Clase 2

Análisis de algoritmos
Introducción a matemáticas discretas
(Comp. 420)

José Joaquín Zubieta Rico

Abstract

Notación asintótica y su uso en complejidad.

Nota asintótica

Notación $\Theta()$

Se usa para acotar la función por arriba y por abajo por una clase de funciones.

Definición.

Dada una función $g(n)$, denotamos $\Theta(g(n))$ al conjunto de funciones tales que

- $\Theta(g(n)) = \{f(n) :$ existen constantes positivas c_1, c_2 y n_0 tales que $0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)\ \forall n \geq n_0\}$

de lo que se dice que $f(n) \in \Theta(g(n))$.

Ejemplo

Dada $f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$, tenemos que $f(n) \in \Theta(n^2)$, esto porque

$$\frac{1}{14}n^2 \leq \frac{1}{2}n^2 - 3n \leq \frac{1}{2}n^2 \quad \forall n > 7.$$

Notación $O()$

Se usa para acotar una función asintótica por arriba.

Notación $\Omega()$

Se usa para acotar una función asintóticamente por abajo.

Más notaciones

Donald Knuth completa la notación asintótica de funciones con las notaciones

- $o()$, que corresponde a la cota superior «apretada» de la función-
- $\omega()$, que corresponde a la cota inferior «apretada» de la función.

Lo que diferencia las notaciones mayores y menores es que en las notaciones menores la complejidad debe de ser válida para **todas** las constantes.

Propiedades

Las propiedades de la notación asintótica son

- **transitiva**
  - Si $f(n) \in O(g(n))$ y $g(n) \in O(h(n))$, entonces $f(n) \in O(h(n))$.
  - Si $f(n) \in \Omega(g(n))$ y $g(n) \in \Omega(h(n))$, entonces $f(n) \in \Omega(h(n))$.
- **suma**: permanece el de máxima complejidad.
- **producto**: la complejidad del producto de funciones es el producto de sus complejidades.
- **reflexiva**:
  - $f(n) \in \Theta(g(n)) \Leftrightarrow g(n) \in \Theta(f(n))$
  - $f(n) \in O(g(n)) \Leftrightarrow g(n) \in \Omega(f(n))$
  - $f(n) \in o(g(n)) \Leftrightarrow g(n) \in \omega(f(n))$