

**Guía 1: Definiciones de la integral.**

1. Consideren  $f(x) = x^2$  en  $[0, 1]$  y  $\alpha \in [0, 1]$ , den una partición  $P$  y un conjunto de puntos  $\bar{\xi}$  para obtener que  $S(f, P, \bar{\xi}) = \alpha$ .
2. \* Demuestren a partir de alguna definición que  $f$  no es integrable, donde:

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{si } x \in \mathbb{Q} \cap [0, 1]; \\ 0, & \text{si } x \in \mathbb{I} \cap [0, 1]. \end{cases}$$

3. Digan si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Demuestren sus respuestas.
  - a) \* Toda suma inferior es una suma de Riemann.
  - b) Si  $f$  es continua, entonces las sumas superiores e inferiores son sumas de Riemann.
  - c) Si una suma superior es de Riemann para una función  $f$ , entonces  $f$  es continua.
  - d) \* Si  $f$  es integrable, entonces existe  $P \in \mathcal{P}_{[a,b]}$  tal que  $\bar{S}(f, P) = \underline{S}(f, P)$ .
  - e) \* Si existe  $P \in \mathcal{P}_{[a,b]}$  tal que  $\bar{S}(f, P) = \underline{S}(f, P)$ , entonces  $f$  es integrable.
  - f) \* Existe  $f$  integrable en  $[a, b]$  tal que para dos particiones del intervalo  $P_1$  y  $P_2$ ,

que cumplen  $\|P_1\| < \|P_2\|$ , se tiene que  $\underline{S}(f, P_1) < \underline{S}(f, P_2)$ .

4. Calculen y demuestren las siguientes integrales:
  - a) \*  $f(x) = x^3$  en el intervalo  $[0, b]$ .
  - b)  $f(x) = e^x$  en  $[a, b]$ .
5. Demuestren que una función  $f$  monótona en  $[a, b]$  es integrable.
6. Justifiquen sus respuestas a las siguientes preguntas.
  - a) ¿Qué funciones tienen la propiedad de que toda suma inferior es igual a toda suma superior?
  - b) \* ¿Qué funciones tienen la propiedad de que alguna suma superior es igual a alguna suma inferior?
  - c) ¿Qué funciones continuas tienen la propiedad de que todas las sumas inferiores son iguales?

Los problemas a entregar para la ayuda en la calificación tienen un asterisco, necesitan estudiar todos para el examen. Pueden usar los resultados vistos en clase señalando con claridad cómo los están usando.



Hace 25 años las fuerzas federales entraron a la UNAM, para el 6 de febrero había 1,000 universitarios presos, pero el movimiento estudiantil masivo continuó liberando a todos los presos y luchando por sus justas demandas, logrando mantener la gratuidad y la cancelación de reglamentos que expulsarían a los estudiantes de menos recursos.