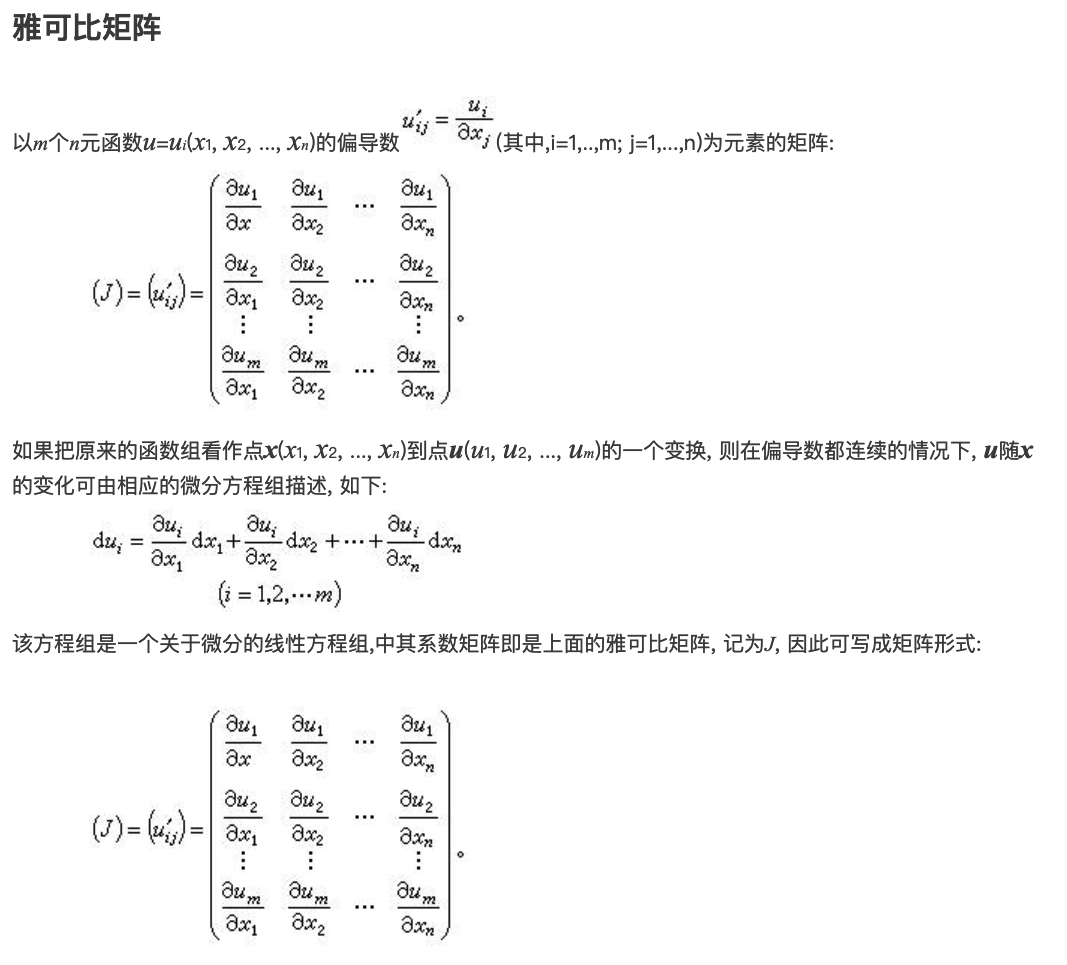
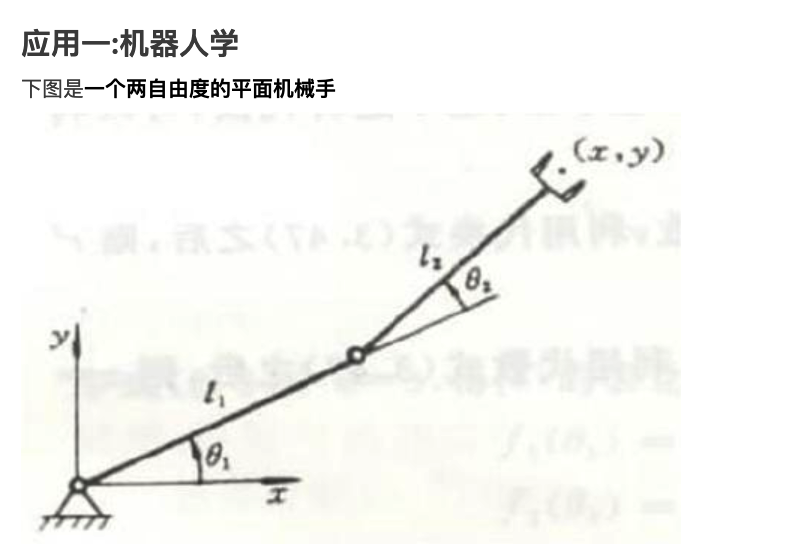
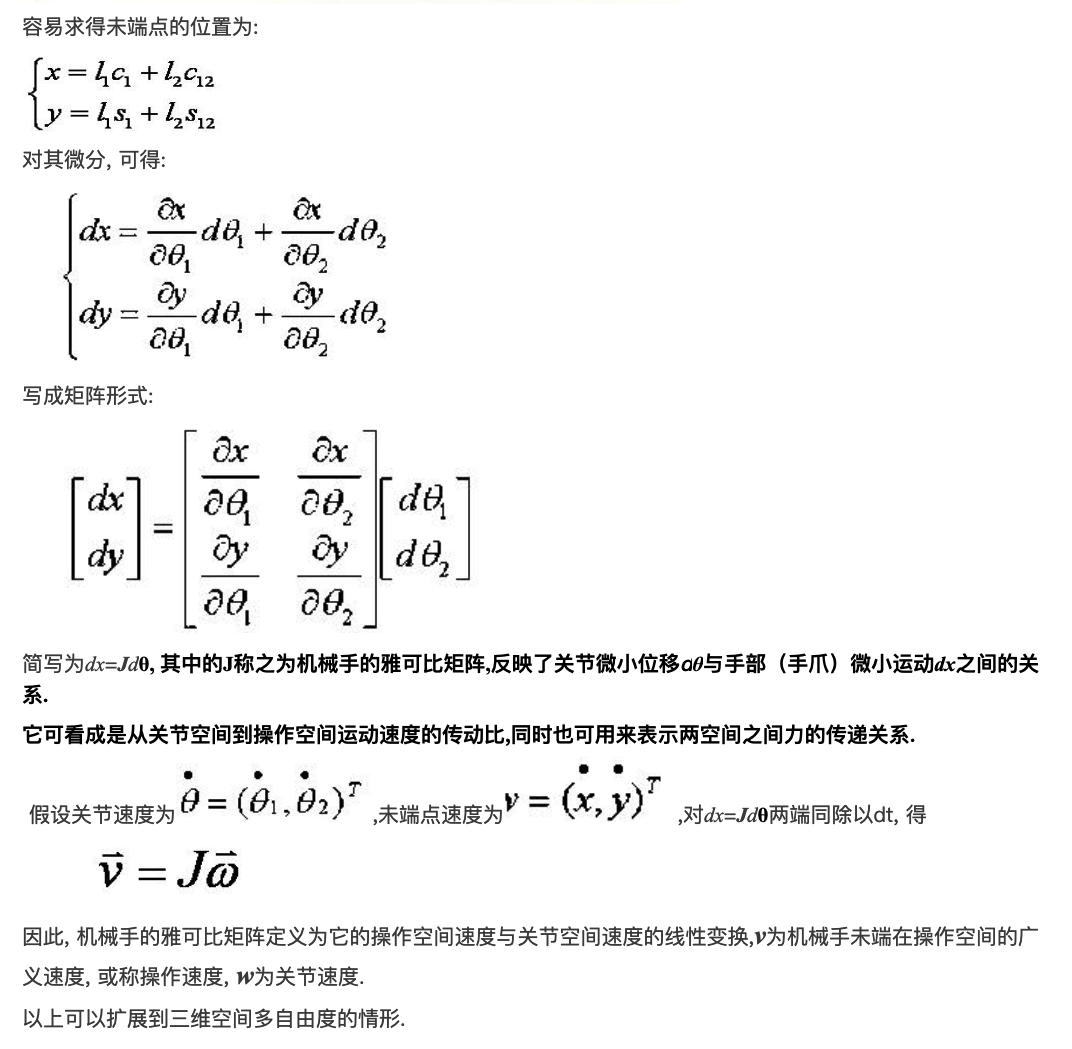
雅克比矩阵【jacobian】





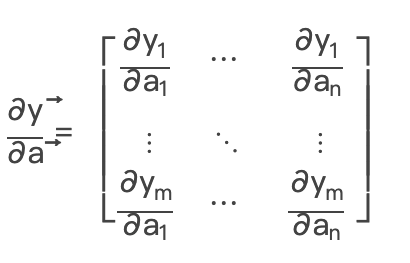


**函数对向量求导**

雅克比矩阵相当于通用型的函数的一阶导数，Hessian矩阵是一个的函数的二阶导数。这就牵扯到了函数对向量求导的运算，这部分的详细推导看笔记里的《矩阵、向量求导法则》。

**本质上来说，一个函数对（行）向量求导，本质上还是单独为向量的每个元素进行求导的。比如的函数f()，则其导数【即梯度】为，此时其一阶导数就变成了一个的函数。**

**对于的函数，其可以看成一个长度为m的列向量对一个长度为n的行向量求偏导，如下：**

****

**上式可以看成是一个换元变换，即，这样的方式进行换元，或者可以看成是一个坐标变换。**

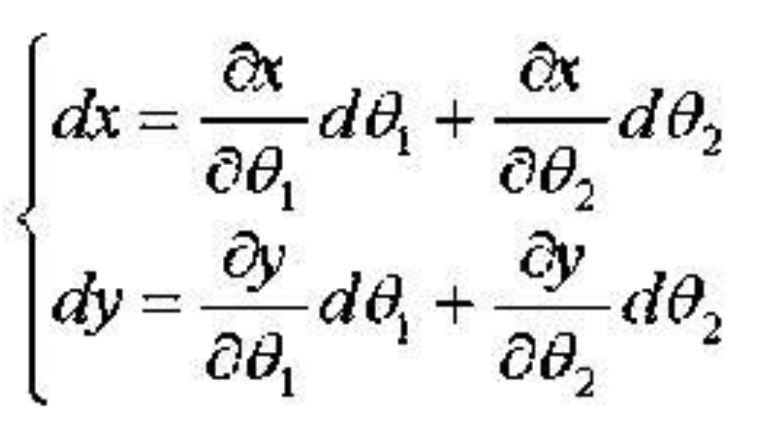
**上式的【多元函数值的导数】就是雅克比矩阵。**

**当m=n时，上式就是一个方阵，就可以求它的雅克比行列式。**

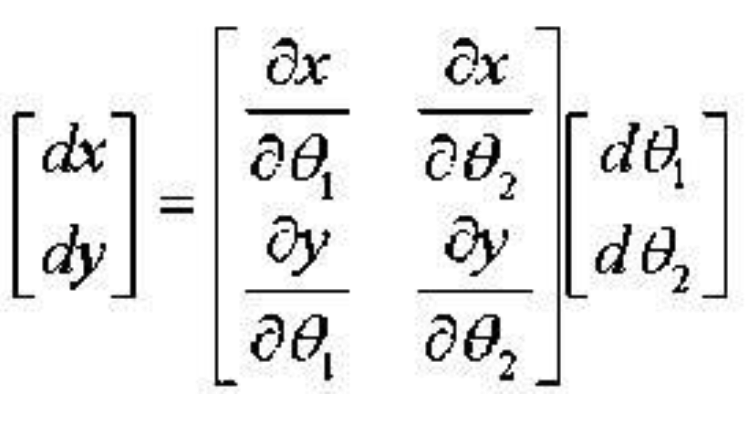
**雅克比矩阵的几何意义**

**先补充一些数学知识，求微分其实就是线性化，即用直线近似代替曲线，dx，dy近似代替原来那段曲线，导数其实就是线性空间之间的线性变换。**

**为了理解上面的那句话，看下面的公式，分别是x，y的函数，则x，y的微分就是：**

****

**将其写成矩阵形式为：**

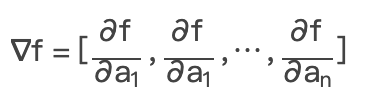
****

**可以看到其导数就是从和微分隐射到x，y微分的。更专业的说法就是在切空间到切空间之间的线性变换。【切空间就可以理解为微分空间】。切空间就是矢量空间，都有基底，所以这个线性变换就是矩阵。**

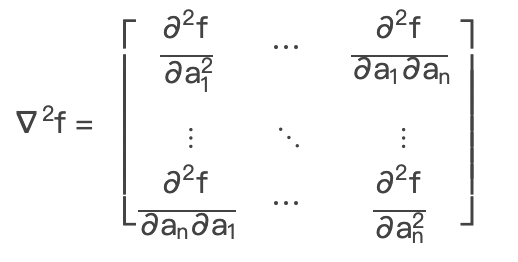
**所以可以把雅克比矩阵看作是切空间之间的基底之间的线性变化。**

**海森Hessian矩阵**

**正如前面说的，一个映射的函数，即多元实值函数，其一阶梯度为：**

****

**得到的一阶梯度为一个的函数，再对一阶梯度再求梯度，得到其二阶梯度：**

****

**海森矩阵在牛顿法中应用非常广泛。**