)-5;     %补偿-5度    允许角度为 -85->95
jnt(6)=90+th(6);       %补偿0度     允许角度为 -90->90
```

图 3-7 完善后的 SjRj 函数

4 问题四求解

问题四的程序流程图如图 4-1 所示：

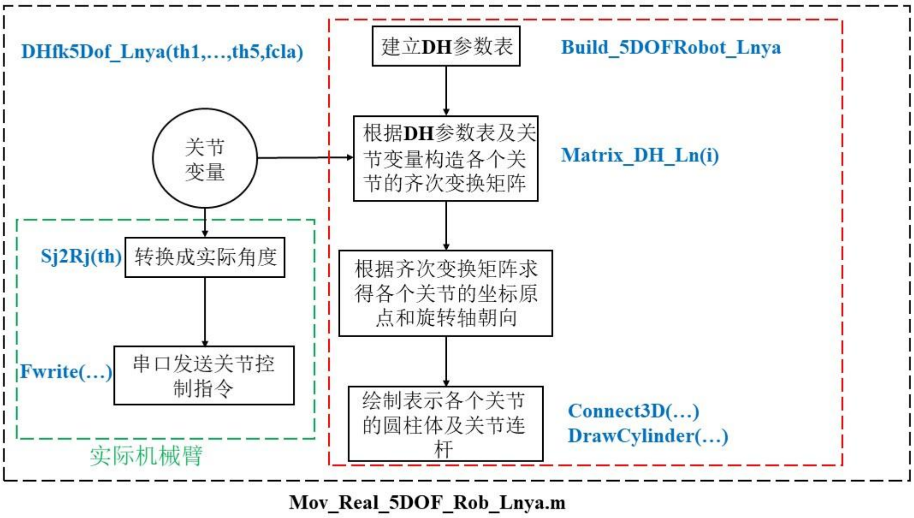


图 4-1

同样地，只需在每个 for 循环内每次执行完 DHfk3Dof_Lnya()后，执行 jnt=Sj2Rj(th)，得到实际机械臂舵机需要转到的角度位置，然后通过串口发送运动指令给机械臂即可完成仿真与实际机械臂的联动，现列举其中一个图例：

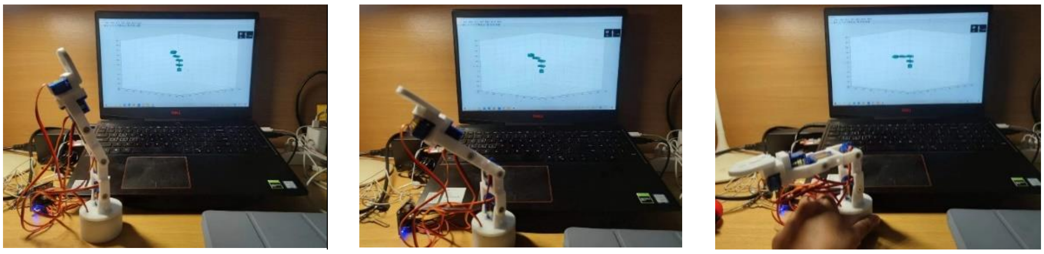


图 4-2 关节 3 从 0 度运动到 90 度

5. 问题五求解

本文使用反代换法对完整的五自由度机械臂进行求逆。求逆流程图 5-1 所示：

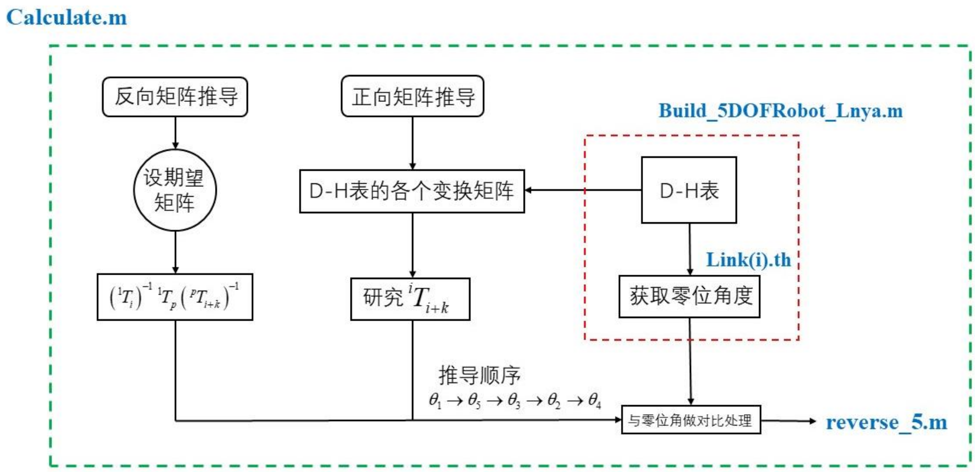


图 5-1 求逆流程图

5.1 设定目标位姿矩阵

设目标位姿矩阵，即夹爪在世界坐标系下的坐标表示为：

$$
{}^1T_p = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5-1-1}
$$

5.2 计算夹爪 Paw 的齐次变换矩阵

根据五自由度的 D-H 参数表与 5-1-2 式的 D-H 变换矩阵通式计算夹爪 Paw 的其次变换矩阵 ${}^{1}T_{p}$。

$$
{}^{i}T_{i+1}=\begin{bmatrix}\cos\theta_i & -\sin\theta_i\cos\alpha_i & \sin\theta_i\sin\alpha_i & a_i\cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i\cos\alpha_i & -\cos\theta_i\sin\alpha_i & a_i\sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{5-2-1}
$$

但由于我们想先计算 θ_1，所以必须先在其中一个其次变换矩阵中消去 θ_1，我们利用 $\left({}^{1}T_{2}\right)^{-1}$ 将 Paw 的齐次变换矩阵中的 θ_1 消掉。即

$$
\left({}^{1}T_{2}\right)^{-1}\,{}^{1}T_{p}=\begin{bmatrix}\cdots & \cdots & \cdots & C_1p_x+S_1p_y \\ \cdots & \cdots & \cdots & p_z-d_1 \\ S_1n_x-C_1n_y & 0 & S_1a_x-C_1a_y & S_1p_x-C_1p_y \\ \cdots & \cdots & \cdots & 1\end{bmatrix}={}^{2}T_{p} \tag{5-2-2}
$$

由 D-H 表由关节 2 变换到夹爪的齐次变换矩阵 ${}^{2}T_{p}$ 为：

$$
{}^{2}T_{p}=\begin{bmatrix}\cdots & \cdots & \cdots & C_2a_2+d_5S_{234}+a_3C_{23} \\ \cdots & \cdots & \cdots & S_2a_2-d_5C_{234}+a_3S_{23} \\ S_5 & 0 & -C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{5-2-3}
$$

可以看到矩阵 $(3,4)$ 为 $S_1p_x-C_1p_y=0$,因此可得：

$$
\begin{aligned}
\theta_1 &= \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right) \\
\theta_1^{'} &= \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right)\pm\pi
\end{aligned} \tag{5-2-4}
$$

因为反正切函数的特性，在对称象限的反正切值是相等的，所以若所解得的角超过限制，可通过 $\pm\pi$ 来解决问题。

再由 $(3,1)$ 与 $(3,3)$ 我们可以得到：

$$\begin{cases} S_1 n_x - C_1 n_y = S_5 \\ C_1 a_y - S_1 a_x = C_5 \end{cases}$$

$$\theta_5 = \arctan\left(\frac{S_1 nx - C_1 n_y}{C_1 a_y - S_1 a_x}\right) \tag{5-2-5}$$

接着我们关注矩阵(5-1-3)和(5-1-4)的(1.4)和$(2,4)$:

$$\begin{cases} C_2 a_2 + d_5 S_{234} + a_3 C_{23} = C_1 p_x + S_1 p_y \\ S_2 a_2 - d_5 C_{234} + a_3 S_{23} = p_z - d_1 \end{cases} \tag{5-2-6a}$$

设$m = p_x, n = p_y, t = p_z - d_1, g = d_5 S_{234}, h = d_5 C_{234}$，并将上下式做平方和，得：

$$\begin{cases} C_2^2 a_2^2 + a_3^2 C_{23}^2 + 2a_2 a_3 C_2 C_{23} = \left(C_1 m + S_1 n - a\right)^2 \\ S_2^2 a_2^2 + a_3^2 S_{23}^2 + 2a_2 a_3 S_2 S_{23} = \left(t + b\right)^2 \end{cases}$$

$$a_3^2 + a_2^2 + 2a_2 a_3 C_3 = \left(C_1 m + S_1 n - a\right)^2 + \left(t + b\right)^2 \tag{5-2-6b}$$

由(5-1-6b)式得：

$$\begin{gathered} C_3 = \frac{\left(C_1 m_1 + S_1 n - a\right)^2 + \left(t + b\right)^2 - a_3^2 - a_2^2}{2a_2 a_3} \\ \theta_3 = \arctan\left(\pm\sqrt{1 - C_3^2}, C_3\right) \end{gathered} \tag{5-2-6c}$$

此时我们在回看式(5-1-7a),按照上述的方法把θ_2也分离出来。得：

$$\begin{cases} C_2\left(a_2 + a_3 C_3\right) - a_3 S_2 S_3 = C_1 p_x + S_1 p_y - g \\ S_2\left(a_2 + a_3 C_3\right) + a_3 C_2 S_3 = t + h \end{cases} \tag{5-2-7a}$$

由和差化积变换可得：

$$\begin{cases} S_2 = \dfrac{\left(t + b\right)\left(a_3 C_3 + a_2\right) - a_3 S_3\left(C_1 m + S_1 n - a\right)}{\left(a_3 C_3 + a_2\right)^2 + a_3^2 S_3^2} \\ C_2 = \dfrac{\left(C_1 m + S_1 n - a\right)\left(a_3 C_3 + a_2\right) - a_3 S_3\left(t + b\right)}{\left(a_3 C_3 + a_2\right)^2 + a_3^2 S_3^2} \end{cases} \tag{5-2-7b}$$

因此可以求得：

$$\theta_2 = \arctan\frac{S_2}{C_2} \tag{5-2-7c}$$

现在只需要求解出θ_{234}，便可以畅通无阻的将$\theta_2,\theta_3,\theta_4$求解出来。由于我们已知$\theta_1,\theta_5$，可以继续在齐次变换矩阵中消去$\theta_5$。

$$
{}^{2}T_p\left({}^{5}T_p\right)^{-1}=\begin{bmatrix} S_5\left(C_1a_x+S_1a_y\right)+C_5\left(C_1a_x+S_1a_y\right) & \dots & \dots & C_1p_x+S_1p_y \\ C_5n_z+S_5a_z & \dots & \dots & p_z-d_1 \\ \dots & \dots & \dots & S_1p_x-C_1p_y \\ \dots & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}={}^{2}T_5 \quad (5\text{-}2\text{-}8)
$$

由 D-H 表由关节 2 变换到第五个关节的齐次变换矩阵${}^{2}T_5$为：

$$
{}^{2}T_5=\begin{bmatrix} C_{234} & \dots & \dots & C_2a_2+d_5S_{234}+a_3C_{23} \\ S_{234} & \dots & \dots & S_2a_2-d_5C_{234}+a_3S_{23} \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (5\text{-}2\text{-}9)
$$

对比(5-2-8)和(5-2-9)式中的(1,1)和(2,1)可得：

$$
\theta_{234}=\frac{S_{234}}{C_{234}}=\frac{C_5n_z+S_5a_z}{S_5\left(C_1a_x+S_1a_y\right)+C_5\left(C_1a_x+S_1a_y\right)} \quad (5\text{-}2\text{-}10)
$$

最后可得$\theta_4=\theta_{234}-\theta_2-\theta_3$.

但是，在按照以上算法求五自由度机械臂的逆解的时候是相当于每个关节角都从 0° 开始的，但是在前面我们所建立的 D-H 表中我们了解到，关节 2、关节 4、关节 5 都是具备零位角度的，所以在转换成真实旋转角度时需要对其进行处理，最后总结求逆公式如下：

$$
\begin{cases}
\theta_1=\arctan\left(\dfrac{p_y}{p_x}\right) \\
\theta_2=\arctan\dfrac{(t+h)\left(a_3C_3+a_2\right)-a_3S_3\left(C_1m+S_1n-a\right)}{\left(C_1m+S_1n-a\right)\left(a_3C_3+a_2\right)-a_3S_3\left(t+h\right)}-\dfrac{\pi}{2} \\
\theta_3=\arctan\left(\pm\sqrt{1-C_3^2},C_3\right) \\
\theta_4=\theta_{234}-\theta_2-\theta_3-\dfrac{\pi}{2} \\
\theta_5=\arctan\left(\dfrac{S_1nx-C_1n_y}{C_1a_y-S_1a_x}\right)-\dfrac{\pi}{2}
\end{cases}
$$

5.3 设计逆解动作

本文对逆解的动作展示为：给定机械臂末端在某一位置的位姿，根据 5.2 中所解得的结论解出所有的可能解，并将其展示出来。流程图如 5-1 所示：

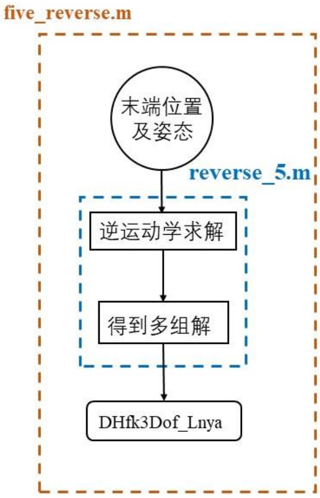


图 5-2 多逆解展示流程图

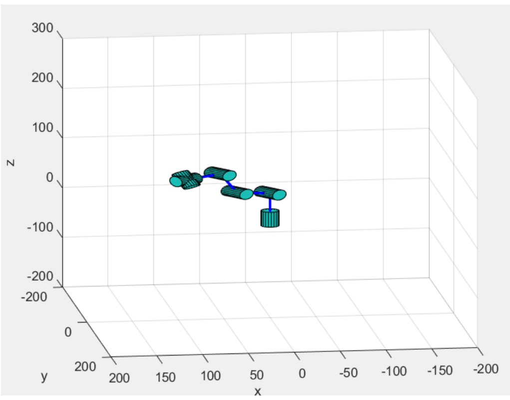
设定期望齐次变换矩阵为：

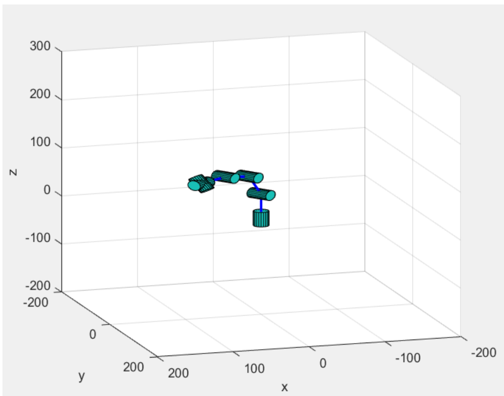
$$T_{expect}=\begin{bmatrix} 0.4394 & 0.8192 & 0.3687 & 100.9984 \\ -0.6275 & 0.5736 & -0.5265 & 70.7198 \\ -0.6428 & -0.0000 & 0.7660 & 106.2422 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

将期望矩阵代入 5.2 所得的逆解公式中，得到两组解如下：

$$\theta_1=35,\theta_2=-75,\theta_3=45,\theta_4=-60,\theta_5=40$$
$$\theta_1=35,\theta_2=-30,\theta_3=-45,\theta_4=-15,\theta_5=40$$

并将这两组解部署到机械臂中进行展示，效果如下：





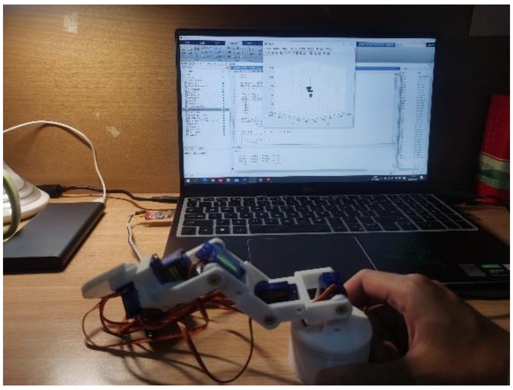


图 5-3 解 1 效果图

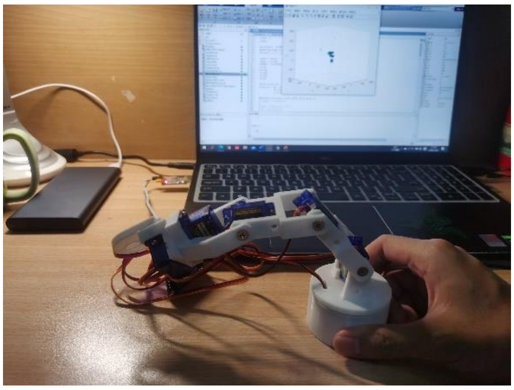


图 5-4 解 2 效果图

6. 拓展应用

6.1 功能介绍

本文基于 Matlab 提供的 VJ 算法工具箱对用户的人脸进行识别，并控制机械臂对用户的人脸进行跟踪。

6.2 实现流程

6.2.1 设置 ROI 区域

对笔记本摄像头所采集的图片中勾勒出一个 640*480 的 ROI 区域。

6.2.2 捕捉人脸

利用 Matlab 工具箱中已经训练完毕的人脸识别模型对 ROI 区域中的人脸进行捕捉。并将 VJ 算法所识别到的图片所在区域的外边缘用黄线框起来，从而再 ROI 区域中开辟了一个矩形人脸区域。返回的矩形区域的信息为：

bbox = [x, y, bbox_x, bbox_y];

其中，(x,y)为人脸矩形区域左上顶点的坐标，(bbox_x, bbox_y)为人脸矩形的长宽。

6.2.3　设计跟踪策略

跟踪策略的程序流程图如图 6-1 所示：

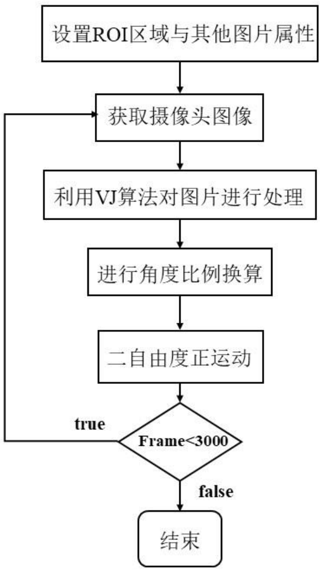


图 6-1 跟踪策略流程图

根据 6.2.1 的 ROI 区域和 6.2.2 的人脸矩形区域可以得到如下示意图：

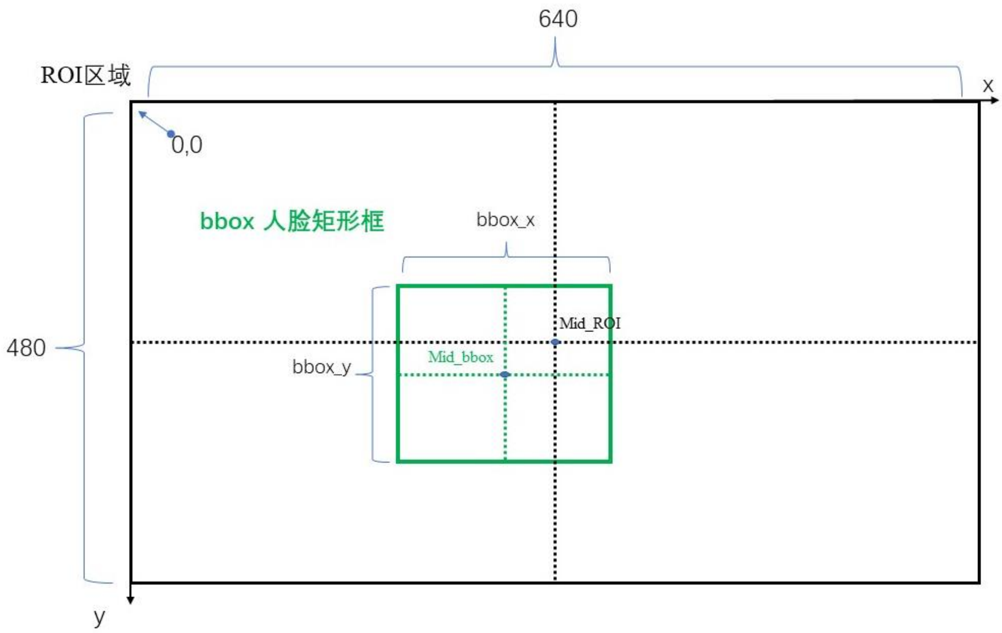


图 6.2.3 ROI 与 bbox 示意图

ROI 区域的中心 Mid_ROI 对应着机械臂的正前方，而不断更新的 Mid_bbox 定义为人脸所处的位置，将人脸所处的位置与 ROI 的中心位置对比，得到 x, y 两个方向上的差值，并根据关节的运动限制计算舵机需要旋转的角度。由于只需要

对比 x, y 上的插值，所以只需要两自由度的机械臂便可完成任务。

根据校准过程得关节 1 的多机初始位置为 90°，关节 3 的初始位置为 85°，所以关节 1 的运动幅度为 $-90^o < \theta_1 < 90^o$，关节 3 的运动幅度为 $-85^o < \theta_3 < 95^o$，所以在做比例放缩时要避免超越舵机的限制造成舵机堵转从而损伤舵机。得到 θ_1，θ_3 的角度计算公式如下：

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{320 - face\_x}{335} \times 90 \\ \theta_3 &= \frac{face\_y - 240}{240} \times 85 \end{aligned} \tag{6-2-1}$$

五、结果及分析

问题一：可以按照配套例程完整进行三自由度的运动学仿真及实际机械臂的联动。

问题二：通过给定三个角度并进行正运动，将所得的齐次变换矩阵输入至求逆解的过程之中，并将返回的角度再次通过正运动得到齐次变换矩阵，并与所输入的齐次变换矩阵相对比，而且，通过求逆实现三自由度机械臂在 x, y 平面上进行直线运动。最终验证三自由度求逆正确。

-0.1632	-0.9254	0.3420	55.6670
-0.0594	-0.3368	-0.9397	20.2611
0.9848	-0.1736	0.0000	212.7595
0	0	0	1.0000

图 1 正运动齐次变换矩阵

-0.1632	-0.9254	0.3420	55.6670
-0.0594	-0.3368	-0.9397	20.2611
0.9848	-0.1736	0.0000	212.7595
0	0	0	1.0000

图 2 逆运动齐次变换矩阵

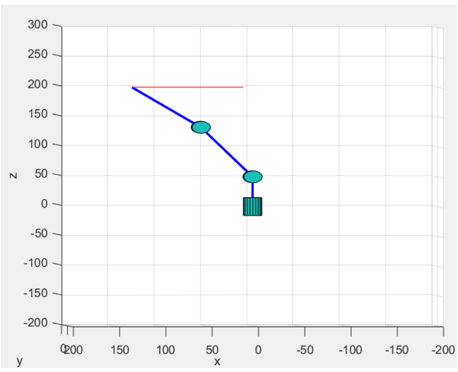


图 3 三自由度直线运动

问题三与问题四：通过所建立的 D-H 参数表在仿真中成功实现预期设想的初始零位状态。仿真至舵机的角度通过 Sj2Rj 将虚拟角度转换至真实角度。

图 4 零位校准前的机械臂

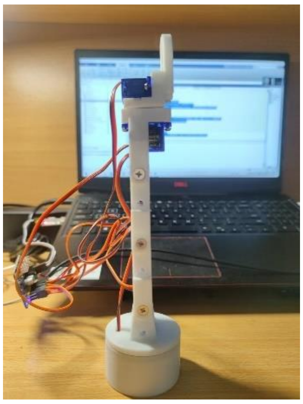


图 5 零位校准后的机械臂

完成 D-H 的零位初始化后，可以成功进行与仿真动画联动的正运动。

问题五：通过推导五自由度的求逆之后，可以通过末端的位姿矩阵求得各个关节所需转过的角度。通过五自由度机械臂走直线和以同一位姿解出多个解来验证五自由度机械臂的求逆过程。五自由度机械臂最终验证五自由度机械臂求逆正确。其中，五自由度机械臂走直线通过仿真能很好地验证：

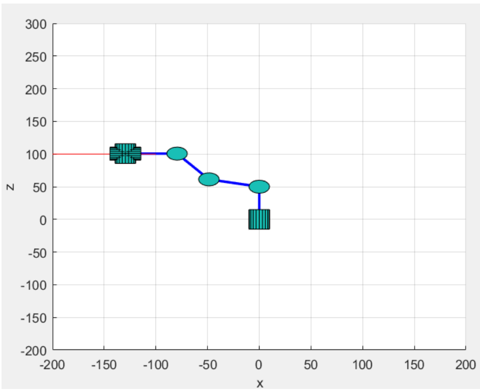


图 6 五自由度直线运动

但实际机械臂中需要克服机械臂本身的重力影响，通过手动设置参数：给关节 3 关节 4 一个随着迭代次数衰减的补偿角，并在最后两次迭代中给予关节二 10 度的补偿角，能还原一个比较好的直线效果。但是毕竟是手调，实物精度并不高，有待借助其他方法改进。

扩展应用：通过 VJ 算法在 ROI 区域所分离出的人脸区域较为准确，而且反应速率较快，但是在跟踪过程中本文无法实现机械臂的前后运动。因为当机械臂向前伸展的时候，会受到重力的影响，从而导致机械臂下垂，从而需要针对此重

力现象做出补偿角度，但是因为在不同轴平面上的补偿角度的多与少难以决定，因为缺少传感来提供反馈信号，从而做出闭环控制。

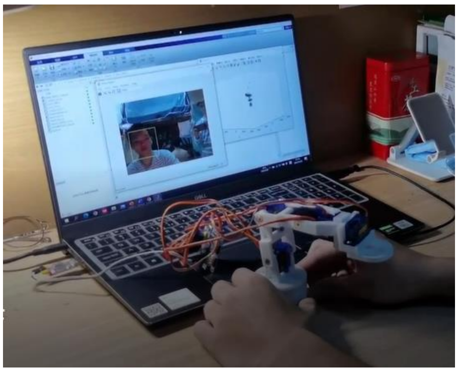


图 7 人脸跟踪效果图

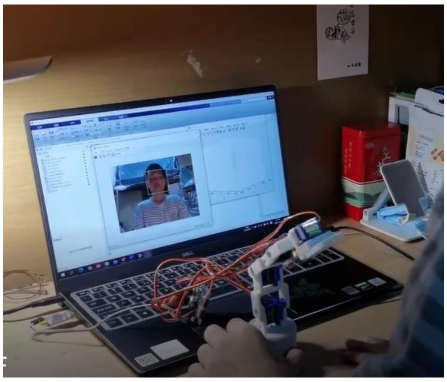


图 8 人脸跟踪效果图

还有另外一个问题，当加入实控机械臂的时候，由于每两帧之间，要根据人脸中心和 ROI 中心来对机械臂进行控制，但是是通过串口协议来跟舵控板进行通信，而且通过 for 循环以此进行串口控制，所以在连续的动画内，可能两帧之间的这个通信延迟影响较大，导致看起来动画卡顿，且机械臂的反应较慢，也许可以从通信协议或者通信手法上进行修改。

六、心得及体会

很感谢老师给予我们这一次宝贵的实验机会，这是我们大学以来第一次将课程理论与实践做这么紧密的结合，不管是在对自由度、正逆运动和机械臂的理解上，还是在 matlab 的编程能力上，我们都受益匪浅，有很大的收获。

在老师所给的例程基础上，我们能比较快地完成三自由度机械臂的任务。但是在后期改进的时候遇到了一个比较难解决的问题，我们希望初始零位角状态为竖直，于是给了关节二一个 90 度的零位角。theta1 和 theta3 的求解都没有问题，经过验证也正确，但是在利用反代换法求解 theta2 时，结果却一直是错误的。根据公式的通用性，应该在结果得出之后减去 90 度就好，但结果并非如此，这是我们一直没有解决的问题，最后没能做出想要的改进。但这个验证过程充分考验了耐心和细致。

五自由度的正运动学实现起来也没有太大的问题，主要是要借助一个辅助坐标系，但是在求逆解的时候就花费了比较多的时间。一开始我们想要参照网上一些博客的做法，发现有 Classic D-H 和 Modified D-H，但其实发现这些只是一种

统一的手段，其实只是变换的顺序问题，最重要的是要找到适合自己机械臂的变换方法，Classic D-H 变换法就比较适合我们自己的机械臂，只需要 6 行便可以完成腕部工具安装点在世界坐标系下的表示。而关于关节角度的求解问题，一开始参考了一个名为 Pieper 的解法，可是博客中采取的是改进 DH 的建模，我们只是借助了他的求解方法。发现求解过程中有几个步骤难以理解，于是采用最简单的反变换法，但是求解出现了问题。第二天发现坐标变换过多之后，有一些表达式只涉及了姿态，而没涉及位置，导致只能求到姿态相同，而没法位置相同，最后通过位姿限制式，通过分离变量与不断联立，最终才检验正确。但是这个模型还可以继续优化，比如末端的坐标指的是关节，而不是关机末端还有多解的筛选和处理方案等等，都是值得我们不断去改进的。

最后的拓展应用让我们学到了很多，包括利用 Matlab 的 VJ 工具箱，了解到较为适用人脸的 VJ 算法，而且在实现人脸跟踪时更加巩固了前面的正逆运动。而且了解到了串口通信其实是具有一定延迟的。后续可以考虑更换通信方法。

综上所述，我认为我们小组能比较完整地完成整个任务，但部分细节还有待后期改进加以完善。整个过程虽然有点累，熬了很多夜，但是看到机械臂最后能如期运作，一切都非常值得，这也是我们大学里面一次很好的锻炼机会，我们从中能学到很多，希望老师能给予批评和指正。