

విఅంగణిత

1. $P = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ ఏం } x^2 - 7x + 6 = 0\}$,

$Q = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ ఏం } 1 \leq x < 5\}$

ఏం $R = \{2, 4, 6\}$

క. P సెట్టికి తలికా పద్ధతితో శ్రవాణ కరి :

ఖ. ప్రమాణ కరి యే, $(P \setminus Q) \cup (Q \setminus P) = (P \cup Q) \setminus (P \cap Q)$.

గ. దేఖాడు యే, $P \times (Q \cup R) = (P \times Q) \cup (P \times R)$.

2. a, b, c, d క్రమిక సమానుపాతీ ఏం $p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$.

క. $\log_3 \sqrt{2}$ ఏం ఘాష నిర్ణయ కరి :

ఖ. ప్రమాణ కరి యే, $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$.

గ. దేఖాడు యే, $p = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$.

3. యది $p^2 = 5 + 2\sqrt{6}$, $a^3 + a^{-3} = 18\sqrt{3}$ ఏం $a, p > 0$ హయ, తాహలై—

క. $p - \frac{1}{p}$ ఏం ఘాష నిర్ణయ కరి :

ఖ. దేఖాడు యే, $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, యథన $a^3 - a^{-3} > 0$.

గ. ప్రమాణ కరి యే, $\frac{p^{10} + 1}{p^5} = 178\sqrt{3}$.

జ్యామితి

8. దుఇటి కర్ణ $a = 4 \text{ cm}$ ఏం $b = 6.5 \text{ cm}$, అంతర్గత కోగ $\angle C = 45^\circ$.

క. కంపాసేర సాహాయియే 45° కోగ అంకన కరి :

ఖ. ప్రదత్త తథ్య నియే ఏకటి సామాన్తరిక అంకన కరి ఏం బర్నా దాండి :

గ. ఉద్దిపకేర ఆలోకిక త్రిభుజేర భూమి a , భూమి సంఘటన ఏకటి కోగ $\angle C$ ఏం అపర దుఇ వాహుర సమచ్ఛి b దైర్ఘ్యార సమాన బిబేచనా కరి త్రిభుజటి ఆంక ఏం బర్నా దాండి :

9. $\triangle ABC$ ఏర కోగ $\angle B$ ఏం $\angle C$ ఏర సమాన్తికుండయ O బిందు మిలిత హయాచే. AB కె M పర్యాత ఏం AC కె N పర్యాత బర్ధిత కరి హలో. BO' ఏం CO' యథాక్రమి $\angle MBC$ ఏం $\angle NCB$ ఏర సమాన్తికుండి.

క. ఉపరాంకు తథ్య సాపేక్ష చిత్రటి ఆంక :

ఖ. దేఖాడు యే, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$.

గ. ఉద్దిపకేర ఆలోకిక ప్రమాణ కరి యే, $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$.

6.



O కెంద్రవిశిష్ట బృత్తె MN ఏకటి జ్యా ఏం $ME = EN$.

థ. ప్రమాణ కరి యే, $OE \perp MN$.

గ. బృత్తె MN ఏర సమాన జ్యా అంకన కరి ప్రమాణ కరి యే, కెంద్ర థికి జ్యాంబియా సమద్వాపాతీ !

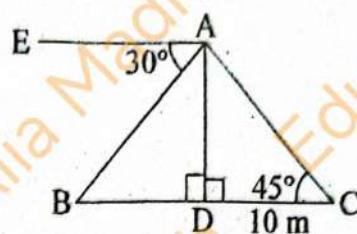
త్రికోణమితి ఓ పరిమితి

1. $A = \cos\theta + \sin\theta$ ఏం $B = \cos\theta - \sin\theta$ ఏర త్రికోణమితిక రాశి :

క. $\theta = 45^\circ$ హలై, A ఏం B ఏర ఘాష నిర్ణయ కరి :

ఖ. $A = \sqrt{2}(\Lambda - \sin\theta)$ హలై, ప్రమాణ కరి యే, $B = \sqrt{2}(\Lambda - \cos\theta)$

గ. $A = 1$ హలై, θ ఏర ఘాష నిర్ణయ కరి యెగానె, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$:



చిత్రే $EA \parallel BC$, $AD \perp BC$, ఉపాంతి $\angle ACD = 45^\circ$ ఏర డిస్టాంట్ $DC = 10$ మిటారి.

క. AC ఏర దైర్య నిర్ణయ కరి :

ఖ. AB వాహుర దైర్య నిర్ణయ కరి :

గ. $\triangle ABC$ ఏర పరిసీమా నిర్ణయ కరి :

9. 20 సెమి బ్యాసార్ధవిశిష్ట బృత్తెర ఏకటి చాప కెంద్రె 60° కెంద్ర ఉంపన కరి. ఘనకెర కర్ణేర దైర్య బృత్తెర బ్యాసేర $\sqrt{3}$ గుణ.

క. బృత్తాంశేర క్షేత్రఫల నిర్ణయ కరి :

ఖ. బృత్తెర పరిధి ఓ చాపేర దైర్యేర పార్థక్య నిర్ణయ కరి :

గ. ఘనకెర సమగ్రతలేర క్షేత్రఫల ఓ ఆయతన నిర్ణయ కరి :

పరిసంఖ్యాన

10. దాఖిల దశమ శ్రేగిర 20 జన శిక్షాథీర ఉఛతా (సెమి నిమ్మరూప—

150 154 156 158 162 140 160 143 155 159

156 160 157 152 155 169 147 153 151 165

క. శ్రేగియాణి 6 ధరే శ్రేగిసంఖ్యా నిర్ణయ కరి :

ఖ. సంక్షిప్త పద్ధతితో గడ్డ ఉఛతా నిర్ణయ కరి :

గ. ప్రాణ సారణి థికి అజిత రెఖా అంకన కరి :

11. 50 జన శిక్షాథీర ఓజనేర గగసంఖ్యా సారణి నిచె దెఓయా హలో:

ఓజన (కెజి)	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
శిక్షాథీర సంఖ్యా	6	8	13	10	8	5

క. $19, 38, 27, 36, 18, 22, 24, 26, 28, 21$ సంఖ్యాగులోర మధ్యక నిర్ణయ కరి :

ఖ. ప్రదత్త ఉపాంతేర ప్రచురక నిర్ణయ కరి :

గ. ప్రదత్త ఉపాంతేర గగసంఖ్యా బహుబుజ అంకన కరి :

বাজগাণ্ড

১. $x = \{4, 5, 6\}, y = \{5, 6, 7\}, z = \{a, b\}$ এবং $f(b) = \frac{1+b^2+b^4}{b^2}$

ক. $(2^{-1}a + 3^{-1}b)^{-1}$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. দেখাও যে, $(x \cap y) \times z = (x \times z) \cap (y \times z)$

৪

গ. প্রমাণ কর যে, $f\left(\frac{1}{b^2}\right) = f(b^2)$

৪

২. i. $P = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ii. $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$

২

ক. $m^2 - 4m + 3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

২

খ. $\frac{p^6 - 1}{p^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. দেখাও যে, $x = \frac{4ab}{a+b}$

৪

৩. $p = \frac{5 \cdot 2^n - 8 \cdot 2^{n-1}}{2^n - 3 \cdot 2^{n-2}}, B = 3 \log \frac{36}{25} + \log \left(\frac{2}{9}\right)^3 - 2 \log \frac{16}{125}$

৪

একটি গুণোভর ধারার অষ্টম পদ – 27 এবং একাদশ তম পদ

৪

$4\sqrt{3}$

২

ক. p এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. দেখাও যে, B এর মান $\log 2$

৪

গ. গুণোভর ধারাটির 5টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

৪

জ্যামিতি

৪. ABCD চতুর্ভুজের $AB = 4$ সে.মি., $BC = 5$ সে.মি., $\angle A = 85^\circ, \angle B = 80^\circ$ এবং $\angle C = 95^\circ$

২

ক. $\angle D$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী ABCD চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যিক)

৮

গ. প্রদত্ত বাহু দুটিকে একটি সামান্তরিকের বাহু এবং $\angle B = 80^\circ$ ধরে- সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যিক)

৮

৫. PQR সমবাহু ত্রিভুজের $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমানিক্ষণকৰ্ত্তব্য O বিন্দুতে প্রস্পর মিলিত হয়েছে। QR এর মধ্যবিন্দু D.

২

ক. সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. হলে উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২

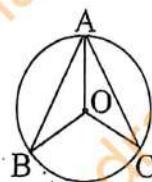
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QOR = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle P$

৮

গ. প্রমাণ কর যে, $3PQ^2 = 4PD^2$

৮

৬.



ক. উদ্দীপকের BC চাপের ওপর অবস্থিত বৃত্তস্থ কোণ ও কেন্দ্রস্থ কোণের নাম লেখ।

২

খ. $\angle OAB = \angle OAC$ হলে দেখাও যে, $AB = AC$

৮

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$

৮

জ্যোগণিত ও সামান্যতা

৭. $\tan \theta + \sin \theta = p, \tan \theta - \sin \theta = q$ এবং $\sqrt{6} \sin(A+B) = \sqrt{3} = 2 \cos(A-B)$ হলে

ক. $\tan(60^\circ - \theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর।

১

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2 - q^2 = 4\sqrt{pq}$

৪

গ. A এবং B এর মান নির্ণয় কর।

৪

৮. ঝড়ে একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙে গেল যে, ভাঙা অংশ সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে খুঁটির গোড়া থেকে $20\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

১

ক. তথ্যের আলোকে চিহ্নিত চিত্রটি অঙ্কন কর।

১

খ. খুঁটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৪

গ. যদি খুঁটিটি $40\sqrt{3}$ মিটার উচ্চতায় ভেঙে ভূমির সাথে 30° কোণ করে তবে গোড়া থেকে স্পর্শ বিন্দুর দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর।

৪

৯. একটি আয়তাকার কক্ষের পরিসীমা একটি বর্গাকার কক্ষের পরিসীমার সমান। আয়তাকার কক্ষের দৈর্ঘ্য প্রস্তুর ক্ষিপ্ত এবং পরিসীমা 144 মিটার। 0.15 মিটার বাহুবিশিষ্ট বর্গাকার প্রতিটি টাইলসের মূল্য 36 টাকা।

১

ক. 7 সে.মি. ধারবিশিষ্ট ঘনকের আয়তন এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

২

খ. আয়তাকার কক্ষের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪

গ. বর্গাকার কক্ষটিতে টাইলস লাগাতে মোট কত টাকা খরচ হবে তা নির্ণয় কর।

৪

পরিসংখ্যান

১০. কোনো স্কুলে নবম শ্রেণির বার্ষিক পরীক্ষার 50 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ :

75, 68, 60, 76, 68, 64, 58, 70, 45, 49, 60, 50, 48, 51, 78, 58, 55, 58, 75, 61, 62, 44, 64, 63, 70, 70, 67, 71, 55, 54, 61, 63, 60, 69, 70, 69, 70, 67, 56, 62, 60, 63, 56, 57, 50, 60, 56, 61, 63, 65

ক. 14, 9, 7, 10, 12, 11, 6, 13 উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় কর।

২

খ. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে প্রচুরক নির্ণয় কর।

৪

গ. প্রদত্ত উপাত্ত থেকে গণসংখ্যার বহুভুজ অঙ্কন কর।

৪

১১. 10ম শ্রেণির 70 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	5	15	25	20	3	2

ক. বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক কাকে বলে?

২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর।

৪

গ. প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর।

৪

ঝীজগণিত

১. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{x \in N : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 225\}$

$B = \{x \in N : 4 \leq x \leq 7\} \text{ এবং } C = \{4, 5, 7\}$

ক. A সেটটি তালিকা গুরুত্বিতে প্রকাশ কর। ৫

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $(A \cap B)' = A' \cup B'$. ৮

গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $A' \times (B \cap C) = (A' \times B) \cap (A' \times C)$ ৮

২. (i) $y^2 - 2\sqrt{3}y = 11$, যখন $y > 0$.

(ii) $p = \sqrt{3} + \sqrt{2}$.

ক. $x^3 + 9y^3 + (x+y)^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. (i) নং এর সাহায্যে $\frac{y^8 - 1}{y^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৮

গ. $p^3 + \frac{1}{p^3} = 18\sqrt{3}$ হলে, (ii) নং সম্পর্কটি প্রমাণ কর। ৮

৩. ধারা-১ : $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2450.

ধারা-২ : $7 + p + q + 189$ একটি গুণোত্তর ধারা।

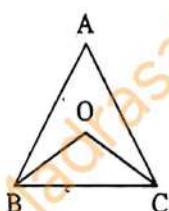
ক. প্রথম 25টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারা-১ হতে দেখাও যে, $n = 49$. ৪

গ. ধারা-২ হতে p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৮

জ্যামিতি

৪.



ক. কম্পাসের সাহায্যে 30° কোণ অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB + AC > OB + OC$ ৮

গ. $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক OB ও OC হলে প্রমাণ

কর যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ ৮

৫. PQR সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 4$ সে.মি. এবং $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির বৃহত্তর বাহু সংলগ্ন দুটি কোণ যথাক্রমে $\angle A = 60^\circ$ ও $\angle B = 75^\circ$

ক. ক্লেল ও কম্পাস দিয়ে $\angle B$ আঁক। ২

খ. $\triangle PQR$ এর অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৮

গ. উদ্দীপক তথ্যের সাহায্যে $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামটি অঙ্কন কর যার সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৫ ও ৭ সে.মি.। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৮

৬. O কেন্দ্রবিন্দিটি বৃত্তের বিহিন্দ্ব বিন্দু P থেকে PT ও PS দ্বাৰা প্রমৰ্শিত।

ক. উদ্দীপকের আলোকে চির্তিটি অঙ্কন কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $PT = PS$.

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle TPO = \angle SPO$

জ্যোতিশাস্ত্র ও পরিস্থিতি

৭. $p = \sin \theta$ এবং $q = \cos \theta$

ক. $(\tan \theta + \sec \theta)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

$$\text{খ. } \text{দেখাও যে, } \sqrt{\frac{1+q}{1-q}} = \frac{q+1}{p-p}$$

$$\text{গ. } p^2 - q^2 = 2 - 5q \text{ এর সমাধান কর যখন } 0^\circ < \theta < 90^\circ$$

একটি গাছ বাড়ে এমনভাবে তেজে গেল যে, গাছটির অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 0° এবং ভূমির সাথে 60° করে গাছের গোড়া হতে 15 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে

ক. তথ্যের আলোকে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্র আঁক।

খ. প্রমাণ কর যে, $\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$.

গ. গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৮. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 1050 বর্গমিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম হতো তাহলে এটি বর্গক্ষেত্র হতো।

ক. একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল যদি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হয় তবে এর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

গ. আয়তক্ষেত্রের পরিবর্তের অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

পরিসংখ্যান

১০. দাখিল ১০ম শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সে.মি.) দেওয়া হলো :

140, 156, 150, 143, 154, 158, 141, 160, 159, 155, 161, 169, 157, 152, 169, 165, 151, 142, 153, 163, 158, 162, 152, 148, 145, 168, 141, 167, 143, 163, 164, 144, 148, 169, 147, 146, 157, 163, 155, 162

ক. 2, 5, 3, 9, 7, 3 উপাত্তির মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান 7 ধরে উপাত্ত হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি পদ্ধতি নির্ণয় কর। ৮

গ. সারণি থেকে উপাত্তের অজিতরেখা অঙ্কন কর। ৮

১১. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	11 - 17	18 - 24	25 - 31	32 - 38	39 - 45	46 - 52
গণসংখ্যা	2	10	19	11	5	3.

ক. কোনো শ্রেণির উচ্চসীমা 75 এবং মধ্যমান 72.5 হলে এর নিম্নসীমা নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপক হতে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৮

গ. প্রদত্ত সারণি থেকে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৮

বীজগণিত

১. $A = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x^2 - 5x + 6 = 0\}, B = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } 2 < x < 6\}, C = \{2, 4, 6\}$

ক. $f(x) = x^3 + 5x - 3$ হলে $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $(A/B) \cup (B/A) = (A \cup B) / (A \cap B)$

গ. $P(B)$ নির্ণয় কর। B এর উপাদান সংখ্যা n হলে দেখাও যে, $P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে।

২. $P = 3 + \sqrt{8}$ হলে

ক. $f(x) = x^2 - 5x + 2k$ হলে k এর কোন মানের জন্য $f(2) = 0$ হবে।

খ. $P^4 + \frac{1}{P^4}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে, $(p^{10}+1)p^{-5} = 6726$

৩. $M = 2 + 7 + 12 + 17 + \dots$ একটি সমান্তর ধারা $N =$

$$\left(\frac{5^x-1}{5^x+1}\right)^{x+1}, S = \frac{125^{x+1}}{5^{x+2}} \text{ এবং } T = \frac{\log \sqrt{27} - \log \left(\frac{1}{8}\right)}{\log \frac{3}{2}}$$

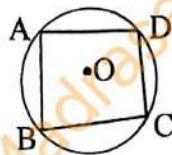
ক. M ধারার 15 তম পদ নির্ণয় কর।

খ. $(N \div S) \times 5^{3x+2}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, $2T = 3$.

জ্যামিতি

৪.



O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $AD \parallel BC$

ক. বৃত্তের পরিধি 12π হলে, ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $AB = CD$

গ. যদি $\angle ADB + \angle BDC = 90^\circ$ হয় তবে প্রমাণ কর যে, A, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত।

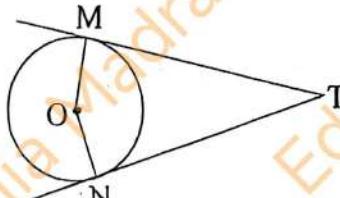
৫. রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. এবং একটি কোণ 70°

ক. 3 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর।

খ. রম্বসের বাহুকে বর্গের বাহু ধরে একটি বর্গ অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক]

গ. রম্বসটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক)

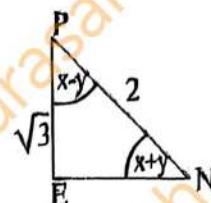
৬.



O বৃত্তের কেন্দ্র। M ও N দুইটি স্পর্শক পরস্পর T বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

- ক. 7.2 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
খ. উদীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $TM = TN$
গ. প্রমাণ কর যে, $OT \perp$ স্পর্শক JY MN .

ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি



$$M = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} \text{ এবং } N = \sec \theta + \tan \theta$$

ক. $\frac{\sec B}{\cos B} - \frac{\tan B}{\cot B}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{M} = N$.

গ. x এবং y এর মান নির্ণয় কর।

i. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 480 বর্গমিটার এর দৈর্ঘ্য 4 মিটার কম হতো তবে এটি বর্গাকার হতো।

ii. রম্বসের পরিসীমা 180 সে.মি. বৃহত্তম কর্ণের দৈর্ঘ্য 72 সে.মি.

ক. একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস 128 সে.মি. হলে চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

গ. রম্বসের ক্ষুদ্রতম কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৯. ভূমিতে খাড়াভাবে দণ্ডায়মান কোনো গাছের শীর্ষবিন্দুতে বিন্দু থেকে $68\sqrt{3}$ মিটার দূরে ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবস্থা কোণ 60° ।

ক. $1 - \cos^2 \theta = \frac{3}{4}$ হলে, $\tan \theta =$ কত?

খ. গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

গ. গাছটির দূরত্ব উল্লিখিত দূরত্বের অর্ধেক হতো এবং গাছটি ঝড়ে ভূমি থেকে x মিটার উচুতে ভেঙে গিয়ে দণ্ডায়মান অংশের সাথে 60° কোণ করে মাটি স্পর্শ করে তাহলে x এর মান নির্ণয় কর।

পরিসংখ্যান

১০. 40 জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিম্নরূপ :

61, 99, 62, 65, 98, 95, 81, 85, 90, 70, 77, 80, 75, 60, 68, 69, 75, 77, 82, 85, 87, 90, 92, 68, 70, 71, 72, 71, 78, 80, 83, 85, 75, 77, 81, 85, 75, 77, 81, 78

ক. জনসংখ্যা কোন ধরনের চলক? ব্যাখ্যা কর।

খ. শ্রেণিবিন্দু 5 ধরে সারণি তৈরি করে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর।

গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর।

১১. গণসংখ্যা নির্বেশন সারণি নির্মাণ :

শ্রেণিবিন্দু	11-17	18-24	25-31	32-38	39-45	46-52
গণসংখ্যা	2	10	19	11	5	3

ক. কোনো শ্রেণির উচ্চসীমা 75 এবং মধ্যমান 72.5 হলে এর নিম্নসীমা নির্ণয় কর।

খ. উদীপক হতে মধ্যক নির্ণয় কর।

গ. প্রদত্ত সারণি হতে আয়তলেখ অঙ্কন কর।

৩. ধারা-১ : $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$ একটি সমান্তর ধারা।

ধারা-২ : $7 + p + q + 189$ একটি গুণোভর ধারা।

ক. প্রথম 25টি স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় কর।

খ. ধারা-১ হতে 30 ও 40 তম পদের অনুপাত নির্ণয় কর।

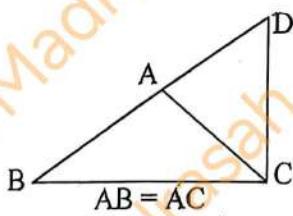
গ. ধারা-২ হতে p ও q এর মান নির্ণয় কর।

২

৮

৮

(৫)



ক. $(x - 10^\circ)$ ও $(x - 30^\circ)$ দুইটি পরস্পর পূরক কোণ
হলে x এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. A, BD এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $AC = \frac{1}{2} BD$.

৮

গ. AB = AD হলে প্রমাণ কর যে, $\angle BCD =$ এক সমকোণ।

৮

বীজগণিত

১. $(p+2, q-1) = (2q+1, p-2)$, $U = \{x : x \in \mathbb{N} : x^2 < 40\}$, $A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ যৌগিক সংখ্যা এবং } x < 8\}$, $B = \{4, 5\}$

ক. $\log_7 \left(\frac{5}{\sqrt{7}} \cdot \sqrt{7} \right)$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. (p, q) এর মান নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে, $P(B' - A') = \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \emptyset\}$

২. i. $7 + p + q + S + 16807 + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা

ii. $p^2 - \frac{2p}{a} + 1 = 0$ হলে—

ক. $y = \frac{12ab}{a+b}$ হলে $\frac{y+6a}{y-6a}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. (i) নং হতে প্রমাণ কর যে, $p = \frac{\sqrt{1+a} + \sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a} - \sqrt{1-a}}$

গ. (i) হতে p, q এবং S এর মান নির্ণয় করে গুণোত্তর ধারাটি লেখ।

৩. i. $x^2 = 13 + 2\sqrt{42}$ ii. $a^3 + b^3 = p^3, a^2 + b^2 + c^2 = n$

ক. $a + b + c = m$ এবং $c = 0$

খ. $x^3 - 9y^3 + (x+y)^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

গ. (i) এর আলোকে $x^5 + \frac{1}{x^5}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. (ii) নং এর আলোকে প্রমাণ কর যে, $m^3 + 2p^3 = 3mn$

জ্যামিতি

৪. একটি ত্রিভুজের ভূমি $a = 5$ সে.মি., ভূমিসংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ $\angle y = 45^\circ$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2$ সে.মি.

ক. 4 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর।

(অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যিক)

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক)

গ. $\frac{a}{2}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত এঁকে এতে এমন দুইটি

স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।

(অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক)

৫. $\triangle ABC$ এ $\angle A = 90^\circ$ এবং BC বাহুর মধ্যবিন্দু D

ক. তথ্য অনুসারে ত্রিভুজটির চিহ্নিত চিত্র অঙ্কন কর।

খ. দেখাও যে, $AD = \frac{1}{2} BC$

গ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = BC^2 - AC^2$

- ক. $\frac{1}{2} \angle BCD$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle AEC = \angle ADC$

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle ABC + \angle ADC = \text{দুই সমকোণ}$ ।

ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭. $\cot\theta + \cos\theta = a, \cot\theta - \cos\theta = b$

ক. $\sin A = \frac{4}{5}$ হলে $\tan A$ এর মান কত?

খ. $b = \sqrt{2} \cos\theta$ হলে প্রমাণ কর যে, $a = \sqrt{2} \cot\theta$

গ. $\frac{a}{b} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। (θ সূক্ষ্মকোণ)

৮. একটি বাগানের দৈর্ঘ্য 80 মিটার এবং প্রস্থ 60 মিটার। বাগানটির ডেতের সমান পাড়বিশিষ্ট একটি পুরু খনন করা হলে এবং পুরুরের পরিসীমা একটি বর্গকার ক্ষেত্রের পরিসীমার সমান।

ক. বাগানের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ. যদি পুরুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল 804 বর্গমিটার হয় তবে পুরুরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

গ. পুরুরের গভীরতা 2.75 মিটার হলে, প্রতি ঘনমিটার মাটি খনন করতে 325 টাকা হিসাবে ঐ পুরুরটির মাটি খনন করতে কত টাকা লাগবে এবং প্রতিটি 50 সে.মি. বর্গকার পাথর দিয়ে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধতে মোট কতটি পাথর লাগবে?

৯. A ও B দুইটি স্থানের মধ্যবর্তী কোনো স্থানে একটি বেলুন উড়ছে। বেলুনের অবস্থানে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 45° এবং 60°

ক. প্রমাণ কর যে, $\sin 3\theta = 3 \sin\theta - 4 \sin^3\theta$ যেখানে $\theta = 30^\circ$

খ. AB = 750 মিটার হলে ভূমি থেকে বেলুনের উচ্চতা নির্ণয় কর।

গ. বেলুন থেকে A ও B এর সরাসরি দূরত্বের পার্থক্য নির্ণয় কর।

পরিসংখ্যান

১০. বার্ষিক পরীক্ষায় 20 জন শিক্ষার্থীর গণিতের নম্বর নিম্নরূপ :

64, 75, 50, 58, 72, 85, 40, 90, 81, 67, 46, 88, 92, 77, 55, 73, 66, 85, 65, 72

ক. শ্রেণি ব্যবধান 10 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

খ. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে প্রচুরক নির্ণয় কর।

গ. “ক” এর উপর হতে আয়তলেখ অঙ্কন কর এবং বিবরণ দাও।

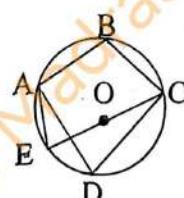
১১. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি লক্ষ কর :

শ্রেণিব্যান্তি	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
গণসংখ্যা	5	7	13	6	9

ক. সারণি হতে প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর।

খ. প্রদত্ত সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর।

গ. প্রদত্ত সারণি হতে বহুভুজ নির্ণয় কর।



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে BD একটি ব্যাস।

৩. একটি সমান্তর ধারার 19 তম পদ 90। একটি গুণোত্তর ধারার
 পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ ।
- ক. $3 + 7 + 11 + \dots$ এর 5 তম পদ কত নির্ণয় কর। ২
 খ. সমান্তর ধারার প্রথম 37টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮
 গ. গুণোত্তর ধারার সপ্তম পদ নির্ণয় কর। ৮

জ্যামিতি

৪. $a = 3.5 \text{ cm}$, $b = 4.5 \text{ cm}$, $c = 5.5 \text{ cm}$ এবং $\angle x = 60^\circ$, $\angle y = 40^\circ$
 ক. উদ্বীপকের তথ্যগুলোকে চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
 খ. a , b এবং c দ্বারা ত্রিভুজ অঙ্কন করে ত্রিভুজটির
 অন্তর্বৃত্ত আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৮
 গ. রম্পসের পরিসীমা $(a + c)$ সে.মি. এবং একটি কোণ
 $\angle x$ হলে রম্পসটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও
 বিবরণ আবশ্যিক] ৮

বীজগণিত

১. $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 - 10x + 24 = 0\}$, এবং $Z = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$.

$$y = \frac{14mn}{m+n}$$

ক. $P(A)$ নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{y+7m}{y-7m} + \frac{y+7n}{y-7n} = 2$

গ. $R = \{(x, y) : x \in Z, y \in Z \text{ এবং } y - 2 = x\}$

অসমাটি তালিকা পদ্ধতিতে থকাশ করে ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

২. i. $\frac{x^3 + y^3}{x - y + z} = x(x+y)$ এবং

ii. $p = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$

ক. (i) নং হতে প্রমাণ কর যে, x, y, z ক্রমিক সমানুপাতিক।

খ. একটি সমান্তর ধারার p তম পদ q^2 এবং q তম পদ p^2 হলে $(p-1+q)$ তম পদ নির্ণয় কর।

গ. (ii) নং হতে প্রমাণ কর যে, $3bp^2 - 4ap + 3b = 0$

৩. $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$ এবং $R = \frac{\log_{10} \sqrt{125} + \log_{10} 27 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 4.5}$

ক. $64 + 32 + 16 + \dots$ ধারাটির অষ্টম পদ কত?

খ. $x^5 - \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, $R \div 9 = \frac{1}{6}$

জ্যামিতি

৪. একটি ত্রিভুজের ভূমি, $a = 4$ সে. মি. এবং ভূমিসংলগ্ন কোণ $\angle x = 30^\circ$

ক. ৫ সে. মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর।

খ. ত্রিভুজটির দুই বাহুর সমষ্টি $S = 6$ সে. মি. হলে বর্ণনাসহ ত্রিভুজটি আঁক।

গ. ত্রিভুজটির অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2.5$ সে. মি. হলে বর্ণনাসহ ত্রিভুজটি আঁক।

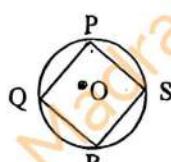
৫. $\triangle ABC$ এর AB ও AC বাহুবয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E

ক. প্রমাণ কর যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

খ. প্রমাণ কর যে, $DE \parallel BC$

গ. প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র BDE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}(\Delta$

ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)



O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে $PQRS$ চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত।

ক. ৭ সে. মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি বৃত্ত এঁকে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPS + \angle QRS = 180^\circ$

গ. PR এবং QS কর্ণসম পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করলে

প্রমাণ কর যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2\angle PEQ$.

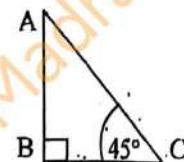
ত্রিকোণমিতি ও পরিমিতি

৭. $x = \operatorname{cosec}\theta, y = \tan\theta$ এবং $z = \frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta}$

ক. $\theta = 45^\circ$ হলে দেখাও যে, $\frac{\tan\theta}{\sec\theta - 1} = \sqrt{2} + 1$

খ. $x + \frac{1}{y} = a$ হলে প্রমাণ কর যে, $\cos\theta = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$

গ. $z = 1$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর, যদিন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$.



চিত্রে $AC = 16$ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি মই এবং AB একটি গাঢ় দেওয়াল।

ক. $\sin 60^\circ \cos 30^\circ \sec 60^\circ \operatorname{cosec} 30^\circ$ এর মান কত?

খ. দেয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

গ. মইটিকে দেওয়াল থেকে ভূমি বরাবর কত মিটার পেছালে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করবে?

৮. (i) একটি গাড়ির সামনের চাকার ব্যাস 28 সে. মি. ৯ পেছনের চাকার ব্যাস 35 সে. মি.।

(ii) একটি লোহার পাইপের ভেতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 12 সে. মি. এবং 14 সে. মি.। পাইপটির উচ্চতা 8 মিটার।

ক. পাইপটির বাইরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ. 110 মিটার পথ যেতে সামনের চাকা পেছনের চাকা অপেক্ষা কত পূর্ণ সংখ্যকবার বেশি ঘুরবে?

গ. 1 ঘন সে. মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে পাইপের ওজন নির্ণয় কর।

পরিসংখ্যান

১০. একটি বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির 45 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ :

46, 30, 75, 89, 48, 34, 75, 82, 67, 62, 76, 65, 79, 64, 68, 56, 73, 83, 57, 55, 92, 45, 77, 87, 78; 64, 85, 53, 63, 39, 48, 52, 37, 79, 83, 65, 53, 87, 65, 73, 49, 58, 40, 65, 90.

ক. 23, 29, 18, 15, 39, 27, 22, 31, 24 উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় কর।

খ. শ্রেণি ব্যবধান 10 ধরে গণসংখ্যা নির্বেশন সারণি তৈরি করে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর।

গ. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর।

১১. নিচের একটি গণসংখ্যা নির্বেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাসি	30-35	36-41	42-47	48-53	54-59	60-65
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

ক. সারণি হতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় কর।

খ. সারণি হতে প্রচুরক নির্ণয় কর।

গ. উপাত্তগুলোর আয়তলেখ অঙ্কন কর।

৩. একটি গুণোভর ধারার ১ম পদ $\frac{1}{2}$ এবং ৭ম পদ $\frac{1}{128}$ । কোনো
সমান্তর ধারার প্রথম ৫টি পদের সমষ্টি 35 এবং প্রথম 10টি
পদের সমষ্টি 120।

- ক. $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \log 81 + \dots$
ধারাটির সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর। ২
- খ. গুণোভর ধারাটির প্রথম ৮টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮
- গ. সমান্তর ধারাটির 20 তম পদ নির্ণয় কর। ৮

জ্যামিতি

৪. 'O' কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ ও RS ব্যাস ভিন্ন দুইটি জ্যা। OM
 \perp PQ এবং ON \perp RS.

- ক. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা। ২
- খ. যদি $OM = ON$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $PQ = RS$. ৮
- গ. যদি PQ ও RS জ্যাদ্বয় বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে
পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে, তবে প্রমাণ কর যে,
 $\angle POS + \angle QOR =$ দুই সমকোণ। ৮

৫. PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5
সে.মি। $\angle Q$ ও $\angle R$ -এর বহির্বিন্দুকেয় পরস্পর O বিন্দুতে
মিলিত হয়।

- ক. PQR সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QOR = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle P$. ৮

- গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্ত আঁক।
[অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৮

৬. একটি ত্রিভুজের ভূমি $a = 5$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন সূক্ষ্মকোণ
 $\angle y = 45^\circ$ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 2$ সে.মি।

- ক. 4 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর।
[অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যিক] ২

- খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ৮

- গ. $\frac{a}{2}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক
আঁক যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন
ও বিবরণ আবশ্যিক] ৮

৯. (i) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 3 মি.
বাড়ালে ক্ষেত্রফল $27\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যাব।
- (ii) একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাসার্ধ বধা
4 সে.মি. ও 6 সে.মি. এবং পাইপের উচ্চতা 5 মি।
- ক. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 18 মি.
ও 16 মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° হলে,
ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- খ. সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- গ. 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে, পাইপে
লোহার ওজন নির্ণয় কর।

$$\text{বা, } \frac{p+1+p-1}{p+1-p+1} = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{2p}{2} = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$$

$$\text{বা, } p = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$$

$$\therefore p = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

● ২ন্দ প্রশ্নের সমাধান ●

ক. দেওয়া আছে, $p^2 = 5 + 2\sqrt{6}$

$$\text{বা, } p^2 = 3 + 2\sqrt{6} + 2$$

$$\text{বা, } p^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$$

$$\text{বা, } p^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$$

$$\therefore p = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{p} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2}$$

$$\therefore \frac{1}{p} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = p - \frac{1}{p}$$

$$= (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

নির্ণয় মান : $2\sqrt{2}$.

খ. দেওয়া আছে,

$$a^3 + a^{-3} = 18\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } a^3 + \frac{1}{a^3} = 18\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \frac{a^6 + 1}{a^3} = 18\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } a^6 + 1 = 18\sqrt{3} a^3$$

$$\text{বা, } a^6 - 18\sqrt{3} a^3 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (a^3)^2 - 2 \cdot a^3 \cdot 9\sqrt{3} + (9\sqrt{3})^2 - (9\sqrt{3})^2 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (a^3 - 9\sqrt{3})^2 - 243 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (a^3 - 9\sqrt{3})^2 - 242 = 0$$

$$\text{বা, } (a^3 - 9\sqrt{3})^2 = 242$$

$$\text{বা, } a^3 - 9\sqrt{3} = \sqrt{242}$$

$$\text{বা, } a^3 - 9\sqrt{3} = 11\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } a^3 = 9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}$$

● ২ন্দ প্রশ্নের সমাধান ●

ক. $\log_3 \sqrt{2}^{324} = \log_3 \sqrt{2}^{(3\sqrt{2})^4}$
 $= 4 \log_3 \sqrt{2}^{3\sqrt{2}} = 4 \times 1 = 4$

নির্ণয় মান : 4

খ. এখানে, a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতী।

$$\text{অর্থাৎ } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

$$\text{ধরি, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$$

$$\therefore \frac{a}{b} = k$$

$$\text{বা, } a = bk$$

$$\text{বা, } a = dk^3 \quad [\because b = dk^2]$$

$$\text{বামপক্ষ} = (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2)$$

$$= \{(dk^3)^2 + (dk^2)^2 + (dk)^2\} \{(dk^2)^2 + (dk)^2 + d^2\}$$
 $= (d^2k^6 + d^2k^4 + d^2k^2)(d^2k^4 + d^2k^2 + d^2)$
 $= d^2k^2(k^4 + k^2 + 1) \cdot d^2(k^4 + k^2 + 1)$
 $= d^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2$

$$\text{ডামপক্ষ} = (ab + bc + cd)^2$$

$$= (dk^3 \cdot dk^2 + dk^2 \cdot dk + dk \cdot d)^2$$

$$= \{d^2k(k^4 + k^2 + 1)\}^2$$

$$= d^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2$$

$$\therefore (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2. \quad (\text{প্রমাণিত})$$

গ. এখানে, $p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$

$$\text{বা, } p^2 + 1 = \frac{2p}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{p^2 + 1}{2p} = \frac{1}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{p^2 + 1 + 2p}{p^2 + 1 - 2p} = \frac{1+x}{1-x} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{(p+1)^2}{(p-1)^2} = \frac{1+x}{1-x}$$

$$\text{বা, } \frac{(p+1)^2}{(p-1)} = \frac{1+x}{1-x}$$

$$\text{বা, } \frac{p+1}{p-1} = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \quad [\text{বর্গমূল করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{p+1}{p-1} = \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}$$

$$\text{বা, } a^3 = 3\sqrt{3} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } a^3 = (\sqrt{3})^3 + 3 \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3$$

$$\text{বা, } a^3 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3$$

$$\therefore a = \sqrt{3} + \sqrt{2}. \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. ক-হতে প্রাপ্ত, $p = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$$\text{এবং } \frac{1}{p} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } p + \frac{1}{p} &= (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p^2 + \frac{1}{p^2} &= \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 2 \cdot p \cdot \frac{1}{p} \\ &= (2\sqrt{3})^2 - 2 \\ &= 12 - 2 = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p^3 + \frac{1}{p^3} &= \left(p + \frac{1}{p}\right) - 3 \cdot p \cdot \frac{1}{p} \left(p + \frac{1}{p}\right) \\ &= (2\sqrt{3})^3 - 3 \times 2\sqrt{3} \\ &= 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

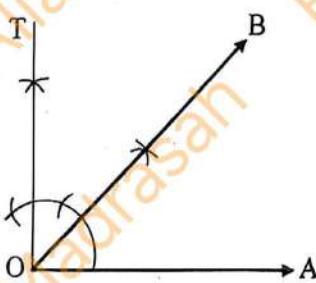
$$\text{বামপক্ষ} = \frac{p^{10} + 1}{p^5}$$

$$= p^5 + \frac{1}{p^5}$$

$$\begin{aligned} &= \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) \left(p^3 + \frac{1}{p^3}\right) - \left(p + \frac{1}{p}\right) \\ &= 10 \times 18\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 180\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 178\sqrt{3} = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

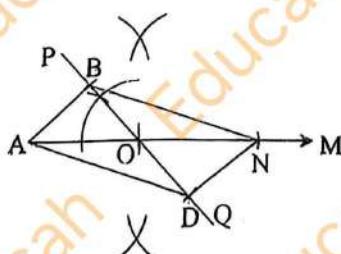
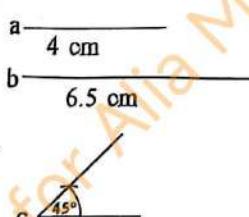
$$\frac{p^{10} + 1}{p^5} = 178\sqrt{3}. \text{ (প্রমাণিত)}$$

৮নং প্রশ্নের সমাধান



এখানে $\angle AOB = 45^\circ$

খ. এখানে, সামান্তরিকের কর্ণ দুইটি $a = 4 \text{ cm}$ ও $b = 6.5 \text{ cm}$ এবং কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ $\angle c = 45^\circ$ । সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

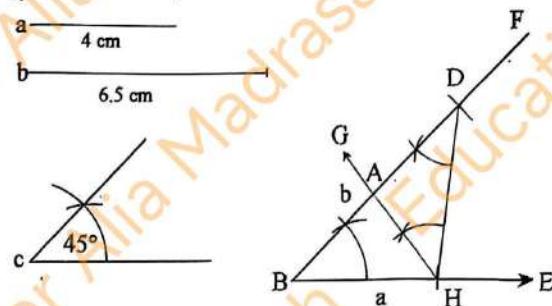


অঙ্কন :

- (১) যেকোনো রশ্মি AM থেকে b এর সমান করে কেটে AN রেখাংশ নিই।
- (২) AN এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।
- (৩) O বিন্দুতে $\angle c$ এর সমান $\angle AOP$ আঁকি।
- (৪) OP এর বিপরীত রশ্মি OQ অঙ্কন করি।
- (৫) OP ও OQ রশ্মিদ্বয় থেকে $\frac{1}{2} a$ এর সমান যথাক্রমে OB ও OD রেখাংশকে কেটে নিই।

- (৬) A, B; A, D; N, B ও N, D যোগ করি। তাহলে, ABND-ই উদ্বিদ্ধ সামান্তরিক।

গ. এখানে, কোনো ত্রিভুজের ভূমি $a = 4 \text{ cm}$, ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ $\angle c = 45^\circ$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি $b = 6.5 \text{ cm}$ । ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

- (১) যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি a এর সমান করে BH রেখাংশ কেটে নিই। BH রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle c$ এর সমান $\angle HBF$ আঁকি।
- (২) BF রশ্মি থেকে b এর সমান BD অংশ কাটি।
- (৩) H, D যোগ করি। H বিন্দুতে HD রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDH$ এর সমান $\angle DHG$ আঁকি।
- (৪) HG রশ্মি BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $\triangle ABH$ -ই উদ্বিদ্ধ ত্রিভুজ।

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A = \cos \theta + \sin \theta$ এবং $B = \cos \theta - \sin \theta$
 $\theta = 45^\circ$. হলে,

$$\begin{aligned} A &= \cos 45^\circ + \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1+1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\therefore A = \sqrt{2}$$

$$\text{এবং } B = \cos 45^\circ - \sin 45^\circ$$

$$\text{বা, } B = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore B = 0$$

$$\therefore A \text{ ও } B \text{ এর মান যথাক্রমে } \sqrt{2} \text{ এবং } 0.$$

খ. দেওয়া আছে, $A = \sqrt{2} (A - \sin \theta)$

$$\text{বা, } \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} (\cos \theta + \sin \theta - \sin \theta)$$

$$\text{বা, } \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{\sin \theta}{\sqrt{2} - 1}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{\sin \theta (\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{\sqrt{2} \sin \theta + \sin \theta}{(\sqrt{2})^2 - (1)^2}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \sqrt{2} \sin \theta + \sin \theta$$

$$\text{বা, } \cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta$$

$$\text{বা, } \cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} (A - \cos \theta); [A = \cos \theta + \sin \theta]$$

$$\therefore B = \sqrt{2} (A - \cos \theta); [B = \cos \theta - \sin \theta] \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে, $A = \cos \theta + \sin \theta$

$$A = 1 \text{ হলে, } \cos \theta + \sin \theta = 1$$

$$\text{বা, } (\cos \theta + \sin \theta)^2 = (1)^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta + 2 \cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta + \sin^2 \theta + 2 \cos \theta \sin \theta = 1$$

$$\text{বা, } 1 + 2 \cos \theta \sin \theta = 1$$

$$\text{বা, } 2 \cos \theta \sin \theta = 1 - 1$$

$$\text{বা, } 2 \cos \theta \sin \theta = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta \sin \theta = 0$$

$$\text{হয়, } \cos \theta = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 90^\circ$$

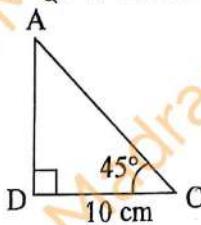
$$\theta = 90^\circ$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সমাধান } \theta = 0^\circ, 90^\circ$$

$$\begin{array}{l|l} \text{অথবা } \sin \theta = 0 & \\ \sin \theta = \sin 0^\circ & \\ \theta = 0^\circ & \end{array}$$

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\triangle ADC$ সমকোণী ত্রিভুজের $\angle ACD = 45^\circ$



$$\therefore \angle DAC = 45^\circ$$

$$\because AD = CD = 10 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \therefore AC^2 &= AD^2 + CD^2 \\ &= 10^2 + 10^2 \\ &= 100 + 100 \\ &= 200 \end{aligned}$$

$$\therefore AC = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \text{ cm (Ans.)}$$

খ. এখনে, $EA \parallel BC$,

$$AD \perp BC, DC = 10 \text{ মিটার}$$

$$\text{উন্নতি কোণ } \angle ACD = 45^\circ$$

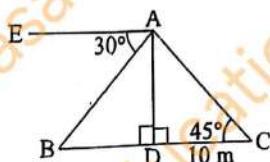
$$\angle BAE = 30^\circ$$

$$\angle ABD = \angle BAE = 30^\circ$$

$$ACD \text{ সমকোণী ত্রিভুজে,}$$

$$\tan \angle ACD = \frac{AD}{DC}$$

$$\text{বা, } \tan 45^\circ = \frac{AD}{10}$$



$$\text{বা, } 1 = \frac{AD}{10}$$

$$\text{আবার, } ABD \text{ সমকোণী ত্রিভুজে, } \sin \angle ABD = \frac{AD}{AB}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{10}{AB}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{10}{AB} \text{ বা, } AB = 20$$

$\therefore AB$ বাহুর দৈর্ঘ্য 20 মিটার।

গ. $\triangle ACD$ সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle ACD = \frac{DC}{AC}$$

$$\text{বা, } \cos 45^\circ = \frac{10}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{10}{AC}$$

$$\text{বা, } AC = 10\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } AC = 14.1421 \text{ (প্রায়)}$$

আবার, ABD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan \angle ABD = \frac{AD}{BD}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{10}{BD}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{BD}$$

$$\text{বা, } BD = 10\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } BD = 17.3205 \text{ (প্রায়)}$$

$$BC = BD + DC$$

$$= (17.3205 + 10) \text{ মিটার}$$

$$= 27.3205 \text{ মিটার}$$

$$\Delta ABC \text{ এর পরিসীমা} = AB + BC + AC$$

$$= (20 + 27.3205 + 14.1421) \text{ মিটার}$$

$$= 61.4626 \text{ মিটার}$$

$$= 61.46 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ এর পরিসীমা} 61.46 \text{ মিটার (প্রায়)}।$$

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 20$ সে.মি.

$$\text{বৃত্তচাপ কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ } \theta = 60^\circ$$

$$\text{বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল} = ?$$

$$\text{আমরা জানি, বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{60}{360} \times 3.1416 \times (20)^2$$

$$= 209.44 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল} 209.44 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

খ. বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 20$ সে.মি.

$$\text{বৃত্তচাপ কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ } \theta = 60^\circ$$

$$\therefore \text{বৃত্তের পরিধি} = 2\pi r = 2 \times 3.1416 \times 20 \text{ সে.মি.}$$

$$= 125.664 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{চাপের দৈর্ঘ্য} = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

$$= \frac{60}{360} \times 125.664$$

$$= 20.944 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{বৃত্তের পরিধি ও চাপের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য} = (125.664 - 20.944) \text{ সে.মি.} \\ = 104.72 \text{ সে.মি.}$$

\therefore নির্ণেয় বৃত্তের পরিধি ও চাপের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 104.72 সে.মি.

গ. বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 20$ সে.মি.

$$\text{বৃত্তের ব্যাস} = 2r = 2 \times 20 \text{ সে.মি.} = 40 \text{ সে.মি.}$$

ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য বৃত্তের ব্যাসের $\sqrt{3}$ গুণ।

$$\therefore \text{ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য} = 40\sqrt{3} \text{ সে.মি.}$$

ধরি, ঘনকের ধার = a সে.মি.

$$\therefore \text{ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য} = a\sqrt{3} \text{ সে.মি.}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } a\sqrt{3} = 40\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } a = \frac{40\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \text{ বা, } a = 40 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} = 6a^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 6 \times (40)^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 9600 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{ঘনকের আয়তন} = a^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= (40)^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 64000 \text{ ঘন সে.মি.}$$

\therefore নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 9600 বর্গ সে.মি. এবং আয়তন 64000 ঘন সে.মি.

R.H.S

$$(x \times z) \cap (y \times z)$$

$$= \{(4, a), (4, b), (5, a), (5, b), (6, a), (6, b)\} \cap \{(5, a), (5, b), (6, a), (6, b), (7, a), (7, b)\}$$

$$= \{(5, a), (5, b), (6, a), (6, b)\}$$

$$\therefore (x \cap y) \times z = (x \times z) \cap (y \times z) \quad [\text{Showed}]$$

গ. দেওয়া আছে,

$$f(b) = \frac{1 + b^2 + b^4}{b^2} \quad \dots \quad (i)$$

$$(i) \text{ নং এ } b = \frac{1}{b^2} \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$f\left(\frac{1}{b^2}\right) = \frac{1 + \left(\frac{1}{b^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{b^2}\right)^4}{\left(\frac{1}{b^2}\right)^2}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{b^4} + \frac{1}{b^8}}{\frac{1}{b^4}} = \frac{\frac{b^8 + b^4 + 1}{b^8}}{\frac{1}{b^4}}$$

$$\text{বা, } f\left(\frac{1}{b^2}\right) = \frac{1 + b^4 + b^8}{b^8} \times \frac{b^4}{1}$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{b^2}\right) = \frac{1 + b^4 + b^8}{b^4}$$

আবার, (i) নং এ $b = b^2$ বসিয়ে পাই,

$$f(b^2) = \frac{1 + (b^2)^2 + (b^2)^4}{(b^2)^2}$$

$$= \frac{1 + b^4 + b^8}{b^4}$$

$$= f\left(\frac{1}{b^2}\right) \quad \left[: f\left(\frac{1}{b^2}\right) = \frac{1 + b^4 + b^8}{b^4} \right]$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{b^2}\right) = f(b^2) \quad [\text{Proved}]$$

১৮ প্রশ্নের সমাধান

ক. $(2^{-1}a + 3^{-1}b)^{-1}$

$$= \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{3a + 2b}{6}\right)^{-1} = \frac{6}{3a + 2b} \text{ Ans.}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$x = \{4, 5, 6\}, y = \{5, 6, 7\} \text{ এবং } z = \{a, b\}$$

x ∩ y

$$= \{4, 5, 6\} \cap \{5, 6, 7\} = \{5, 6\}$$

L.H.S

$$(x \cap y) \times z$$

$$= \{5, 6\} \times \{a, b\}$$

$$= \{(5, a), (5, b), (6, a), (6, b)\}$$

x × z

$$= \{4, 5, 6\} \times \{a, b\}$$

$$= \{(4, a), (4, b), (5, a), (5, b), (6, a), (6, b)\}$$

y × z

$$= \{5, 6, 7\} \times \{a, b\}$$

$$= \{(5, a), (5, b), (6, a), (6, b), (7, a), (7, b)\}$$

ক. $m^2 - 4m + 3$

$$= m^2 - 3m - m + 3$$

$$= m(m - 3) - 1(m - 3)$$

$$= (m - 3)(m - 1) \text{ Ans.}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$p = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{p} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{p} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{p} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2}$$

$$\therefore \frac{1}{p} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$p - \frac{1}{p} = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

শান্ত সমষ্টি,

$$\frac{p^6 - 1}{p^3} = \frac{p^6}{p^3} - \frac{1}{p^3} = p^3 - \frac{1}{p^3}$$

$$= \left(p - \frac{1}{p}\right)^3 + 3 \cdot p \cdot \frac{1}{p} \left(p - \frac{1}{p}\right)$$

$$[\because a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)]$$

$$= \left(p - \frac{1}{p}\right)^3 + 3 \left(p - \frac{1}{p}\right)$$

$$= (2\sqrt{2})^3 + 3 \times 2\sqrt{2} \text{ (মান বসিয়ে)}$$

$$= 8 \times 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 22\sqrt{2} \text{ Ans.}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{x+2a}{x-2a} - 1 + \frac{x+2b}{x-2b} - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x+2a-x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b-x+2b}{x-2b} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{4a}{x-2a} + \frac{4b}{x-2b} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{4a(x-2b) + 4b(x-2a)}{(x-2a)(x-2b)} = 0$$

$$\text{বা, } 4ax - 8ab + 4bx - 8ab = 0$$

$$\text{বা, } 4ax + 4bx - 16ab = 0$$

$$\text{বা, } 4x(a+b) = 16ab$$

$$\text{বা, } x(a+b) = 4ab$$

$$\text{বা, } x = \frac{4ab}{a+b} \quad \therefore x = \frac{4ab}{a+b} \text{ (Showed)}$$

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$p = \frac{5.2^n - 8.2^{n-1}}{2^n - 3.2^{n-2}}$$

$$\text{বা, } p = \frac{5.2^n - 8.2^{n-1} \cdot 2^{-1}}{2^n - 3.2^{n-2} \cdot 2^{-2}}$$

$$\text{বা, } p = \frac{5.2^n - 8.2^n \cdot \frac{1}{2}}{2^n - 3.2^n \cdot \frac{1}{2^2}}$$

$$\text{বা, } p = \frac{5.2^n - 4.2^n}{2^n - 3.2^n \cdot \frac{1}{4}}$$

$$\text{বা, } p = \frac{2^n(5-4)}{2^n\left(1-\frac{3}{4}\right)} \quad \text{বা, } p = \frac{1}{4-3}$$

$$\text{বা, } p = \frac{1}{\frac{1}{4}} \quad \text{বা, } p = 1 \times \frac{4}{1} = 4 \quad \therefore p = 4 \text{ Ans.}$$

গুণোত্তর কোণ,

$$B = 3 \log \frac{16}{25} + \log \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 2 \log \frac{16}{125}$$

$$\text{বা, } B = \log \left(\frac{16}{25}\right)^3 + \log \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \log \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

$$\text{বা, } B = \log \frac{2^6 \times 3^6}{5^6} + \log \frac{2^3}{3^3} - \log \frac{2^6}{5^6}$$

$$\text{বা, } B = \log \left[\frac{2^6 \times 3^6}{5^6} \times \frac{2^3}{3^3} \div \frac{2^6}{5^6} \right]$$

$$\text{বা, } B = \log \left[\frac{2^6 \times 3^6}{5^6} \times \frac{2^3}{3^6} \times \frac{5^6}{2^6} \right]$$

$$\text{বা, } B = \log \frac{2^{6+3}}{2^8} \quad \text{বা, } B = \log \frac{2^9}{2^8}$$

$$\text{বা, } B = \log 2^{9-8} \quad \text{বা, } B = \log 2 \text{ (Showed)}$$

গ. মনে করি গুণোত্তর ধারার ১ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

$$\text{আমরা জানি, } n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{অষ্টম পদ} = ar^{8-1} = ar^7$$

$$\text{এবং একাদশতম পদ} ar^{11-1} = ar^{10}$$

$$\text{প্রথমতে, } ar^7 = -27 \quad \dots \text{(i)}$$

$$ar^{10} = 81\sqrt{3} \quad \dots \text{(ii)}$$

$$(ii) \div (i) \Rightarrow$$

$$\frac{ar^{10}}{ar^7} = \frac{81\sqrt{3}}{-27}$$

$$\text{বা, } r^{10-7} = -3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } r^3 = -3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } r^3 = (-\sqrt{3})^3 \quad \text{বা, } r = -\sqrt{3}$$

(i) নং এ $r = -\sqrt{3}$ বসিয়ে পাই,

$$a(-\sqrt{3})^7 = -27$$

$$\text{বা, } a(-27\sqrt{3}) = -27$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}a = 1 \quad \text{বা, } a = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

∴ গুণোত্তর ধারার ৫টি পদের সমষ্টি—

$$S_5 = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}[1 - (-\sqrt{3})^5]}{1 - (-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}(1 + 9\sqrt{3})}{1 + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{1 + 9\sqrt{3}}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{1 + 9\sqrt{3}}{(\sqrt{3} + 3)}$$

$$= \frac{1 + 9\sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} \text{ Ans.}$$

ক. দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের,

$$\angle A = 85^\circ, \angle B = 80^\circ \text{ এবং } \angle C = 95^\circ$$

আমরা জানি, চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি = 360°

$$\text{বা, } \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$\text{বা, } 85^\circ + 80^\circ + 95^\circ + \angle D = 360^\circ$$

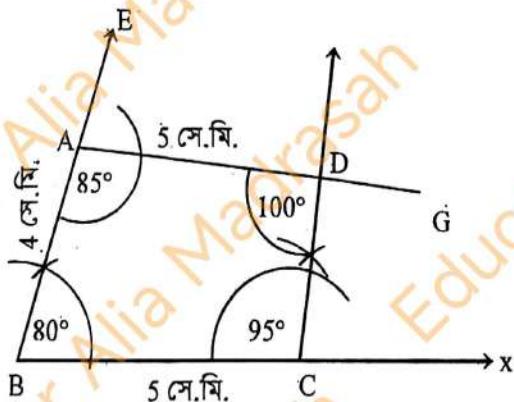
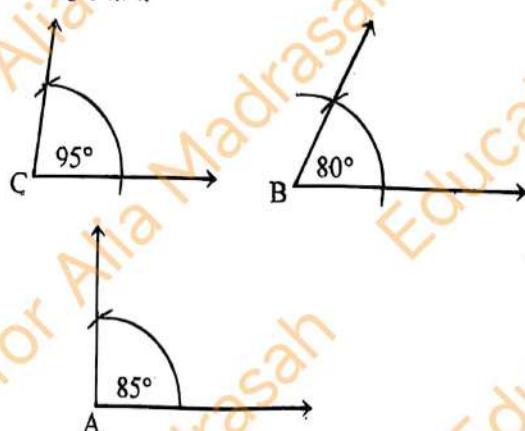
$$\text{বা, } 260^\circ + \angle D = 360^\circ$$

$$\text{বা, } \angle D = 360^\circ - 260^\circ$$

$$\therefore \angle D = 100^\circ$$

খ.

$$\begin{array}{l} a = 4 \text{ সে.মি.} \\ b = 5 \text{ সে.মি.} \end{array}$$

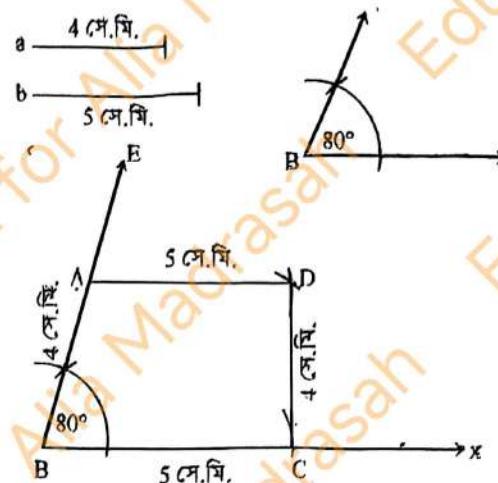


বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের $AB = 4$ সে.মি. = a , $BC = 5$ সে.মি. = b , $\angle A = 85^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 95^\circ$ দেওয়া আছে চতুর্ভুজটি আকতে হবে।

অঙ্কন : যেকোনো রশ্মি Bx থেকে $BC = b$ কেটে নিই। এখন B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে $\angle CBE = 80^\circ$ এবং $\angle BCF = 95^\circ$ আঁকি।

BE রশ্মি থেকে $BA = a$ কেটে নিই এবং A বিন্দুতে $\angle BAG = 85^\circ$ আঁকি। মনেকরি, AG ও CF রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং $AB = 4$ সে.মি. $BC = 5$ সে.মি. এবং $\angle A = 85^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 95^\circ$ তাহলে ABCD ইউনিষ্ট চতুর্ভুজ।

BC তাদের অন্তর্বুজের সামান্তরিকটি আকতে হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, সামান্তরিকের দুটি সংলিঙ্গিত বাটু $AB = 4$ সে.মি. = a , $BC = 5$ সে.মি. = b এবং তাদের অন্তর্বুজের কোণ $\angle B = 80^\circ$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ : যেকোনো রশ্মি Bx নিই। Bx থেকে $BC = b$ কেটে নিই। BC এর B বিন্দুতে $\angle CBE = 80^\circ$ আঁকি। BE রশ্মি থেকে $BA = a$ কেটে নিই। এখন A ও C কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে b এবং a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে। এখন A , D এবং C , D যোগ করি। তাহলে ABCD ইউনিষ্ট সামান্তরিক। যেখানে $BC = AD = 5$ সে.মি. এবং $BA = CD = 4$ সে.মি.

২) নেই প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 4$ সে.মি.

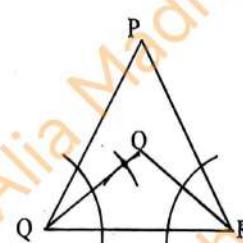
$$\therefore \text{সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (4)^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 16 \text{ " " }$$

$$= 4\sqrt{3} \text{ বর্গ সে.মি. Ans.}$$

খ.



বিশেষ নির্বচন : $\triangle PQR$ এর $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমান্তরিকক ব্যবহৃত করে। O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QOR = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle P$

প্রমাণ : ΔPQR এ,

$$\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ \quad [\because \text{ত্রিভুজের তিনি কোণের সমষ্টি } 180^\circ]$$

$$\text{বা. } \frac{1}{2} \angle P + \frac{1}{2} \angle Q + \frac{1}{2} \angle R = 90^\circ \quad [2 \text{ হারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা. } \frac{1}{2} \angle R + \frac{1}{2} \angle Q = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle P \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{এখন, } \angle OQR = \frac{1}{2} \angle Q \quad [\because OQ, CR \text{ এর সমান্তরিক্ষক}]$$

$$\text{এবং, } \angle ORQ = \frac{1}{2} \angle R \quad [\because OR, CR \text{ এর সমান্তরিক্ষক}]$$

এখন ΔQOR এ,

$$\angle QOR + \angle OQR + \angle ORQ = 180^\circ \quad [\text{ঝি}]$$

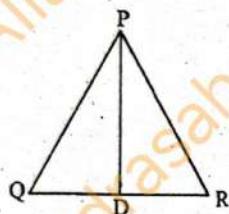
$$\text{বা. } \angle QOR + \frac{1}{2} \angle Q + \frac{1}{2} \angle R = 180^\circ$$

$$\text{বা. } \angle QOR + 90^\circ - \frac{1}{2} \angle P = 180^\circ \quad [\text{(i) নং হারা}]$$

$$\text{বা. } \angle QOR = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \angle P$$

$$\therefore \angle QOR = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle P \quad (\text{প্রমাণিত})$$

৫.



বিশেষ নির্বচন : ΔPQR সমবাহু ত্রিভুজ, D , QR এর মধ্যবিন্দু। P , D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $3PQ^2 = 4PD^2$

প্রমাণ : ΔPQR এ $PQ = QR = RP$

$$\text{এবং } QD = DR = \frac{1}{2} QR$$

এখন, ΔQPD এবং ΔRPD এ

$$QP = RP, QD = DR$$

এবং PD সাধারণ বাহু

$$\therefore \Delta QPD \cong \Delta RPD$$

$$\therefore \angle QDP = \angle RDP$$

$$\text{বিন্তু } \angle QDP + \angle RDP = 180^\circ$$

$$\text{বা. } \angle QDP + \angle QDP = 180^\circ \quad [\because \angle RDP = \angle QDP]$$

$$\text{বা. } 2\angle QDP = 180^\circ$$

$$\text{বা. } \angle QDP = 90^\circ$$

$\therefore QDP$ সমকোণী ত্রিভুজ,

$$QP^2 = QD^2 + PD^2 \quad [\text{পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী}]$$

$$\text{বা. } PQ^2 = \left(\frac{1}{2} QR\right)^2 + PD^2 \quad [\because QD = \frac{1}{2} QR]$$

$$\text{বা. } PQ^2 = \left(\frac{1}{2} PQ\right)^2 + PD^2 \quad [\because PQ = QR = RP]$$

$$\text{বা. } PQ^2 = \frac{1}{4} PQ^2 + PD^2$$

$$\text{বা. } PQ^2 - \frac{1}{4} PQ^2 = PD^2$$

$$\text{বা. } \frac{4PQ^2 - PQ^2}{4} = PD^2$$

$$\text{বা. } \frac{3PQ^2}{4} = PD^2$$

$$\text{বা. } 3PQ^2 = 4PD^2$$

$$\therefore 3PQ^2 = 4PD^2 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

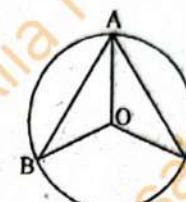
৬. নং ৫ পথের সমাধান

৬.



উদ্দীপকের BC চাপের উপর দণ্ডযামান বৃত্তস্তুতি $\angle BAC$ এবং কেন্দ্রস্তুতি $\angle BOC$

৭.



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে $\angle OAB = \angle OAC$ হলে প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = AC$

প্রমাণ : বৃত্তস্তুতি ΔOAB এবং ΔOAC এ

$$\angle OAB = \angle OAC \quad [\text{দেওয়া আছে}]$$

$$OB = OC \quad [\text{একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ}]$$

$$\text{এবং } OA = OA \quad [\text{সাধারণ বাহু}]$$

$$\therefore \Delta OAB \cong \Delta OAC$$

$$\therefore AB = AC \quad (\text{প্রমাণিত})$$

৮.



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট $ABCD$ বৃত্তে BC চাপের উপর দণ্ডযামান বৃত্তস্তুতি $\angle BAC$ এবং কেন্দ্রস্তুতি $\angle BOC$ ।

$$\text{প্রমাণ করতে হবে যে, } \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$$

অঙ্কন : A বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাখণ্ড AD আঁকি।

প্রমাণ : ΔAOB এর বহিঃস্তুতি কোণ $\angle BOD = \angle BAO + \angle ABO$ $[\text{ত্রিভুজের বহিঃস্তুতি কোণ অতঃস্তুতি বিপরীত কোণসময়ের সমষ্টির সমান}]$

ΔAOB এ, $OA = OB$ $[\text{একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ}]$

$$\therefore \angle BAO = \angle ABO \quad [\text{সমান্তরাল ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণসময়ের সুমান}]$$

$$\therefore \angle BOD = \angle BAO + \angle ABO$$

$$\text{বা. } \angle BOD = 2\angle BAO \quad \dots \dots \dots \text{(1)}$$

একইভাবে,

$$\Delta AOC \text{ এ } \angle COD = 2\angle CAO \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$(i) + (ii) \Rightarrow \\ \therefore \angle BOD + \angle COD = 2\angle BAO + 2\angle CAO \\ \text{বা, } \angle BOC = 2\angle BAC$$

$$[\because \angle BOD + \angle COD = \angle BOC] \\ \text{বা, } \angle BAO + \angle CAO = \angle BAC \\ \text{বা, } \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC \text{ (প্রমাণিত)}$$

৩ ৮মং শ্রেণীর সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$\tan(60^\circ - \theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan(60^\circ - \theta) = \tan 30^\circ [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$\text{বা, } 60^\circ - \theta = 30^\circ$$

$$\text{বা, } -\theta = 30^\circ - 60^\circ$$

$$\text{বা, } -\theta = -30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ \text{ Ans.}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$\tan\theta + \sin\theta = p, \tan\theta - \sin\theta = q$$

$$\text{L.H.S } p^2 - q^2$$

$$= (\tan\theta + \sin\theta)^2 - (\tan\theta - \sin\theta)^2$$

$$= 4 \tan\theta \sin\theta [\because (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab]$$

$$= 4 \sqrt{\tan^2\theta \sin^2\theta}$$

$$= 4 \sqrt{\tan^2\theta (1 - \cos^2\theta)} [\because \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta]$$

$$= 4 \sqrt{(\tan^2\theta - \tan^2\theta \cos^2\theta)}$$

$$= 4 \sqrt{\tan^2\theta - \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \cdot \cos^2\theta}$$

$$= 4 \sqrt{(\tan^2\theta - \sin^2\theta)}$$

$$= 4 \sqrt{(\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta)}$$

$$= 4 \sqrt{pq} = \text{R.H.S}$$

$$\therefore \text{L.H.S} = \text{R.H.S} \text{ [Proved]}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$\sqrt{6} \sin(A+B) = \sqrt{3} = 2\cos(A-B)$$

$$\therefore \sqrt{6} \sin(A+B) = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \sin(A+B) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$$

$$\text{বা, } \sin(A+B) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \sin(A+B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \sin(A+B) = \sin 45^\circ [\because \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}]$$

$$\therefore A+B = 45^\circ \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } 2 \cos(A-B) = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cos(A-B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \cos(A-B) = \cos 30^\circ [\because \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}]$$

$$\therefore A-B = 30^\circ \dots\dots\dots (ii)$$

$$(i) + (ii) \Rightarrow \\ A + B + A - B = 45^\circ + 30^\circ$$

$$\text{বা, } 2A = 75^\circ \text{ বা, } A = \frac{75^\circ}{2} = 37.5^\circ \therefore A = 37.5^\circ$$

$$(i) - (ii) \Rightarrow \\ A + B - A + B = 45^\circ - 30^\circ$$

$$\text{বা, } 2B = 15^\circ$$

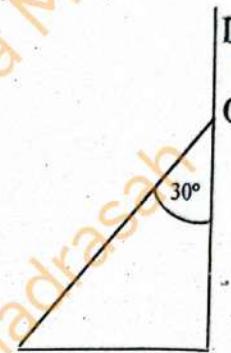
$$\text{বা, } B = \frac{15^\circ}{2} = 7.5^\circ$$

$$\therefore B = 7.5^\circ \\ \therefore \text{শিরের গাম } A = 37.5^\circ \text{ এবং } B = 7.5^\circ \text{ Ans.}$$

৪ ৮মং শ্রেণীর সমাধান

ক. মনে করি,

সম্পূর্ণ খুটির দৈর্ঘ্য BD মিটার। খুটির C বিন্দুতে তেজ দঙ্গায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে খুটির গোড়া পেছে $20\sqrt{3}$ মিটার দূরে A বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।



$$A \quad 20\sqrt{3} \text{ মিটার} \quad B$$

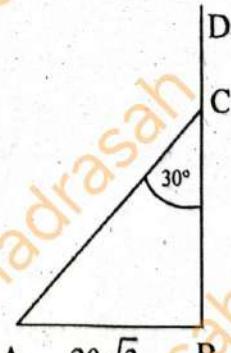
খুটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য CD = AC

$\angle ACB = 30^\circ$ এবং AB = $20\sqrt{3}$ মিটার।

খ. মনে করি,

সম্পূর্ণ খুটির দৈর্ঘ্য = BD মিটার।

খুটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য CD = AC



$$A \quad 20\sqrt{3} \quad B$$

$\angle ACB = 30^\circ$ এবং AB = $20\sqrt{3}$ মিটার।

ΔABC এ

$$\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{20\sqrt{3}}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{20\sqrt{3}}{AC} [\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}]$$

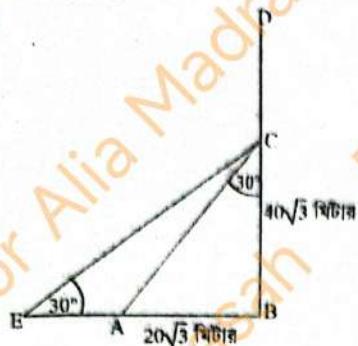
$$\text{বা, } AC = 40\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } AC = 69.283 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

\therefore খুটির ভাঙা অংশের দৈর্ঘ্য 69.283 মিটার (প্রায়)

গ. মনে করি,

খুটি 40 $\sqrt{3}$ মিটার উচ্চতায় C বিন্দুতে কেবলে ভূমির সাথে E বিন্দুতে 30° কোণ উৎপন্ন করে।



এখানে,

$$BC = 40\sqrt{3} \text{ মিটার।}$$

খুটির গোড়া থেকে স্পর্শবিন্দুর দূরত্ব = BE

$$\angle BEC = 30^\circ$$

ΔEBC এ

$$\tan \angle BEC = \frac{BC}{BE}$$

$$\text{বা, } \tan 30^\circ = \frac{40\sqrt{3}}{BE}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{40\sqrt{3}}{BE} \text{ বা, } BE = 40\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 40 \times 3 = 120 \text{ মিটার}$$

$$\therefore BE = 120 \text{ মিটার।}$$

খুটির গোড়া থেকে স্পর্শবিন্দুর দূরত্বের পার্থক্য

$$= AE$$

$$= BE - AB$$

$$= 120 - 20\sqrt{3}$$

$$= 85.36 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\text{Ans. } 85.36 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, ঘনকের ধার, $a = 7$ সে.মি.

আমরা জানি,

ঘনকের আয়তন = a^3 ঘন একক

$$= 7^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 343 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ঘনকের আয়তন} = 343 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\text{এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{3} a \text{ একক}$$

$$= \sqrt{3} \times 7 \text{ সে.মি.}$$

$$= 7\sqrt{3} \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য } 7\sqrt{3} \text{ সে.মি.}$$

$$\text{এবং আয়তন } 343 \text{ ঘন সে.মি.।}$$

খ. দেওয়া আছে,

আয়তাকার কক্ষের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ

এবং পরিসীমা, 144 মিটার।

মনে করি,

আয়তাকার কক্ষের প্রস্থ = x মিটার

$$\text{বা, } \text{দৈর্ঘ্য} = 2x$$

$$\therefore \text{পরিসীমা} = 2(x + 2x) = 2 \times 3x = 6x \text{ মিটার।}$$

প্রশ্নমতে, $6x = 144$

$$\text{বা, } x = \frac{144}{6} = 24 \therefore x = 24 \text{ মিটার।}$$

আয়তাকার কক্ষের প্রস্থ $x = 24$ মিটার

$$\text{বা, } \text{দৈর্ঘ্য} 2x = 2 \times 24 = 48 \text{ মিটার।}$$

$$\text{কক্ষের ফ্লোর} = (48 \times 24) \text{ বর্গমিটার।}$$

$$= 1152 \text{ বর্গমিটার।}$$

গ. মেহেতৃ,

আয়তাকার কক্ষের পরিসীমা = বর্গাকার কক্ষের পরিসীমা

$$= 144 \text{ মিটার।}$$

বর্গাকার কক্ষের পরিসীমা = 144 মিটার।

$$\therefore \text{বর্গাকার কক্ষের এক বাহুর দৈর্ঘ্য} = \frac{144}{4} = 36 \text{ মিটার।}$$

$$\therefore \text{বর্গাকার কক্ষের ফ্লোর} = (36)^2 \text{ বর্গমিটার।}$$

$$= 1296 \text{ বর্গমিটার।}$$

$$\text{বর্গাকার টাইলসের এক বাহুর দৈর্ঘ্য} = 0.15 \text{ মিটার।}$$

$$\text{ফ্লোর} = (0.15)^2 \text{ বর্গমিটার।}$$

$$= 0.0225 \text{ মিটার।}$$

বর্গাকার কক্ষটিতে টাইলস লাগাতে টাইলসের প্রয়োজন হবে

$$= \frac{1296}{0.0225} \text{ টি} = 57,600 \text{ টি।}$$

1 টি টাইলসের মূল্য = 36 টাকা।

বর্গাকার কক্ষটিতে টাইলস লাগাতে মোট খরচ হবে

$$= (57,600 \times 36) \text{ টাকা} = 2,073,600 \text{ টাকা।}$$

Ans. 2,073,600 টাকা।

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই,

$$6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14$$

এখানে, $n = 8$ যা জোড়সংখ্যা

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{n}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{\frac{8}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{8}{2} + 1\right) \text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{4 \text{ তম পদ} + 5 \text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{10 + 11}{2} = \frac{21}{2} = 10.5$$

∴ মধ্যক 10.5 (Ans.)

খ. প্রদত্ত উপাত্তে সর্বোচ্চ নম্বর = 78 এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 44

$$\therefore \text{উপাত্তের পরিসর} = (78 - 44) + 1 = 34 + 1 = 35$$

$$\text{শ্রেণিব্যান্তি } 5 \text{ ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{35}{5} = 7$$

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণিব্যান্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
44 – 48		3
49 – 53		4
54 – 58		10
59 – 63		14
64 – 68		7
69 – 73		8
74 – 78		4

$$\text{আমরা জানি, প্রচৰক } = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

এখানে, সর্বাধিক গণসংখ্যা 14 যা (59 - 63) প্রদত্তে প্রচৰক আছে।

$$L = 59, f_1 = 14 - 10 = 4, f_2 = 14 - 7 = 7, h = 5$$

$$\therefore \text{প্রচৰক} = 59 + \frac{4}{4+7} \times 5 = 59 + \frac{20}{11} = 59 + 1.8181 =$$

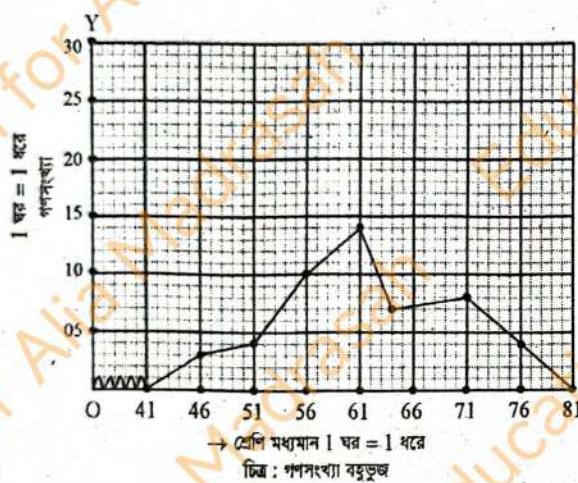
$$60.8181 = 60.82 \text{ (আয়)}$$

$$\therefore \text{প্রচৰক} = 60.82 \text{ (আয়)}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি :

প্রশিক্ষণি	মধ্যমান	গণসংখ্যা
44 - 48	46	3
49 - 53	51	4
54 - 58	56	10
59 - 63	61	14
64 - 68	66	7
69 - 73	71	8
74 - 78	76	4

এখন ছক কাগজের X অক্ষ বরাবর ফুলতম বর্গের প্রতি ঘরকে প্রেশ মধ্যবিন্দু 1 একক এবং Y অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 41 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



১১মং প্রশ্নের সমাধান

- ক. বিচ্ছিন্ন চলক : যে চলকের মান শুধুমাত্র পৃষ্ঠসংখ্যা হয়, তাকে বিচ্ছিন্ন চলক বলে। যেমন— জনসংখ্যামূলক উপাত্তের চলক।
অবিচ্ছিন্ন চলক : যে সকল চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে, সে সকল চলক অবিচ্ছিন্ন চলক। যেমন— বয়স, উচ্চতা, ওজন ইত্যাদি।

গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

প্রশিক্ষণি	মধ্যমান	গণসংখ্যা	ধাপ	গণসংখ্যা × ধাপ
		f_i	ui	$f_i ui$
41-50	45.5	5	-2	-10
51-60	55.5	15	-1	-15
61-70	65.5 ← a	25	0	0
71-80	75.5	20	1	20
81-90	85.5	3	2	6
91-100	95.5	2	3	6

$$n = 70$$

$$\Sigma f_i ui = 7$$

$$\therefore \text{নির্ণয় গড় } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i ui}{n} \times h$$

$$= 65.5 + \frac{70}{70} \times 10$$

$$= 65.5 + \frac{70}{70}$$

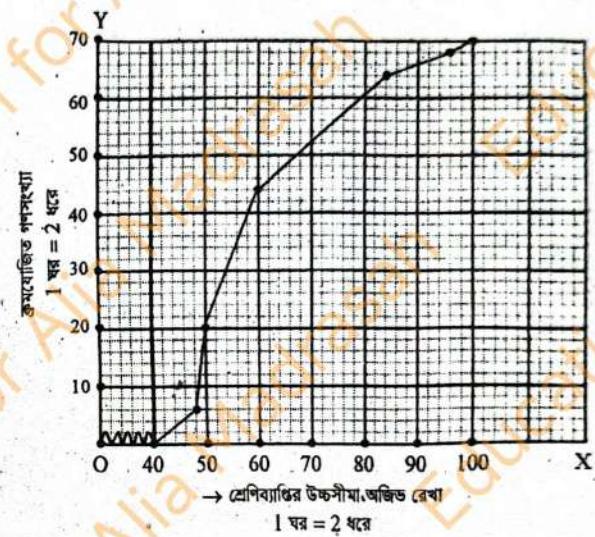
$$= 65.5 + 1$$

$$= 66.5 \text{ (Ans.)}$$

গ. অভিভ রেখা অঙ্কনের সারণি :

প্রশিক্ষণি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41 - 50	5	5
51 - 60	15	20
61 - 70	25	45
71 - 80	20	65
81 - 90	3	68
91 - 100	2	70

ছক কাগজের X অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে প্রেশিক্ষণির উচ্চলীয়া 2 একক এবং y অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অভিভ রেখা আঁকা হলো মূলবিন্দু হতে 40 পর্যন্ত ঘুঁটাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



১১মং প্রশ্নের সমাধান

- ক. দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$$\text{এবং } A = \{x \in N : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 225\}$$

অর্থাৎ যে সকল সামাজিক সংখ্যার বর্গ 15 অপেক্ষা বড় এবং ঘন 225 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

এখন, $x = 1$ হলে, $x^2 = 1^2 = 1 > 15$ এবং $x^3 = 1^3 = 1 < 225$

$x = 2$ হলে, $x^2 = 2^2 = 4 > 15$ এবং $x^3 = 2^3 = 8 < 225$

$x = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 > 15$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 225$

$x = 4$ হলে, $x^2 = 4^2 = 16 > 15$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 225$

$x = 5$ হলে, $x^2 = 5^2 = 25 > 15$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 225$

$x = 6$ হলে, $x^2 = 6^2 = 36 > 15$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 < 225$

$x = 7$ হলে, $x^2 = 7^2 = 49 > 15$ এবং $x^3 = 7^3 = 343 < 225$

- গ. দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 $B = \{x \in N : 4 \leq x \leq 7\} = \{4, 5, 6, 7\}$
ক-হতে প্রাপ্ত, $A = \{4, 5, 6\}$
এখন, $A \cap B = \{4, 5, 6\} \cap \{4, 5, 6, 7\}$
 $= \{4, 5, 6\}$
- $A' = U - A$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5, 6\}$
 $= \{1, 2, 3, 7\}$
- এবং $B' = U - B$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5, 6, 7\}$
 $= \{1, 2, 3\}$
- বামপক্ষ $= (A \cap B)'$
 $= U - (A \cap B)$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5, 6\}$
 $= \{1, 2, 3, 7\}$
- ডানপক্ষ $= A' \cup B'$
 $= \{1, 2, 3, 7\} \cup \{1, 2, 3\}$
 $= \{1, 2, 3, 7\}$
- $\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'. \text{ (প্রমাণিত)}$
- গ. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 $A = \{4, 5, 6\}$
 $B = \{4, 5, 6, 7\}$
 $C = \{4, 5, 7\}$
 $B \cap C = \{4, 5, 6, 7\} \cap \{4, 5, 7\}$
 $= \{4, 5, 7\}$
- $A' = U - A$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5, 6\}$
 $= \{1, 2, 3, 7\}$
- L.H.S $= A' \times (B \cap C)$
 $= \{1, 2, 3, 7\} \times \{4, 5, 7\}$
 $= \{(1, 4), (1, 5), (1, 7), (2, 4), (2, 5), (2, 7), (3, 4), (3, 5), (3, 7), (7, 4), (7, 5), (7, 7)\}$
- $A' \times B = \{1, 2, 3, 7\} \times \{4, 5, 6, 7\}$
 $= \{(1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (7, 4), (7, 5), (7, 6), (7, 7)\}$
- $A' \times C = \{1, 2, 3, 7\} \times \{4, 5, 7\}$
 $= \{(1, 4), (1, 5), (1, 7), (2, 4), (2, 5), (2, 7), (3, 4), (3, 5), (3, 7), (7, 4), (7, 5), (7, 7)\}$
- R.H.S $= (A' \times B) \cap (A' \times C)$
 $= \{(1, 4), (1, 5), (1, 7), (2, 4), (2, 5), (2, 7), (3, 4), (3, 5), (3, 7), (7, 4), (7, 5), (7, 7)\}$
- $\therefore L.H.S = R.H.S \text{ (Proved)}$
-
- ক. প্রদত্ত রাশি, $x^3 + 9y^3 + (x+y)^3$
 $= x^3 + 8y^3 + (x+y)^3 + y^3$
 $= x^3 + (2y)^3 + (x+y)^3 + y^3$
 $= (x+2y)(x^2 - x.2y + 4y^2) + (x+y+y)((x+y)^2 - (x+y)y + y^2)$
 $= (x+2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) + (x+2y)(x^2 + 2xy + y^2 - xy - y^2 + y^2)$
 $= (x+2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) + (x+2y)(x^2 + xy + y^2)$
 $= (x+2y)(x^2 - 2xy + 4y^2 + x^2 + xy + y^2)$
 $= (x+2y)(2x^2 - xy + 5y^2)$
- খ. দেওয়া আছে, $y^2 - 2\sqrt{30} = 11$
- বা, $y^2 = 11 + 2\sqrt{30}$
- বা, $y^2 = 6 + 2\sqrt{30} + 5$
- বা, $y^2 = (\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$
- বা, $y = (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2$

বা, $y = \sqrt{6} + \sqrt{5}$
আবার, $y = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

বা, $\frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$
 $= \frac{1 \times (\sqrt{6} - \sqrt{5})}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})}$
 $= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2}$
 $= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5}$
 $= \sqrt{6} - \sqrt{5}$

এখন, $y + \frac{1}{y} = \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{5}$
 $= 2\sqrt{6}$

এবং $y - \frac{1}{y} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5}$
 $= 2\sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি $\frac{y^8 - 1}{y^4}$
 $= \frac{y^8}{y^4} - \frac{1}{y^4}$
 $= y^4 - \frac{1}{y^4}$
 $= (y^2)^2 - \left(\frac{1}{y^2}\right)^2$
 $= \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right) \left(y^2 - \frac{1}{y^2}\right)$
 $= \left\{ \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2y \cdot \frac{1}{y} \right\} \left\{ \left(y + \frac{1}{y}\right) \left(y - \frac{1}{y}\right) \right\}$
 $= \{(2\sqrt{6})^2 - 2\} (2\sqrt{6} \times 2\sqrt{5})$
 $= (24 - 2) \times 4\sqrt{30}$
 $= 22 \times 4\sqrt{30}$
 $= 88\sqrt{30}$

নির্ণেয় মান $88\sqrt{30}$.

গ. দেওয়া আছে, $p^3 + \frac{1}{p^3} = 18\sqrt{3}$

বা, $\frac{p^6 + 1}{p^3} = 18\sqrt{3}$

বা, $p^6 + 1 = 18\sqrt{3} p^3$

বা, $p^6 - 18\sqrt{3} p^3 + 1 = 0$

বা, $(p^3)^2 - 2p^3 \cdot 9\sqrt{3} + (9\sqrt{3})^2 - (9\sqrt{3})^2 + 1 = 0$

বা, $(p^3 - 9\sqrt{3})^2 - 243 + 1 = 0$

বা, $(p^3 - 9\sqrt{3})^2 = 242$

বা, $p^3 - 9\sqrt{3} = \sqrt{242}$ [বর্গমূল করে]

বা, $p^3 - 9\sqrt{3} = 11\sqrt{2}$

বা, $p^3 = 9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}$

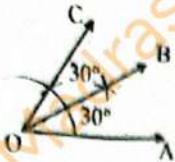
বা, $3\sqrt{3} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

বা, $p^3 = (\sqrt{3})^3 + 3(\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3$

বা, $p^3 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3$

$\therefore p = \sqrt{3} + \sqrt{2}. \text{ (প্রমাণিত)}$

ক.



$$\text{তিনি } \angle AOB = 30^\circ$$

খ.



মনে করি, O, $\triangle ABC$ এর অভ্যন্তরের একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > OB + OC$.

অঙ্কন : OB কে বর্ধিত করি যেন AC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ : $\triangle ABD$ -এ

$$AB + AD > BD \quad [\text{ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহু} \\ \text{সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর}]$$

$$\text{বা, } AB + AD > OB + OD \quad \dots \dots \dots (1)$$

আবার, $\triangle COD$ এ

$$OD + CD > OC \quad \dots \dots \dots (2)$$

(1) ও (2) নং যোগ করে পাই,

$$AB + AD + CD + OD > OB + OC + OD$$

বা, $AB + AC + OD > OB + OC + OD$

[উভয়পক্ষ থেকে OD বাদ দিয়ে পাই]

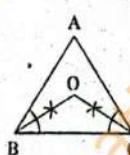
$$\therefore AB + AC > OB + OC \quad (\text{প্রমাণিত})$$

গ. এখানে, $\triangle ABC$ -এর $\angle B$ ও $\angle C$ -এর সমান্বিতক বিন্দু এবং OC পরম্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

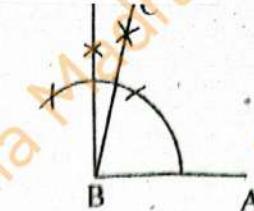
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90^\circ$

$$+ \frac{1}{2} \angle A.$$

প্রমাণ :

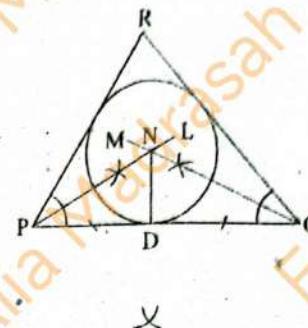


ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle ABC$ -এ,	
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান]
বা, $\frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = \frac{180^\circ}{2}$	
বা, $\frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$	
(২) $\angle BOC = \frac{1}{2} \angle B$ এবং $\angle OCB = \frac{1}{2} \angle C$	[$OB, \angle B$ -এর সমান্বিতক]
(৩) এখন, $\triangle BOC$ -এ	[$OC, \angle C$ -এর সমান্বিতক]
$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$	
বা, $\angle BOC + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 180^\circ$	
বা, $\angle BOC + 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A = 180^\circ$	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান।]
বা, $\angle BOC = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$	[(২) থেকে]
$\therefore \angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A. \quad (\text{প্রমাণিত})$	[(১) থেকে]



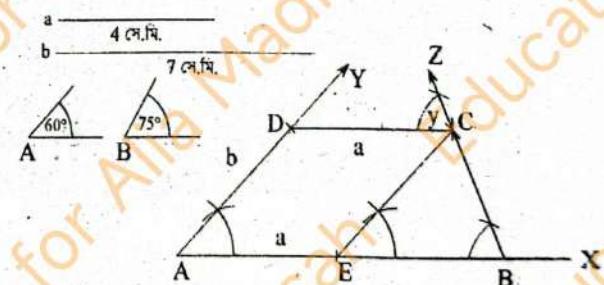
ফল কল্পনা দিয়ে $\angle ABC = \angle B = 60^\circ$ আঁকা হলো।

খ. মনে করি, $\triangle ABC$ সমবাহু ত্রিভুজের $AB = BC = CA = a$ সে.মি.। এর অন্তর্ভুক্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ $\triangle ABC$ এর তিন এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা AB, AC ও BC বাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটিকে স্পর্শ করে।



অঙ্কনের বিবরণ : $\angle CAB$ ও $\angle ABC$ এর সমান্বিতক AL ও BM আঁক। মনে করি, তারা N বিন্দুতে ছেদ করে। N থেকে AB এর উপর ND লম্ব আঁক এবং মনে করি তা AB কে D বিন্দুতে ছেদ করে। N কে কেন্দ্র করে ND এর সমান ব্যাসার্দি নিয়ে একটি বৃত্ত আঁক। তাহলে এই বৃত্তটি নির্ণেয় অন্তর্ভুক্ত।

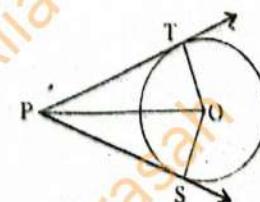
গ. মনে করি, $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুর $a = 4$ সে.মি. ও $b = 7$ সে.মি., যেখানে $a < b$ এবং বৃহত্তর বাহুর সংলগ্ন কোণের $\angle A = 60^\circ$ ও $\angle B = 75^\circ$ । ট্রাপিজিয়ামটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ : যেকোনো রশ্মি AX থেকে $AB = b$ নিয়ে AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle A$ এর সমান $\angle BAY$ এবং B বিন্দুতে $\angle B$ এর সমান $\angle ABZ$ আঁক।

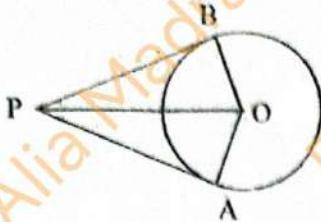
এবার AB রেখাংশ থেকে $AE = a$ কেটে নিই। E বিন্দুতে $EC \parallel AY$ আঁক যা BZ রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে। এবার $CD \parallel BA$ আঁক। CD রেখাংশ AY রশ্মিকে D বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $ABCD$ ই উদ্বিদ্ধ ট্রাপিজিয়াম।

ক.



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের P বহিঃস্থ বিন্দু। PT ও PS দুইটি স্পর্শক।

গ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের P একটি বাহিধৰ্ম্ম বিন্দু। এবং PA ও PB রশ্মিগুলি বৃত্তের A ও B বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক। প্রমাণ করতে হবে যে, $PA = PB$ ।



অঙ্কন : O, A; O, B এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(1) যেহেতু PA স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ, সেহেতু $PA \perp OA$. $\therefore \angle PAO =$ এক সমকোণ। অনুরূপে $\angle PBO =$ এক সমকোণ $\therefore \Delta PAO$ এবং ΔPBO উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।	[স্পর্শক স্পর্শকবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]
(2) এখন, ΔPAO ও ΔPBO সমকোণী ত্রিভুজসহয়ে অতিভুজ PO = অতিভুজ PO এবং OA = OB $\therefore \Delta PAO \cong \Delta PBO$. $\therefore PA = PB$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা] [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]

গ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের PT ও PS দুইটি স্পর্শক। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle TPO = \angle SPO$.

প্রমাণ : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের PS স্পর্শক এবং OS স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

$\therefore \angle PSO =$ এক সমকোণ।

অনুরূপভাবে, পাই, $\angle PTO =$ এক সমকোণ।

$\therefore \Delta POS$ ও ΔPOT সমকোণী ত্রিভুজ।

এখন ΔPOS ও ΔPOT এর মধ্যে অতিভুজ $OP =$ অতিভুজ OP । [সাধারণ বাহু]

$OS = OT$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \Delta POS \cong \Delta POT$.

$\therefore \angle TPO = \angle SPO$. (প্রমাণিত)

৩৩ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ৩৩

ক. প্রদত্ত রাশি $= (\tan\theta + \sec\theta)^2$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta} \right)^2 \\
 &= \frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta} \\
 &= \frac{(1 + \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta} \\
 &= \frac{(1 + \sin\theta)(1 + \sin\theta)}{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)} \\
 &= \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান} = \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}$$

খ. দেওয়া আছে, $p = \sin\theta$ এবং $q = \cos\theta$

$$\begin{aligned}
 \text{মানপক্ষ} &= \sqrt{\frac{1+1}{1-1}} \\
 &= \sqrt{\frac{\frac{1}{q}+1}{\frac{1}{q}-1}} \\
 &= \sqrt{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}} \\
 &= \frac{\sqrt{\sec\theta+1} \cdot \sqrt{\sec\theta+1}}{\sqrt{\sec\theta+1} \cdot \sqrt{\sec\theta-1}} \quad [\text{হর ও সবকে } \sqrt{\sec\theta+1} \text{ বারা গুণ করে}] \\
 &= \frac{\sec\theta+1}{\sqrt{\sec^2\theta-1}} \\
 &= \frac{\sec\theta+1}{\tan\theta} \\
 &= \frac{\sec\theta}{\tan\theta} + \frac{1}{\tan\theta} \\
 &= \frac{1}{\cos\theta} \times \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \\
 &= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{1}{\sin\theta} \\
 &= \frac{q}{p} + \frac{1}{p} \\
 &= \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

$\therefore \sqrt{\frac{1+1}{1-1}} = \frac{q}{p} + \frac{1}{p}$ (দেখানো হলো)

গ. দেওয়া আছে, $p = \sin\theta$ এবং $q = \cos\theta$

$$\text{এখন } q^2 - p^2 = 2 - 5q$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5\cos\theta$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) - 2 + 5\cos\theta = 0$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta - 2 + 5\cos\theta = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\theta + 5\cos\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2\theta + 6\cos\theta - \cos\theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos\theta(\cos\theta + 3) - 1(\cos\theta + 3) = 0$$

$$\text{বা, } (\cos\theta + 3)(2\cos\theta - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } \cos\theta + 3 = 0$$

$$\text{অথবা, } 2\cos\theta - 1 = 0$$

$$\therefore \cos\theta = -3$$

$$\text{বা, } \cos\theta = -\frac{1}{2}$$

$$[\text{গ্রহণযোগ্য নয়}]$$

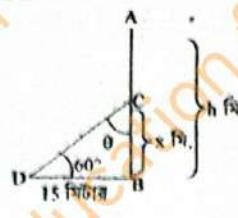
$$\text{বা, } \cos\theta = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান, } \theta = 60^\circ \text{ (Ans.)}$$

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. চিত্রে, গাছের সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = h$ মিটার। গাছটি বাড়ে C বিন্দুতে ভেঙে C বিন্দুর সাথে $\angle BCD = \theta$ উৎপন্ন করে এবং ভূমির সাথে D বিন্দুতে $\angle BDC = 60^\circ$ উৎপন্ন করে। ধরি, $BC = x$ মিটার এবং $BD = 15$ মিটার এবং $AC = CD$ ।



খ. 'ক' এর চিত্র হতে,
 $AB = h$ মি., $BC = x$ মি.
 $AC = AB - BC$
 $CD = AC = (h - x)$ মি.
 BCD সমকোণী ত্রিভুজ,

$$\tan \angle BDC = \frac{x}{15}$$

$$\text{বা, } \tan 60^\circ = \frac{x}{15}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3} = \frac{x}{15}$$

$$\therefore x = 15\sqrt{3}$$

$$\text{আবার, } \tan \theta = \frac{BD}{BC}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{15}{15\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

$$\text{বামপক্ষ} = \sin 30^\circ$$

$$= \sin(3 \times 30^\circ) = \sin 90^\circ = 1$$

$$\text{ডানপক্ষ} = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$$

$$= 3 \sin 30^\circ - 4(\sin 30^\circ)^3$$

$$= 3 \times \frac{1}{2} - 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$= \frac{3}{2} - \left(4 \times \frac{1}{8}\right) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\therefore \sin 30^\circ = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta. \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. 'খ' হতে পাই, $BC = x = 15\sqrt{3}$ এবং $CD = h - x$
 এখন, $\sin \angle BDC = \frac{BC}{CD}$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{x}{h-x}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{h-x}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h - \sqrt{3}x = 2x$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 2x + \sqrt{3}x$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = (2 \times 15\sqrt{3}) + (\sqrt{3} \times 15\sqrt{3})$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 30\sqrt{3} + 45$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}h = 96.961$$

$$\text{বা, } h = \frac{96.961}{\sqrt{3}} = 55.98$$

$$\therefore \text{গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য } 55.98 \text{ মিটার (প্রায়)}.$$

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\text{প্রশ্নান্তরে, } \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 1050$$

$$\text{বা, } a^2 = \frac{4200}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } a^2 = \frac{4200\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{বা, } a^2 = 1400\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } a^2 = 2424.87$$

$$\therefore a = 49.24 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য } 49.24 \text{ মিটার (প্রায়)}.$$

খ. মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x এবং প্রস্থ y

$$\text{প্রশ্নান্তরে, } xy = 1050 \dots \text{(i)}$$

$$\text{এবং } y = x - 5 \dots \text{(ii)}$$

y এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x(x - 5) = 1050$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - 1050 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 35x + 30x - 1050 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 35) + 30(x - 35) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 35)(x + 30) = 0$$

$$\therefore x - 35 = 0 \quad | \quad \text{অথবা, } x + 30 = 0$$

$$\therefore x = 35$$

$$\therefore x = -30$$

$x = -30$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না।

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 35 - 5 = 30$$

\therefore আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 35 মিটার ও প্রস্থ 30 মিটার। (Ans)

গ. 'খ' হতে পাই, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= AD = BC = 35$ মিটার

এবং আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= AB = CD = 30$ মিটার

ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = 30^2 + 35^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = 900 + 1225$$

$$\text{বা, } AC^2 = 2125$$

$$\therefore AC = \sqrt{2125}$$

$$= 46.1 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore OA = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 46.1 \text{ মিটার} = 23.05 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল} = \pi r^2 = \pi \times (OA)^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 3.1416 \times (23.05)^2 \text{ বর্গ মিটার (প্রায়)}$$

$$= 3.1416 \times 531.30 \text{ বর্গ মিটার (প্রায়)}$$

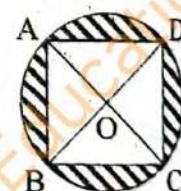
$$= 1669.13 \text{ বর্গ মিটার (প্রায়)}$$

\therefore অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল

$$= \text{পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল} - \text{আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}$$

$$= (1669.13 - 1050) \text{ বর্গ মিটার (প্রায়)}$$

$$= 619.13 \text{ বর্গ মিটার (প্রায়)} | (Ans)$$



বহুনির্বাচনি প্রশ্নের উত্তরমালা

১	ক.	২	গ.	৩	ধ.	৪	গ.	৫	ধ.	৬	ক.	৭	ক.	৮	গ.	৯	গ.	১০	গ.
১১	ক.	১২	গ.	১৩	ক.	১৪	ধ.	১৫	ক.	১৬	গ.	১৭	গ.	১৮	গ.	১৯	গ.	২০	গ.
২১	ক.	২২	গ.	২৩	ধ.	২৪	ক.	২৫	ধ.	২৬	ক.	২৭	গ.	২৮	ক.	২৯	গ.	৩০	গ.

সংজ্ঞনীয় প্রশ্নের সমাধান

১৮ প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$f(x) = x^3 + 5x - 3 \quad \text{(i)}$$

(i) নং এ $x = -\frac{1}{2}$ বসিয়ে পাই,

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 5\left(-\frac{1}{2}\right) - 3$$

$$\text{বা, } f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8} - \frac{5}{2} - 3$$

$$= \frac{-1 - 20 - 24}{8}$$

$$= \frac{-45}{8} \quad \therefore \text{নির্ণয় } f\left(-\frac{1}{2}\right) = -5\frac{5}{8}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$A = \{x : x \in N \text{ এবং } x^2 - 5x + 6 = 0\}$$

 \therefore সমীকরণটি,

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$$

$$\text{বা, } x(x-3) - 2(x-3) = 0$$

$$\text{বা, } (x-3)(x-2) = 0$$

$$\text{হয়, } x-3=0 \quad \text{এবং } x-2=0$$

$$\text{বা, } x=3 \quad \text{বা, } x=2$$

$$\therefore A = \{2, 3\}$$

$$B = \{x : x \in N \text{ এবং } 2 < x < 6\}$$

$$= \{3, 4, 5\}$$

$$\therefore A/B = A - B = \{2, 3\} - \{3, 4, 5\} = \{2\}$$

$$B/A = B - A = \{3, 4, 5\} - \{2, 3\} = \{4, 5\}$$

$$A \cup B = \{2, 3\} \cup \{3, 4, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$\text{এবং } A \cap B = \{2, 3\} \cap \{3, 4, 5\} = \{3\}$$

$$\text{L.H.S} = (A/B) \cup (B/A)$$

$$= \{2\} \cup \{4, 5\}$$

$$= \{2, 4, 5\}$$

$$\text{R.H.S} = (A \cup B)/(A \cap B)$$

$$= (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$= \{2, 3, 4, 5\} - \{3\} = \{2, 4, 5\}$$

$$\therefore (A/B) \cup (B/A) = (A \cup B)/(A \cap B) \text{ (Proved)}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$B = \{x : x \in N \text{ এবং } 2 < x < 6\}$$

$$= \{3, 4, 5\}$$

$$\therefore B \text{ সেটের উপসেট} = \{\{3\}, \{4\}, \{5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}, \{3, 4, 5\}, \emptyset\}$$

$$\therefore P(B) = \{\{3\}, \{4\}, \{5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}, \{3, 4, 5\}, \emptyset\}$$

এখানে, B এর উপাদান সংখ্যা $n = 3$

$$\text{এবং } P(B) \text{ এর উপাদান সংখ্যা} = 8 = 2^3 = 2^n$$

$$\therefore B \text{ এর উপাদান সংখ্যা } n \text{ হলে } P(B) \text{ এর উপাদান সংখ্যা } 2^n \text{ কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)}$$

১৯ প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$f(x) = x^2 - 5x + 2k \quad \text{(i)}$$

(i) নং এ $x = 2$ বসিয়ে পাই,

$$f(2) = 2^2 - 5 \times 2 + 2k$$

$$= 4 - 10 + 2k$$

$$= 2k - 6$$

যেহেতু, $f(2) = 0$

$$\text{বা, } 2k - 6 = 0$$

$$\text{বা, } 2k = 6$$

$$\text{বা, } k = \frac{6}{2}$$

 $\therefore k = 3 \because \text{নির্ণেয় } k \text{ এর মান } 3 \text{ (Ans.)}$

খ. দেওয়া আছে,

$$P = 3 + \sqrt{8}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{P} = \frac{1}{3 + \sqrt{8}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{P} = \frac{3 - \sqrt{8}}{(3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8})}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{P} = \frac{3 - \sqrt{8}}{(3)^2 - (\sqrt{8})^2} = \frac{3 - \sqrt{8}}{9 - 8} = 3 - \sqrt{8}$$

$$\therefore P + \frac{1}{P} = 3 + \sqrt{8} + 3 - \sqrt{8} = 6$$

প্রদত্ত রাশিটি, $P^4 + \frac{1}{P^4}$

$$= (P^2)^2 + \left(\frac{1}{P^2}\right)^2$$

$$= \left(P^2 + \frac{1}{P^2}\right)^2 - 2 \cdot P^2 \cdot \frac{1}{P^2}$$

$$= \left(P^2 + \frac{1}{P^2}\right)^2 - 2$$

$$= \left\{ \left(P + \frac{1}{P}\right)^2 - 2 \cdot P \cdot \frac{1}{P} \right\}^2 - 2$$

$$= \{(6)^2 - 2\}^2 - 2$$

$$= (36 - 2)^2 - 2$$

$$= (34)^2 - 2$$

$$= 1156 - 2 = 1154$$

 $\therefore \text{নির্ণয় মান } P^4 + \frac{1}{P^4} = 1154 \text{ (Ans.)}$

গ. খ হতে পাই,

$$P^4 + \frac{1}{P^4} = 1154$$

$$P + \frac{1}{P} = 6$$

প্রমাণ করতে হবে যে, $(P^{10} + 1) P^{-5} = 6726$

$$\text{বা, } \frac{P^{10} + 1}{P^5} = 6726$$

$$\text{বা, } \frac{P^{10}}{P^5} + \frac{1}{P^5} = 6726$$

$$\therefore P^5 + \frac{1}{P^5} = 6726$$

$$\left(P^4 + \frac{1}{P^4}\right) \left(P + \frac{1}{P}\right) = 1154 \times 6$$

$$\text{বা, } P^4 \left(P + \frac{1}{P}\right) + \frac{1}{P^4} \left(P + \frac{1}{P}\right) = 6924$$

$$\text{বা, } P^5 + \frac{P^4}{P} + \frac{P}{P^4} + \frac{1}{P^3} = 6924$$

$$\text{বা, } P^5 + P^3 + \frac{1}{P^3} + \frac{1}{P^5} = 6924$$

$$\text{বা, } P^5 + \frac{1}{P^3} + P^3 + \frac{1}{P^5} = 6924$$

$$\text{বা, } P^5 + \frac{1}{P^3} + \left(P + \frac{1}{P}\right)^3 - 3 \cdot P \cdot \frac{1}{P} \left(P + \frac{1}{P}\right) = 6924$$

$$\text{বা, } P^5 + \frac{1}{P^3} + \left(P + \frac{1}{P}\right)^3 - 3 \left(P + \frac{1}{P}\right) = 6924$$

$$\text{বা, } P^5 + \frac{1}{P^3} + (6)^3 - 3 \times 6 = 6924$$

$$\text{বা, } P^5 + \frac{1}{P^3} + (216 - 18) = 6924$$

$$\text{বা, } P^5 + \frac{1}{P^3} + 198 = 6924$$

$$\text{বা, } P^5 + \frac{1}{P^3} = 6924 - 198$$

$$\text{বা, } P^5 + \frac{1}{P^3} = 6726$$

$$\therefore P^5 + \frac{1}{P^3} = 6726 \text{ (প্রমাণিত)}$$

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সমান্তর ধারার ১য় পদ, $a = 2$

$$\text{সাধারণ অন্তর } d = 7 - 2 = 5$$

$$\text{পদসংখ্যা } n = 15$$

আমরা জানি,

$$n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\begin{aligned} \therefore 15 \text{ তম পদ} &= 2 + (15-1)5 \\ &= 2 + 14 \times 5 \\ &= 2 + 70 \\ &= 72 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} N &= \frac{(5^{x-1})^{x+1}}{(5^x)^{x+1}}, S = \frac{125^{x+1}}{5^{x+2}} \\ \text{অদ্ভুত রাশিটি, } (N \div S) \times 5^{3x+2} &= \frac{(5^{x-1})^{x+1}}{(5^x)^{x+1}} \div \frac{125^{x+1}}{5^{x+2}} \times 5^{3x+2} \\ &= \frac{5^{x^2-1}}{5^{x^2+x}} \div \frac{(5^3)^{x+1}}{5^{x+2}} \times 5^{3x+2} \\ &= 5^{x^2-1-x^2-x} \div 5^{3x+3-x-2} \times 5^{3x+2} \\ &= 5^{-x-1} \div 5^{2x+1} \times 5^{3x+2} \\ &= 5^{-x-1-2x-1+3x+2} \\ &= 5^{-3x+3x-2+2} = 5^0 = 1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$T = \frac{\log \sqrt{27} - \log \left(\frac{1}{8}\right) - \log \sqrt{512}}{\log \frac{3}{2}}$$

$$\text{বা, } T = \frac{\log \sqrt{(3)^3} - \log 2^{-3} - \log \sqrt{2^9}}{\log 3 - \log 2}$$

$$\text{বা, } T = \frac{\log(3)^{\frac{3}{2}} - \log 2^{-3} - \log 2^{\frac{9}{2}}}{\log 3 - \log 2}$$

$$\text{বা, } T = \frac{\frac{3}{2} \log 3 + 3 \log 2 - \frac{9}{2} \log 2}{\log 3 - \log 2}$$

$$\text{বা, } T = \frac{\frac{3}{2} \log 3 + \left(3 - \frac{9}{2}\right) \log 2}{\log 3 - \log 2}$$

$$\text{বা, } T = \frac{\frac{3}{2} \log 3 + \left(\frac{6-9}{2}\right) \log 2}{\log 3 - \log 2}$$

$$\text{বা, } T = \frac{\frac{3}{2} \log 3 - \frac{3}{2} \log 2}{\log 3 - \log 2}$$

$$\text{বা, } T = \frac{\frac{3}{2} (\log 3 - \log 2)}{(\log 3 - \log 2)}$$

$$\text{বা, } T = \frac{3}{2} \quad \text{বা, } 2T = \frac{3}{2} \times 2 [2 \text{ দ্বাৰা গুণ কৰে] \\ \therefore 2T = 3 \text{ (Showed)}$$

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $= r$ একক

$$\therefore \text{বৃত্তটির পরিধি} = 2\pi r$$

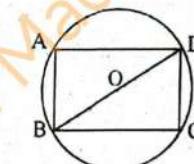
$$\text{প্রশ্মতে, } 2\pi r = 12\pi$$

$$\text{বা, } r = \frac{12\pi}{2\pi} = 6 \quad \therefore r = 6$$

$$\therefore \text{বৃত্তের ক্ষেত্রফল} = \pi r^2 = 3.1416 \times 6^2 \text{ বর্গ একক} \\ = 113.0976 \text{ বর্গ একক}$$

$$\therefore \text{বৃত্তের ক্ষেত্রফল} = 113.098 \text{ বর্গ একক (প্রায়)}$$

খ.



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে চতুর্ভুজে $AD \parallel BC$

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = CD$

অঙ্কন : B, D যোগ করি।

প্রমাণ : ABCD চতুর্ভুজে,

$AD \parallel BC$ এবং BD তাদের ছেদক

$$\therefore \angle ADB = \angle DBC$$

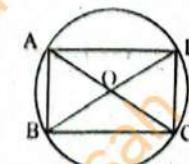
অর্থাৎ AB চাপের পর বৃত্তস্থ কোণ = CD চাপের উপর বৃত্তস্থ কোণ

বা, চাপ $AB =$ চাপ CD

বা, জ্যা $AB =$ জ্যা CD [বৃত্তে সমান সমান চাপ সমান জ্যা হিম কৰে]

$$\therefore AB = CD \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ.



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে $\angle ADB + \angle BDC = 90^\circ$

প্রমাণ করতে হবে যে, A, O, C একই সরলরেখায় অবস্থিত।

ପ୍ରମାଣ । AD ଟାପେର ଉପର ଦଙ୍ଗାଯମାନ ବୃତ୍ତମ୍ବ କୋଣ $\angle ADB$ ଏବଂ
କେନ୍ଦ୍ରମ୍ବ $\angle AOB$

$\therefore \angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB$ [ବୁତ୍ତର ଏକଇ ଚାପେର ଉପର
ଦଙ୍ଗାଯମାନ ବୃତ୍ତମ୍ବ କୋଣ କେନ୍ଦ୍ରମ୍ବ କୋଣର ଅର୍ଧେକ]

ଆବାର, BC ଚାପେର ଉପର ଦଙ୍ଗାଯମାନ ବୃତ୍ତମ୍ବ $\angle BDC$ ଏବଂ
କେନ୍ଦ୍ରମ୍ବ $\angle BOC$

$$\therefore \angle BDC = \frac{1}{2} \angle BOC$$

$$\therefore \angle ADB + \angle BDC = \frac{1}{2} \angle AOB + \frac{1}{2} \angle BOC$$

$$\text{ବା, } 90^\circ = \frac{1}{2} (\angle AOB + \angle BOC) [\because \angle ADB + \angle BDC = 90^\circ]$$

$$\text{ବା, } \angle AOB + \angle BOC = 90^\circ \times 2 = 180^\circ$$

ଅର୍ଥାତ୍ $\angle AOC$ ଏକଟି ସରଳକୋଣ

$\therefore A, O$ ଏବଂ C ଏକଇ ସରଲରେଖାଯି ଅବଶ୍ୟିତ । (ପ୍ରମାଣିତ)

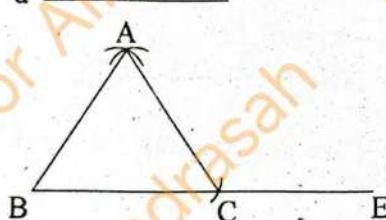
୫୯. ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ

କ. ଦେଓଯା ଆଛେ,

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3 ସେ.ମି ।

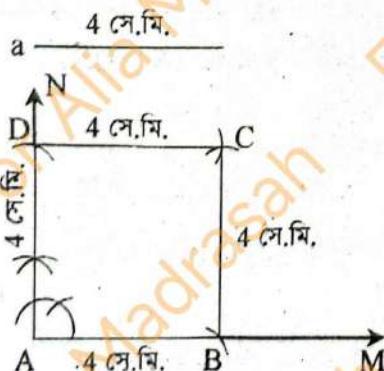
ତ୍ରିଭୁଜଟି ଆଂକତେ ହବେ ।

a 3 ସେ.ମି.



ଅଞ୍ଜନ : BE ଯେକୋନୋ ରଶ୍ମି ନିଇ । BE ଥେକେ a ଏର ସମାନ କରେ
BC ଅଂଶ କାଟି । B ଏବଂ C କେ କେନ୍ଦ୍ର କରେ a ଏର ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଧ
ନିଯେ ଦୁଟି ବୃତ୍ତଚାପ ଆଂକି । ବୃତ୍ତଚାପ ଦୁଟି ପରମ୍ପରାକେ A ବିନ୍ଦୁତେ ହେବେ
କରେ । A, B ଏବଂ A, C ଯୋଗ କରି । ତାହାଲେ ABC ଇ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ।

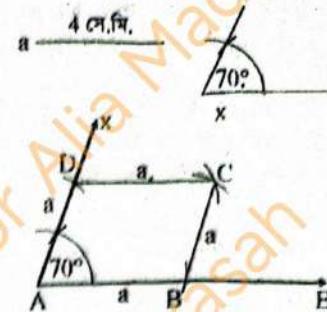
ଖ.



ବିଶେଷ ନିର୍ବଚନ : ମନେ କରି, ବର୍ଗେର ଏକଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a = 4
ସେ.ମି. ଦେଓଯା ଆଛେ, ବର୍ଗଟି ଆଂକତେ ହବେ ।

ଅଞ୍ଜନ : ଯେକୋନୋ ରଶ୍ମି AM ହତେ AB = a ଆଂକି । AB
ରେଖାର A ବିନ୍ଦୁତେ AN ଲମ୍ବ ଆଂକି ।

AN ହତେ AD = a କେଟେ ନିଇ । ଏଥାନ୍ B ଓ D କେ କେନ୍ଦ୍ର କରେ a ଏର
ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଧ ନିଯେ $\angle A$ ଏକଇ ପାରେ ଦୁଟି ବୃତ୍ତଚାପ ଆଂକି ।
ବୃତ୍ତଚାପରେ ପରମ୍ପରାକେ C ବିନ୍ଦୁତେ ହେବେ । C, D ଏବଂ C, B ଯୋଗ
କରି । ତାହାଲେ ABCD ଇ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ବର୍ଗ ଅଞ୍ଜିତ ହଲେ ।



ବିଶେଷ ନିର୍ବଚନ : ମନେ କରି, ରମ୍ବସେର ଏକଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a = 4
ସେ.ମି. ଏବଂ ଏକଟି କୋଣ $\angle x = 70^\circ$ ଦେଓଯା ଆଛେ । ରମ୍ବଟି
ଅଞ୍ଜନ କରତେ ହେବେ ।

ଅଞ୍ଜନ : ଯେକୋନୋ ରଶ୍ମି AE ଥେକେ a ଏର ସମାନ AB ନିଇ । AB
ଏର A ବିନ୍ଦୁତେ $\angle x = 70^\circ$ ଏର ସମାନ $\angle BAX$ ଆଂକି । AX
ଥେକେ a ଏର ସମାନ AD ନିଇ । ଏଥାନ୍ B ଓ D କେ କେନ୍ଦ୍ର କରେ a
ଏର ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଧ ନିଯେ $\angle BAD$ ଏର ଅଞ୍ଜନରେ ଦୁଟି ବୃତ୍ତଚାପ
ଆଂକି । ବୃତ୍ତଚାପ ଦୁଟି ପରମ୍ପରାକେ C ବିନ୍ଦୁତେ ହେବେ । B, C
ଏବଂ D, C ଯୋଗ କରି । ତାହାଲେ ABCD ଇ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ରମ୍ବ ।

୬୦. ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ

କ. ଦେଓଯା ଆଛେ,

ବୁତ୍ତର ବ୍ୟାସ = 7.2 ସେ.ମି.

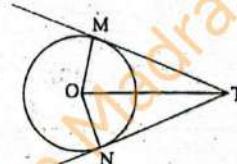
$$\therefore \text{ବୁତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଧ } r = \frac{7.2}{2} = 3.6 \text{ ସେ.ମି.}$$

$$\therefore \text{ଅର୍ଧବୁତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ} = \frac{1}{2} \pi r^2 \text{ ବର୍ଗଏକକ}$$

$$= \frac{1}{2} \times 3.1416 \times (3.6)^2 \text{ ବର୍ଗ ସେ.ମି.}$$

$$= 20.3576 \text{ ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଆଯା)}$$

ଖ.



ବିଶେଷ ନିର୍ବଚନ : O କେନ୍ଦ୍ରବିଶିଷ୍ଟ ବୁତ୍ତର M ଓ N ବିନ୍ଦୁତେ ଦୁଟି
ପରମ୍ପରକ ପରମ୍ପରାକେ T ବିନ୍ଦୁତେ ମିଳିତ ହେବେ । ପ୍ରମାଣ କରତେ ହେବେ
যେ, TM = TN

ଅଞ୍ଜନ : O, T ଯୋଗ କରି ।

ପ୍ରମାଣ : ଯେହେତୁ TM ସପର୍ଶ ଏବଂ OM ସପର୍ଶବିନ୍ଦୁଗାମୀ ବ୍ୟାସରେ ଓପର ଲାଗୁ
ଅନୁରୂପଭାବେ, $\angle TNO = \angle TMO$ ଏକ ସମକୋଣ

$\therefore \triangle ATMO \cong \triangle ATNO$ ଉଭୟଇ ସମକୋଣ ତ୍ରିଭୁଜ ।

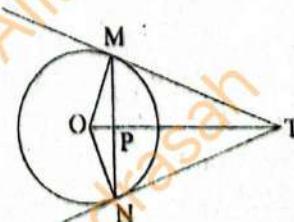
ଏଥାନ୍ $\triangle ATMO \cong \triangle ATNO$ ଏର ମଧ୍ୟେ

$OM = ON$ [ଏକଇ ବୁତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଧ]

ଅତିଭୁଜ TO = ଅତିଭୁଜ TO

$\therefore \triangle ATMO \cong \triangle ATNO \therefore TM = TN$ (ପ୍ରମାଣିତ)

ଗ.



O কেন্দ্রবিনিষ্ট বৃত্তে বিন্দু T। TM এবং TN দুটি স্পর্শক। M ও N দুটি স্পর্শক বিন্দু। M, N যোগ করি। MN একটি জ্যা। O, T যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, OT \perp স্পর্শক জ্যা MN।

অঙ্কন : O, M এবং O, N যোগ করি। OT সরলরেখা স্পর্শক জ্যা MN কে P বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ : বৃত্তের বাহিরে কোণ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুয়ের দূরত্ব

সমাপ্ত $TM = TN$

এখন ΔOMT এবং ΔONT এ

$$TM = TN$$

$$OM = ON \text{ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]}$$

OT সাধারণ বাহু

$$\therefore \Delta OMT \cong \Delta ONT$$

$$\therefore \angle MOT = \angle NOT$$

$$\text{অর্থাৎ } \angle MOP = \angle NOP \quad \text{(i)}$$

এখন ΔOMP এবং ΔOPN এ

$$OM = ON \text{ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]}$$

OP উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু

$$\text{এবং অন্তর্ভুক্ত } \angle MOP = \text{অন্তর্ভুক্ত } \angle NOP$$

$$\Delta OMP \cong \Delta OPN$$

$$\therefore MP = NP \quad \text{(ii)}$$

$$\text{এবং } \angle OPM = \angle OPN$$

কিন্তু এরা বৈধিক যুগল কোণ এবং প্রত্যেকেই এক সমকোণ

$$\therefore \angle OPM = \angle OPN = \text{এক সমকোণ}$$

$$\text{অর্থাৎ } OT \perp MN \quad \text{(iii)}$$

(ii) এবং (iii) নং হতে পাই,

MP = NP অর্থাৎ P স্পর্শ জ্যা MN এর মধ্যবিন্দু এবং

OT \perp স্পর্শ জ্যা MN (প্রমাণিত)

\therefore ৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\frac{\sec B}{\cos B} - \frac{\tan B}{\cot B}$

$$= \sec B \times \frac{1}{\cos B} - \tan B \times \frac{1}{\cot B}$$

$$= (\sec B \times \sec B) - (\tan B \times \tan B)$$

$$\left[\because \frac{1}{\cos B} = \sec B, \frac{1}{\cot B} = \tan B \right]$$

$$= \sec^2 B - \tan^2 B$$

$$= 1$$

খ. দেওয়া আছে,

$$M = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} \text{ এবং } N = \sec \theta + \tan \theta$$

$$\text{L.H.S} = \sqrt{M}$$

$$= \sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 + \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 + \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}}$$

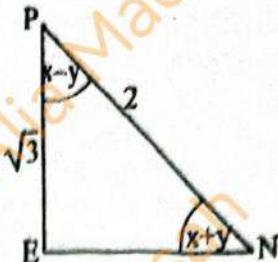
$$= \sqrt{\frac{(1 + \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}} \quad [\because 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta]$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}\right)^2} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \sec \theta + \tan \theta$$

$$= N = \text{R.H.S.} \quad \therefore \sqrt{M} = N \text{ (Proved)}$$

গ.



APEN এ

$\angle P$ এর সাপেক্ষে, লম্ব = EN, তুমি = PE

এবং অতিভুজ = PN

এবং $\angle N$ এর সাপেক্ষে, লম্ব = PE, তুমি = EN, অতিভুজ = PN

$\angle P = x - y$ এবং $\angle N = x + y$

ΔPEN এ

$$\cos \angle P = \frac{PE}{PN}$$

$$\text{বা, } \cos(x - y) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \cos(x - y) = \cos 30^\circ$$

$$\text{বা, } x - y = 30^\circ \quad \text{(i)}$$

এবং ΔPEN এ

$$\sin \angle N = \frac{PE}{PN}$$

$$\text{বা, } \sin(x + y) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \sin(x + y) = \sin 60^\circ$$

$$\text{বা, } x + y = 60^\circ \quad \text{(ii)}$$

$$(i) + (ii) \Rightarrow$$

$$x - y + x + y = 30^\circ + 60^\circ$$

$$\text{বা, } 2x = 90^\circ$$

$$\text{বা, } x = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ \quad \therefore x = 45^\circ$$

$$(i) - (ii) \Rightarrow$$

$$x - y - x - y = 30^\circ - 60^\circ$$

$$\text{বা, } -2y = -30^\circ$$

$$\text{বা, } y = \frac{30^\circ}{2} \quad \therefore y = 15^\circ$$

.. নির্ণেয় মান $x = 45^\circ$ এবং $y = 15^\circ$ (Ans.)

\therefore ৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

বৃত্তচাপটির কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 30^\circ$

বৃত্তের ব্যাস = 128 সে.মি.

$$\therefore \text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ } r = \frac{128}{2} = 64 \text{ সে.মি.}$$

আমরা জানি,

$$\text{বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য } S = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r \text{ একক}$$

$$= \frac{\theta \times \pi r}{180} \text{ একক}$$

$$= \frac{30 \times 3.1416 \times 64}{180} \text{ সে.মি.}$$

$$= \frac{6031.8720}{180} \text{ সে.মি.}$$

$$= 33.5 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য} = 33.5 \text{ সে.মি.}$$

আয়তে - x মিটার

$$\text{প্রস্থ} = y$$

ফ্রেক্ষন = xy বর্গমিটার

4 মিটার কম হলে দৈর্ঘ্য = $x - 4$ মিটার

$$\text{প্রশমতে}, xy = 480 \quad \text{(i)}$$

$$x - 4 = y \quad \text{(ii)}$$

(i) নং এ $y = x - 4$ বসিয়ে পাই,

$$x(x - 4) = 480$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x - 480 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 24x + 20x - 480 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 24) + 20(x - 24) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 24)(x + 20) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 24 = 0 \quad \text{এবং } x + 20 = 0$$

$$\text{বা, } x = 24 \quad \text{বা, } x = -20$$

কিন্তু $x \neq -20$

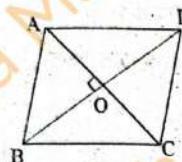
$$\therefore x = 24$$

(ii) নং এ $x = 24$ বসিয়ে পাই, $x - 4 = y$

$$\text{বা, } y = 24 - 4 = 20$$

∴ নির্ণেয় আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 24 মিটার এবং প্রস্থ 20 মিটার।

গ.



দেওয়া আছে,

$ABCD$ রম্ভসের পরিসীমা = 180 সে.মি.

$$\text{রম্ভসের একবাহুর দৈর্ঘ্য} = \frac{180}{4} \text{ সে.মি.}$$

$$= 45 \text{ সে.মি.}$$

অর্থাৎ, $AB = BC = CD = AD = 45$ সে.মি.

এবং বৃহত্তম কর্ণ $BD = d_1 = 72$ সে.মি.

$$\therefore BO = OD = \frac{1}{2} \times BD = \frac{1}{2} \times 72 = 36 \text{ সে.মি.}$$

এখন $\triangle ABO$ সমকোণী হতে পাই,

$$AO^2 + OB^2 = AB^2$$

$$\text{বা, } AO^2 = AB^2 - OB^2 = (45)^2 - (36)^2$$

$$= 2025 - 1296 = 729$$

$$\text{বা, } AO = \sqrt{729} = 27 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{রম্ভসের ক্ষুদ্রতম কর্ণের দৈর্ঘ্য } AC = d_2 = 2 \times AO$$

$$= 2 \times 27 = 54 \text{ সে.মি. (Ans.)}$$

১৯ং প্রশ্নের সমাধান C

ক. দেওয়া আছে,

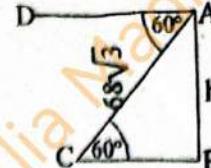
$$1 - \cos^2 \theta = \frac{3}{4}$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta = 1 - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } \sec^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} = 4$$

$$\text{বা, } 1 + \tan^2 \theta = 4 \text{ বা, } \tan^2 \theta = 4 - 1 = 3$$

$$\therefore \tan \theta = \pm \sqrt{3} \text{ (Ans.)}$$



মনে করি, গাছটির উচ্চতা $AB = h$ মিটার। গাছের শীর্ষবিন্দু A বিন্দুতে A হতে $68\sqrt{3}$ মিটার দূরে তৃতীয় বিন্দু C এর অবস্থান কোণ $\angle DAC = 60^\circ$

$$\angle DAC = \angle ACB = 60^\circ$$

$\triangle ABC$ এ

$$\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 60^\circ = \frac{h}{68\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{68\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } 2h = 68\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = \frac{68\sqrt{3})^2}{2}$$

$$\text{বা, } h = \frac{68 \times 3}{2}$$

$$\text{বা, } h = 34 \times 3$$

$$\therefore h = 102 \text{ মিটার}$$

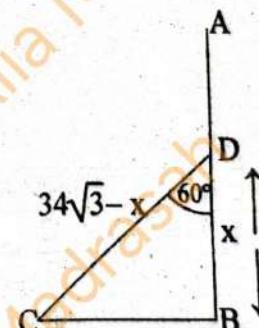
∴ গাছটির উচ্চতা 102 মিটার।

গ. দেওয়া আছে,

গাছটির উচ্চতা h = উল্লিখিত দূরত্বের অর্ধেক

$$= \frac{68\sqrt{3}}{2} \text{ মিটার}$$

$$= 34\sqrt{3} \text{ মিটার}$$



মনে করি,

$AB = h$ উচ্চতায় গাছটি ভূমি হতে x মিটার উচ্চতায় D বিন্দুতে ভেঙে গিয়ে দণ্ডযামান অংশের সাথে 60° কোণ করে C বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।

এখানে,

$$\angle CDB = 60^\circ, BD = x \text{ মিটার}$$

$$CD = AD = AB - BD = h - x = 34\sqrt{3} - x$$

BCD সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\cos \angle CDB = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{বা, } \cos 60^\circ = \frac{x}{34\sqrt{3} - x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{x}{34\sqrt{3} - x}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } 2x &= 34\sqrt{3} - x \\ \text{বা, } 2x + x &= 34\sqrt{3} \\ \text{বা, } 3x &= 34\sqrt{3} \\ \text{বা, } x &= \frac{34\sqrt{3}}{3} \\ \therefore x &= 19.63 \text{ মিটার} \\ \therefore \text{নির্ণেয় ঘান } x &= 19.63 \text{ মিটার (প্রাপ্ত)} \end{aligned}$$

১০ষ্ঠ প্রশ্নের সমাধান

- ক. জনসংখ্যা হচ্ছে বিচ্ছিন্ন চলক। কারণ জনসংখ্যা চলকের ঘান শুধুমাত্র পূর্ণসংখ্যায় হয়।
- খ. এখানে, উপাঞ্জগুলোর সর্বোচ্চ ঘান = 99; উপাঞ্জগুলোর সর্বনিম্ন ঘান = 61
 \therefore পরিসর = $(99 - 61) + 1 = 38 + 1 = 39$
 শ্রেণিব্যাপ্তি = 5
 \therefore শ্রেণিসংখ্যা = $39 \div 5 = 7.8 \approx 8$

শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গণিতিক গড় নির্ণয় :

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	ট্যালি	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচুতি $ui = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা \times ধাপ বিচুতি $f_i u_i$
60-64	62		2	-3	-6
65-69	67		5	-2	-10
70-74	72		4	-1	-4
75-79	77 \rightarrow a		11	0	0
80-84	82		7	1	7
85-89	87		5	2	10
90-94	92		3	3	9
95-99	97		3	4	12
			$n = 40$		$\sum f_i u_i = 18$

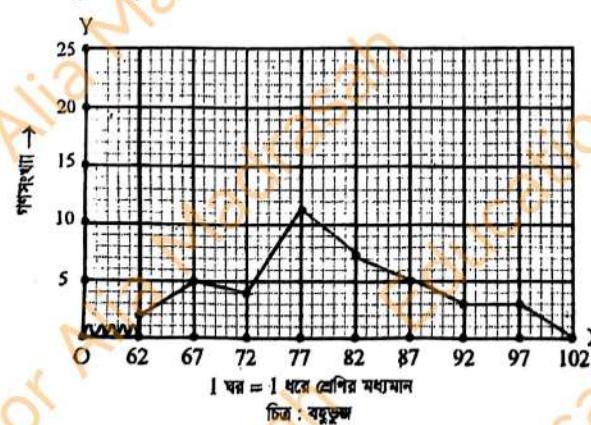
$$\begin{aligned} \therefore \text{সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড়} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 77 + \frac{18}{40} \times 5 \\ &= 77 + \frac{18}{8} = 77 + 2.25 = 79.25 \end{aligned}$$

\therefore নির্ণেয় গড় 79.25

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99
মধ্যমান	62	67	72	77	82	87	92	97
গণসংখ্যা	2	5	4	11	7	5	3	3

ছক কাগজে X অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে শ্রেণির মধ্যবিন্দু এবং Y অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। O থেকে 62 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



ক. দেওয়া আছে,

শ্রেণির উচ্চসীমা = 75

এবং মধ্যমান = 72.5

আমরা জানি,

$$\text{মধ্যমান} = \frac{\text{উচ্চসীমা} + \text{নিম্নসীমা}}{2}$$

$$\text{বা, } 72.5 = \frac{75 + \text{নিম্নসীমা}}{2}$$

$$\text{বা, } 75 + \text{নিম্নসীমা} = 72.5 \times 2$$

$$\text{বা, } \text{নিম্নসীমা} = 145 - 75 = 70$$

$$\therefore \text{নিম্নসীমা} = 70 \text{ (Ans.)}$$

খ. মধ্যক নির্ণয়ের সারণি নিচে দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	11-17	18-24	25-31	32-38	39-45	46-52
গণসংখ্যা	2	10	19	11	5	3
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	2	12	31	42	47	50

$$\text{এখানে, } n = 50 \therefore \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

মধ্যক হবে 25 তম পদের ঘান

(25-31) শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত।

আমরা জানি,

$$\text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c \right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 25 + (25 - 12) \times \frac{7}{19}$$

$$= 25 + \frac{13 \times 7}{19} = 25 + \frac{91}{19}$$

$$= 25 + \frac{91}{19} = 25 + 4.789 = 29.789$$

উত্তর : মধ্যক 29.789

গ. আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	11-17	18-24	25-31	32-38	39-45	46-52
অবিচ্ছিন্ন	10.5-	17.5-	24.5-	31.5-	38.5-	45.5-
শ্রেণিসীমা	17.5	24.5	31.5	38.5	45.5	52.5
গণসংখ্যা	2	10	19	11	5	3

ছক কাগজে X অক্ষ বরাবর শুধুতম বর্গের প্রতি 1 বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 1 একক এবং Y অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘর 1 একক ধরে গণসংখ্যা বসিয়ে আয়তলেখ অঙ্কন করা হলো। O থেকে 10.5 পর্যন্ত বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হলো :

